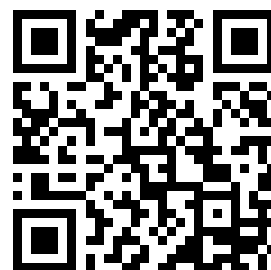

This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

GoogleTM books

<https://books.google.com>





Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guida per l'utilizzo

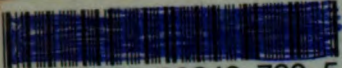
Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>


C 3 9015 00349 730 5
University of Michigan - BUHR



Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford-Messer
Bequest



AS
222
R642
A75

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori



ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE I DEL 29 DECEMBRE 1929



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
—
1930

ADUNANZE
dell'Anno Accademico LXXXIII
1929-1930

1929.	15 Dicembre	ore 16
1930.	19 Gennaio	» 16
»	16 Febbraio	» 16
»	16 Marzo	» 16
»	13 Aprile	» 17
»	18 Maggio.	» 17
»	15 Giugno.	» 17

PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII — 1929-1930

PROTETTORE

EM.O CARD. PIETRO GASPARRI

CAMERLENGO DI S. R. C.

PRESIDENZA — Rev. Prof. P. Giuseppe Gianfranceschi *Presidente*.
Comm. Prof. Pietro De Sanctis *Segretario*.
Cav. Prof. Giuseppe Martinelli *Vice Segretario*.

COMITATO ACCADEMICO — Il Presidente — Il Segretario — Gr. Uff.
Prof. Luigi Palazzo — March. Prof. Giuseppe Lepri. — Mons.
Dr. Francesco Morano.

COMITATO DI CENSURA — Prof. Alfredo Silvestri — Rev. P. Prof. Giovanni Hagen — Comm. Prof. Gustavo Colonnetti — Comm. Prof. Giovanni Giorgi.

BIBLIOTECA ED ARCHIVIO — Rev. Prof. D. Giuseppe Antonelli, *Bibliotecario ed Archivist* — Cav. Paolo Luigioni, *Pro-Bibliotecario*.

AMMINISTRAZIONE — March. Prof. Giuseppe Lepri, *Tesoriere*.

FUNZIONARI DELL'ACCADEMIA.

Sig. Giuseppe Scatizzi, *Primo Ufficiale di Segreteria*.
Dott. Pietro Salviucci, *Direttore della Biblioteca*.

L'antica accademia scientifica denominata dei *Lincei* ebbe origine in Roma nel 1603 per opera del Principe Federico Cesi, romano.

Nel 1740 fu ristabilita in Roma col nome dei *Nuovi Lincei* dal Papa Benedetto XIV.

Nel 1744 fu riaperta in Rimini da Gio. Paolo Simone Bianchi (*Janus Plancus*) sotto il nome dei *Lincei*.

Nel 1794 fu ripristinata in Roma dal Prof. Cav. D. Feliciano Scarpellini sotto il titolo di *Accademia del Collegio Umbro Fuccioli*, ove risiedeva; trasferitasi quindi nel 1801 nel palazzo del Duca Caetani, s'intitolò appunto col suddetto nome di *Caetani*; ma nel seguente anno 1802 assunse il nome di *Nuovi Lincei*, finchè deposto l'aggiunto dei *Nuovi*, si chiamò nel 1804 dei *Lincei*.

Nel 1847 finalmente venne richiamata in vita dal Pontefice Pio IX sotto il titolo di *Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei* ai 3 Luglio detto anno.

Nel 1923 assunse il nome di *Pontificia Accademia delle Scienze — Nuovi Lincei*.

ELENCO

DEI PRESIDENTI DELL'ACCADEMIA
SUCCEDUTISI DALLA SUA RESTAURAZIONE SOTTO IL NOME
DI *ACCADEMIA PONTIFICIA DEI NUOVI LINCEI*

	Data della Nomina
MASSIMO D. MARIO Duca di Rignano	3 Luglio 1847
ODESCALCHI Principe D. PIETRO	22 Dicem. 1850
MASSIMO D. MARIO Duca di Rignano	20 Aprile 1856
CAVALIERI SAN BERTOLO Prof. NICCOLA	4 Genn. 1863
VIALE PRELÀ Prof. BENEDETTO	22 Aprile 1867
SECCHI Prof. P. ANGELO	22 Marzo 1874
CIALDI Comm. ALESSANDRO	17 Marzo 1878
CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI Conte Ab. FRANCESCO .	21 Marzo 1880
DENZA Prof. P. FRANCESCO	15 Genn. 1893
AZZARELLI Prof. MATTIA	17 Febbr. 1895
CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI Conte Ab. FRANCESCO .	16 Genn. 1896
REGNANI Mons. Prof. FRANCESCO	16 Aprile 1899
BERTELLI Prof. P. TIMOTEO	18 Dicem. 1904
LAIS Prof. P. GIUSEPPE	21 Maggio 1905
GIANFRANCESCHI Prof. P. GIUSEPPE	15 Maggio 1921

ELENCO DEI SOCI

Soci Onorari.

Data della elezione.	Sua Santità PIO PAPA XI.
5 Maggio 1878.	Emo Card. VINCENZO VANNUTELLI. — <i>Via della Dataria, 94.</i> Roma.
20 Dicembre 1903.	Emo Card. RAFFAELE MERRY DEL VAL, <i>Piazza della Sagrestia, 31. Città del Vaticano.</i>
21 Aprile 1907.	Emo Card. PIETRO MAFFI. — <i>Arcivescovado, Pisa.</i>
9 Dicembre 1914.	Emo Card. PIETRO GASPARRI, Segretario di Stato di Sua Santità. — <i>Città del Vaticano.</i>
30 Dicembre 1924.	Emo Card. FRANCESCO EHRLE. — <i>Via Gioacchino Belli, 3. Roma.</i>
16 Marzo 1879.	Boncompagni Mons. Ugo. — <i>Via della Scrofa, 39. Roma.</i>
6 Febbraio 1887.	Hyvernât Prof. Enrico. — <i>3405 Twelfth Street, NE, Brooklin,</i> Washington, D. C. Stati Uniti d'America.

Soci Ordinari.

18 Giugno 1899.	De Sanctis Comm. Prof. Pietro. — <i>Largo Arenula, 34. Roma.</i>
18 Giugno 1899.	Müller Prof. P. Adolfo. — <i>Dietrichstrasse, 40, Trier. - Germania.</i>
16 Febbraio 1902.	Silvestri Prof. Alfredo. — <i>R. Liceo Scientifico, Milano (14) Via Commenda, 26.</i>
15 Marzo 1903.	Branly Prof. Comm. Edoardo. — <i>Avenue de Tourville, 21. Parigi. - Francia.</i>
15 Marzo 1903.	Boffito Prof. P. Giuseppe. — <i>Collegio alla Querce. Firenze.</i>
17 Maggio 1903.	Brunhes Prof. Giovanni. — <i>13, Quai du 4 Septembre - Boulogne-sur-Seine (Seine) — Francia.</i>

Data della elezione.		
20 Maggio	1906.	Sauve Antonio. — <i>Piazza Rusticucci, 18.</i> Roma.
17 Giugno	1906.	Hagen Prof. P. Giovanni. — <i>Specola Vaticana. Città del Vaticano.</i>
16 Febbraio	1908.	Antonelli Prof. D. Giuseppe. — <i>Piazza del Biscione, 95.</i> Roma.
17 Maggio	1908.	Kaas P. Giuseppe. — <i>S. Gioacchino, Prati di Castello.</i> Roma.
21 Maggio	1911.	Negro Prof. P. Carlo. — <i>Via Orfane, 5.</i> Torino.
21 Gennaio	1912.	Napoli Dott. P. Ferdinando. — <i>Via dei Chiavari 6.</i> Roma.
19 Gennaio	1913	Dervieux Prof. D. Ermanno. — <i>Via Venti Settembre, 83.</i> Torino.
14 Dicembre	1913.	Martinelli Cav. Prof. Giuseppe. — <i>Via Leulari, 23.</i> Roma.
21 Febbraio	1915.	Gianfranceschi Prof. P. Giuseppe. — <i>Via del Seminario, 120.</i> Roma.
21 Febbraio	1915.	Navàs Prof. P. Longino. — <i>Colegio Salvador.</i> Saragoza-Spagna.
19 Dicembre	1915.	Morano Mons. Dr. Francesco. — <i>Piazza del S. Uffizio, 1.</i> Roma.
16 Dicembre	1917.	Gomes Teixeira Dott. Francesco. — <i>Rua da Costa Cabral, 148.</i> Porto - Portogallo.
16 Maggio	1920.	Fauvel Prof. Pietro. — <i>12, Rue du Pin - Villa Cécilia - Angers - Francia.</i>
20 Marzo	1921.	Luigioni Cav. Paolo. — <i>Via Marmorata, 101.</i> Roma.
15 Maggio	1921.	De La Vallée Poussin Ing. Prof. Comm. Carlo Giovanni. — <i>Avenue des Alliés, 149.</i> Louvain - Belgio.
26 Marzo	1922.	Lepri March. Prof. Giuseppe. — <i>Piazza Nacona, 14.</i> Roma.
26 Marzo	1922.	Teofilato Prof. Pietro. — <i>Via Carrozze, 16.</i> Roma.
21 Maggio	1922.	Gemelli Comm. Prof. P. Agostino. — <i>Via S. Agnese, 2.</i> Milano.
21 Maggio	1922.	Palazzo Gr. Uff. Prof. Luigi — <i>Via Caravita, 7-A.</i> Roma.
17 Dicembre	1922.	Colonnetti Dott. Ing. Prof. Gustavo — <i>R. Scuola di Ingegneria.</i> Torino.
16 Marzo	1924.	Di Legge Comm. Prof. Alfonso. — <i>Piazza Borghese 91,</i> Roma.
18 Gennaio	1925.	Wasmann Prof. P. Erich. — <i>Ignatiuskolleg.</i> Valkenburg - Olanda.
18 Gennaio	1925.	Bigourdan Prof. Guglielmo. — <i>Rue Cassini, 6.</i> Paris XIV. Francia.
15 Marzo	1925.	Anile Gr. Uff. Prof. Antonino. — <i>Salita S. Nic. da Tolentino, 1-B.</i> Roma.
15 Marzo	1925.	Caronia Prof. Dott. Giuseppe. — <i>Salita S. Nic. da Tolentino, 1-B.</i> Roma.
29 Aprile	1925.	Panetti Comm. Prof. Modesto. — <i>Corso Peschiera, 30.</i> Torino.
21 Febbraio	1926.	Giorgi Comm. Prof. Ing. Giovanni — <i>Corso Vitt. Emanuele, 39.</i> Roma.
22 Maggio	1927.	Neviani Prof. Antonio. — <i>Via Sebino, 29.</i> Roma. 36.
15 Aprile	1928.	Lombardi Gr. Uff. Prof. Luigi — <i>Via Tolmino, 5.</i> Roma 137.
15 Aprile	1928.	Schmidt P. Guglielmo. — <i>Pal. Lateranense.</i> Roma.

Data della elezione		
19 Maggio	1929.	Boccardi Comm. Prof. D. Giovanni. — <i>Varazze. Via Camogli, 8. Liguria.</i>
19 Maggio	1929.	Keesom Prof. Guglielmo. — <i>Wasstraat, 3. - Leyden - Olanda.</i>
19 Maggio	1929.	Pistolessi Prof. Ing. Enrico. — <i>R.^a Scuola Ingegneria. Pisa.</i>

Soci Corrispondenti.

19 Giugno	1887.	Gilson Prof. Gustavo. — <i>Laboratoire Maritime Ostende-Phare Belgique.</i>
16 Marzo	1890.	Del Pezzo Prof. Pasquale, duca di Caianello. — <i>S. Domenico Maggiore, 9. Napoli.</i>
19 Aprile	1891.	Malladra Prof. Alessandro. — <i>R. Osservatorio Vesuviano. Resina.</i>
15 Maggio	1892.	Da Schio Conte Almerico. — <i>Corso Principe Umberto, 873. Vicenza.</i>
9 Luglio	1893.	Candéo Mons. Angelo. — <i>Mestrino. Padova.</i>
18 Febbraio	1894.	Capanni Prof. D. Valerio. — <i>Villabenza. Castelnuovo Monti. Reggio Emilia.</i>
16 Aprile	1899.	Sciolette Prof. Ing. Giovanni Batt. — <i>Via Milano, 93. Roma.</i>
10 Giugno	1900.	Arrigoni degli Oddi Conte Prof. Ettore. — <i>Via Umberto I^o, 10. Padova.</i>
19 Maggio	1901.	Stiattesi Comm. D. Raffaele. — <i>Osservatorio Astrofisico. Quarto Castello (Firenze).</i>
19 Gennaio	1902.	Calderoni Mons. Giuseppe. — <i>Seminario Vescovile. Faenza.</i>
19 Gennaio	1902.	Corbière Prof. Luigi. — <i>70, Rue Asselin. Cherbourg. - Francia.</i>
16 Marzo	1902.	Barrois Prof. Carlo. — <i>41, Rue Pascal. Lille. - Francia.</i>
15 Marzo	1903.	Chevalier P. Stanislao. — <i>Osservatorio Astronomico di Zo-Si presso Zi-Ka-Wei (Shanghai). - Cina.</i>
18 Febbraio	1906.	Alfani Prof. P. Guido. — <i>Piazza S. Lorenzo, 7. Firenze.</i>
16 Giugno	1907.	Cirera Prof. P. Riccardo. — <i>Calle de Zorrilla, 1. Madrid. - Spagna.</i>
14 Febbraio	1909.	Borghesani Dott. Guido. — <i>Piazza del Popolo, 3. Roma (110).</i>
6 Giugno	1909.	Grégoire Can. Prof. Vittorio. — <i>Rue de Bériot, 42. Louvain. - Belgio.</i>
27 Febbraio	1910.	Alfano Dott. D. Giovanni Battista. — <i>Vico Cangi a Mater Dei, 7. Napoli.</i>
8 Maggio	1910.	Algué P. Giuseppe. — <i>Central Observatory. Manila. - Filippine.</i>
23 Aprile	1911.	Capra Prof. D. Giuseppe. — <i>Via Prenestina - Convitto Operaio. Viscosa. Roma.</i>
21 Maggio	1911.	Birkner Dott. Ferdinando. — <i>Herzog Wilhelmstrasse, 9, III, München (Baviera).</i>

Data della elezione.		
21 Maggio	1911.	Obermaier Dott. Ugo. — <i>Avenida de Menéndez Pelayo, 15.</i> Madrid. IX - Spagna.
17 Marzo	1912.	Borio Cav. Prof. Agostino. — <i>Corso Garibaldi, 6.</i> Cuneo.
19 Maggio	1912.	Hofbauer P. Hermann. — <i>Redemptoristen College</i> , Katzeldorf, bei Wiener Neustadt. - Austria.
16 Giugno	1912.	De Elola Prof. Comm. Giuseppe. — <i>Princesa, 12.</i> Madrid. - Spagna.
18 Maggio	1913.	Termier Prof. Pietro. — <i>164, Rue Vaugirard.</i> Paris. - Francia.
15 Febbraio	1914.	Ugolini Ing. Giovanni. — <i>Via Sistina, 138.</i> Roma.
21 Maggio	1916.	Vitoria Prof. P. Edoardo. — <i>Istituto Químico de Sarrià.</i> Barcellona - Spagna.
18 Giugno	1916.	Terradas Prof. Stefano. — <i>Còrcega, 331,</i> Barcellona - Spagna.
17 Dicembre	1916.	Tonelli Dott. D. Antonio. — <i>Via Valsalice, 39.</i> Torino.
17 Dicembre	1916.	Zirpolo Prof. D. Giuseppe. — <i>Via Duomo, 193.</i> Napoli.
18 Marzo	1917.	Paoli Prof. Dott. Guido. — <i>Corso Italia, 11.</i> Chiavari.
17 Marzo	1918.	Cozzi D. Carlo. — <i>S. Macario.</i> Gallarate.
21 Dicembre	1919.	Fanesi Dott. D. Francesco. — <i>Osservatorio Meteorologico.</i> Osimo.
21 Dicembre	1919.	Faura i Sans Dott. Mariano. — <i>Rua Provenza, 324. Pral 1.</i> - Barcelona. - Spagna.
22 Febbraio	1920.	De Muynck Prof. Renato. — <i>Place St. Jacques, 8.</i> Louvain. - Belgio.
22 Febbraio	1920.	Plans Prof. Giuseppe Maria. — <i>Calle de las Hileras, 19.</i> Madrid. - Spagna.
16 Maggio	1920.	Da Silva Tavares Gioacchino. — <i>Rua Braamcamp, 40. 2º D.</i> Lisboa - Portogallo.
16 Maggio	1920.	Délépine Prof. Gastone. — <i>Rue de Toul, 13.</i> Lille - Francia.
16 Maggio	1920.	Navarro-Neumann Prof. P. Emanuele. — <i>Estación Sismológica de Cartuja. Apartado 32.</i> Granada. - Spagna.
20 Marzo	1921.	Castellarnau Ing. Gioacchino. — <i>Velasquez, 11, I. izquierda.</i> Madrid. - Spagna.
20 Marzo	1921.	Dodero Agostino. — <i>Via Felice Romani, 8-A — 3. Casella postale 1160.</i> Genova.
21 Maggio	1921.	Faure Prof. Giovanni. — <i>Via Luigi Pianciani, 36.</i> Roma.
18 Dicembre	1921.	S. E. Martinez-Núñez Zaccaria, Arcivescovo di Compostela-Santiago de Compostela. Spagna.
18 Marzo	1923.	Zanon D. Vito — <i>Seminario Arcivescovile.</i> Camerino.
18 Marzo	1923.	Jimenez de Cisneros Daniel, <i>Direttore dell'Istituto</i> — <i>Calle de Ramales, 17.</i> - Alicante. Spagna.
16 Marzo	1924.	Mannucci Comm. Ing. Federico. — <i>Città del Vaticano.</i>
16 Marzo	1924.	Scatizzi Prof. P. Pio. — <i>Via del Seminario, 120.</i> Roma.
18 Maggio	1924.	Mendes Corrêa Prof. Augusto. — <i>263 Moreira.</i> Porto - Portogallo.

Data della elezione.

18 Maggio 1924.	Rossi Prof. Paolo. — <i>Via Lupetta, 8. Milano.</i>
30 Novembre 1924.	Guthnick Prof. Paolo. — <i>Osservatorio Astronomico. - Babelsberg, Berlino. - Germania.</i>
22 Febbraio 1925.	De Broglie Duca Maurizio. — <i>29 Rue Chateaubriand. Paris VIII. - Francia</i>
22 Febbraio 1925.	Carrel Dott. Alessio. — <i>The Rockefeller Institute 66th Str. and Avenue A. New-York. N. Y. Stati Uniti A.</i>
15 Marzo 1925.	Picard Emilio. — <i>2 Quai Conli. Paris VI. - Francia.</i>
22 Aprile 1925.	D'Ocagne Prof. Maurizio. — <i>30, Rue de la Boétie. Paris. - Francia.</i>
1 Dicembre 1925.	Emanuelli Comm. Prof. Pio. — <i>Specola Vaticana. Città del Vaticano.</i>
1 Dicembre 1925.	Tulli Cav. Uff. Prof. Alberto. — <i>Museo. Città del Vaticano.</i>
7 Gennaio 1926.	Franchini Prof. Giuseppe. — <i>Via S. Vitale 44. Bologna.</i>
21 Febbraio 1926.	Bianchi Prof. Emilio. — <i>R. Osservatorio Astronomico. Brera.</i>
21 Febbraio 1926.	Stein Prof. P. Giovanni. — <i>St. Ignatius College, Hobbemakade, 51. Amsterdam.</i>
16 Gennaio 1927.	Pierantoni Prof. Umberto. — <i>Università. Napoli.</i>
20 Febbraio 1927.	Humbert Prof. Pietro. — <i>82, rue de Lunaret. Montpellier - Francia.</i>
19 Giugno 1927.	Graff Casimiro. — <i>Universitäts Sternwarte. Wien XVIII - Austria.</i>
18 Marzo 1928.	Hartmann Prof. Giovanni. — <i>43 Schillerstrasse - Gottingen. - Germania.</i>
18 Marzo 1928.	Ranzi Prof. Silvio. — <i>Via S. Sabina, 120. Roma. — Stazione Zoologica. Aquarium. Napoli.</i>
18 Marzo 1928.	Wirtinger Wilhelm. — <i>Köhlergasse 26. Vienna XVIII - Austria.</i>
20 Maggio 1928.	Pasquini Prof. Pasquale. — <i>Via Domenico Cimarosa, 18. Roma 36.</i>
20 Maggio 1928.	Julia Prof. Gastone. — <i>4 bis. Rue Traversière. Versailles. - Francia.</i>
14 Febbraio 1929.	Behounek Dott. Francesco. — <i>Istituto Radiologico. Praga - Czecho-Slovacchia.</i>
14 Febbraio 1929.	Gorini Prof. Costantino. — <i>R. Istituto Superiore di Agricoltura. Milano.</i>
14 Febbraio 1929.	Nobile Ing. Prof. Umberto. — <i>Via G. Ferrari, 4. Roma.</i>
21 Aprile 1929.	Ghigi Prof. Alessandro. — <i>Via d'Azeglio, 44. Bologna.</i>
21 Aprile 1929.	Levi-Civita Prof. Tullio. — <i>Via Sardegna, 50. Roma (25).</i>
19 Maggio 1929.	De Angelis D'Ossat Prof. Gioacchino. — <i>Via Calatafimi, 21. Roma (21).</i>
7 Luglio 1929.	Barbado P. Emanuele. — <i>Collegio Angelico. Via S. Vitale, 15. Roma.</i>



Accademici defunti nell'anno LXXXII

De Dorlodot Prof. Enrico, S. C.

Janssens Francesco, S. C.

Melzi d'Eril P. Camillo, S. O.

Bresadola D. Giacomo, S. C.

Marini Prof. Ludovico, S. C.

Doyère Carlo, S. C.



ELENCO

DELLE

Accademie e degli Istituti Scientifici

IN CORRISPONDENZA

CON LA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE — NUOVI LINCEI

ED

Elenco delle pubblicazioni periodiche che riceve la Biblioteca Accademica

EUROPA

Italia.

Acireale R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti.

1. Rendiconti.
2. Memorie della classe di scienze.
3. Memorie della classe di lettere.

Bologna R. Accademia delle scienze dell'Istituto.

1. Memorie, Classe di Scienze fisiche.
2. Rendiconto delle sessioni.

Catania Accademia Gioenia di scienze naturali.

1. Atti.
2. Bollettino delle sedute.

Periodico « Malpighia ».

Firenze Osservatorio Ximeniano.

» R. Stazione di Entomologia Agraria.

1. Periodico « Redia ».

» Museo Civico di Storia Naturale.

Genova Biblioteca della R. Università.

» Museo Civico di Storia Naturale.

» Società Entomologica Italiana.

1. Bollettino.

2. Memorie.

Lucca R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti.

1. Atti.

2. Memorie e documenti per servire alla storia di Lucca.

Messina Periodico « La Rassegna Tecnica ».

Milano Fondazione scientifica Cagnola.

» R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

1. Rendiconti.

» R. Osservatorio astronomico di Brera.

1. Contributi astronomici.

» Rivista di Filosofia Neo-Scolastica.

» Università Cattolica del Sacro Cuore.

1. Annuario.

2. Pubblicazioni varie.

Modena R. Accademia di scienze, lettere ed arti.

1. Memorie.

» Periodico « La Nuova Notarisia ».

Moncalieri Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto.

1. Bollettino meteorologico e geodinamico. Osservazioni sismiche.

2. Bollettino meteorologico e geodinamico. Osservazioni meteorologiche.

Montecassino . . . Osservatorio meteorico-geodinamico.

» Periodico. « La Meteorologia Pratica ».

Napoli Accademia Napoletana « S. Pietro in Vincoli ».

1. Atti.

Napoli Accademia Pontaniana.

1. Atti.

» **R. Istituto d'Incoraggiamento.**

1. Atti.

» **Section de Volcanologie de l'Union Géodésique et Géophysique internationale.**

1. Bulletin volcanologique.

» **Società dei Naturalisti.**

1. Bollettino.

» **Società Reale.**

1. Atti della R. Accademia di scienze morali e politiche.
2. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di scienze morali e politiche.
3. Atti dell'Accademia di archeologia, lettere e belle arti.
4. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di archeologia, lettere e belle arti.
5. Memorie della R. Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti.
6. Atti dell'Accademia di scienze fisiche e matematiche.
7. Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche.

Palermo R. Orto botanico e Giardino coloniale.

1. Bollettino.

» **Società di scienze naturali ed economiche.**

1. Bollettino.
2. Giornale.
3. Annali.

Pavia Istituto botanico della R. Università.

1. Atti.

Pisa. Periodico « Il Nuovo Cimento ».

» **R. Scuola di Ingegneria.**

Portici R. Scuola Superiore di Agricoltura.

1. Annali.

Roma. R. Accademia Medica di Roma.

1. Bullettino.

» **R. Accademia Nazionale dei Lincei.**

1. Atti. Rendiconti della classe di scienze fisiche, matematiche, naturali.
2. Atti. Notizie degli scavi di antichità.
3. Atti. Rendiconto dell' adunanza solenne.
4. Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.
5. Rendiconti della classe di scienze morali, storiche e filologiche.
6. Memorie della classe di scienze morali, storiche e filologiche.
7. Annuario.

» **Biblioteca Angelica.**

» **R. Biblioteca Casanatense.**

» **Biblioteca della Camera dei Deputati.**

» **Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele.**

» **Biblioteca Sarti.**

» **Comitato Glaciologico Italiano.**

1. Bollettino.

» **Commissariato dell'Areonautica.**

1. Notiziario di Areonautica.
2. Rendiconti tecnici.
3. Note tecniche di aeronautica.
4. Caratteristiche aerodinamiche di ali.

» **R. Commissione Geodetica Italiana.**

» **Consiglio Nazionale di Ricerche**

» **R. Ufficio Geologico d'Italia.**

1. Bollettino.
2. Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d' Italia.

» **R. Corpo delle Miniere.**

» **Istituto Italiano di Numismatica.**

1. Atti e Memorie.

Roma Istituto Internazionale di Agricoltura.

1. Bollettino mensile di informazioni agrarie e di patologia vegetale.
2. Rassegna internazionale di agronomia.

» **Istituto Sperimentale Aeronautico.**

» **Ministero dei Lavori Pubblici.**

1. Bollettino ufficiale.

» **Periodico « La Civiltà Cattolica ».**

» **Reale Società Geografica.**

1. Bollettino.

» **Rivista di Artiglieria e Genio.**

» **Rivista Italiana di Aeronautica.**

» **R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri.**

» **Sindacato Nazionale Fascista Ingegneri.**

1. Bollettino della sezione di Roma.

» **Società Italiana per il progresso delle Scienze.**

1. Atti.
2. Annuario.

» **Società sismologica italiana.**

1. Bollettino.

» **Specola Vaticana.**

1. Pubblicazioni varie.

» **R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geofisica.**

1. Annali.
2. Memorie.
3. Rivista meteorico-agraria.

» **R. Ufficio Presagi.**

1. Bollettino metereologico ed aereologico.

» **Università Gregoriana.**

Rovereto Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati.

1. Atti.

Torino R. Accademia delle scienze.

1. Atti della Classe di Scienze Fisiche Matematiche e Naturali.

2. Memorie.

3. Osservazioni meteorologiche fatte all'Osservatorio della R. Università.

» Società Meteorologica Italiana.

Venezia R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

1. Atti.

2. Osservazioni meteorologiche e geodinamiche fatte nell'Osservatorio del Seminario Patriarcale.

Verona Accademia di Agricoltura, Scienze, Lettere, Arti e Commercio.

1. Atti e Memorie.

» Antichi Archivi e Biblioteca Comunale.

Vicenza Accademia Olimpica.

1. Atti.

Austria.

Wien Akademie der Wissenschaften.

1. Sitzungsberichte-Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse
Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Krystallographie, Botanik, Physiologie der Pflanzen, Zoologie, Palaontologie, Geologie, Physischen Geographie und Reisen. (Abteilung I).

2. Id. id. Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Astronomie, Physik, Meteorologie und der Mechanik. (Abteilung II A).

3. Id. id. Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Chemie. (Abteilung II B).

4. Id. id. Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Anatomie und Physiologie der Menschen, und der Tiere, sowie aus jenem der theoretischen Medizin. (Abteilung III).

Belgio.

Bruxelles Académie Royale de Belgique.

1. Annuaire.
2. Bulletin de la classe des sciences.
3. Mémoires de la classe des sciences. Collection in 4°.
4. Mémoires de la classe des sciences. Collection in 8°.
5. Bulletin de la classe des lettres et des sciences morales et politiques.
6. Bulletin de la classe des beaux-arts.
7. Mémoires de la classe des lettres et des sciences morales et politiques et de la classe des beaux-arts. Collection in 4°.
8. Mémoires de la classe des lettres et des sciences morales et politiques et de la classe des beaux-arts. Collection in 8°.

» **Institut Royal Météorologique de Belgique.**

1. Annuaire.

» **Ministère de l'Industrie et du Travail. Service géologique de Belgique.**

» **Musée royal d'Histoire Naturelle.**

1. Mémoires.

» **Observatoire Royal de Belgique.**

1. Annuaire.
2. Annales.

» **Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie.**

1. Bulletin et Procès verbaux.

» **Société Belge de Microscopie.**

» **Société Entomologique de Belgique.**

1. Annales et bulletin.

» **Société royale de botanique de Belgique.**

1. Bulletin.

» **Société Royale Zoologique et Malacologique.**

1. Annales.

Bruxelles Société Scientifique de Bruxelles.

1. Annales: A) Sciences mathématiques.
» : B) Sciences économiques et techniques.
» : C) Sciences médicales.
» : D) Sciences physiques et naturelles.
» : fascicule administratif.
2. Revue des questions scientifiques.

» **Union des Entomologistes Belges.**

1. Revue « Lambilliona ».

Liège. Société Royale des sciences.

1. Mémoires.

» **Société Géologique de Belgique.**

1. Annales.

Louvain. Periodico « La Cellule ».

» **Société Scientifique.**

» **Università Cattolica.**

Terweren Musée du Congo Belge.

Cecoslovacchia.

Praga Deutscher naturwissenschaftl. medicin. Verein für Böhmen.

1. Rivista « Lotos ».

Francia.

Bordeaux Commission météorologique de la Gironde.

- » **Société des sciences physiques, naturelles et mathématiques**
1. Mémoires.
 2. Procès-verbaux des séances.

Chambéry Académie des sciences, belles lettres et arts de Savoie.

1. Mémoires.

Cherbourg. Association nationale de sciences mathématiques et naturelles.

1. Annales.

Marseille Faculté des sciences.

1. Annales.

Nancy Académie de Stanislas.

1. Mémoires.

Paris Académie des sciences.

1. Comptes rendus des séances.

» Bibliothèque de l'Ecole des hautes études.

» Bureau Veritas.

1. Bulletin Technique.

» Comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel.

» Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris.

» Société Entomologique de France.

1. Annales.

2. Bulletin.

» Société française de Physique.

» Société Mathématique de France.

1. Comptes rendus des séances.

2. Bulletin.

» Société zoologique de France.

1. Bulletin.

2. Mémoires.

» Université de Paris, Bibliothèque de la Faculté des Lettres.

Toulouse Annales du Midi.

» Bibliothèque de l'Université de Toulouse.

1. Rapport annuel et comptes-rendus.

2. Année Scolaire.

Germania.

Berlin Bibliothek.

- » Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.
1. Jahrbuch.
- » Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft.
1. Physikalische Zeitschrift-Leipzig.
2. Jahrbuch der Radioaktivität-Leipzig.
- » Preussische Akademie der Wissenschaften.
1. Abhandlungen. Philosophisch-Historische Klasse.
2. Abhandlungen. Physikalisch-Mathematische Klasse.
3. Sitzungsberichte Philosophisch-Historische Klasse.
4. Sitzungsberichte Physikalisch-Mathematische Klasse.
- » Preussische Staatsbibliothek.
- » Deutschen Entomologischen Gesellschaft.
1. Deutsche entomologische Zeitschrift.

Berlin-Babelsberg Universitäts-Sternwarte.

Berlin-Duhlem . . Deutsches Entomologisches Museum.

1. Entomologische Mitteilungen.
2. Supplementa Entomologica.

Freiburg i. B. . . Sonderabdruck aus den Stimmen der Zeit.

Göttingen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Hamburg Mathematisches Seminar der Hamburgischen Universität.

1. Abhandlungen.

Karlsruhe Centralbureau für Meteorologie.

München Bayerischen Akademie der Wissenschaften.

1. Abhandlungen. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse.
2. Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung.

Stuttgart Vaterländische Naturkunde.

1. Jahreshefte.

Tübingen Württembergische Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften.

1. Tübingen Naturwissenschaftliche Abhandlungen.

Gran Brettagna.

Dublin Royal Dublin Society.

1. Scientific Proceedings.
2. Scientific Transactions.
3. Economic Proceedings.

Edinburgh. Royal Society.

1. Proceedings.
2. Transactions.

» University of Edinburgh.

Jersey Observatoire S.^t Louis.

London. Imperial Bureau of Entomology.

1. The review of applied Entomology: Series A, Agricultural.
2. The review of applied Entomology: Series B, Medical and Veterinary.

» The Institution of Electrical Engineers.

» Meteorological Office.

1. Geophysical Memoirs.
2. Professional Notes.

» Royal Microscopical Society.

1. Journal.

» Royal Society.

1. Proceedings. Series A. Mathematical and physical sciences.
2. Proceedings. Series B. Biological sciences.
3. Year-book.

» Science Museum.

Manchester Literary and Philosophical Society.

1. Memoires and proceedings.

» Science Library. — Science Museum.

Grecia.

Athene. Academie d'Athènes.

Lussemburgo.

Luxembourg . . . Institut Grand Ducal.

Monaco (Principato).

Monaco. Musée océanographique de Monaco.

1. Résultat des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht
par Albert I. Prince Souverain de Monaco.

Norvegia.

Tromso Tromso Museum

Olanda.

Amsterdam K. Akademie van Wetenschappen.

1. Proceedings of the Section of Sciences.

2. Verhandelingen.

» Société mathématique Néerlandaise.

1. Revue semestrelle des publications mathématiques.

» Wiskundig Genootschap.

1

1. Wiskundige Opgaven.

2. Nieuw Archief voor Wiskunde.

Haarlem Fondation Teyler.

1. Archives du musée Teyler.
2. Verhandelingen rakende den Natuurlijken en Geopenbaarden
Godsdienst.

Polonia.

Cracovia Polska Akademia Umiejętności

1. Bulletin international. Classe des sciences mathématiques et
naturelles.
2. Bulletin international. Classe de philologie. Classe d'histoire
et de philosophie.
3. Katalog literatures naukowej polskiej.

Warszawa Societas scientiarum varsaviensis.

1. Comptes rendus des séances.

» Société botanique de Pologne.

1. Acta Societatis botanicorum Poloniae.

Portogallo.

Caminha Revista Broteria.

1. Serie Botanica.
2. Serie Zoologica.

Coimbra Universidade de Coimbra.

Porto Faculdade de Sciencias.

1. Annaes.

Rumenia.

Bucarest Academia Romana.

1. Bulletin de la section scientifique.
2. Memoriile sectuni stiintifice.

Bucarest Institutul meteorologic central al României.

1. Buletinul lunar.

Hermannstadt . . . Verhandlungen und Mittheilungen des Siebenburgische Vereins für Naturwissenschaften.

Russia.

Leningrad Academie de sciences de Russie.

1. Bulletin.

Spagna.

Barcelona. Real Academia de ciencias naturales y artes.

1. Boletín.

2. Memorias.

3. Boletín del Observatorio Fabra: sección meteorológica y sísmica.

4. id. id.: sección astronómica.

» **Real Sociedad Española de Historia Natural.**

» **Institució Catalana d'Historia Natural.**

1. Butlletí.

» **Junta de Ciencias Naturales.**

1. Trabajos del Museo de Ciencias Naturales de Barcelona.

2. Pubblicazioni varie.

» **Rivista « Iberica ».**

Cartuja (Granada) Bollettino meteorologico.

Madrid. Instituto Español de Oceanografía.

1. Notas y resúmenes.

» **Instituto geográfico y catastral.**

1. Servicio sismológico.

» **Real Academia de ciencias exactas, físicas y naturales.**

1. Revista.

2. Memorias.

3. Anuario.

Madrid Real Sociedad Española de Historia Natural.

1. Boletín.
2. Memorias.

Tortosa Observatorio del Ebro.

1. Boletín mensual.

Valencia Instituto General y Técnico.

1. Anales.

Zaragoza Academia de ciencias exactas, físico-químicas y naturales de Zaragoza.

1. Revista.
2. Publicaciones.

» Sociedad entomológica de España.

1. Boletín.
2. Memorias.

» Sociedad Iberica de Ciencias naturales.

1. Boletín.
2. Memorias.

Svezia.

Stockholm Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademien.

1. Arkiv för Matematik, Astronomy och Fysik.
2. Arkiv för Zoologi.
3. Arkiv för Kemi, Mineralogi, och Geologi.
4. Arkiv för Botanik.
5. Meddelanden.
6. Årsbok.
7. Bihang.
8. Öfversigt.

Upsal Biblioteca della R. Università.

» Geological Institution of the University.

1. Bulletin.

» Observatoire de l'Université.

1. Bulletin météorologique mensuel.

Upsal Regia as scientiarum Uce Sitopsaliensis.

1. Nova acta.

» Zoologiska Bidrag.

Svizzera.

Fribourg Université catholique.

Zürich Naturforschende Gesellschaft.

1. Vierteljahrsschrift.

Ucraina.

Kiew Societé des Naturalistes.

» Servizio Meteorologico dell'Ucraina.

Ungheria.

Budapest Aquila. Zeitschrift der Königlich Ungarischen Ornithologischen Centrale.

Kolossa Haynald Observatorium.

AMERICA

Argentina.

Córdoba Academia nacional de ciencias.

1. Boletín.

La Plata Museo de La Plata.

1. Anales.

2. Revista.

» Universidad nacional de La Plata.

1. Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas.

2. Anuario.

Brasile.

Parà Museu Paraense.

Rio de Janeiro. . Bibliotheca Nacional.

S. Paulo. Museu Paulista.

Canadá.

Halifax Nova Scotian Institute of Natural Science.

1. Proceedings and transactions.

Ottawa Department of Mines Geological Survey.

1. Memorie.

» **Victoria Memorial Museum.**

Toronto Canadian Institute.

1. Transactions.

Messico.

Mexico Departamento de salubridad publica.

1. Boletin del departamento de salubridad publica.

2. Boletin del instituto de higiene.

3. Monografias.

» **Revista Mexicana de Biologia.**

» **Secretaria de Agricultura y Fomento.**

1. Boletin oficial.

» **Sociedad cientifica « Antonio Alzate ».**

1. Memorias y Revista.

Stati Uniti.

Baltimore Johns Hopkins University.

1. American chemical journal.
2. American journal of mathematics.
3. American journal of philology.
4. Studie in historical and political science.
5. Circulars.

Boston American Academy of Arts and Sciences.

1. Proceedings.

Cambridge Harvard College Observatory.

1. Annals.
2. Circulars.

» **Massachussets** Institute of Technology.

1. Journal of Mathematics and Physics.

Cincinnati Cincinnati Observatory.

» **Lloyd Library** of Botany, Pharmacy and Materia Medica.

1. Mycological notes.

» **University** of Cincinnati.

Colorado Colorado College.

Columbus Ohio State University.

1. The Ohio Journal of Science.

Indianapolis Indiana Academy of science.

1. Proceedings.

Lawrence University of Kansas.

1. Science Bulletin.

Los Angeles Southern California Academy of Sciences.

1. Bulletin.

Madison Wisconsin Geological and Natural History Survey.

1. Bulletin. Economic series.
2. Bulletin. Soil series.
3. Bulletin. Scientific series.
4. Bulletin. Educational series.

» **University of Wisconsin.**

1. Bulletin. Economics, political sciences and history series.
2. Historical series.
3. Philology and literature series.
4. Engineering series.
5. Science series.

» **Wisconsin Academy of sciences.**

1. Transactions.

Minneapolis University of Minnesota.

1. Bulletin of the Agricultural Experiment Station.

New Haven Connecticut Academy of arts and sciences.

1. Transactions.

New York American Mathematical Society.

1. Bulletin.
2. Annual register.
3. Transactions.

» **American Museum of Natural History.**

1. Bulletin.

» **Geological survey of the State of New York.**

» **H. W. Wilson Company.**

1. The Wilson Bulletin.

» **New York Academy of sciences.**

1. Annals.

New York Public Library Astor Lenox and Tilden Foundations.

1. Bulletin.

Notre Dame Periodico « The American Midland Naturalist ».

Philadelphia Academy of Natural Sciences.

1. Journal.
2. Proceedings.
3. Annual Reports.
4. Year book.

» **American Philosophical Society.**

1. Proceedings.
2. Transactions.
3. Pubblicazioni varie.

» **Union of American biological Societies.**

1. Biological Abstracts.

San Francisco California Academy of Sciences.

1. Proceedings.

S. Louis Missouri Botanical Garden.

1. Annals.
2. Annual report.

Topeka Kansas Academy of science.

1. Transactions.

Urbana University of Illinois.

1. Agricultural experiment station. Bulletin.

Washington Department of Agriculture.

» **Weather Bureau.**

1. Monthly Weather Review.

» **Naval Observatory.**

1. Report of the superintendent.
2. American Ephemeris and Nautical Almanac.

Washington. . . . National Academy of sciences.

1. Proceedings.

» **Smithsonian Institution.**

1. Annual report.
2. Miscellaneous collections.
3. Annals of the astrophysical observatory.
4. Contributions to knowledge.
5. Annual report of the Bureau of Ethnology.
6. Pubblicazioni varie.

» **North American Fauna.**

Uruguay.

Montevideo Observatorio meteorológico del Collegio Pio de Villa Colón.

ASIA

Cina.

Zi-ka-wei (Changhai). — Observatoire de Zi-ka-wei.

1. Annales.

Giappone.

Tokyo National Research Council of Japan.

1. Journal of botany.

OCEANIA

Australia.

Sydney Australasian Association for the Advancement of science.

Royal Society of New South Wales.

1. Journal and proceedings.

Filippine.

Manila Philippine Weather Bureau.

1. Bulletin.
2. Annual Report.

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE PONTIFICIA - 29 DICEMBRE 1929

PRESIDENZA: Sua Santità PIO XI

Accademici presenti. — *Onorari:* Eñño Card. Vincenzo VANNUTELLI — Eñño Card. Raffaele MERRY DEL VAL — Eñño Card. Francesco EHRLE.

Ordinari: ANILE — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — HAGEN — KAAS — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — FRANCHINI — GORINI — HUMBERT — LEVI-CIVITA — NOBILE — PASQUINI — SCATIZZI — SCIOLETTE — UGOLINI — ZANON.

Erano altresì presenti l'Eñño Card. Gaetano BISLETI, S. E. Mons. BAUDRILLART, e varie altre distinte persone.

Il Santo Padre Pio XI, accompagnato dalla sua Nobile Corte, giunse nell'Aula Accademica alle 13.45, ricevuto ed ossequiato dal Presidente Gianfranceschi, dal Segretario De Sanctis, e dal Vice Segretario Martinelli.

Il Presidente GIANFRANCESCHI, chiesto a Sua Santità il permesso di parlare, lesse il seguente indirizzo:

Beatissimo Padre,

A noi è dato ciò che scienziati di tutto il mondo a ragione possono invidiarci: presentare l'omaggio della nostra devozione alla Santità Vostra in questo splendido meriggio del Vostro Giubileo Sacerdotale, e umiliare ai Piedi Vostri il tributo del nostro lavoro intellettuale.

Abbiamo visto in quest'anno faustissimo convenire in Roma e prostrarsi al Vostro Trono i popoli di ogni lingua e di ogni Nazione, i poveri e i ricchi, gli umili e i potenti, e tutti sono stati accolti dalla Santità Vostra col cuore di Padre, ridondante di quella carità che ha la sua origine nel cuore del Padre celeste, accolti come nella casa del Padre, perchè di tutti è padre chi rappresenta in terra la Paternità di Dio.

Ebbene, la Vostra Casa, o Padre Santo è la casa del Padre, anche per quelli che attendono alle ricerche scientifiche: la Chiesa di Roma fu sempre magnifica ispiratrice di tutto ciò che è buono ed è grande, di tutto ciò che eleva, e la scienza ha sempre trovato nella Chiesa l'appoggio, l'incoraggiamento, l'aiuto.

Quando tra i popoli era assopito l'amore della scienza fu solo tra i Ministri dell'Altare e nei Cenobi che si conservò la scintilla sacra del sapere; quando l'ardore per gli studi tornò a destarsi in mezzo alle genti, fu la Chiesa che fondò e promosse le prime gloriose Università, che per l'autorità e l'incoraggiamento della Chiesa si moltiplicarono rapidamente in tutta l'Europa; e quando si aprirono nuovi mari e si rivelarono nuove terre i banditori del Vangelo si spinsero ardimentosi per portare in mezzo ai popoli barbari con la luce della fede, anche la fiaccola della civiltà e della scienza.

E qui intorno a noi parlano ai popoli le benemeritenze della Chiesa per la scienza questi mirabili monumenti della Vostra città: i Musei Vaticani e la superba Biblioteca, così particolarmente Vostra, Padre Santo, e questi giardini Vaticani che furono già palestra di discussioni scientifiche e videro il compiacimento di Clemente VII per lo studio del nuovo sistema del mondo, ospitano oggi la gloriosa specola Vaticana, e questa Vostra Accademia delle Scienze: i Nuovi Lincei.

Ma con le benemeritenze della Chiesa per gli Studi Scientifici che registra la Storia, noi abbiamo novello argomento nella Vostra Augusta Persona. Voi portaste sul trono eccelso su cui il Signore Vi ha posto, con le sublimi virtù sacerdotali, anche l'amore e lo splendore della scienza di cui foste e siete ricercatore assiduo, e ne abbiamo visto i frutti copiosi nei seminari di Studi che avete fondato e in quelli che per Vostro impulso vanno sorgendo, e nelle Università e negli Istituti Scientifici che avete promosso.

Questa stessa Pontificia Accademia è per opera Vostra che è tornata a nuova vita, ed è splendido documento del Vostro interessamento agli studi scientifici che essa sia stata da Voi ospitata nella Casa Vostra, e che

sia così onorata della Vostra Augusta Presenza nell'iniziare ogni anno i suoi lavori.

Permettete dunque, Padre Santo, che a questo magnifico plebiscito di devozione che giunge al Vostro Trono da tutto il mondo, noi possiamo unire la nostra povera voce di plauso, di felicitazione, di augurio: che al giubilo che allietta tutto il popolo cristiano per il consenso celeste con cui la Provvidenza divina ha voluto allietare questo Vostro auspicatissimo Giubileo, uniamo il giubilo della nostra famiglia accademica, che comprende scienziati di tutto il mondo, e in particolare per la felicissima conciliazione dell'Italia nostra con la Santa Sede, che la grazia di Dio e il Vostro Cuore paterno, hanno saputo compiere, esprimiamo, il nostro plauso commosso; e finalmente che ai segni dell'amore filiale di tutti i popoli uniamo il piccolo tributo dei nostri lavori scientifici.

E Voi, beatissimo Padre accogliendo benignamente il poco che possiamo offrirVi, confortate il nostro affetto e la devozione nostra con la Vostra apostolica Benedizione.

Ed ora supplico la Santità Vostra di poter aprire il nuovo anno Accademico.

Il *Presidente*, avuto l'assenso di Sua Santità, dichiarò inaugurato l'anno accademico 1929-30, 83° (ottantatreesimo) dalla restaurazione Piana, 327° (trecentoventisettesimo) dalla prima fondazione dei Lincei.

Quindi il *Presidente* proseguì:

L'anno accademico che si è chiuso ha segnato un nuovo progresso nell'attività accademica, con una accresciuta produzione scientifica, come si rileverà dalla relazione del Segretario Accademico, e coll'ampliamento della nostra famiglia, che si è ornata di nomi illustri.

Abbiamo tenuto una Settimana Accademica, che abbiamo in modo speciale dedicato alla celebrazione del Vostro Giubileo Sacerdotale, e alla seduta inaugurale in cui si parlò delle benemerienze della Chiesa verso la scienza, parteciparono insieme ad illustri personaggi vari Eminentissimi Porporati.

I lavori accademici sono raccolti in tre volumi che abbiamo voluto dedicare alla Vostra Augusta Persona.

All'aprirsi dell'Anno Accademico indicemmo un concorso a premio, come particolare festeggiamento del Vostro cinquantennio di Sacerdozio. L'accademico Giovanni Giorgi riferirà sull'esito del concorso.

Ma dobbiamo ancora segnalare le nostre perdite. Nell'anno decorso sono passati a vita migliore i soci:

Melzi d'Eril Prof. P. Camillo del Collegio alla Quercie di Firenze;
De Drolodot Prof. Enrico dell'Università di Lovanio;
Janssens Francesco dell'Università di Lovanio;
Doyère Ing. Carlo di Parigi;
Bresadola Don Giacomo di Trento;
Marini Prof. Ludovico di Roma;

ma la scomparsa di questi nostri, se ci attrista per la separazione visibile, trova in tutti noi il conforto della fede: questi cari che ci hanno lasciato, erano fervidi scienziati e credenti, essi hanno raggiunto il loro fine, e la luce celeste illumina ora le loro menti, che qui in terra attraverso lo splendore delle cose create, ricercavano la luce immarcescibile del Creatore. Sul loro esempio noi continueremo a lavorare, nel conforto della Fede, nella speranza dei beni eterni.

Concedete, Beatissimo Padre, che prendano la parola i soci accademici per le comunicazioni scientifiche, e per le relazioni Accademiche.

All'assenso del S. P. seguirono le comunicazioni:

Il S. O. HAGEN presentò una breve Nota: *Sull'esperimento del pendolo libero, fotografato dal P. Pigot S. I.*

Il Segretario presentò dal parte del S. O. DERVIEUX una pubblicazione: *Bibliografia della S. Sindone*, e lesse il seguente relativo cenno dato dall'A.:

Fin dal 1898 in occasione della prima fotografia della S. Sindone fatta dall'avv. Secondo Pie, e poi dello studio fattone dal Dottor Paolo Vignon nel 1902, anche per suggerimento dell'Eminentissimo Card. Maffi, ebbi ad occuparmi del tema così interessante non solo dal punto di vista della pietà, ma altresì dal lato scientifico. Il mio ufficio di Bibliotecario mi ha poi permesso di mantenermi al corrente di quanto si andava pubblicando intorno alla insigne Reliquia, in modo che ora sono in grado di presentare una copiosa bibliografia sulla Sacra Sindone.

Non pretendo di aver preparato un lavoro completo, ma spero che quanto ho raccolto dimostrerà almeno l'importanza e l'interesse che l'argomento ha

destato negli studiosi, e servirà ad illustrare il prezioso deposito che conserva la cattedrale di Torino.

Il S. O. MARTINELLI presentò una Nota dell'estraneo BELLUIGI, dal titolo: *Norme per ottenere un buon rendimento termico dei variometri Schmidt.*

Il S. O. LUIGIONI presentò una sua Nota: *Secondo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo — Una nuova specie di Chrisochloa.*

Il S. O. ANILE fece la seguente comunicazione intorno a *Nuove ricerche sull'etiologia della scarlattina:*

Credo interessante riferire brevemente intorno alle più recenti ricerche sulle cause della scarlattina compiute dal nostro socio Prof. Caronia presso i laboratori della Hooper Foundation dell'Università di California.

Sull'etiologia di questa grave malattia due teorie si contendono il campo: quella sostenuta da alcuni Autori Americani che la attribuiscono ad uno speciale streptococco (lo streptococco emolitico), e quella degli Autori Italiani (Di Cristina, Caronia, Sindoni) che attribuiscono invece la malattia ad un virus filtrabile, che con speciale tecnica si riesce a coltivare, e dà allo streptococco il significato di un germe di associazione.

La teoria italiana di recente ha avuto conferma da indagini di alcuni valorosi batteriologi russi con a capo lo Zlatogoroff.

Ora il Caronia, avendo avuto l'opportunità di riprendere, dopo una lunga interruzione, il lavoro scientifico, ha cercato di approfondire i rapporti tra streptococco e virus filtrabile ed è riuscito con un nuovo procedimento tecnico a separare dallo streptococco emolitico che trovasi nella gola degli scarlattinosi, il virus filtrabile, vero agente della malattia. Egli immunizza i conigli contro un qualunque streptococco emolitico, non proveniente da scarlattinosi nel peritoneo di questi conigli, quando l'immunità è avvenuta inocula una cultura recente di streptococco emolitico proveniente da scarlattinosi. Dopo qualche ora preleva il liquido che si è raccolto nel peritoneo. In esso gli streptococchi sono quasi del tutto scomparsi per processo di lisi, mentre dal suo filtrato si può coltivare il virus di Di Cristina, che presenta tutti i caratteri del virus filtrabile isolato dagli ammalati.

L'esperienza costituisce una nuova riprova alla teoria del virus filtrabile, quale agente specifico della scarlattina, e spiega ancor meglio le ragioni dell'apparente specificità dello streptococco, confermandone il significato di germe di associazione o di sortita.

Nel campo pratico poi, secondo il nostro modo di vedere, queste nuove osservazioni scientifiche assumono grande importanza, perchè aprono la via a più razionali ed efficaci interventi per vincere del tutto questa malattia per la quale soccombono annualmente migliaia e migliaia di bambini.

Il S. O. NEVIANI presentò una sua Memoria: *Sugli organismi inferiori marini ritenuti di natura vegetale*, e pronunciò le seguenti parole:

La memoria che ho l'onore di presentare è di indole bibliografico-storico, e si riferisce agli studi di vari scienziati anche anteriori al 1800 su alcuni organismi inferiori marini, che, per secoli, furono ritenuti di natura vegetale, e, fra questi ho considerato specialmente quelli che appartengono alla classe dei briozoi. Le opere prese in esame sono del Ray Muller Statius, Rogues de Maumont, Durand, Adams e Dioscoride. Per uno studio di insieme, come il presente, ho creduto opportuno riassumere anche le pubblicazioni già da me fatte fin dal 1893 sullo stesso argomento, per presentarne così un quadro per quanto possibile completo.

Ciò mi sembra corrispondere, benchè in un campo così limitato, al bisogno di sintesi scientifica che tutti gli studiosi reclamano, ed è in conformità anche con i voti espressi recentemente dal Congresso della Storia delle Scienze a Parigi.

Il S. C. ZANON presentò una Nota intitolata: *Diatomee del Permiano e del Carbonifero*, e fece su essa la seguente comunicazione:

Ho l'onore di presentare una Nota sulle « Diatomee del Permiano e del Carbonifero ».

Una serie di ricerche che ho potuto fare su scisti e calcari del Permiano e del Carbonifero ha pienamente confermato i risultati delle mie ricerche precedenti per le Diatomee del Carbon fossile.

Il numero delle specie esistite nel Paleozoico va anzi accrescendosi con le nuove ricerche. In questo lavoro presento altre 60 specie con 18 generi

di Diatomee fossili nel Periodo Antracolitico. La maggior parte di queste sono identiche a quelle attuali, solo alcune delle specie fossili sono oggi estinte.

Nei miei preparati di scisti Permiani e Carboniferi si rinvencono anche gusci silicei di Euglinacee, già da me trovati in terreni del Miocene e dell'Oligocene e nel Trias. Siamo anche in presenza di microorganismi unicellulari che si trovano invariati fin dai più antichi periodi geologici.

Ma un altro risultato inaspettato hanno avuto le mie ricerche. In uno scisto del Carbonifero Medio favoritomi dall'On. Prof. Gortani dell'Università di Bologna e da lui raccolto sul Piccolo S. Bernardo mi fu dato rinvenire delle squame di Lepidottero. Poichè io dimostro che non è il caso di inquinamento, la scoperta non è di piccolo valore. A tutt'oggi si conoscono Lepidotteri fossili accertati, solo fino al Terziario. I creduti Lepidotteri Giurassici della Baviera furono recentemente relegati fra i Rincoti. Ma qui non siamo dianzi ad impronte di ali: abbiamo squame. E squame ben distinte per forma e scultura da quelle di altri insetti, quali i Lepismidi, i Ditteri e altri.

È meraviglioso anche il fatto della loro silicizzazione e conservazione dopo l'energico trattamento degli acidi a caldo: ciò che avrebbe certo distrutto delle squame recenti.

Confido che altri ritrovamenti verranno a suffragare questa prima scoperta, e portarci dell'altra luce sul poco che ancora sappiamo della vita in questi lontani periodi geologici.

Il S. C. HUMBERT presentò una sua Memoria: *Les fonctions de Bessel du troisième ordre*, con queste parole:

J'ai l'honneur de présenter à l'Accadémie, pour demander son insertion dans ses Mémoires, un travail sur des fonctions que j'appelle *fonctions de Bessel du troisième ordre*. De même que la série de Bessel ordinaire se rattache aux fonctions hypergéométriques biconfluentes du second ordre, les fonctions nouvelles s'expriment au moyen des fonctions hypergéométriques triconfluentes du troisième ordre. Leurs propriétés généralisent celles des fonctions de Bessel. J'indique, par exemple, une formule de fonction génératrice analogue à la formule de Schlömilch, et une expression par une intégrale double. Ces fonctions se relient aux équations aux dérivées partielles du troisième ordre que j'ai étudiées l'année dernière pour généraliser l'équation de Laplace et l'équation des ondes.

Il *Segretario* lesse la seguente comunicazione del S. C. RANZI intorno alle sue *Ricerche sulla fisiologia dell'embrione dei Cefalopodi*.

Ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati delle mie ricerche sulla fisiologia dell'embrione dei Cefalopodi.

La fisiologia delle ova in via di sviluppo e degli embrioni dei diversi animali è quasi del tutto da fare e numerose sorprese essa, indubbiamente, ancora riserva ai biologi.

Anni or sono, quando iniziai le mie ricerche in questo campo, misi in evidenza che le ciglia vibratili, di cui il corpo dell'embrione e il sacco del tuorlo di *Sepia officinalis* (la comune seppia) sono coperti, battono in maniera tale da generare una corrente del liquido perivitellino, che circonda l'embrione, per cui quello a contatto dell'involucro dell'ovo, che ha preso ossigeno dall'ambiente esterno, è spinto direttamente verso la superficie respiratoria dell'embrione.

In successive ricerche mi sono preoccupato di chiarire donde l'embrione tragga il materiale, per edificare il suo corpo ed ho posto in evidenza che l'embrione, in via di sviluppo, assorbe dall'acqua di mare ambiente acqua, per formare i suoi tessuti, e sostanze minerali, che servono più che altro a formare il suo guscio, ma che, anch'esse, sono indubbiamente necessarie per formare i tessuti del corpo dell'embrione.

In queste ricerche ho anche potuto vedere come circa un quinto della sostanza organica dell'ovo di seppia sia spesa durante lo sviluppo, in rapporto all'anidride carbonica emessa con la respirazione, al secreto versato dall'aectoderma embrionale nel liquido perivitellino e alla escrezione renale dell'embrione. Confrontando questo mio dato con la perdita di sostanza organica che si osserva nelle ova di trota. (Gray), e di rana (Fauré-Fremiet e Dragoiu), si vede che la perdita percentuale giornaliera di sostanza organica è quasi eguale in seppia e trota, dieci volte più grande in rana; fatto evidentemente in rapporto alla maniera di sviluppo differente nei due casi. Nella rana tutto il materiale dell'ovo partecipa, in ogni momento dello sviluppo, alla formazione dell'embrione, nella seppia e nella trota il sacco del tuorlo rappresenta una riserva che non partecipa direttamente allo sviluppo, nella quale, quindi, i fenomeni metabolici sono di molto minore intensità.

Il S. C. PASQUINI fece la seguente comunicazione intorno a *Nuovi risultati di esperimenti nel trapianto dell'occhio in axototi*.

Trapianti embrionali eseguiti omeoplasticamente, sia nella regione dell'otocisti, che in quella olfattoria e in quella oculare, hanno dimostrato che l'abbozzo di un organo di senso (occhio e organo olfattorio) può differenziarsi indipendentemente dai territori circconvicini manifestando una tendenza, che per l'abbozzo dell'occhio è più spiccata nella regione oculare, a fondersi con il sistema nervoso centrale.

Il trapianto della vescicola ottica nel territorio oculare, seguito dalla fusione parziale delle retine è accompagnato dallo sviluppo del nervo della retina trapiantata che può portarsi indipendentemente all'encefalo o unirsi con le fibre derivanti dalla retina normale.

L'iperplasia derivante dalla penetrazione del nervo dell'organo supplementare nei vari territori dell'encefalo può prodursi anche se questi territori provengono da tessuti dell'ospite compresi nel trapianto, e l'iperplasia si verifica tanto nel cervello anteriore, che in quello medio e posteriore.

Viene così dimostrata, più ampiamente che dai reperti noti, l'affinità che sussiste, nel differenziamento, fra organi di senso e centri nervosi in via di sviluppo.

Il S. C. NOBILE presentò i *Rendiconti scientifici della spedizione dell'Italia*, e pronunciò le seguenti parole:

Ho l'onore di presentare all'Accademia i « Rendiconti scientifici della spedizione dell' « Italia » ».

Precede una mia relazione generale sui vari problemi geografici e geofisici che furono oggetto di studio da parte della spedizione, e sulla preparazione fatta per ciascuno di essi. Questo rapporto è completato da una nota sui risultati geografici ottenuti, da un quadro contenente talune osservazioni sullo stato dei ghiacci e sulle condizioni meteorologiche fatte durante i tre voli di esplorazione, e da una breve nota su alcuni fenomeni osservati nella deriva dei ghiacci. Segue un rapporto del Prof. Malmgren contenente le osservazioni da lui compiute durante il volo alla Terra Nicola II.

La parte riguardante l'elettricità atmosferica è trattata, con quella specialissima competenza che gli è riconosciuta nel mondo scientifico, dal Prof. Behounek, membro della nostra Accademia. I risultati ottenuti in questo campo di ricerche sono veramente assai copiosi e completi, e di grande importanza per la conoscenza della fisica terrestre.

Assai importanti sono altresì i rapporti sulla preparazione, sulle esperienze preliminari, e sui risultati ottenuti nel campo delle ricerche sul magnetismo terrestre ad opera del Prof. Pontremoli. Di esse riferisce l'illustre Prof. Palazzo, anche egli membro di questa Accademia, e che è stato il primo ad occuparsi di questo genere di ricerche a bordo di aeronavi. La descrizione di alcuni strumenti, appositamente studiati e costruiti per la spedizione dal Prof. Pontremoli, è fatta dagli ingegneri Pugno-Vanoni e De Mottoni, dell'Istituto di Fisica dell'Università di Milano. Questa parte dei rendiconti è coronata da alcuni schematici rapporti del Prof. Pontremoli sulle osservazioni fatte durante le prime centottanta ore di volo, documenti preziosi che fortunatamente erano stati a me consegnati.

Nel campo della metereologia vennero fatte alla Baia del Re, durante i mesi di aprile e maggio, numerose sistematiche osservazioni, delle quali riferisce il Dr. Amedeo Nobile.

Ai rendiconti sono allegate numerose fotografie di ghiacci fatte in regioni finora sconosciute ed alcune carte geografiche della regione artica aggiornata a cura della spedizione.

I risultati geografici dei due voli di esplorazione eseguiti dall'« Italia » possono riassumersi come segue :

a) — Volo di esplorazione nella Terra Nicola II.

Nella regione conosciuta compresa tra le Spitsbergen e la Terra Francesco Giuseppe furono esplorati circa diecimila chilometri quadrati su un percorso lungo 330 chilometri. Non fu trovata nella posizione indicata dalle carte, nessuna traccia della pretesa Terra di Gillis. È da notarsi, però, per quel qualunque valore che si può attribuire a tal fatto, che a $36^{\circ} 55'$ di longitudine est ed $81^{\circ} 18'$ di latitudine nord si notò uno stormo di uccelli che provenivano dal Nord.

Nella regione sconosciuta della Terra Nicola II furono percorsi 730 chilometri, esplorando circa 20.000 chilometri quadrati di superficie. L'estremo punto orientale raggiunto fu: $91^{\circ} 40'$ di longitudine est e $79^{\circ} 16'$ di latitudine nord. Non fu vista terra; però ad 80° di latitudine nord e $84^{\circ} 30'$ di longitudine est furono scorti indizi di terra prossima.

L'esplorazione fatta, sebbene non abbia permesso di stabilire fin dove si estende verso ovest e verso nord la Terra di Nicola II, consente tuttavia di fissare gli estremi limiti occidentali ai quali la terra anzidetta può estendersi.

Questa delimitazione insieme alla probabilità che esista terra sulla posizione indicata di 80° di latitudine e 84° e 30' di longitudine, fa sorgere l'idea che la terra in questione sia probabilmente costituita da un insieme di isole.

Nel viaggio di ritorno alla Baia del Re fu sorvolata la Terra di Nord-Est, il cui interno era fino allora sconosciuto. Si constatò che mancano estesi e profondi ghiacciai. La coperta di ghiaccio su questa terra è così sottile che le rocce spessissimo ne emergono nude. Non vi è dunque ghiaccio continentale.

Sorvolando l'Isola Grossa (posta ad oriente della Terra di Nord-Est presso Capo Leigh Smith) si osservò che quest'isola dista da Capo Leigh Smith per dieci o quindici miglia, anzichè tre miglia e mezza come è indicato nelle carte.

*b) — Volo di esplorazione nella regione
fra il Polo Nord, la Groenlandia e le Spitsbergen.*

Nella regione sconosciuta compresa fra Capo Bridgmann ed il Polo fra le rotte percorse da Peary e la rotta del « Norge » furono esplorati in cifra tonda circa quarantamila chilometri. Nella regione sconosciuta compresa tra il Polo, la rotta del « Norge » e quella del « Fram » furono percorsi 220 chilometri esplorando una superficie di cinquemila e cinquecento chilometri quadrati compresa tra l'87° e l'83° parallelo. Altri quattromila cinquecento chilometri quadrati vennero esplorati su un percorso di 240 chilometri, tra l'85° e l'83° parallelo.

Nelle due zone anzidette non fu scorta traccia di terra, come anche non se ne scorsero nelle zone sconosciute attraversate a nord-est delle Spitsbergen.

Dalle osservazioni eseguite sul pack, dopo la caduta sembra potersi dedurre che le isole Foyn e Broch si trovano ad alcune miglia ad occidente della posizione indicata dalla carte.

Il S. C. GORINI presentò una sua Nota: *Sulle chimasi batteriche.*

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT fece la seguente comunicazione su *La Geologia e le Catacombe Romane.*

La ventura di avere appreso dalla viva voce — per un quarantennio — dai geologi romani tutto che riguarda la regione, l'amore al luogo nativo e soprattutto l'attraente venerazione che ispirano le Catacombe, mi ha fatto na-

scere il desiderio di riprendere lo studio del suggestivo argomento — al lume delle nuove conoscenze geologiche, — con fondata speranza di feraci risultati scientifici e tecnici.

Non anticipo conclusioni; esse legittimamente scaturiranno dallo studio particolareggiato delle necropoli romane, che — per divisione di lavoro — riunirò in gruppi, relativamente alle vie consolari, per le quali vi si accedeva.

Ho già portato a termine le osservazioni sulle Catacombe di Santa Ciriaca e di S. Ippolito, sulla Tiburtina, che ho visitato con la scorta cortese ed intelligente delle persone che le custodiscono. Non ho trascurato le nuove gallerie, la cui scoperta sarà annunciata nel prossimo fascicolo della « Rivista Archeologica » cristiana.

Pertanto è stata rilevata la carta geologica al 1:25 mila della propaggine del Campo Verano. Con i dati degli affioramenti delle rocce, insieme a quelli desunti negli ipogei e dalle terebrazioni, è stata tracciata la sezione geologica della regione, senza omettere le falde idriche sotterranee. Le catacombe della via Tiburtina perforano i tufi delle prime esplosioni vulcaniche, il cui spandimento riscattò definitivamente la regione maremmana dal dominio del mare.

Quanto prima, mi tornerà grato l'onore di presentare all'Accademia il primo contributo alla geologia delle catacombe romane.

Il Segretario DE SANCTIS presentò i seguenti lavori di Accademici

Da parte del S. O. SILVESTRI: *Forme insufficientemente, o poco conosciute del Devoniano del Carbonifero e del Permiano*. Il compilatore di questa Memoria, indotto da sue particolari ricerche paleontologiche, a riprendere in esame forme fossili diverse, ha avuto l'occasione di doversi occupare particolarmente di talune di esse ancora incompletamente note, per quanto d'interesse singolare. Ragione per cui ha ritenuto opportuno rinnovarne la illustrazione datane dagli autori che le precedettero, ma a differenza di questi, affidandola più che altro a riproduzioni fotografiche, il cui obbiettivismo, stima, possa assicurarne l'efficacia, ad onta di qualsiasi sua interpretazione erronea.

Trattasi della *Calceola scandalina* Lamarek, della *Mizzia velebitana* Schubert, della *Stolleyella velebitana* Schubert, e della *Neoschwagerina craticulifera* (Schwager); specie rispettivamente del Devoniano, del Carbonifero e del Permiano.

Da parte del S. O. GIANFRANCESCHI: due note dal titolo 1) *Sulla validità del principio di causalità nei fenomeni fisici della microstruttura*; 2) *Sui fenomeni luminosi della Grotta Azzurra*.

Da parte del S. O. NAVÁS una Memoria « *Insecta Orientalia VIII Series* ». — In questa serie si enumerano insetti Neurotteri recentemente studiati dall'A., e avuti dal Museo di Amburgo e dal P. Ignazio Sala S. I. — Alcune specie si descrivono come nuove, o vengono illustrate con qualche figura.

Da parte del S. O. BOCCARDI una Memoria *La rotazione dei satelliti*.

L'ipotesi di Giorgio Darwin, che la luna si sia staccata dalla Terra ancora allo stato plastico, e che le maree prodotte dalla Terra sul suo satellite ne abbiano, con la loro azione ritardatrice, ridotta la durata di rotazione fino a renderla eguale alla rivoluzione, fu combattuta con gravi argomenti dal matematico americano seguito poi da altri.

Poichè il Darwin aveva estesa la sua teoria a tutti i satelliti del nostro sistema e perfino ai due pianeti interni, *Mercurio* e *Venere*, lo Schiaparelli credè di poter annunziare, come risultato delle sue osservazioni, che la rotazione di Mercurio si compie in 88 giorni e quella di Venere in 225.

L'A. della presente Memoria ha già in diverse note addotti argomenti di Meccanica celeste che rendono affatto improbabile per quei due pianeti l'eguaglianza fra la rotazione e la rivoluzione; ed infatti, osservazioni accuratissime, compiute in questi ultimi anni, hanno dimostrato che la rotazione di Venere si compie in poco meno di 23 ore.

Nella presente Memoria, l'A. si occupa in modo speciale dei satelliti e, seguendo il suo metodo, di calcolare effettivamente l'ammontare della marea plastica, presenta in un quadro gli elementi che sono necessari per calcolare, per ogni satellite, l'azione frenante dovuta alla detta marea, in base a formole da lui ricavate all'uopo.

Riesce così ad assegnare i valori di questa azione e dimostra che soltanto per pochi satelliti può ammettersi che la marea abbia ridotte eguali la rotazione e la rivoluzione.

Il Segretario presentò poi i volumi pubblicati dall'Accademia Pontificia nel suo LXXXII anno di vita, e cioè il volume XII della Seconda Serie delle

Memorie, particolarmente dedicato a Sua Santità, come omaggio scientifico nella fausta occasione del Suo Giubileo Sacerdotale; tale volume contiene:

EPIGRAFE DEDICATORIA A S. S. PIO PP. XI.

G. GIANFRANCESCHI S. O. — La Chiesa e la scienza.

L. NAVÁS S. O. — Insecta Nova — Series XIII-XIV.

» » — Insecta Orientalia — Series VI-VII.

P. FADDA — Saggio critico sulla teoria dei quanti (*presentata dal S. O. Giorgi*).

S. RANZI S. C. — Embriogenesi e gradienti assiali.

B. BONACELLI — Le piante che nell'antichità ebbero il nome di Loto (*pres. dal S. O. Luigioni*).

G. DEGLI INNOCENTI — Foraminifere mioceniche di Sardegna (*pres. dal S. O. Gianfranceschi*).

V. ZANON S. C. — Diatomee della Baia del Re (con tav. fuori testo).

A. SILVESTRI S. O. — Sul modo di presentarsi delle Alveoline Eoceniche nei loro giacimenti primari.

P. PAGNINI — Il contributo di Iacopo Riccati al « Principio della conservazione dell'energia » (*pres. dal S. O. Martinelli*).

G. BOCCARDI S. O. — Considerazioni su i calcoli di approssimazione.

E. PISTOLESI S. O. — Problemi di Aerodinamica moderna (con 3 tav. fuori testo).

Il volume XIII (2ª Serie) delle *Memorie* il quale contiene il *Catalogo sinonimico e topografico dei Coleotteri d'Italia*, frutto di lungo e paziente studio di oltre trenta anni del S. O. LUIGIONI; ed infine, il volume LXXXII degli *Atti*, che contiene trentotto lavori di Soci e di estranei.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

NAVÁS, L. — *Monografía de la Familia de los Berótidos.*

— *Insectos neurópteros y afines.*

— *Neurópteros.*

— *Excursiones por la Provincia de Gerona en Julio y Agosto del 1928.*

— *Insectes du Congo Belge.*

— *Insectos neotropicos.*

— *Insectes néoroptères et voisins de Barbarie.*

— *Insectes neuroptères de Bulgarie.*

— *Rafidiópteros de la península ibérica.*

— *Insectos del Brasil.*

NEVIANI, A. — *Bibliografie di alcuni Naturalisti Italiani.*

PALAZZO, L. — *Misure magnetiche in Oltregiuba e Somalia.*

TEOFILATO, P. e SILLA, L. — *Determinazione di una famiglia di eliche di grande rendimento.*

ALFANI, G. — *Relazione delle osservazioni Solsteriali eseguite alla Meridiana del Duomo di Firenze negli anni 1927-28.*

DORE, P. — *Relazione sulla revisione della Meridiana di S. M. del Fiore in Firenze e sulla istituzione di riferimenti per future verifiche di stabilità della Cupola.*

ALFANO, G. B. — *Il Vesuvio e le sue eruzioni.*

— *Sguardo storico e scientifico alle ipotesi sulla origine delle specie.*

BARBADO, E. — *Doctrina Aristotelico Thomistica de sensu tactus cum modernis doctrinis comparata.*

— *De habitudine Psychologiae rationalis ad experimentalem.*

— *Ideas viejas y palabras nuevas.*

— *Las Ciencias auxiliares de la psicología.*

— *La psicología reaccionista.*

— *La coscienza sensitiva segun Santo Tomas.*

— *Correlaciones del entendimiento con el organismo.*

CISNEROS JIMENEZ, D. — *El lías alpino medio del S. E. de España.*

DE ANGELIS D'OSSAT, G. — *Il piano Carsico dell'Arcinazzo sui monti sublacensi.*

FAURE, G. — *Fotomicrografia.*

MARINI, L. — *Risultati di lanci di galleggianti per lo studio delle correnti superficiali del Mar Ligure eseguiti negli anni 1914, 1920-22.*

— *Sulle correnti superficiali del Mar Ligure.*

— *I Mari e le correnti marine.*

— *Preliminari per lo studio fisico del Tirreno*

— *La spedizione atlantica tedesca 1925-27 sulla « Meteor ».*

— *Lo stretto di Gibilterra e la sua importanza secondo una recente opera.*

NAVARRO-NEUMANN, S. — *Estado actual de la determinación de los epicentros.*

— *Sur quelques contributions de la géologie à la sismologie et de la sismologie à la géologie.*

TONELLI, A. — *Alcune osservazioni sulla sintassi della lingua degli Indi Bororo-Orari del Matto Grosso (Brasile).*

— *Alcune notizie sui Búere e sugli Aroettauarare « medici-Stregoni » degli Indi Bororo-Orari del Matto Grosso.*

— *Alcune statuette steatopigiche degli attuali Karaga del centro del Brasile in rapporto con le statuette steatopigiche paleolitiche e neolitiche dell'Europa.*

TULLI, A. — *Un altro contributo agli studi sulla Mummificazione degli antichi Egiziani: analisi chimica di una Mummia Vaticana.*

VITORIA, E. — *Manual de Química moderna.*

WASMANN, E. — *Die Paussiden des Baltischen Bernsteins und die Stammesgeschichte der Paussiden*

— *Bemerkungen zu G. Wellensteins « Beiträgen zur Biologie der roten Waldameise ».*

— *Ein neuer Xenocephalus aus Costarica.*

— *Zur Kenntnis der Carabidomemninen.*

— *Kritisches über Paussiden (Col.).*

— *Die Bernstein Paussiden und die Stammesgeschichte der Paussiden.*

— *Zur Kenntnis von Mimecilon und der Anpassungen der Myrmecophilen.*

— *Sittlichkeit in Kiffern.*

— *Aus dem Stammbuch eines uralten Geschelechtes.*

— *Der neueste Kampf um die Abstammungslehre.*

— *Zur Streitfrage der Ameisenmimikry.*

— *Die Arthropterus-Formen des Baltischen Bernsteins.*

— *Welche Stellung sollen wir zur Abstammungslehre einnehmen?*

— *Dorylozenum, Mimocete, Megaloscenus. (Col., Staphyl., Pygosterinae).*

— *Die Ameisenmimikry.*

— *Kritische Bemerkungen zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen.*

— *Zur Kenntnis der Gattung Fustigerodes Reitt (Col. Pselaph.).*

— *Aus dem Leben einer Ameise.*

— *Biologie und Naturphilosophie.*

— *Das Antlik Brasiliens.*

e le seguenti di estranei :

ALBERTARIO, EMILIO — *I problemi possessori relativi al Servus fugitivus.*

BEATSON TAYLOR, F. — *Notes on Diatoms.*

CAETANI, L. — *Saggio di un dizionario bio-bibliografico Italiano.*

CANDURA, G. S. — *Contributo alla conoscenza della lignola grigia nelle provviste alimentari.*

CASOTTI, M. — *La pedagogia di Raffaello Lambruschini.*

DE CHAURAND DE SAINT EUSTACH, E. — *Dichiarazione circa le formule naturali per la densità e pressione negli astri.*

— *La forma del Globo terrestre determinata dal « Calcolo astromorfo ».*

KAUL, L. — *Atomenergie und Weltallkräfte.*

MOREUX, TH. — *Les Confins de la Science et de la Foi. 2^e Tome.*

— *Le Ciel et l'Univers.*

NIEUWLAND, N.-ISCHOFFEN, M. — *La leggenda dei Franchi — Tiratori di Dinant.*

OLGIATI, F. — *Il significato storico di Leibniz.*

PACCAGNELLA — *L'istruzione musicale e la proprietà della riforma « Paccagnella ».*

PAOLONI, B. — *Sulla necessità dello studio dei fenomeni radioatmosferici.*

POGGI, I. — *Sull'opera del Clero a favore dell'agricoltura.*

— *Per il ripristino dell'Insegnamento Agronomico nelle Scuole Magistrali.*

— *Per dare all'Italia il suo pane.*

— *La Soia. Manuale pratico di coltivazione.*

— *Lettere ai contadini.*

— *Pubblicazioni agrarie.*

— *La concimazione degli alberi da frutto nella frutticoltura industriale e campagnola.*

— *Elementi di agricoltura.*

— *Le principali erbe dannose all'agricoltura.*

PROVENZAL, G. — *Cesare Bertagnini (1827-1927). Vita, opere e carteggio inedito.*

ROMAN, F. — *Sur quelques restes de Mammifères découverts par le R. P. Longinos Navás, dans les argiles pontiques de Libros (provincia de Teruel, Espagne).*

ROMANO, A. — *Della siderazione delle acque in generale ed in particolare dell'ammoniaco per siderazione nelle acque termo-minerali controllata dalla bi-elettrolisi.*

— *I condensatori elettrici naturali delle Torpedini, i loro fenomeni di scarica e di scintillamento e le loro analogie con gli apparati muscolari striati e lisci.*

— *Sopra i centri nervosi elettrici dei selacei.*

— *Per la istogenesi dei centri nervosi elettrici.*

— *A proposito di una nuova sostanza nel nucleo delle cellule nervose elettriche.*

— *Intorno alla natura ed alle ragioni del colorito giallo dei centri nervosi elettrici.*

— *Di alcune particolarità nella fina anatomia delle cellule nervose elettriche.*

— *I raggi «N-N₁» Le radiazioni del corpo umano e Dell'organo elettrico delle Torpedini.*

— *Sulla sede di origine dell'elettricità animale e sulla funzione degli organi elettrici nei plagiostomi.*

— *Osservazioni di elettrofisiologia ed elettroterapia.*

— *I limiti della ipotesi di una cataforesi elettrica organica e delle sue relazioni con la teoria degli ioni.*

— *Sopra le fibre commessurali del Proencefalo dei selacei.*

— *La luce elettrica nello studio degli organi interni.*

— *A proposito di una lettera di Alessandro Volta sopra la cura elettrica della sordità.*

— *I recenti progressi dei campi elettromagnetici e delle onde elettromagnetiche nella Biologia e nella Clinica.*

— *Sul modo di realizzare la cataforesi Termo-elettrica.*

— *Sopra una speciale cataforesi elettrica a proposito della questione per la cura elettrica dell'idrocele.*

— *Sul valore della cataforesi elettrica medicata nella terapia della ipertrofia tiroidea.*

— *Osservazioni di elettrofisiologia ed elettroterapia.*

— *Breve prospetto di una fototerapia elettrica ad alta frequenza.*

— *L'impiego dei coni fotografici ad obbiettivo periscopico in Radiologia medica*

— *Sopra i disturbi nervosi e psichici da flusso catameniale o emorroidario e del loro trattamento terapeutico e idroelettrico.*

— *Le differenti forme morbose della Patologia mentale in rapporto alla Giurisprudenza.*

— *Sulla efficacia della terapia elettro-meccanica nelle paralisi del VII paio.*

— *Ancora sulla terapia elettro-meccanica nelle paralisi del VII paio.*

— *La cura dell'aria calda jonizzata sulle sorgenti e sulle fumarole dell'isola d'Ischia.*

— *L'impianto per la elettrizzazione dei bagni termali e dei fanghi del Gurgitello.*

— *Fangature radioattive e fangature elettrizzate specialmente nel trattamento dei calli ossei esuberanti e delle artriti anchilosanti.*

— *Rivista sintetica sulla teoria degli ioni.*

— *La proflassi del vaiuolo e le sue vicende storiche.*

— *Il Fenomeno della rotazione atrofica in un demente emiplegico.*

— *L'elettroterapia applicata al trattamento dell'alimentazione mentale.*

— *Una benemerita di Guido Baccelli e la cura abortiva dell'attacco epilettico.*

— *Per la storia della Elettrologia biologica e clinica.*

— *Valore terapeutico della diatermia elettrica endogena ed esogena.*

— *Le vie ottiche ed i loro centri osservati in una demente.*

— *Sul modo di innestare il Voltmetro e il Frequenziometro in un circuito doppio continuo ed alternato per uso medico.*

— *Di alcune applicazioni del metodo radiografico nelle ricerche d'antropologia pura e criminale.*

— *Le allucinazioni veridiche nella genesi della Frenosi sensoriale.*

— *Sul significato biologico delle automutilazioni nei pazzi.*

— *Il metodo elettrico semplice e combinato nell'alimentazione forzata dei sitofobi e degli acataposici e le sue recenti modifiche.*

— *Degli effetti prodotti sull'uomo e sugli animali dalla elettricità industriale e dei possibili mezzi terapeutici nei casi d'infortunio.*

— *L'elettrobiologia e la metapsichica.*

— *Sulle modificazioni dell'eccitabilità elettrica nerveo-muscolare in un caso di lesione traumatica dell'area parietale destra.*

— *La chimica-Fisica nella elettrologia biologica e clinica.*

— *La folgorazione frankliniana e la folgorazione d'Arsonvaliana.*

— *Dati antropometrici dei Napolitani in rapporto alla loro etnografia ed origine.*

— *Cisti ematiche periauricolari ricarienti di un oto-ematoma cicatrizzato in un demente.*

— *La questione delle Corporazioni religiose e del personale laico nella assistenza alienistica ed i limiti di un regime mistico efficace nel trattamento degli alienati.*

— *Di un nuovo angolo cranico.*

— *La seconda fase del pensiero psichiatrico nel sec. XVIII a Napoli.*

— *L'influenza degli agenti fisici e climatici sulla nostalgia.*

— *I raggi X secondo le più recenti vedute ed i loro rapporti con le radioattività organiche ed inorganiche e con le reazioni biologiche.*

— *Contributo allo studio della frenosi sensoriale e del valore di alcuni medicinali nella sua terapia.*

— *Progressi e limiti della elettrobiologia pura e la sua autonomia nell'insegnamento superiore.*

— *Lo sviluppo attuale ed avvenire dell'elettrobiologia.*

— *Studio di radiologia medica.*

— *La franklinizzazione, la arsonvalizzazione e la hertzizzazione in Radiologia medica.*

— *Studio comparativo sulla reazione semiologica della elettricità statica e dinamica nelle sindromi con lesione della corteccia cerebrale.*

— *Il problema della simulazione delle psicosi e delle nevrosi castrensi.*

— *Sulla genesi degli epifonemi parossistici nella paralisi progressiva.*

— *Le dottrine alienistiche della giurisprudenza romana e le basi storiche della psichiatria forense.*

— *Sopra la sindrome paralitica generale progressiva e le sue forme.*

— *Gli elettro-traumi somatici e psichici nelle scienze biologiche e mediche.*

— *Nuovi fatti relativi agli Elettrotraumi « Le raggizzazioni ».*

— *Ulteriori ricerche sopra endo-parassiti delle cellule nervose elettriche e sopra direttive terapeutiche desunte dalla loro biologia.*

— *Luigi Galvani e il pensiero elettrobiologico dai primi albori agli attuali rapporti con l'Elettrochimica e l'Elettrotecnica.*

— *Carlo Matteucci e la seconda fase dell'Elettrobiologia in Italia.*

— *L'antica leggenda dell'antagonismo fra la scuola medica di Salerno e le Terme Puteolane nel Medio Evo.*

— *Il pensiero nosologico di G. B. Vico e un tentativo di ricostruzione del suo perduto libro vitalistico il « De Aequilibrio Corporis animantis ».*

— *Il fenomeno della sinopsia (Sinestesia).*

— *Breve studio sulla Bradidattilia podalica nei folli.*

— *Il problema dell'insenscenza del senso intimo e del dinamismo psichico negli stati mentali involutivi.*

SALARIS E. — *Di alcuni criteri per la costituzione di una sezione storica specializzata della Biblioteca della Reale Accademia d'Italia.*

Sindacato provinciale fascista Ingegneri — Bollettino Maggio, Lug. 1929.

STEVENS BLAMEY — *The identity theory.*

Consiglio Nazionale delle Ricerche — Istruzioni pratiche ad uso delle Stazioni R. I.

Ente Autonomo per l'Acquedotto Pugliese — Seconda relazione sull'attività dell'ufficio speciale irrigazione.

Illuminotecnica — Maggio-Giugno; Settembre-Ottobre 1929.

Istituto Giovanni Treccani — Enciclopedia Italiana (Specimen).

Istituto Zoologico della R.^a Università di Bologna — Ricerche faunistiche nelle Isole italiane dell'Egeo.

« L'Italia » — 1° Semestre 1929.

« Palestina e Loreto » — Anno I.^o N. 1.^o

Sindacato Provinciale Fascista Ingegneri — Bollettino Ottobre 1929.

Società delle Nazioni — Ricista Internazionale del Cinema educatore Novembre 1929.

Università Cattolica del S.^o Cuore — Guida per lo Studente.

— *Osservazioni intorno al « Progetto preliminare di un nuovo Codice di Procedura Penale (1929. A. VII).*

— *Contributo del Laboratorio di psicologia e Biologia.*

R.^a Università per Stranieri, Perugia — Bollettino 6-27 Luglio 1929.

Il Prof. DE SANCTIS, lesse una breve relazione del S. O. GIORGI sul *Concorso a premio bandito dalla Pontificia Accademia delle Scienze — Nuovi Lincei in occasione del Giubileo Sacerdotale di Sua Santità.*

Da tale relazione risulta che la Commissione ha proposto di assegnare la metà del premio al Prof. Gleb Wataghin, e suddividere l'altra metà in parti uguali tra il Prof. Straneo e il Prof. Carelli.

— Il Comitato Accademico ha ratificato il giudizio della Commissione speciale.

— La relazione della Commissione speciale sarà pubblicata successivamente in questi Atti

Il Santo Padre, con le Sue Auguste Mani, consegnò il premio ai Signori STRANEO e CARELLI.

Esaurite le comunicazioni Accademiche, il Sommo Pontefice pronunziò un discorso:

Sua Santità incominciò col dire che avrebbe data fra breve la Benedizione che il Presidente della Accademia dei Nuovi Lincei Gli aveva chiesto e che l'avrebbe data, formulando in essa tutti i sentimenti, che quell'ora così bella e così solenne aveva suggerito alla Sua mente e al Suo cuore.

Ma prima non voleva omettere la Santità Sua di mostrare e di esprimere la Sua compiacenza, le Sue congratulazioni per i belli così luminosi e sempre utili lavori che la sua Accademia Gli aveva esposti; queste congratulazioni le faceva e all'Accademia e a tutti e singoli i soci, e particolarmente a quelli che in questa stessa seduta Gli avevano fatto udire cose tanto interessanti, sia pure nei loro brevi riassunti, con una visione sia pure da un punto di vista lontano e riassuntivo, e pur tuttavia, ripetè, ugualmente interessante.

Si rallegrava il Santo Padre più concretamente per i lavori importanti dall'Accademia promossi e raccolti; importanti non tanto e non solo per la loro mole e per il loro numero, ma più ancora per la contribuzione di numerosi suoi collaboratori; perchè quando aumentano gli intelletti fra così noti e sicuri amici della scienza e della verità, la verità e la scienza non hanno che da guadagnarne, e notevolmente.

L' Augusto Pontefice si disse ad un tempo lieto e confuso che un episodio della Sua vita Sacerdotale, della Sua vita personale, quindi, abbia dato luogo anche a questi numerosi, alti e preziosi contributi alla verità e alla scienza. Disse « anche », sottolineò il Santo Padre, perchè è pur vero che da tutte le parti del mondo, stava per dire da tutti gli strati del mondo e della società, Gli eran venute in questa circostanza manifestazioni di partecipazioni al Suo Giubileo Sacerdotale; e a questo avevano partecipato gli avvenimenti stessi: il Papa lo dice, lo deve pur dire, per un senso di più alta e di più profonda riconoscenza verso la Provvidenza Divina, verso la Mano e il Cuore di Dio, i Quali pare abbiano voluto dare l'esempio a tutti, al di sopra di tutti e di gran lunga davanti a tutti, circondando questi avvenimenti di tante, così belle e alte cose, da accrescere a dismisura l'importanza e la portata del Suo Giubileo Sacerdotale.

Si affrettava a dire, però, che questa partecipazione della Sua diletta Accademia delle Scienze Egli la poneva tra le più care, le più apprezzate e le più preziose; che è tutto dire soggiunse, quando le partecipazioni erano state tante, tutte belle, tutte pregevoli e tutte apprezzate dal Cuore paterno del Padre. Tuttavia intendeva di porre e poneva questa partecipazione dell' Accademia dei Nuovi Lincei tra quelle più belle e più preziose, perchè Gli veniva dalle altissime supreme regioni dell' intelligenza e della scienza; vale a dire dalle regioni sulle quali l' intelligenza Divina Creatrice lancia i suoi raggi più luminosi e più illuminati, raggi d' infinita luce e splendore, in quanto provengono dall' Essere ch'è in se stesso la Luce. Più belle e simpatiche

riescono poi queste altezze quando, da una parte sono il riflesso della luce di Dio, e dall'altra il riflesso della luce umana, che a Dio rende il suo ossequio, così che l'intelligenza è unita alla fede. Lo diceva anche San Paolo che questo era il massimo ossequio che si poteva rendere a Dio: *Captantes omnem intelligentiam in obsequium Christi*. E di queste altezze, con senso più vero di quelle materiali del creato e delle cime materiali del mondo, si può ripetere col poeta:

Del mondo consacrò Jehova le cime.

Ecco, adunque, con quali sentimenti il Santo Padre formulava il Suo gradimento e la sua riconoscenza verso la Pontificia Accademia delle Scienze dei Nuovi Lincei e intendeva d'impartire la Benedizione che il Presidente avevā chiesta. Con questa benedizione formulava inoltre i più fidenti e sicuri auguri per sempre più bello, onorato e fecondo lavoro, per sempre più utili ricerche, ritrovati e contributi alla verità e alla scienza, pregando il Signore che questi lavori fecondi e moltiplichi, Egli che è Dio della Scienza, ch'è anzi Egli stesso la Luce e la Verità. Questi auguri indirizzava il Santo Padre di cuore e alla collettività eletta dell'Accademia, e ai suoi singoli soci.

Altri nuovi particolarissimi auguri, infine, la Santità Sua era ben lieta — e lo faceva con sorridente accento — d'indirizzare al Decano venerando del Sacro Collegio, stava per dire a questo Veterano sempre giovane. Egli era stato al mattino col Santo Padre ad una funzione solenne, ma non breve, anzi ad una delle sacre funzioni più solenni e più lunghe. Ed ora

avea voluto essere presente anche a quest'ora radiosa della verità e della scienza forse per dirci che la scienza è per la vita, anzi, senza forse, la scienza è per la vita, perchè la scienza della vita è la base di tutte le altre scienze. Il Cardinale Van-nutelli compirà domani quarant'anni di Cardinalato. Ebbene, il Santo Padre a Lui, che tante e così trionfali battaglie aveva combattuto con gli anni, poteva ben a ragione ripetere: *Ad multos annos!*

Impartiva quindi l'Apostolica Benedizione.

Sua Santità si trattenne poi qualche tempo a conversare affabilmente con i Soci, e diè loro a baciare la Mano.

Alle 17, il Santo Padre, accompagnato dalla sua Nobile Corte, lasciò la Casina Pio IV.

MEMORIE E NOTE

Gli esperimenti col Pendolo libero.

Nota del S. O. G. HAGEN S. J.

La fotografia qui mostrata ⁽¹⁾ rappresenta le oscillazioni di un pendolo libero, soggetto unicamente alla gravitazione e alla rotazione della terra. Essa fu eseguita in Australia dal P. Pigot S. J., direttore della stazione sismica a Sydney. Sotto la palla oscillante era distesa la carta fotografica sopra la quale una lampadina elettrica, fissata alla palla, tracciava le oscillazioni.

L'immagine fotografica ha il vantaggio, sopra le osservazioni ad occhio, di lasciar studiare l'effetto della rotazione diurna in due maniere, indipendenti l'una dall'altra.

1. Siccome l'amplitudine delle oscillazioni va decrescendo, a causa di diverse resistenze, si vede come la più corta ed ultima oscillazione è spostata rispetto alla prima più lunga. Si vede anche che il cambio della direzione avviene nel senso contrario a quello di un orologio.

Questa deviazione fu per la prima volta osservata nel 1661, o pochi anni prima, a Firenze dal Viviani, senza che questi potesse scoprirne la causa. Soltanto duecento anni dopo, il Foucault trovò che un'asta elastica, fissata e girata sul tornio, conservava il suo piano di vibrazione. Coll'intuizione del genio capì la legge di inerzia di tutti i movimenti. Se Foucault avesse avuto conoscenza dell'antico esperimento di Firenze, avrebbe senz'altro intuito che non era il pendolo del Viviani che girava, bensì la terra sotto il pendolo. Sostituì in seguito la terra, tornio naturale, al suo tornio artificiale, e il pendolo all'asta rigida.

L'8 Gennaio 1851, a due ore di mattina, in un sotterraneo, Foucault ebbe la soddisfazione di vedere la sua teoria verificata. Così il Foucault diede la prima prova meccanica della rotazione diurna; non solo, ma formulò anche la legge della latitudine geografica, secondo la quale la deviazione apparente

(1) La fotografia originale del P. Pigot fu mostrata all'Accademia durante il discorso.

del pendolo decresce dal polo verso l'equatore. Nella fotografia del P. Pigot vediamo ad occhio, come la carta fotografica girava, mentre il pendolo, a causa della sua inerzia, manteneva la direzione delle sue oscillazioni.

2. È ben noto che dal 1851 l'esperimento fu ripetuto in tutti i grandi edifici dell'emisfero Nord. La storia di questi esperimenti si trova raccolta, con le rispettive fonti letterarie, nel 1° volume astronomico della Specola Vaticana.

Naturalmente al Padre Secchi non poté sfuggire l'occasione. Anzi, il suo esperimento, fatto nella chiesa di S. Ignazio, mise in luce una seconda legge del pendolo libero. Era già noto al Viviani e a tutti gli sperimentatori susseguenti, che le oscillazioni del pendolo non avvenivano in un piano, bensì in curve ovali, le quali finiscono, come dice Viviani, in una « spirale ovata ». Fu però il Secchi che determinò la direzione del moto lungo ogni curva, e che provò che questa direzione è proprio quella nella quale gira la terra.

Il fenomeno, già noto al Viviani, che le curve vanno allargandosi in misura che si accorciano, fu ben interpretato dal Secchi con la legge delle arce costanti. Il punto saliente però sta in questo, che l'allargamento va sempre in direzione contraria alla deviazione apparente delle oscillazioni, cioè aumenta nel senso nel quale la terra gira. Ma questo punto rimase un mistero per parecchi anni.

Tutto questo è ben visibile nella fotografia. Le curve non hanno la figura ellittica, essendo sempre più curvate in una direzione che non nella precedente, e meno curvate che non nella seguente. Si vede nella fotografia come l'aumento della curvatura procede nel senso contrario alla deviazione apparente del pendolo, come fu constatato dal Secchi visualmente.

3. Abbiamo dunque il racconto storico di due famosi esperimenti fatti col pendolo libero, l'uno a Firenze, l'altro a Roma. Quello di Firenze mostrò non solo il senso contrario alla rotazione del suolo su cui stava l'esperimentatore, come appare da un disegno fatto dallo stesso Viviani, e riprodotto nel nostro citato volume 1° pag. 7. L'altro esperimento di Roma rivelò che la velocità laterale del pendolo va sempre nel senso in cui gira il locale.

Il primo esperimento trovò il suo Foucault soltanto duecento anni dopo. Quando sia venuto il secondo Foucault per spiegare l'altro esperimento, e chi sia questo Foucault, non si sa.

I professori delle due Università di Roma, presenti all'esperimento, cercarono invano l'origine della velocità laterale. Binet matematico francese, Airy, astronomo inglese, e lo stesso Secchi, credevano che questa velocità fosse dovuta a una perturbazione, sia nell'aria dell'ambiente, sia nella sospensione del

pendolo, sia nell'esperimento stesso. Tolta questa causa, secondo il loro parere, il pendolo avrebbe dovuto eseguire oscillazioni piane. Vana speranza.

Mancava lo scienziato che indicasse con il dito il rampino, fissato al muro, a cui è sempre legata la palla.

L'esperimentatore, quando vede la palla in apparente riposo, brucia il filo tra la palla e il rampino, ma, cosa strana, senza riflettere che il rampino deve necessariamente seguire il muro, mentre il locale gira con la terra.

In tutta la letteratura del tempo non si trova il nome dello scienziato che chiaramente abbia indicato l'origine della velocità laterale. Soltanto nove anni dopo, il celebre fisico Poncelet, nei *Comptes Rendus* (1860), indicò esplicitamente la causa fisica, senza però accennare al rampino. Nondimeno è molto probabile che questa conoscenza non fu la scoperta di uno solo, ma il risultato delle frequenti discussioni, tenute in quel tempo verbalmente e nei giornali scientifici.

4. Nella fotografia noi vediamo due diversi moti sovrapposti l'uno all'altro. Durante le oscillazioni, la carta fotografica girava con la terra, e la palla, con una velocità laterale, disegnava il moto del pendolo sferico. I due moti costituiscono due prove meccaniche della rotazione diurna, ciascuna indipendente dall'altra.

Chi desiderasse separare le due prove, non può trovare difficoltà teoriche. Bisogna ripetere l'esperimento del P. Pigot con la carta fotografica posta sopra un apparecchio di orologeria, il quale, girando in senso contrario alla rotazione diurna, mantenga la carta in stato fisso, similmente come gli strumenti equatoriali sono tenuti in direzione costante per mezzo di un orologio. La sola differenza consiste in ciò che l'orologio, posto sotto la carta, deve esser rallentato, in accordo alla legge delle latitudini geografiche.

Con tale apparecchio avremo la rotazione del suolo pura ed indisturbata, mostrata all'occhio dal movimento di orologeria. Avremo, in secondo luogo, sulla carta la proiezione del puro e vero moto sferico del pendolo.

Dall'allargamento delle curve si potrà calcolare, per mezzo della teoria del pendolo sferico, la grandezza della velocità laterale, impartita alla palla dalla terra, prima che la palla sia stata rilasciata dal rampino.

Misurando ambedue i moti, quello della orologeria e quello delle curve ovali, si potranno dedurre due valori indipendenti della rotazione diurna, comparabili con il valore dedotto dalle stelle, e finora mai ottenuti mediante l'esperimento del pendolo libero.

Sulla riproduzione sperimentale della lebbra nella scimmia

III^a Nota di G. FRANCHINI S. C.

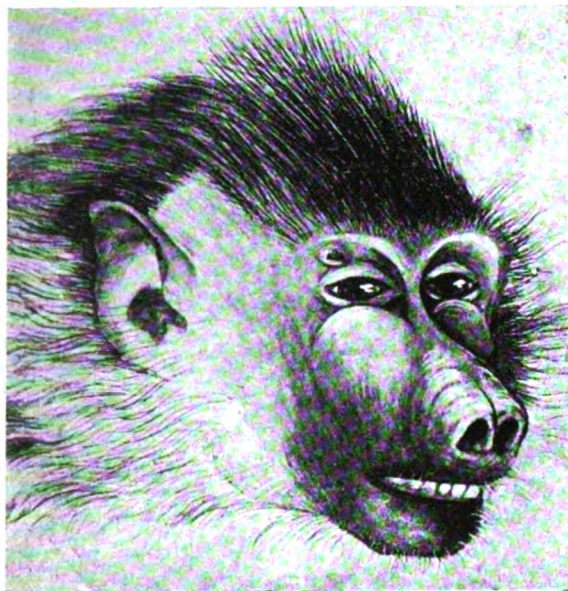
Riassunto. — L'Autore espone l'ulteriore decorso di un'infezione lebbrosa in una Scimmia inoculata oltre tre anni e mezzo fa.

L'animale è morto con grave deperimento generale, con paralisi degli arti posteriori e dopo aver mostrato l'insorgenza di un nodulo lebbroso in corrispondenza dell'antico punto di inoculazione. In tale nodulo si sono notati, all'esame microscopico, numerosi e tipici bacilli di Hansen.

Nella sessione del 18 Marzo 1928 di questa Pontificia Accademia delle Scienze dei Nuovi Lincei, ho presentato una nota sulla riproduzione sperimentale della lebbra nella scimmia.

Si trattava di un *Macacus sinicus* che, inoculato il 5 Aprile 1926 con materiale di un nodulo lebbroso ricchissimo di bacilli di Hansen, (il malato da cui fu preso il materiale è morto pochi mesi fa con manifestazioni lebbrose estesissime) all'arcata sopra ciliare destra, aveva presentato, dopo circa due mesi, in corrispondenza del luogo d'inoculazione, un nodulo che, per resistenza, colore ed altri dati rassomigliava ad una lesione cutanea lebbrosa. — Infatti l'esame microscopico della sierosità estratta previa incisione del nodulo, svelò numerosi e tipici bacilli di Hansen disposti in ammassi e più raramente isolati. — La lesione andò rapidamente cicatrizzando ed il nodulo si riassorbì in poco più di un mese. — Nei mesi successivi l'animale si mostrò perfettamente guarito dalla lesione cutanea, ma ai primi di Gennaio del 1929, e quindi 22 mesi dopo l'inoculazione, nella stessa regione sopra ciliare destra fu notata la comparsa di un'intumescenza ben netta, arrossata, che aumentò in pochi giorni fino a raggiungere il volume di un piccolo fagiuolo, abbastanza

resistente alla palpazione, di colorito rossastro. — Inciso tale nodulo, ne fuoruscì una scarsa quantità di liquido siero-ematico, nel quale furono messi in evidenza dei bacilli di Hansen. La lesione cicatrizzò poi abbastanza rapidamente e dopo un mese non rimaneva che un ispessimento cutaneo che si riassorbì in poche settimane. L'interesse del reperto era dato dal fatto che, contrariamente a quanto si ritiene dalla maggior parte degli sperimentatori, e cioè che le lesioni lebbrose sperimentali negli animali guariscano completa-



mente in un tempo relativamente breve, noi avevamo riscontrato un anno e mezzo dopo il primitivo sviluppo e nella stessa sede, delle nuove manifestazioni lebbrose di breve durata, ma più evidenti delle precedenti.

Ma ancora più interessanti sono le osservazioni che possiamo trarre dall'ulteriore decorso dell'affezione sperimentale nella nostra scimmia.

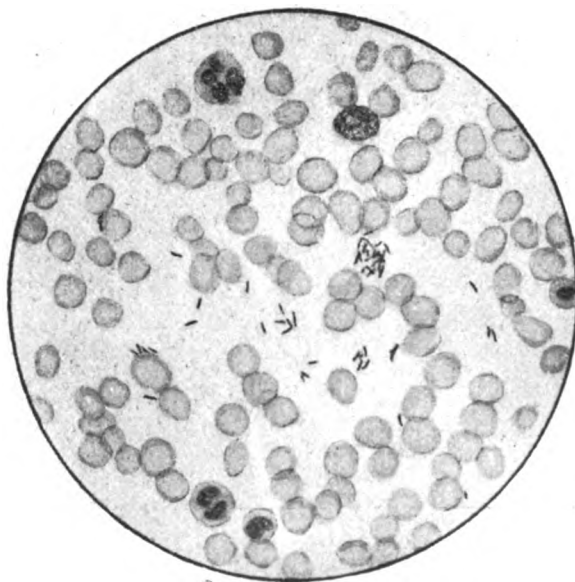
Essa infatti, guarita da questa seconda manifestazione, stette bene per oltre un anno: era vivace, mangiava con molto appetito e non dimostrava la minima alterazione del suo stato di benessere abituale. — Verso il mese di **Luglio 1929** cominciò a mostrarsi svogliata, e da tale epoca si notò un progressivo decadimento nello stato di benessere dell'animale. — Nel mese di **Agosto** si resero evidenti fatti di paresi degli arti posteriori con rapida ed

accentuata atrofia dei muscoli. Tale paresi si accentuò talmente da cambiarsi in una vera e propria paralisi.

La scimmia non poteva più arrampicarsi, nè camminare, ma era obbligata a trasportarsi sugli arti anteriori. — Anche questi cominciavano a mostrare segni di lieve paresi e di ipotrofia.

L'animale dimagrì rapidamente: era anoressico, spesso febbricitante.

Verso il 15 Novembre comparve sulla regione sopra ciliare destra, nello stesso punto che era stato sede delle precedenti manifestazioni lebbrose, un piccolo nodulo, che andò aumentando di volume, fino alle dimensioni di un pisello.



Sul nodulo si era formata una lieve crosta rosso-nerastra. Scarificato tale nodulo, nel materiale sierico-ematico che se ne estrasse, si misero in evidenza numerosi bacilli di Hansen, raggruppati in forma di pigna, ammassati in cellule lebbrose e più raramente isolati.

L'animale andò ancora più deperendo e il 7 Dicembre moriva.

All'autopsia non si riscontrarono lesioni macroscopiche che potessero spiegare la morte. Gli esami degli strisci dei diversi organi non hanno mostrato nè bacilli di Hansen nè altri germi. I polmoni erano integri: insistiamo su questo fatto, data la frequenza della tubercolosi nelle scimmie in cattività. Si sono prelevati organi e specialmente i nervi degli arti sui quali saranno

fatte minute ricerche istologiche. Tali ricerche saranno pure fatte sul nodulo escisso dall'arcata sopra ciliare destra.

Quello che per ora ci preme fare notare si è che siamo riusciti a riprodurre nella stessa sede e ad una distanza considerevole di tempo (oltre tre anni e mezzo) una lesione duratura, coi caratteri clinici del leproma ed in cui il bacillo di Hansen è rimasto latente per un lungo periodo e si è sviluppato in seguito rigogliosamente. Per di più l'animale ha presentato una sindrome nervosa, specie a carico dei nervi periferici, con deperimento generale e morte.

L'esame istologico potrà probabilmente dimostrare se tale sindrome è in rapporto con l'infezione lebbrosa. In seguito ai risultati ottenuti, possiamo però affermare di avere fatto ancora un passo avanti nella riproduzione della lebbra umana negli animali.

Sulle chimasi batteriche

Nota di COSTANTINO GORINI, S. C.

Sommario. — Una serie di ricerche che cominciai fin dal 1892 sull'azione del *Bacillus prodigiosus*, e che da allora ho continuato fino ad oggi sopra altri batteri denominati *Acido-proteoliti Gorini*, mi permettono di riassumerle nella seguente esposizione.

Nel 1892-93 ⁽¹⁾ ho dimostrato che il *Bacillus prodigiosus* genera una chimasi (enzima coagulante del latte) dotata dei seguenti caratteri:

I° di essere prodotta non solamente nel latte ma anche in substrati privi di caseina (brodo, gelatina, agar, patate)

II° di essere indipendente dal contenuto cellulare della cultura, perchè si ritrova nelle culture sterilizzate per filtrazione attraverso candela Chamberland.

III° di prodursi maggiormente a 20° C che a 37° C.

IV° di indebolirsi con l'invecchiamento della cultura, onde si dimostra indipendente dall'autolisi del batterio.

V° di essere solubile in acqua e non in alcool

VI° di agire indipendentemente dalla temperatura, però meglio a 37 — 40° C che a 20° C.

VII° di coagulare anche il latte autoclavato a 120° C. per 20 minuti

VIII° di essere termostabile a 100° C. per 15 minuti allo stato umido ⁽²⁾.

⁽¹⁾ *Rivista d'Igiene e Sanità Pubblica*, 1892, III, p. 527-1893, IV, p. 549.

⁽²⁾ JOEL G. WAHLIN in un recente lavoro (*Journal of Bacteriology*, 1928, 16, p. 355), pur citando i miei lavori che apparvero riassunti anche nell'*Hygienische Rundschau* (1893, 3, p. 229 e 381), si attribuisce la dimostrazione della chimasi nel *B. prodigiosus* coi relativi caratteri qui sopraesposti, dimostrazione che io ho già data trentasei anni or sono! Sorprendente ardimento americano!

Per i caratteri 5° e 6° la chimasi del *Prodigosus* si avvicina al presame vitellino; ma se ne differenzia per il carattere 7° e soprattutto per il carattere 8° della elevata termoresistenza, che 36 anni fa costituiva un'eccezione anche fra gli altri enzimi microbici.

Nel 1894 ⁽¹⁾ ho fatto analoghe constatazioni presso altre tre specie batteriche (*B. indicus*, *Proteus mirabilis*, *Ascobacillus citreus*), costituendo un nuovo gruppo fisiologico di batteri che chiamai *acido-presamigeni*, perchè coagulano il latte con produzione contemporanea di acidità e di chimasi. In seguito ⁽²⁾ vi ho compreso diversi batteri del formaggio, delle mammelle, dell'intestino bovino, dei foraggi, nonché numerosi batteri interessanti la medicina fra i *B. Coli*, gli stafilococchi, gli streptococchi, i *B. pyogenes*, gli enterococchi ecc. — E così sono venuto allargando questo gruppo che oggi preferisco denominare degli *Acidoproteoliti*, sia perchè la chimasi è già per sè stessa nn enzima proteolitico, sia perchè ho verificato che questi germi sono altresì capaci di ridisciogliere il coagulo, cioè di solubilizzare la caseina sempre in ambiente acido, spiegando azione pepsinica.

Il rilievo dell'azione caseolitica non riesce sempre agevole nelle culture in latte; occorrono particolari precauzioni da me indicate, relative specialmente alla qualità del latte, al modo di sua sterilizzazione, alla temperatura e durata di osservazione ecc.; inoltre, nei casi incerti, convien ricorrere alle semine in agar-latte, dove la solubilizzazione della caseina è rivelata dalla comparsa di alone chiaro attorno alle colonie. Ad ogni modo, colle opportune norme, sono riuscito a dimostrare la proprietà caseolitica anche in germi che ne sembravano e ne erano ritenuti privi, in guisa da stabilire una concomitanza costante dell'azione coagulante coll'azione solubilizzatrice sulla caseina. In ciò la chimasi batterica presenta un carattere di affinità col presame vitellino, nel quale le due azioni sono generalmente riconosciute indissolubilmente vincolate fra loro.

Un'altra associazione enzimatica che ho potuto accertare è fra il potere proteolitico sulla caseina e quello sulla gelatina. Quest'associazione è ben manifesta finchè si tratta di germi che, oltre al peptonizzare il latte, fluidificano

⁽¹⁾ *Giornale della R. Società d'Igiene*, 1894, 16, p. 5.

⁽²⁾ *Rend. R. Istituto Lombardo Sc. Lett.*, 1901, 34, p. 1279-1904, 37, p. 939-1907, 40, p. 947-1908, 41, p. 117-1922, 55, p. 415-1923, 56, p. 994-1927, 60, p. 644-1928, 61, p. 551. *Rend. R. Acc. Lincei*, 1902, 11, p. 159-1910, 19, p. 150-1911, 20, p. 284-1912, 21, p. 790-1920, 29, p. 114-1926, 3, p. 629.

la gelatina, quale è il caso del *B. Prodigiosus* e di molti altri Acidoproteoliti. Ma, come ho segnalato fra i batteri delle mammelle e del formaggio, esistono Acidoproteoliti del latte i quali non fluidificano la gelatina; in taluni casi ciò può dipendere da una insufficienza di sviluppo dei germi alle temperature piuttosto basse a cui si sogliono tenere le culture in gelatina; ma bene spesso nemmeno mantenendo le gelatino-culture alla temperatura ottima di 37-38° C. finchè il batterio abbia ben prosperato, e trasportandole poi in ghiaccio, non si riesce a sorprendere nessun indizio di peptonizzazione, imperocchè la gelatina si risolidifica tale e quale come antecedentemente alla seminagione.

Casi consimili osservai recentemente in vari ceppi acidoproteoliti di *B. Pyogenes* e di *Enterococcus*, di cui ho esaminato la chimasi ottenuta per filtrazione delle culture attraverso candela Chamberland, seguendo il metodo impiegato per il *B. Prodigiosus*. Ho trovato che le chimasi dei due germi parassiti hanno caratteri comuni colla chimasi del *Prodigiosus*, cioè: produzione anche in substrati privi di caseina, indipendenza dal contenuto cellulare, dall'autolisi o dalla temperatura; ma ne diversificano per una minore termoresistenza, venendo esse inattivate in bagnonaria già a 80° e rispettivamente a 90° C. per 15 minuti. Inoltre dette chimasi non sono prodotte nelle culture in gelatina, dove peraltro i due germi non riescono a fondere, mentre hanno manifesta azione peptonizzante sul latte. Ciò farebbe pensare che la loro attività proteolitica sia specifica per la caseina come si ammette per riguardo al presame animale; ma ho potuto scartare tale ipotesi mediante l'esperimento seguente: colle dovute norme asettiche ho versato 1 cmc. del filtrato di lattocultura di ciascun germe in provette contenenti 10 cmc. di gelatina sterile previamente liquefatta a debole calore; dopo opportuno rimescolamento, misi le provette in termostato a 37°-38° C., unitamente a provette di controllo della medesima gelatina addizionata di una ugual proporzione di latte sterile appartenente alla medesima qualità del latte impiegato per le culture; in capo a 10 ore estrassi le provette e le immerse nel ghiaccio; quivi le gelatine addizionate con latte sterile si risolidificarono completamente, mentre le gelatine addizionate coi filtrati delle lattoculture erano ancora fluide dopo 24 ore: superfluo aggiungere che agli opportuni controlli tutte le gelatine risultarono sterili. Resta così dimostrato che batteri proteolitici sul latte, pur essendo incapaci di generare enzimi proteolitici in gelatina, sono però capaci di fabbricare, in altri substrati, enzimi proteolitici anche per la gelatina; questo apparente paradosso deve dipendere dalla diversa attitudine del materiale di nutrizione, come mi riserbo di stabilire.

Per ora riallacciando le presenti colle precedenti ricerche vengo alle seguenti conclusioni :

1° Che la produzione di chimasi è abbastanza diffusa fra i batteri, sia saprofiti sia parassiti.

2° Che non esiste una sola chimasi batterica, ma ne esistono diverse.

3° Che i numerosi batteri presamigeni finora studiati presentano una costante associazione del potere coagulante col potere solubilizzante sia sulla caseina sia sulla gelatina, anche se taluno si dimostra incapace di elaborare proteasi nelle culture in gelatina.

4° Che le chimasi batteriche in parte si avvicinano al presame vitellino, in parte se ne allontanano, massime per una peculiare termoresistenza, che per talune di esse (la chimasi del *B. prodigiosus*) costituisce tuttora come trentasei anni fa un'eccezione fra gli enzimi microbici in genere.

Norme per ottenere un buon rendimento termico dei variometri magnetici Schmidt

Nota del Dott. A. BELLUIGI, presentata dal S. O. MARTINELLI

Sunto. — L'Autore esamina il problema del buon rendimento termico degli apparecchi magnetici Schmidt, in uso nelle ricerche geominerarie, per misure relative.

Divide il problema in due: determinazione del coefficiente di temperatura, e su ciò fa alcune osservazioni di utilità pratica, portando un esempio; abbassamento del coefficiente di temperatura, variando la sensibilità dell'apparecchio secondo criteri razionali, con l'applicazione di semplici formole immediatamente deducibili dalla teoria dell'apparecchio.

1. — Sono note le innumeri difficoltà che s'incontrano nelle misure geomagnetiche quando non si ha un buon rendimento termico degli strumenti di misura.

È pure noto che il buon rendimento termico, dato che esista inizialmente, non permane, e si affaccia, più spesso di quanto non si creda, il problema del buon rendimento termico.

Se il magnetometro che si adopera ha un coefficiente di temperatura (costante che moltiplicata per Δt — variazione di temperatura — dà la variazione d'influenza magnetica in gamma) molto elevato (un buon coefficiente di temperatura non deve superare $2,3\gamma/1^\circ$) l'apparecchio non può dare risultati soddisfacenti in località a deboli manifestazioni magnetiche, specie poi se la temperatura può assumere, come avviene spesso, durante il periodo di misura, ampie escursioni.

Può accadere infatti che l'ordine di grandezza dell'errore che importa la correzione di temperatura, dovuto principalmente al fatto che non si riesce mai ad avere uguali temperature tra termometro indicatore ed equipaggio mobile del magnetometro, sia superiore all'ordine di grandezza della manifestazione magnetica delle rocce che si vuol misurare.

S'impone perciò, anzitutto, il problema del controllo del coefficiente di temperatura, in laboratorio, e, soprattutto, in campagna, dove l'operatore si trova; quindi il problema del come ovviare all'alto coefficiente di temperatura, seguendo criteri razionali e non puramente empirici come s'è fatto fin adesso.

2. — Rimando a 2 brevi articoli divulgativi sul variometro magnetico Schmidt da me pubblicati nella Rivista « L'Industria Mineraria » 1927-28 per il richiamo dei simboli e di qualche deduzione analitica.

Per maggiori chiarimenti consiglio, oltre le Memorie di A. Schmidt sull'argomento, la pregevole pubblicazione di H. Heiland e P. Duckert sempre sul variometro magnetico Schmidt apparsa nel Bd. 1° della Zeit. für angewandte Geoph.

Esamino i due problemi posti: 1° quello della determinazione sperimentale del coefficiente di temperatura.

Questa determinazione richiede l'uso di 2 apparecchi, di cui uno per la misura della variazione giornaliera del magnetismo terrestre, l'altro discosto, preferibilmente in ambiente chiuso, soggetto a lento e graduale riscaldamento.

La difficoltà maggiore della determinazione sta nel fatto che può permanere una differenza di temperatura del sistema magnetico mobile e del termometro, difficoltà che, se si può riuscire ad eliminare, facendo variare lentamente la temperatura in laboratorio, dopo che l'istrumento abbia assunto, in tutte le sue parti, la temperatura ambiente, dato però che l'operatore si trova spesso in campagna, lontano dai centri dove si hanno possibilità varie per esperienze, occorre affrontare il problema della determinazione in campagna. In altri termini se non sempre l'operatore può procurarsi condizioni di sperimentazione da laboratorio, non per questo però deve desistere dalla taratura in campagna.

Do un esempio di verifica, in campagna, del coefficiente di temperatura della Bilancia magnetica Schmidt N.° 90502, effettuata il 10 dicembre 1929, mantenendo l'istrumento costantemente esposto.

La temperatura, durante le osservazioni, oscillò da un minimo di $1^{\circ},7$ ad un massimo di $4^{\circ},7$; corrispondentemente le indicazioni dell'istrumento oscillarono da un minimo di 70γ (già corretti da l'influenza di tempo) ad un massimo di 95γ .

Riporto un prospetto dove sono indicati: l'ora di osservazione, la temperatura letta, le letture fatte sul variometro, il valore di queste in γ , la correzione di tempo, le letture corrette, le variazioni di lettura magnetica corrispondenti a quelle di temperatura.

Ora	Temperatura	Lettura Est	Lettura Ovest	Lettura media	Valore in γ	Corrente di tempo	Lettura corretta	PER OGNI INTERVALLO	
								Variazione di temperatura	Variazione di Lettura
10 ⁰⁰	3.4	2.2	2.3	2.25	72	0	72	—	
10 ⁰⁵	3.0	2.4	2.5	2.45	78	0	78	— 0.4	+ 6
10 ²⁵	1.7	2.7	2.7	2.7	86	0	86	— 1.3	+ 8
10 ⁵⁵	1.7	2.8	3.1	2.95	94	—2	92	0	+ 6
11 ²⁰	2.7	2.9	2.9	2.9	93	—2	91	+ 1.0	— 1
11 ⁴⁰	4.0	2.6	2.6	2.6	83	—2	81	+ 1.3	— 10
12 ¹⁰	4.7	2.3	2.4	2.35	75	—2	73	+ 0.7	— 8
13 ³⁰	4.0	2.5	2.5	2.5	80	—3	77	— 0.7	+ 4
14 ¹⁵	3.8	2.7	2.7	2.7	86	—7	79	— 0.2	+ 2
14 ⁴⁵	4.0	3.1	3.1	3.1	99	—10	89	+ 0.2	+ 10
15 ⁰⁵	3.8	3.1	3.2	3.15	101	—13	88	— 0.2	— 1

Il calcolo del coefficiente di temperatura non si è fatto in intervalli scelti a caso, ma opportunamente scelti, e qui sta l'abilità dell'operatore che, con una scelta opportuna di intervalli, può rendere la determinazione in campagna così rigorosa come in laboratorio, determinazione quest'ultima che richiede infine varie possibilità, tempo, danaro.

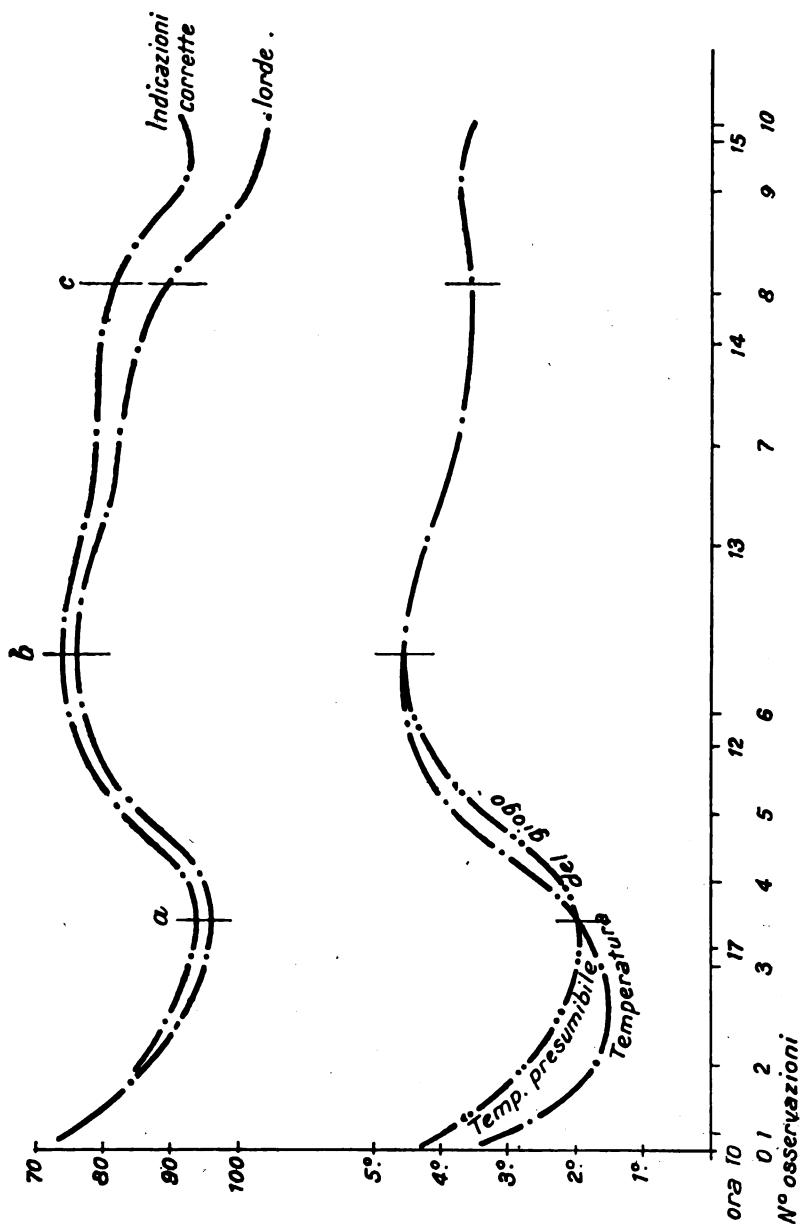
Come si vede dalla figura la valutazione del coefficiente di temperatura si è fatta: 1°) tra l'istante di lettura b (lettura minima) e quello di lettura a (lettura massima); 2°) tra l'istante b e la lettura $8-c$ considerata finale.

Tra l'istante di lettura minima b e quella massima a la temperatura del giogo fu pure minima, rispettivamente massima, coincidente con quella del termometro. La linea tratto e due punti indica l'andamento probabile della temperatura del giogo tra i 2 istanti; dopo b la variazione è lenta e si può ammettere, con sufficiente approssimazione, che la temperatura del giogo coincida con quella del termometro.

Nell'intervallo $a - b$, $\Delta T = T_a - T_b = + 2^{\circ},6$; $\Delta l = l_a - l_b = - 21 \gamma$;

$$a = \frac{\Delta l}{\Delta T} = - 8,1 \gamma / 1^{\circ}.$$

Nell'intervallo $b-c$, $T_b - T_c = -0^{\circ},9$; $\Delta l = +7\gamma$; $a = \frac{\Delta l}{\Delta T} = -7,8\gamma/1^{\circ}$;
 si deduce $a = -8\gamma/1^{\circ}$, valore molto alto che necessita abbassare.



3. Dette x_0, y_0 le coordinate del punto di rotazione del sistema-ago mobile; x', y' quelle del baricentro dello stesso sistema, posto

$$x' - x_0 = \Delta x = a ; \quad y' - y_0 = d ,$$

si tratta anzitutto di determinare a e d (l'ordine di grandezza di a e d , in un strumento di media sensibilità e delle dimensioni in uso è: $a = 0,0077$ cm. $d = 0,0072$ cm.). Poichè il giogo è costituito da tante piccole parti di dimensioni complesse, densità varia, omogeneità imperfetta, per la determinazione di a e d si procede sperimentalmente, facendo 2 letture, in una stessa posizione, assoggettando l'istrumento a 2 campi magnetici artificiali diversi

La lettura s , in un variometro Schmidt è data dalla nota relazione:

$$s = 2f \frac{2MZ + mga}{mgd} \quad (1)$$

M, m, g, d, a, f , sono costanti note. Z misura la componente verticale del campo magnetico. s varia, variando la temperatura t , e precisamente si ha:

$$s' = 2f \frac{2MZ(1 + \mu t) + mga'}{mgd'} \quad (2)$$

s' è la nuova lettura; a', d' le nuove coordinate del baricentro; μ il coefficiente di temperatura del magnete (variazione del suo momento magnetico per 1°).

Perchè l'istrumento sia termicamente compensato occorre che $s' - s = 0$ ossia posto:

$$\frac{a' - a}{t} = p; \quad \frac{d' - d}{t} = q \quad (3)$$

$$p = q = \mu \quad (4)$$

p e q sono i valori medi dei coefficienti che danno lo spostamento risultante del centro di gravità.

Si tratta dunque di conoscere p e q per stabilire, dato che la (4) non si verifica, avendo fatto prima il controllo del coefficiente di temperatura, quanto p differisce da q e da μ e variare conseguentemente la sensibilità del variometro secondo criteri razionali e non a caso, col pericolo di rovinare l'istrumento. Se, ad esempio, $a' - a = n(d' - d)$ occorre diminuire d in modo che $n(d'' - d_1) \equiv a' - a$. Il calcolo di p e q si può effettuare, facendo 2 letture $s' - s$; $s'' - s$, a due diverse temperature t_1, t_2 ; il risultato è:

$$p = \frac{\Phi_{14} \Phi_{25} - \Phi_{24} \Phi_{15}}{\Phi_3 (\Phi_{25} - \Phi_{15}) (t_1 - t_2)} \quad (5)$$

$$q = \frac{\Phi_{14} t_2 - \Phi_{24} t_1}{\Phi_{25} t_1 - \Phi_{15} t_2}$$

dove le Φ_{ij} sono grandezze subito determinabili dalle costanti strumentali :

$$\begin{aligned}\Phi_{14} &= \Delta S_1 \frac{mgd}{2f} - t_1 \cdot 2MZ\mu \\ \Phi_{24} &= \Delta S_2 \frac{mgd}{2f} - t_2 \cdot 2MZ\mu \\ \Phi_{15} &= \Delta S_1 \frac{mgd}{2f} t_1 + 2MZt_1 + mgat_1 \\ \Phi_{25} &= \Delta S_2 \frac{mgd}{2f} t_2 + 2MZt_2 + mgat_2 \\ \Phi_3 &= mga\end{aligned}\tag{5} a$$

Posto così, nel N. 1 il problema del rendimento termico di un variometro magnetico Schmidt, si è esaminato; nel N. 2, la questione della determinazione sperimentale del coefficiente di temperatura in campagna; nel N. 3 la questione di modificare il coefficiente di temperatura, variando la sensibilità dell'apparecchio, ossia le coordinate baricentriche secondo lo suggerisce i valori delle grandezze (5) posto nella relazione (4).

Leishmaniosi interna in un marinaio reduce della Cina.

Nota del Dott. MARIO GIORDANO, presentata dal S. O. ANILE

Si tratta di un giovane di a. 21: *Omiccioli Bruno* di Fano, il quale ha soggiornato a Tien-Tsin per 18 mesi.

Nulla di notevole nell'ereditarietà. Dai precedenti anamnestici risulta solo che ha sofferto di febbre tifoide sei anni fa. Recatosi in Cina nel Luglio 1928, è sbarcato a Tien-Tsin dove è stato bene per i primi mesi. Fu colto poi da febbre continua, non molto alta, per cui fu ricoverato all'Ospedale italiano di Tien-Tsin. Dalla cartella clinica risulta che fu fatta diagnosi di paratifo con sierodiagnosi positiva 1:50-1:100. La febbre è durata a lungo, a tipo continuo ed insorsero anche disturbi intestinali dissenteriformi.

Rimpatriato al principio del Novembre 1929, durante il viaggio di ritorno il paziente notò che l'addome andava aumentando di volume come se, egli afferma, qualche cosa ingrossasse nell'interno. Ritornato al paese natio (Fano), continuò a presentare febbre, a tipo intermittente, senza brividi e notevole deperimento organico.

Solamente in questi ultimi 4-5 mesi il malato si è accorto di un colorito speciale della cute del viso, non terreo ma tendente piuttosto al brunastro. È ricorso alla cura di medici, i quali sospettando la febbre malarica, hanno somministrato chinino, ma senza alcun risultato.

Il Dott. CASELLI di Fano che ebbe a visitarlo, data la provenienza del malato pensò di inviare al nostro Istituto degli strisci di sangue, con la dichiarazione di avervi notato dei parassiti « non bene identificati ». Tali strisci esaminati qui il giorno 23 Novembre mostrarono la presenza di parassiti di *Leishman-Donovan*. Tuttavia desiderando di veder il malato, esso ci fu gentilmente inviato qui all'Istituto dove potemmo visitarlo e prender il sangue periferico facendo strisci e gocce spesse. Ricontrammo così, sebbene rari, tipici parassiti di *Leishman* in alcuni mononucleati. Al momento del reperto parassitario positivo il malato era febbricitante (38°). L'esame clinico del ma-

late che qui riportiamo molto sommariamente, ci ha mostrato ingrandimento notevole della milza e del fegato e quella particolare colorazione al viso, di cui più sopra abbiamo detto. L'esame del sangue mostrò una anemia non molto spiccata a tipo secondario ed una notevole diminuzione dei globuli bianchi (5000). L'esame istologico mostrò un forte aumento dei mononucleati (70%). Negativa fu la ricerca di altri protozoi nel sangue.

Interrogato insistentemente il malato per sapere se dove era alloggiato vi erano degli ectoparassiti (pulci, cimici ecc.) egli riferisce che vi erano solo numerose zanzare. Non era stato in contatto con animali domestici (cani ecc.). Abbiamo creduto bene di rendere noto il caso non solo per l'interesse che presenta un caso di Kala-azar in adulto diagnosticato in Italia, ma anche per far presente la possibilità che nostri connazionali che si recano a Tien-Tsin possano contrarvi l'infezione.

Questi malati ritornati in Italia infetti e non riconosciuti e quindi non curati possono essere fonti di infezioni. È noto che con tutta probabilità è il flebotomo che trasmette l'infezione e tale insetto è sparso in tutta l'Italia. In tale maniera si potrebbe spiegare anche l'insorgenza di casi autoctoni in adulti come quello descritto recentemente dal Pontano in Abruzzo.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE I DEL 29 DICEMBRE 1929

	PAG.
Adunanze dell'Anno Accademico LXXXII (1929-1930) — In copertina.	
Cariche Accademiche	3
Elenco dei Presidenti	4
Elenco dei Soci	5
Accademici defunti nell'anno LXXXII	10
Elenco delle Accademie e degli Istituti Scientifici e dei Periodici	11
Accademici presenti	33
Indirizzo del Presidente a S. S.	33
Inaugurazione dell'Anno Accademico da parte del Presidente	35
HAGEN S. O. — Presentazione di una sua Nota	36
DE SANCTIS S. O. — Presentazione di una pubblicazione del S. O. Dervieux	36
MARTINELLI S. O. — Presentazione di una nota dell'Estraneo Belluigi	37
LUIGIONI S. O. — Presentazione di una sua Nota	37
ANILE S. O. — Comunicazioni su ricerche scientifiche com- piute dal S. O. Caronia	37
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Memoria	38
ZANON S. C. — Presentazione di una sua Nota	38
HUMBERT S. C. — Presentazione di una sua Memoria	39
DE SANCTIS S. O. — Lettura di una comunicazione del S. C. Ranzi	40
PASQUINI S. C. — Lettura di una sua comunicazione	40
NOBILE S. C. — Presentazione dei <i>Rendiconti scientifici della Spedizione dell' « Italia »</i>	41
GORINI S. C. — Presentazione di una sua Nota	43

	PAG.
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.— Lettura di una sua Comunicazione	43
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di lavori Accademici	44
» » — Presentazione di volumi Accademici	44
» » — Presentazione di pubblicazioni	46
» » — Lettura della Relazione del S. O. Giorgi sul Concorso a premio.	53
Discorso del S. Padre	54

MEMORIE E NOTE.

	PAG.
HAGEN S. O. — Gli Esperimenti col pendolo libero	59
FRANCHINI S. C. — Sulla riproduzione sperimentale della lebbra nella scimmia	62
GORINI S. C. — Sulle chimasi batteriche	66
BELLUIGI A. — Norme per ottenere un buon rendimento ter- mico dei variometri magnetici Schmidt . .	70
GIORDANO M. — Leishmaniosi interna in un marinaio reduce dalla Cina	76

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII
(1929-1930)

SESSIONE II DEL 19 GENNAIO 1930



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI, N. 7-9
1930

**L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE II - 19 GENNAIO 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici Presenti. — Ordinari: ANILE — GIANFRANCESCHI — GIORGI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — PASQUINI — SCATIZZI — UGOLINI.

La seduta venne aperta alle 16.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 7 luglio 1929, ed il verbale della seduta Pontificia del 29 dicembre 1929. I due verbali furono approvati.

Il *Presidente* salutò il nuovo Socio Corrispondente BARBADO.

Il S. O. MARTINELLI commemorò il defunto S. C. Prof. Ludovico MARINI. Si associarono il *Presidente* ed il *Segretario*.

Il *Presidente* GIANFRANCESCHI consegnò i manoscritti delle sue due Note: *I fenomeni luminosi della Grotta Azzurra. — Il principio di causalità nei fenomeni della microstruttura*, presentate nella seduta del 29 dicembre 1929, ed espose i concetti in esse contenuti.

Sulla comunicazione Gianfranceschi intorno alla seconda Nota, ebbe luogo una discussione, cui, oltre l'A., presero parte i Soci Giorgi, Hagen, Scatizzi.

Il S. O. HAGEN presentò una Nota del S. C. GRAFF: *Sul periodo della stella variabile W. Delphini.*

Presentò, inoltre, un Memoria dell'estraneo Dott. Jos. HOPMANN, Astronomo dell'Osservatorio di Bonn, e Professore di Astronomia nella Università della stessa città.

Il lavoro ha per titolo: *Sull'Ammasso stellare globulare M 92 nella costellazione di Hercules.* Le fotografie fatte a Bonn dal Prof. Küstner, furono misurate del Prof. Hopmann, e da lui furono eseguiti i calcoli. Risultato del lavoro è un catalogo di più di mille stelle.

Infine, il P. Hagen presentò in omaggio le seguenti pubblicazioni:

SCHEEL KARL — *Zeitschrift für Physik.*

HOPMANN, J. — *Kurze übersicht über die kosmischen lichtquellen.*

— *Die experimentelle prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie.*

— *Die astronomischen Instrumente und Beobachtungsmethoden.*

Il S. O. TEOFILATO presentò in omaggio due sue pubblicazioni: *Il treno aereo.* — *Sui propulsori elicoidali.*

Il S. O. PALAZZO presentò in omaggio due sue pubblicazioni: *Proprietà e condizioni delle Rocce Magnetiche, studiate in sito ed in laboratorio.* — *Il P. Camillo Melzi d'Eril. Necrologio.*

Il S. C. EMANUELLI presentò in omaggio una copia delle sue *Tavole di trasformazione delle coordinate equatoriali in coordinate galattiche*, riferite al Polo $12^h 44^m, + 26^\circ.8$. (*Pubblicaz. della Specola Vaticana, XIV*).

L'idea di riferire le posizioni stellari al piano galattico nacque con i lavori di Guglielmo Herschel sulla struttura dell'Universo. Nelle *Phil. Trans.* del 1785, questo grande astronomo metteva in rilievo l'esistenza e l'importanza di quel piano, e ne determinava approssimativamente il Polo, convalidando così, con l'esperienza, le intuizioni filosofiche di Kant. Gli studi ulteriori di Giovanni Herschel e di Federico Struve confermarono tali vedute, così che, al principio del XIX secolo, era una conoscenza posta fuori dubbio che il nostro sistema stellare ammetteva un piano principale, il quale passava per la linea mediana della Via Lattea.

Prima che si ponesse in rilievo l'importanza di utilizzare questo piano come piano di riferimento delle posizioni stellari, trascorsero tuttavia parecchi anni: l'evidenza si impose quando con i lavori del Seeliger prima, e del

Kapteyn dopo, si ripresero le ricerche sull'Astronomia siderale iniziate da W. Herschel, e proseguite da J. Herschel e F. Struve. E, conseguentemente, si presentò la necessità di disporre di prontuari, o di abbachi per trasportare le posizioni delle stelle dal piano equatoriale al piano galattico. E si ebbero così i grafici di H. Seeliger, di P. Stroobant, di H. Nort, di J. A. Peane e S. N. Hill, le carte galattiche di O. Seydl, e le tavole di J. C. Kapteyn, di A. Searle, di O. R. Walkey, di R. T. A. Innes, A. Pannekoek, J. Plassmann, C. V. L. Charlier.

Nel corso di alcune ricerche di Astronomia siderale delle quali parlammo in questa Accademia nella seduta del 15 Marzo 1925, *Atti* (1924-1925) 78, avemmo occasione di constatare come nessuna delle tavole e dei grafici allora esistenti permetteva la trasformazione delle coordinate α , δ , in l , b in maniera comoda e facile. Questo nostro apprezzamento fu condiviso, alcuni anni dopo, dalla *International Astronomical Union*, la quale nel Congresso tenuto a Leyda nel 1928, emise il voto che fossero quanto prima a disposizione degli astronomi delle tavole di trasformazione delle coordinate equatoriali in coordinate galattiche. Un anno dopo, il voto era realizzato con la pubblicazione delle presenti tavole, al cui calcolo si attendeva da nove anni. Esse danno i valori di l , b , per ogni 10^m di AR da 0^h a 24^h , e per ogni grado di D da $+90^\circ$ a -90° . Delle piccole tabelle, in basso ad ogni pagina, permettono l'interpolazione a memoria.

Le tavole sono basate sulla posizione del Polo galattico determinato da Newcomb, il quale differisce di $0^\circ.7$ dalla posizione media dei poli galattici determinati da Argelander, Heis, Gould e Kobold, e di $0^\circ.5$ dal polo di Heis.

Nella Prefazione (pp. XII e XIII) si trova un elenco delle varie determinazioni del Polo galattico, dalle prime di W. Herschel, a quelle più recenti.

Ci sia lecito sperare che le presenti tavole possano tornare utili agli astronomi nelle ricerche sull'Universo siderale.

Il S. C. PASQUINI presentò in omaggio le seguenti pubblicazioni:

PASQUINI, P.-DELLA MONICA, A. — *Rigenerazione del Cristallino nelle larve di anfibi anuri.*

PASQUINI, P. e MELDOLESI, G. — *Ricerche sulla radiosensibilità nello sviluppo delle ova d'Anfibi.*

PASQUINI, P. e REVERBERI, G. — *Studi sulla determinazione nello sviluppo degli Anfibi.*

MONTALENTI, G. — *Sull'allevamento di termiti senza i protozoi dell'ampolla cecale.*

— *Sull'ipoderma e il tessuto adiposo nei neutri delle termiti.*

— *Osservazioni sulle terminazioni delle trachee e dei nervi nella fibra muscolare degli Artropodi.*

— *Il secondo centenario di Lazzaro Spallanzani.*

REVERBERI, G. — *Risultati di esperimenti sullo sviluppo dell'occhio nell'embrione di pollo.*

— *Agli albori della biologia sperimentale. Lazzaro Spallanzani 1729-1929.*

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT, G. presentò una sua Nota: *Sulla presenza dell'Alios nella zona litoranea romana.*

Presentò, inoltre, in omaggio le seguenti sue pubblicazioni: *Le Carte agro-geologiche e la classificazione delle terre agrarie.*

— *La cartografia del suolo.*

— *Storia geologica della campagna Romana. I^a Parte.*

— » » » » » II^a »

— *I marmi di Roma antica: Marmor phengite.*

— *La costituzione geologica del sottosuolo di Roma: Collis hortorum ed Amnis Petroniae.*

— *Ancora sul nuovo affioramento di lava nella Tenuta Lazzaria (Territorio di Velletri).*

— *Karte der landwirtschaftlichen Böden Italiens.*

Il Segretario DE SANCTIS presentò in omaggio le seguenti pubblicazioni di un Socio:

JIMENEZ DE CISNEROS, D. S. C. — *Las Terrazas del Cuaternario marino del Cabo de Santa Pola.*

— *Los Terrenos secundarios comprendidos entre el Argos y el Quipar.*

e le seguenti di estranei:

BONDIOLI, P. — *L'Università Cattolica in Italia, dalle origini al 1929.*

CERETI, C. — *La Tutela giuridica degli interessi internazionali.*

PROFILI, M. — *Sunto di Biochimica fisiologica. Immunologia, guarigioni spontanee.*

Indice della Stampa — Bollettini Quotidiani. Anno I, N. 1.

Sindacato Provinciale Fascista Ingegneri — Bollettino, 1929. Fasc. XI e XII.

Società Editrice Internazionale — Bollettino bibliografico. Dec. 1929.

Il Segretario comunicò che il Comitato, valendosi delle facoltà concesse dal Corpo Accademico, ha approvato la pubblicazione dei seguenti lavori di estranei :

DENIZOT: *Sopra una relazione fra il calore specifico e la temperatura*, presentato dal S. O. HAGEN nella seduta del 7 luglio 1929.

TIRELLI: *Colorazione vitale del Condrioma e del Lacunoma nelle cellule intestinali di Bombyx Mori*, presentato dal S. O. ANILE nella seduta del 7 luglio 1929.

DE FINETTI: *Caratteristica di una omografia vettoriale*, presentato dal S. O. GIORGI.

PLATONE: *Nuovi tipi di equazioni integrali di grado infinito*, presentato dal S. O. GIORGI.

LUSCIA: *Contributo allo studio delle macchine elettrostatiche; Macchina elettrostatica a cilindro*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

DE FINETTI: *Studio di omografie vettoriali in relazione alle radici di $I_n(a - x)$* , presentato dal S. O. GIORGI.

BELLUIGI: *Norme per ottenere un buon rendimento dei variometri Schmidt*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

GIORDANO: *Leishmaniosi interna in un marinaio reduce dalla Cina*, presentato dal S. O. ANILE.

Il Segretario partecipò che hanno inviato lettera di ringraziamento per la loro nomina a Soci Corrispondenti il Prof. MARINI, ed il P. BARBADO.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, approvò vari cambi di pubblicazioni, con il *Tromso Museum*, la *Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas* di La Plata, la *Real Academia de Ciencias y Artes* di Barcellona, il Periodico *Lotos* di Praga.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di un nuovo Socio Corrispondente.

La seduta venne tolta alle 17.30.

Nel fascicolo degli Atti della Sessione del 29 dicembre 1929 furono omesse le seguenti comunicazioni:

Il S. O. LOMBARDI pronunciò le seguenti parole sull' *Opera scientifica delle Missioni Cattoliche in Estremo Oriente*.

Durante un viaggio recente in Estremo Oriente, compiuto per incarico del R. Governo Italiano, ebbi occasione di visitare parecchie Missioni Cattoliche, e taluna delle loro scuole e istituti scientifici. Alla commozione profonda, per l'opera sacrosanta di apostolato, che i Missionari vi compiono con mirabile zelo, vi è accoppiata la più grande meraviglia e ammirazione per quella scientifica, che in taluna di esse si svolge col maggiore entusiasmo, vincendo non poche difficoltà, e rendendo servizi preziosi, onde Persone ed Istituti sono meritamente circondati da parte delle Autorità politiche ed amministrative, della più alta considerazione.

Primeggia fra questi l'Osservatorio di Zi-ka-wei presso Shanghai, diretto dal Rev. Padre Gherzi della Compagnia di Gesù, ove si compiono da molti anni nel campo meteorologico e geodinamico ricerche del più grande interesse, che assumono per la classe dei naviganti enorme importanza, in quanto sono intese a fornire gli elementi più sicuri per i traffici marittimi. È noto quanto questo osservatorio si sia reso benemerito per lo studio e la segnalazione dei tifoni che costituiscono un sì tremendo pericolo per la navigazione ne' mari dell'estremo oriente.

Dai mari di levante, che ne avevano il triste privilegio, il pericolo dei tifoni può oggi considerarsi in massima parte eliminato, mercè l'opera altamente meritoria dei due Osservatori di Zi-ka-wei nella Cina, e di Manilla nelle Filippine. In questi centri di studio la fiaccola della scienza arde in mirabile connubio con quella della fede, rischiarendo di nuova luce le vie della Civiltà.

Il Padre P. E. Gherzi mi ha rimesso, non senza emozione, taluni degli Atlanti dei tifoni da lui pubblicati recentemente e altri suoi contributi scientifici, perchè ne facessi omaggio a questa accademia, ed io adempio l'incarico con tanto maggiore compiacimento, in quanto, più della mia voce disadorna, mi sembra la sua voce illuminata e degna di risuonare in questa solenne assemblea, ove i Membri privilegiati sentono di avere il consenso spirituale di tutti gli Scienziati del mondo cattolico, nel tributare a Sua Santità, per la chiusura dell'Anno Giubilare, i sensi della loro filiale e riverente devozione.

Il S. C. FRANCHINI presentò una sua Nota: *Sulla riproduzione sperimentale della lebbra nella Scimmia*; comunicò quindi una Nota dell'estraneo GORDANO, presentata dal S. O. ANILE, ed intitolata: *Leishmaniosi interna in un marinaio reduce dalla Cina*.

MEMORIE E NOTE

Ludovico Marini Socio corr.

G. MARTINELLI, Socio Ord.

Nella seduta inaugurale del decorso dicembre il nostro presidente ricordò, tra le perdite incontrate nel passato anno della nostra Accademia, quella del Prof. Ludovico Marini.

Lo avevamo eletto alla unanimità nostro Socio corrispondente nella seduta del 19 maggio 1929, ma l'aggravarsi di una terribile malattia, manifestatasi fin dal precedente ottobre, non gli permise di intervenire alla seduta del luglio. In un breve periodo di stasi del male esprimeva ad alcuni di noi la sua commossa soddisfazione per la desiderata ed avvenuta nomina e ne scriveva in termini nobilissimi al nostro segretario. Si augurava di essere presente alla seduta pontificia, ma ciò non gli fu concesso, chè dopo un ultimo dolorosissimo periodo del male rendeva a Dio la sua anima il 6 ottobre 1929.

Nato a Roma il 25 agosto 1871 e laureatosi in fisica nel nostro ateneo nel dicembre del 1894, dopo pochi anni di assistentato nell'Istituto fisico dell'Università, iniziò il suo insegnamento per la fisica nei licei ed istituti regi a Roma, Acireale, Catania, Messina, ed in quest'ultima città fu quasi miracolosamente salvo con la sua famiglia dalla terribile catastrofe del 28 dicembre 1908.

Ottenuto per concorso il posto di Capo dei servizi meteorologici e geofisici nell'Istituto Idrografico della R. Marina in Genova e poco dopo la libera docenza in fisica terrestre, svolse, corsi assai lodati di oceanografia e di meteorologia nell'Ateneo genovese.

Nel 1921 lasciò, per ragioni di famiglia, l'Istituto Idrografico, tornò nei R. Licei ed Istituti e tenne corsi di oceanografia nell'Università di Napoli e di Roma.

La molteplice e continua attività didattica, che spesso allontanava studiosi valorosissimi dalla indagine scientifica, non impedì al nostro socio di occuparsi ininterrottamente e con passione di studi e ricerche originali, sacrificando ad esse il riposo, che gli sarebbe stato necessario dopo le lunghe ore di insegnamento.

Numerose sono state le sue pubblicazioni.

Le prime in ordine di tempo riguardano ricerche sperimentali sui fenomeni di diffusione nelle soluzioni, sulle perturbazioni prodotte dalla corrente della rete tramviaria negli apparecchi magnetici, e sui danni che possono portare le correnti vaganti alle condutture del sottosuolo. Le azioni di quelle correnti preoccupavano allora molto gli istituti scientifici e le aziende industriali ed il primo ad eseguire indagini sperimentali sull'argomento in Italia fu il Marini.

Ben prestò però si orientò verso i problemi della Geofisica, con ricerche di climatologia, meteorologia e soprattutto di oceanografia, trattando tali argomenti, non suscettibili in generale per loro natura della precisione che comportano le ricerche fisiche, con una scrupolosità di indagine e di metodo non diversa da quella adoperata nei suoi primi lavori di laboratorio.

In una serie di note pubblicate nel bollettino della Società Meteorologica Italiana studiò il clima delle principali città costiere dell'Adriatico, ed il clima di Corfù illustrò in una nota pubblicata nel volume IX delle nostre Memorie.

Nel campo della meteorologia si hanno di lui contributi notevoli sia per la parte istrumentale, con esperienze sugli evaporimetri e sugli anemometri, sia per la parte, che chiamerei di sintesi, circa il regime dei venti nell'Adriatico, dell'umidità sui due versanti della Penisola, e sui tipi di tempo in relazione alle distribuzioni isobariche nel bacino adriatico.

Ove però il Prof. Marini raggiunse una competenza universalmente riconosciutagli fu negli studi oceanografici. Nell'estate 1906 si recò a Bergen (Norvegia) per seguirvi un corso di Oceanografia. Nel 1918 la Reale Accademia dei Lincei gli assegnò il premio Carpi per la Geofisica e pochi mesi prima della sua morte, nel maggio decorso, la R. Università di Roma dava a lui l'incarico di rappresentarla al congresso Oceanografico di Siviglia.

Iniziò i suoi studi di talassologia, a bordo di una torpediniera, nel 1902 con ricerche sulla densità e temperatura del mare lungo le coste orientali della Sicilia, e non si esagera dicendo che da allora sino alla morte il suo ideale fu di contribuire con tutte le sue forze alla conoscenza scientifica dei nostri mari.

L'argomento che più appassionò il nostro amico fu lo studio delle correnti marine, e di notevoli importanze è la serie dei lavori che riguardano ricerche sulle correnti lungo le Coste Sicule, nello stretto di Messina e nel Mare Ligure, ricerche eseguite parte di sua iniziativa, parte per incarico affidatogli dal R. Comitato talassografico.

La sua vasta conoscenza degli apparecchi di misura, marcografi, areometri, manometri semplici o differenziali adoperati in Italia ed all'estero, gli permise

accurate disamine critiche, teoriche e sperimentali, di tali strumenti, per i quali spesso propose razionali ed utili modificazioni.

Non vi è alcun capitolo della fisica e della meteorologia del mare che egli non abbia studiato o che per lo meno non abbia illustrato nelle sue pubblicazioni, ed articoli e monografie apparse su riviste italiane e straniere circa l'indirizzo generale degli studi talassografici o sul modo di studiare particolari problemi dimostrano quanto egli fosse versato in questo ramo della geofisica, che ha fra noi, purtroppo, rari cultori.

Negli ultimi mesi di vita quando comprese che le sue condizioni di salute non gli avrebbero permesso più la fatica dell'insegnamento si proponeva di dedicare la sua attività ad organizzare in modo razionale le osservazioni meteorologiche sul mare, e l'ultimo suo lavoro, pubblicato nel decorso giugno, è una minuziosa e accurata relazione al Direttore del R. Ufficio Centrale di meteorologia e geofisica sulla trattazione dei temi di meteorologia marittima, nelle riunioni meteorologiche e geofisiche internazionali tenute dopo la guerra. Ne corresse le bozze nei previ periodi di sosta del suo terribile male, aiutato amorevolmente dai suoi figliuoli.

Delle spiccate attitudini didattiche del nostro amico ci sono testimonianza non solo il concorde giudizio di quanti gli furono alunni e la stima in cui lo ebbero le autorità scolastiche, che gli affidarono più volte delicati incarichi ispettivi, ma soprattutto alcuni suoi lavori tra i quali sono da ricordare un « Manuale per le osservazioni meteorologiche a mare », ed un « Trattato di meteorologia e oceanografia ». Quest'ultimo ancora inedito fu da lui composto allo scopo di prendere parte ad un concorso bandito dal Ministero della Marina per un libro di testo da adottarsi negli istituti nautici.

La commissione, pur riconoscendone i pregi, giudicò il trattato del Prof. Marini troppo esteso ai fini del concorso e non credette opportuno darlo alle stampe. A me però piace ricordare ora il lusinghiero giudizio espressomi su quell'opera, dopo la morte del nostro collega, da uno dei commissari, socio di questa Accademia, il quale, pure riconoscendo la soverchia estensione del lavoro, avrebbe voluto ne fosse stata deliberata la pubblicazione tenuto conto dei meriti intrinseci della trattazione, completa in ogni sua parte e veramente meritevole di encomio per una esposizione piana non disgiunta da esattezza e rigore scientifico.

Il largo contributo portato dal nostro compianto collega alla scienza, e che io ad onorarne la memoria ho voluto brevemente ricordare, era certo a

molti di voi ben noto, ma ciò che quanti fra noi non ebbero con lui consuetudine di amicizia forse ignorano è la bontà dell'uomo.

Lavoratore instancabile per provvedere al largo benessere dei suoi, cercava riposo solo nella quiete del suo studio o di una biblioteca.

Giovane studente, insegnante, padre di famiglia, improntò sempre la sua vita ad una rigida moralità, che non conobbe mai transazioni innanzi al dovere.

Nel lavoro, nelle difficoltà, nei dolori era direi quasi caratteristica una sua imperturbabile serenità di animo, che trovava alimento nella profondità della sua fede religiosa, e che era in lui una simpatica forma di cristiana rassegnazione.

I misteriosi disegni della Provvidenza Divina non hanno permesso alla nostra Accademia di potersi giovare dell'opera del compianto collega, ma rimane a noi la soddisfazione di averne, chiamandolo fra noi, riconosciuto i meriti e le benemerenze, che col suo geniale e coscienzioso lavoro si era conquistato nel campo scientifico.

Elenco delle pubblicazioni del Prof. L. Marini S. C.

1. — Coefficiente di diffusione del cloruro di sodio a diverse concentrazioni. (Rend. R. Acc. Lincei, Vol. IV, 2° sem., ser. 5ª, fasc. 7).
2. — Perturbazioni prodotte dai Tramways elettrici sugli aghi magnetici. (L'Elettricista, Roma, 1899).
3. — Protezione degli Istituti scientifici dalle perturbazioni dei Tramways elettrici. (c. s.).
4. — Cancellazione del Banco « Smith » dalle carte. (Boll. Soc. Geog. Ital., 1899, fasc. II).
5. — Correnti vaganti nel sottosuolo di Roma. (L'Elettricista, Roma, 1900).
6. — Effetti dannosi prodotti dalle correnti delle Tramvie elettriche. (Riv. di fis. mat. e sc. nat., Pavia, 1901).
7. — Osservatorio Meteorologico « Pennisi », Acireale, — Osservazioni dei mesi marzo, aprile, maggio e giugno 1902. (Acireale, Tip. Donzuso, 1902).
8. — Densità e temperatura del mare tra S. Tecla e Capo Molini. (Boll. Soc. Geogr. Ital., 1902, fasc. XI).
9. — Lo studio della Talassologia in Italia. (Atti del V Congr. Geogr. Ital., Napoli, 1904).
10. — Intorno al metodo per lo studio della Talassologia. (c. s.).
[On the Method of studying Thalassology. (The Geograph. Journal, London, Febr. 1905).
Traduz. del n. 10].
11. — Riassunto delle osservazioni meteorologiche eseguite nell'osservatorio « Pennisi » in Acireale negli anni 1882-1897. (R. Acc. degli Zelanti in Acireale, Mem. classe Sc., 3ª serie, Vol. 4º, 1904-05).

12. — Associazione internazionale per l'esplorazione del mare. (Boll. Soc. Geogr. Ital., 1905, fasc. VIII).
13. — Il mareografo d'alto mare del comandante Mensing. — Metodi per la misura della pressione a profondità nel mare. — Stazioni talassologiche autoregistratrici complete. (Riv. marittima, dicembre 1905).
14. — Contributo allo studio della misura dell'evaporazione. (R. Acc. degli Zelanti in Acireale. Mem. classe Sc., 3ª serie, vol. 4º, 1905-06).
15. — Osservazioni preliminari sulle condizioni fisiche delle acque dello Stretto di Messina. (R. Acc. Pelorit., Resoc., 11 dic. 1906).
16. — Per lo studio della Talassologia in Italia. — Storia di un voto del V Congresso Geografico-Italiano. (Riv. Geogr. Ital., 1906, fasc. X).
17. — Confronto degli areometri ad immersione parziale e ad immersione totale per la misura della densità dell'acqua di mare. (Rend. R. Acc. Lincei. Vol. XVI, 1º sem., serie 5ª, fasc. 5º).
18. — Intorno agli areometri per la misura della densità dell'acqua di mare. (Riv. di fis. mat. e sc. nat., Pavia, 1907).
19. — Lo sviluppo, lo stato attuale e gli odierni problemi della Talassologia. (Boll. Soc. Geogr. Ital., 1907, fasc. IV).
20. — Ancora sulle correnti dello Stretto di Messina. (R. Acc. Pelorit., Resoc., marzo 1907).
21. — Ancora intorno all'apparecchio per la misura della pressione e profondità del mare. (Riv. marittima, aprile 1907).
22. — Osservazioni preliminari sulle condizioni fisiche delle acque dello Stretto di Messina. (c. s.).
23. — Importanza dello studio scientifico dei mari italiani. (VI Congr. Geogr. Ital., Venezia, 1907).
24. — Per le osservazioni meteorologiche e talassologiche a bordo delle navi. (Riv. Geogr. Ital., 1907, fasc. IV-V).
25. — Osservazioni sullo stato dell'atmosfera e del mare nello stretto di Messina. (R. Acc. Pelorit., Resoc., aprile-giugno 1907).
26. — Lo studio della Laguna Veneta. (Riv. Geogr. Ital., 1908, fasc. I).
27. — La sezione internazionale d'oceanografia delle pesche marittime e dei prodotti del mare nella esposizione coloniale francese di Marsiglia del 1906 e l'attività della Francia nel campo oceanografico. (c. s., 1908, fasc. V).
28. — Sulle correnti della costa orientale della Sicilia. (c. s., 1909, fasc. III).
29. — Intorno alle basi per lo studio della circolazione marina. (Atti R. Acc. Pelorit., Vol. XXIII, fasc. I).
30. — Osservazioni talassologiche fatte nello Stretto di Messina durante l'anno 1908. (Mem. geogr. supplemento alla Riv. Geogr. Ital., n. 10, 1909).
31. — Quelques considérations sur le programme pour l'exploration internationale de l'Océan Atlantique et de la Méditerranée. (Bull. de l'Inst. Oceanograph., n. 143, 1909).
32. — Lo sviluppo storico della Meteorologia e della Talassologia. Loro oggetto indirizzo e metodo di ricerca. (Boll. Soc. Geogr. Ital., 1910, fasc. VII).
33. — Le correnti dello Stretto di Messina e la distribuzione del « Plankton » in esso. (Riv. mens. di Pesca e di Idrobiologia, Anno V, n. 2).

34. — Il mareografo Favé. (Riv. marittima, 1911, fasc. 5).
35. — The Royal Italian thalassographic Committee. (Sonderabdruck aus « International Revue » der gesamten Hydrobiol. und Hydrograph., Leipzig, 1911).
36. — Le ricerche talassografiche nell'Adriatico (Riv. marittima, dicembre 1911).
[The Italian and Austrian thalassological researches in the Adriatic Sea. (Sonderabdruck aus « International Revue » der gesamten Hydrobiol. und Hydrograph., Leipzig, 1912).
Traduz. del n. 36].
37. — La seconda crociera della Najade. (Riv. marittima, marzo 1912).
38. — Manuale per le osservazioni meteorologiche a mare. (R. Comit. Talass. Ital., Memoria IV, 1912).
39. — Il servizio meteorologico sulle navi mercantili. Relazione intorno alla sua costituzione ed al suo funzionamento pel semestre Luglio-Dicembre 1912. (Annali Idrograf., Vol. 9°, 1913-14).
40. — I progressi e le condizioni attuali della meteorologia marittima. (Riv. marittima, novembre 1913).
41. — Relazione dell'Istituto Idrografico della R. Marina per il ristabilimento del mareografo a Genova. (Boll. R. Comit. Talass. Ital., 1913, n. 26).
42. — Il cifrario internazionale per i telegrammi meteorologici. (Boll. Soc. Meteor. Ital. 1914).
43. — Metodo semplice e rapido per il disegno e deduzioni dei risultati dei lanci di palloni piloti. (Boll. R. Comit. Talass. Ital., 1914, n. 28).
44. — Carte di pressione e venti per il bacino mediterraneo. (Annali Idrograf., Vol. 9°, 1913-14).
45. — Lanci di galleggianti per lo studio delle correnti superficiali del Mar Ligustico eseguiti nel 1913. (Boll. R. Comit. Talass. Ital., 1914, n. 29-30).
46. — L'Anemografo « Steffens-Marini ». (Annali Idrograf., Vol. 9°, 1913-14).
47. — Istruzioni per le osservazioni meteorologiche nei semafori. (Ist. Idrograf. R. Marina, Genova, 1918).
48. — Il posto della meteorologia tra le scienze. Prolusione al corso libero di meteorologia nell'Ateneo Genovese. (Boll. Soc. Meteor. Ital., 1920).
49. — Problemi talassologici e meteorologici del Mediterraneo e contributo italiano allo studio di questo mare. (Atti VIII Congr. Geogr. Ital., Firenze, Aprile 1921).
50. — Gli osservatori meteorologici dell'Istituto Idrografico della R. Marina. (Boll. Munic. di Genova, sett. 1921).
51. — Note climatiche per le principali città costiere dell'Adriatico. (Boll. Soc. Meteor. Ital., n. 7-9, 1921; n. 1-3, 7-8, 1922; n. 10-12, 1923; n. 1-3, 4-6, 10-12, 1924; 7-9, 1925; 7-9, 1926; 1-3, 4-6, 10-12, 1927; 7-9, 1928).
52. — I venti dell'Adriatico. (Riv. marittima, ottobre 1921).
53. — Intorno al tipo di anemografo da adottarsi negli osservatori meteorologici italiani. (La Meteorol. pratica, 1923, n. 3).
54. — L'umidità relativa lungo le coste adriatiche confrontata con quella della costa tirrenica della penisola italiana. (Rend. R. Acc. Lincei, Vol. XXXII, serie 5ª, 1° sem., fasc. 9).
55. — La nuvolosità sull'Adriatico. (c. s., fasc. 12).
56. — Le nebbie nell'Adriatico. (Riv. marittima, sett. 1923).

- 57. — I principali tipi di tempo dell'Adriatico. (Riv. marittima, nov. dic, 1924).
- 58. — Risultati dei lanci di palloni piloti eseguiti nell'osservatorio dell'Istituto idrografico della R. Marina in Genova durante l'anno 1913. (Memorie R. Uff. Centr. di Meteorol. e Geof., Vol. I, serie terza).
- 59. — I risultati delle osservazioni di vento alle quote superiori in relazione alle correnti generali dell'atmosfera e alle dipendenze dalle disposizioni bariche. (La Meteorol. pratica, 1925, n. 4).
- 60. — La meteorologia marittima alla 2^a assemblea generale dell'Unione Geodetica e Geofisica internazionale, Madrid, Ottobre 1924. (c. s. 1925, n. 5-6).
- 61. — Note climatiche su Corfù. (Mem. Pont. Acc. delle Scienze N. Lincei, serie Sec. Vol. IX).
- 62. — Il mare e l'atmosfera d'Italia. (Vita nova, Bologna, marzo 1927).
- 63. — Risultati dei lanci di galleggianti per lo studio delle correnti superficiali del Mar Ligure eseguiti negli anni 1914, 1920-22 (Atti Soc. Ligustica di Sc. e Lett., Genova, Vol. VI fasc. III).
- 64. — Preliminari per lo studio fisico del Tirreno. (Boll. R. Soc. Geogr. Ital., 1927, fasc. 11-12).
- 65. — I mari e le correnti marine. — Questioni di nomenclatura. (Riv. Geogr. Ital., 1928, fasc. III, IV-V).
- 66. — Sulle correnti superficiali del Mar Ligure. (La Geografia, 1928, n. 1-4).
- 67. — La spedizione atlantica tedesca 1925-27 sulla « Meteor » (Riv. di fis. mat. e sc. nat., Vol. 3^o (2^a serie), marzo-maggio 1929).
- 68. — La meteorologia marittima nelle riunioni meteorologiche e geofisiche internazionali dopo la guerra. Relazione al Direttore del R. Ufficio centrale di Meteorologia e Geofisica. (Supplem. alla « Riv. di Cult. marinara », giugno 1929).

RECENSIONI

- 69. — B. Helland Hansen und F. Nansen. Il mare norvegese e la sua oceanografia fisica studiata in base alle ricerche norvegesi dal 1900 al 1904 (Boll. R. Comit. Talass. Ital., 1911, n. 9).
 - 70. — Risultati talassografici della spedizione del Michael Sars nell'atlantico settentrionale durante il 1910. (Boll. R. Comit. Talass. Ital. 1911, n. 11).
 - 71. — Some recent publications concerning the Oceanography of the Mediterranean Sea. (Sonderabdruck aus « International Revue » der gesamten Hydrobiol. und Hydrograph., Leipzig, 1911).
 - 72. — G. Marinelli. La meteorologia e la unificazione delle rotte transatlantiche. (La meteorol. pratica, 1926, n. 2).
 - 73. — Lo Stretto di Gibilterra e la sua importanza secondo una recente opera. (La Geografia, 1928, n. 5-6).
-

I fenomeni luminosi della Grotta azzurra

Nota di G. GIANFRANCESCHI, S. O.

Sommario. — Vengono esaminati i tre fenomeni luminosi più importanti e che finora non erano stati integralmente esaminati dai Fisici.

Sui fenomeni luminosi della grotta azzurra di Capri esiste una copiosa letteratura di carattere artistico e romantico, ma di studi scientifici degni di nota non esistono, a mia saputa, che una memoria del Marchese Ruffo, presentata alla R. Accademia delle Scienze di Napoli nel 1836, e una memoria del Melloni, presentata alla stessa Accademia nel 1846, e riprodotta nelle Memorie della Società Italiana delle Scienze, e negli Arch. des sc. phys. et nat. dello stesso anno. Ma nè l'una nè l'altra mi sembrano esaurienti.

I fenomeni luminosi più importanti che si possono osservare nella grotta sono di tre specie: una luminosità azzurra in tutta la grotta, una visibilità luminosa dei corpi immersi nell'acqua, una luce azzurra che apparisce dove l'acqua è in movimento.

La grotta, come è noto, è una cavità esistente nella roccia calcarea che forma il monte di Anacapri, per metà immersa nell'acqua marina. Lo specchio d'acqua ha una penetrazione di circa 54 metri, una larghezza di circa 30, una profondità di 16 m., e la volta rocciosa raggiunge nel punto più alto i 15 metri. Si accede alla grotta attraverso una piccola finestra semiaerea, ma verso il mare esterno si apre nella roccia una larga finestra tutta subacquea a destra della piccola finestra che serve di ingresso.

In queste condizioni la maggior parte della luce che penetra nella grotta è quella che attraversa l'apertura subacquea e che giunge quindi nell'interno solo indirettamente. È dunque luce penetrata per diffrazione, e perciò intensamente azzurra. La quantità di luce che potrebbe giungere nell'interno della grotta riflessa dal fondo esterno del mare è certamente in quantità trascurabile.

La luce diffratta che penetra nella grotta attraverso la finestra subacquea giunge alla superficie dell'acqua sotto un angolo di incidenza maggiore del-

l'angolo limite per quasi tutto lo specchio d'acqua, quindi la maggior quantità di quella luce resta imprigionata nell'acqua.

E ciò spiega il secondo fenomeno, perchè evidentemente i corpi immersi nell'acqua vengono esposti a tutta la luce che passa per la finestra subacquea. Spesso questa luce trova sulla superficie dei corpi immersi uno strato di aria o di vapore, e allora si verificano dei fenomeni di riflessione totale che danno ai corpi immersi contorni di viva lucentezza metallica.

Finalmente il terzo fenomeno che suole essere trascurato da altri osservatori consiste in una luminosità che si desta dovunque si formano delle onde, e nel contorno superficiale dei corpi immersi. Ciò è dovuto evidentemente al fatto che la falda dell'onda che sta verso l'osservatore si presenta ai raggi luminosi che vengono dall'interno sotto un angolo più vicino all'angolo retto e quindi l'incidenza di questi raggi è minore dell'angolo limite, e perciò vengono ad emergere. In questo modo, anzi, dalla falda di onda che sta verso l'osservatore vengono ad emergere tanto i raggi che giungono dalla finestra subacquea, quanto quelli che sono stati riflessi totalmente dall'altra falda.

Questo fenomeno è quello che dà più degli altri un aspetto così fantastico alla grotta.

Il principio di causalità nei fenomeni della microstruttura

Nota di G. GIANFRANCESCHI, S. O.

Sommario. — Il principio di causalità, che nella fisica si può esprimere come determinismo fisico e costituisce il postulato fondamentale di tutta la fisica, non viene infirmato dai risultati fin qui raggiunti nello studio dei fenomeni della microstruttura, per le incertezze tanto di fatto che di metodo che esistono in questo campo.

I risultati conseguiti dalla meccanica quantistica hanno dimostrato che allo stato attuale delle cose non è possibile prevedere integralmente lo svolgimento di un fenomeno della microstruttura, ma soltanto assegnare la probabilità di un determinato svolgimento dei fatti; in altri termini noi non sappiamo determinare i fenomeni che seguiranno ad un determinato stato iniziale di cose, in un sistema assegnato.

Ciò ha condotto alcuni fisici ad asserire che nei fatti fisici non esiste un determinismo assoluto, ed alcuni hanno perfino asserito che nei fenomeni della microstruttura non vale il principio di causalità.

Mi propongo in questa nota di precisare il significato del principio di causalità tanto nella forma che è data dai filosofi come in quella che sogliono dare i fisici, e quali sono le conseguenze legittime delle attuali teorie.

Il principio di causalità in filosofia afferma che ogni effetto deve avere una causa proporzionata, intendendo per effetto tutto ciò che è contingente, ossia che non ha in sè stesso ragione sufficiente di esistere. I filosofi distinguono varie specie di cause, causa efficiente, causa finale, causa formale, causa materiale, ma ciò che viene in considerazione nel caso nostro è soltanto la causa efficiente, ossia quella che con la sua azione fisica e reale determina la produzione di qualche cosa che prima non esisteva. È dunque un vero influsso che essa esercita sulla produzione di qualche cosa, una azione che termina nella verifica di un fatto nuovo.

In fisica l'azione di una causa agente è un fenomeno che può avere come risultato la produzione di un ente che prima non esisteva. Ma in ogni produ-

zione di un nuovo ente, nei fenomeni naturali, si richiede oltre la causa agente anche la preesistenza di qualche cosa che si trasforma. In altri termini l'attività delle cause agenti nella fisica si riduce ad una modificazione che può essere solo accidentale o anche sostanziale, secondo che il fenomeno che si produce è solo fenomeno fisico, od anche fenomeno chimico.

Il principio di causalità richiede che ogni fenomeno abbia una causa sufficiente. Ma spesso la causa di un fenomeno può essere multipla, ossia perchè un fenomeno si verifichi devono contemporaneamente agire più cause, o almeno verificarsi alcune determinate condizioni che spesso non sono solo pure condizioni ma hanno una vera azione efficiente.

Così per es. si può dire che la scintilla elettrica che si fa scoccare in un miscuglio di idrogeno e di ossigeno è la causa della formazione di vapor acqueo. Ma perchè il fenomeno si compia devono intervenire le forze di affinità tra i due elementi che si combinano.

Le scienze fisiche hanno dimostrato che in tutti questi fenomeni si devono verificare due principi fondamentali: il principio della *conservazione della materia*, il principio della *conservazione della energia*, ma l'uno e l'altro si intendono valere in sistemi isolati, ossia non si possono applicare se non tenendo conto di tutti gli elementi che intervengono e di tutti gli elementi che vi influiscono. Alcuni potranno dire che il principio della conservazione della materia non deve più ritenersi come valido dopo le recenti scoperte della fisica, ma ritengo che i nuovi fatti non danno in realtà il diritto di abbandonare quel principio. Ho già avuto altra volta occasione di parlare di questo.

Ciò che importa qui rilevare è che nel giudicare sull'origine della materia e della energia che si manifestano in ciascun fenomeno si tenga realmente conto di tutti gli elementi che possono avere influito in esso, senza questo i due principi fondamentali si troverebbero facilmente in deficienza.

Nella fisica macroscopica si possono immaginare quanti casi si vuole di false conseguenze nel dar ragione di alcuni fenomeni. Una molla potente può essere tenuta costretta da una sufficiente fune; un colpo di forbici che tagliasse la fune mette in libertà tutta l'energia potenziale immagazzinata nella molla, e sarebbe ben grossolano l'errore di chi volesse ricercare nel colpo di forbici l'energia che si è sviluppata dalla molla. L'errore sarebbe analogo a quello di chi attribuisse l'energia sviluppata da una locomotrice al lavoro fatto dal macchinista quando ha aperto la comunicazione del vapore tra la caldaia e il cilindro.

In fisica il principio di causalità costituisce un postulato fondamentale. Il

fisico infatti studia i fenomeni per assegnarne le leggi, e la prima condizione necessaria è che le leggi esistano. È dunque postulato fondamentale per il fisico la costanza delle leggi della natura. La giustificazione di questo postulato si trova nella esperienza quotidiana della vita comune, non in un valore semplicemente aprioristico del suo contenuto.

Ora il principio della costanza delle leggi fisiche equivale ad un enunciato del principio di causalità in senso discendente, cioè da causa ad effetto. Si suole infatti enunciare così: gli stessi corpi posti nelle stesse circostanze agiscono sempre nello stesso modo, e quindi producono sempre lo stesso effetto. In forma analitica lo stesso principio si enuncia dicendo che: assegnate le condizioni iniziali di un sistema risultano univocamente determinate le condizioni del sistema in un istante successivo determinato. Naturalmente nell'assegnare le condizioni iniziali si intende che debbono esser note tutte le coordinate tanto di spazio che di azione, e non solo negli elementi agenti, ma anche in quelli che ricevono l'azione e che in qualunque modo vi partecipano. Bisogna anche avvertire che nell'allontanarsi del sistema dalle condizioni iniziali dello spazio-tempo potrebbero intervenire modificazioni che devono essere successivamente incluse nelle condizioni del problema perchè si possa univocamente determinare le condizioni in un istante qualunque t .

Questa possibilità è ciò che oggi suol chiamarsi *il determinismo fisico*.

Nei fenomeni della macrostruttura non è mai stata negata la validità di questo principio. Assegnate le condizioni del sistema si sa con certezza che cosa avverrà nell'istante successivo. Non esiste nessun caso in cui si manifesti una qualche libertà del sistema di agire in un senso o in un altro.

E se talvolta nei fenomeni noti vediamo prodursi un effetto che non prevedevamo siamo persuasi che ciò è dovuto a qualche circostanza che ci è sfuggita.

Nei fenomeni della microstruttura questa determinazione sembra non esistere più. Le teorie di cui disponiamo non ci danno lo stato del sistema in un istante successivo a quello da cui siamo partiti, ma solo la probabilità che il sistema venga a trovarsi in un determinato stato. Così se lo stato di un sistema in un determinato istante è rappresentato da un punto nello spazio ad n dimensioni, essendo n tutte le coordinate che definiscono completamente il sistema, noi non riusciamo a determinare il punto dello spazio rappresentativo che corrisponderà al sistema in un istante successivo $t' > t$, ma al più possiamo assegnare una certa casella di quello spazio in cui il punto verrà a trovarsi, e calcolare la probabilità che esso venga a trovarsi in una deter-

minata casella. Questa casella nella teoria quantistica ha sempre un volume finito.

Questa attuale impossibilità è prodotta da un duplice fonte di incertezza: una incertezza di fatto, una incertezza di metodo.

L'incertezza di fatto consiste nella incapacità in cui ci troviamo di conoscere integralmente il sistema di corpi e di forze che studiamo, in altri termini l'incapacità di assegnare integralmente le condizioni iniziali tanto nel sistema agente, quanto in quello che patisce l'azione.

L'incertezza di metodo consiste in ciò che i processi delle teorie di cui attualmente disponiamo non ci danno che dei risultati approssimativi, o al più dei risultati statistici. Ma questa natura di indeterminatezza che esiste nei nostri metodi teorici è per ora richiesta dalla indeterminatezza che esiste nelle misure delle grandezze che intervengono nei fenomeni che studiamo.

Fisicamente le incertezze che esistono nella determinazione delle condizioni iniziali del sistema sono alla loro volta di due specie: la prima consiste nelle difficoltà implicite alla misura di grandezze straordinariamente piccole, per cui la precisione non può giungere oltre ad un certo limite; la seconda nel fatto che i mezzi di cui dobbiamo servirci per le osservazioni e per le misure richieste introducono esse stesse una perturbazione di cui non sappiamo misurare l'intensità.

Basta anche solo pensare alle difficoltà che si incontrano nella misura della distanza tra due corpuscoli visibili nel campo di un potente microscopio, con l'incertezza dei punti di riferimento nel contorno dei corpuscoli, e con la mobilità dei corpuscoli provocata anche soltanto dal calore della sorgente luminosa o dalla presenza dell'osservatore, e con i fenomeni di diffrazione nei contorni dei corpuscoli.

Questa incertezza di fatto giustifica l'altra di metodo perchè sarebbe illusorio richiedere una teoria di precisione da applicare su elementi incerti; ossia giustifica l'introduzione di una teoria quantico-statistica, come le difficoltà del riferimento nei problemi del moto giustifica l'introduzione delle teorie relativistiche. Possiamo anzi dire che lo strumento analitico che ora si adopera è proporzionato alle condizioni in cui siamo di indeterminatezza delle grandezze e delle circostanze dei fenomeni.

Per questa duplice incertezza di fatto e di metodo, lo stato attuale delle cose nello studio dei fenomeni della microstruttura non ci permette di determinare in modo univoco lo stato di un sistema in un istante t successivo a

quello in cui lo abbiamo studiato. Ma da quanto si è detto risulta che questa impossibilità è una conseguenza necessaria delle condizioni in cui ci troviamo.

Se dunque il principio del determinismo fisico è richiesto da deduzioni precedenti e più generali, i risultati delle attuali teorie non possono infirmarlo.

E quel principio è di fatto fondato sul principio di causalità, che è dimostrato tanto nell'ordine metafisico quanto nell'ordine fisico. In particolare nell'ordine fisico esso è confermato per induzione in tutti i fenomeni della macrostruttura, e per extrapolazione legittima, anche nella microstruttura.

I fatti nuovi non portano in ciò nessun contributo nè prò nè contro il principio, neppure nel senso che essi assegnino il limite della validità di esso.

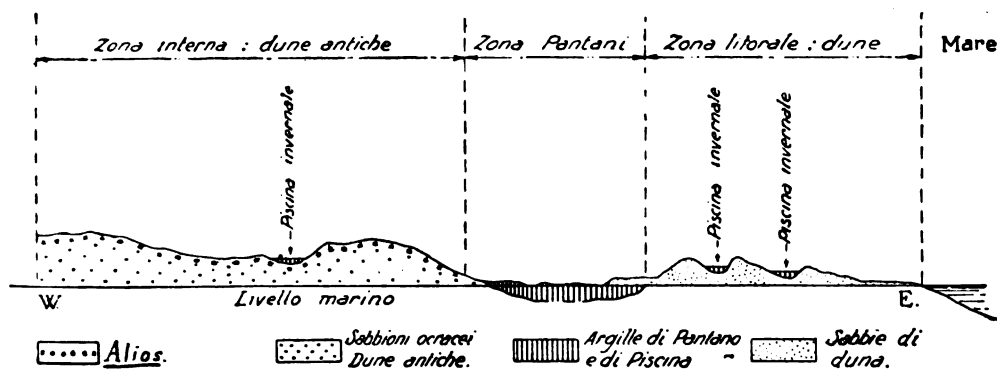
E con la validità del principio fondamentale resta tuttora legittima la ricostruzione ideale dei fenomeni che non riusciamo ad afferrare nella loro integrità, ossia la ricostruzione dei modelli e di ipotesi teoriche che permettano lo studio completo dei fenomeni della microstruttura secondo i principi fondamentali già conquistati dalla scienza.

Sulla presenza dell'*Alios* nella zona litoranea romana

Nota di G. DE ANGELIS D'OSSAT S. C.

Sommario. — La presenza dell'*Alios* nella zona litoranea romana. — Definizione dell'*Alios*. — Caratteristiche fisico-meccaniche, chimiche e litologiche delle rocce con *Alios*. — Svolgimento del fenomeno e della genesi dell'*Alios*. — Differenziazione dell'*Alios* dal *ferro delle praterie*, dalla *crosta delle dune*, dalla *crosta pugliese*, dall'*Hardpan*, dall'indurimento per mezzo biologico e dal *cappellaccio romano*. — Rimedi per impedire la formazione dell'*Alios*.

Segnalo la presenza dell'*Alios*, dai tedeschi del nord chiamato *Ortstein*, nella regione sabbiosa che forma il primo gradino continentale del Romano e specialmente a sinistra del delta Tiberino. Nella parte interna e più elevata



Sezione geologica della T. Castel Fusano.

della Tenuta di Castel Fusano, il proprietario, principe F. Chigi, ha riscontrato la continuazione dell'*Alios* per una ben larga superficie. Sono sicuro che dopo la presente segnalazione l'area di questa formazione si allargherà nell'Italia media ed altrove. Riporto intanto una sezione geologica attraverso il litorale, a sinistra del Tevere, per fissare nettamente l'ubicazione dell'infausta formazione.

L'*Alios* è uno strato di arenaria, generalmente spesso da m. 0,10 — 0,50, di colore bruno-scuro, che si forma ad una profondità fra m. 0,50 — 1,00,

nelle sabbie silicee che rimangono cementate da sostanza organica e limonitica, discesa dallo strato superficiale e sovrastante. Lo strato d'arenaria, con la sua compattezza, talvolta notevole, e con la sua impermeabilità, soventi quasi assoluta, impedisce l'approfondimento delle radici ed ostacola la discesa delle pluviali e l'ascesa delle benefiche correnti idriche che rimontano nel terreno, per capillarità, nella stagione asciutta, con gravissimo danno della vegetazione. Nè vale l'ingente lavoro che richiede la rimozione o la spezzettatura dello strato indurito, dacchè, permanendo le cause genetiche, lentamente si riforma. Fortunatamente però la Scienza del Suolo ha tanto affinato le sue conoscenze da poter indicare con sicurezza, a seconda delle circostanze, le vie per riportare vittoria sull'ostacolo tanto funesto all'agricoltura.

Non descrivo minutamente il terreno con *Alios*, essendo esso già illustrato da una memoria, eseguita nel Laboratorio che prima dirigevo a Perugia (*La Tenuta di Castel Fusano nel delta Tiberino*. S. Scipioni, 1927). Sarà sufficiente, nel caso presente, ricordare del terreno solo alcune delle caratteristiche fondamentali.

Le terre sono sabbiose e, con tutta probabilità, furono accumulate in dune dall'azione eolica predominante sull'antica spiaggia marina. Esse non sono coltivate, ma scarsamente rivestite da un bosco cespuglioso, nel quale spesseggiano le seguenti essenze legnose: *Quercus robur*, *pedunculata*, *suber*, *ilex*; *Carpinus orientalis*; *Ulmus campestris*; *Cistus salvifolius*, ecc. Nel magro prato, secondo la stagione umida o secca, si alternano, quasi con esclusione completa, le leguminose alle graminacee, con l'associazione di piante infestanti.

L'analisi meccanica di ben 22 campioni, prelevati nella zona con *Alios* fu eseguita con i vagli di Wahnschaffe e solo tre di questi furono sottoposti al levigatore Nöbel. Le ricerche della costituzione fisico-meccanica, sui tre elementi che la costituiscono, furono condotte col metodo delicato e preciso indicato dallo Schlösing. Le risultanze della complessa analisi hanno stabilito che

— le terre sono sabbiose, fatta eccezione di rari grumi consistenti e di qualche rara ghiaietta, ed i rispettivi granelli sottili e di calibro svariato. Minima risultò la parte che attraversa i fori di 1/8 di mm. di diametro, non superando mai il 2 %.

— Una sana interpretazione dei risultati, solo apparentemente contrari, assicura che la porzione argilliforme è limitatissima.

— Manca assolutamente il calcare.

L'esame microscopico delle sabbie ha riconosciuto la presenza costante degli stessi elementi mineralogici, i quali, nei diversi campioni sottoposti ad esame, differiscono di poco per quantità relativa e per dimensioni. In ordine di frequenza predominano sopra tutti i granuli, neri ed opachi, ferruginosi, segue il quarzo, la silice piromaca, l'augite con la caratteristica dentellatura per alterazione, piccole lamine di mica profondamente alterata, ecc.

Il riconoscimento della presenza e della quantità degli altri tre elementi chimici indispensabili alla vita vegetale, essendo risultato assente il Ca., ha assicurato un discreto quantitativo di P^2O^5 , scarsità di K^2O e di azoto.

Poichè presentemente si conferisce molta importanza alla reazione del terreno, per mezzo dell'indagine della concentrazione idrogenonica, fra i diversi metodi fu prescelto quello colorimetrico del Wherry. Con questo le 22 terre così si dividono:

N.° 15 a reazione *neutrale* ($pH = 7,0$; $W = 1$)

» 3 a reazione *minimo-subalcalina* ($pH = 8,0$; $W = 10$)

» 2 a reazione *subalcalina* ($pH = 8,5$, $W = 30$).

Costantemente, l'analisi chimica della sostanza cementante dell'*Aljos* scopre la presenza di composti organici, idrossido di ferro ed umato dello stesso metallo e per questo motivo l'*Ortstein* si ascrive fra le rocce umiche. La delicata spiegazione della genesi dell'*Aljos*, attraverso gli studi di molti scienziati che la indagarono, può sinteticamente riportarsi alle seguenti condizioni ed alla successione dei fatti che si espongono. Le soluzioni colloidali umiche sciolgono energicamente i composti del ferro, tanto che impoveriscono le sabbie, con quasi totale dilavamento, riducendole a sabbie pallide (*Bleichsand*). Gli idrosols umici scendendo nel terreno coagulano e ridepongono gli sciolti composti di ferro; ciò avviene per l'incontro con gli elettroliti presenti nello strato non sottoposto al dilavamento superficiale. Tale azione, in un certo modo, può considerarsi antagonistica a quella ossidante ed idrolitica della superficie, per la quale il ferro è ceduto al terreno allo stato d'idrossido ferrico, colloidale ed insolubile.

La vegetazione erbacea, che nella stagione umida prospera relativamente sulle sabbie, testimonia che l'alterazione dell'augite è energica, poichè quasi solo questo minerale fornisce l'indispensabile elemento biociclico, il Ca. Frattanto il medesimo composto cede i residui ferruginosi, contenendo l'augite laziale notevole quantità di ferro ed in gran parte ossidato al minimo. L'analisi

a Zambonini ha dato: $\text{Fe}^2 \text{O}^3$, 1,71 % e Fe O , 10,02 %. L'esame microscopico ha verificato minutamente l'alterazione atmosferica superficiale, consistente nell'ossidazione dei composti ferrosi e nell'idrolisi dei sali ferrici formati, con separazione di ossido ferrico nelle nostre condizioni ambientali quasi totalmente idrato. Per quanto più lenta, ma pur evidente al microscopio, si svolge l'idrolisi dei silicati alluminici, come feldspati e miche; quest'ultime pur provviste di ferro allo stato ferroso. La tenue quantità di sostanza organica richiesta non difetta e quindi, nella stagione umida, possono discendere gl'idrosols umici, trasportando i composti di ferro disciolti. Coll'incontro degli elettroliti dello strato profondo avviene la coagulazione e l'arrivo della sostanza autigena, che cementa l'allotigena, formando l'*Alios*. Il fenomeno può essere favorito dall'ostacolo che oppongono alla discesa idrica gli strati profondi per essere essi meno permeabili, a causa della maggiore costipazione che ne diminuisce la porosità.

Che nella formazione dell'*Alios* siano in gioco sostanze colloidali allo stato di sol rimane confermato dal Bonjean E., il quale trovò le acque, in relazione con tale arenaria, torbide e che chiarificò con coagulazione per mezzo dell'allume e del solfato d'alluminio.

Potrei confermare quanto espongo con l'autorità di molti pedologi, quali: Ramann, Jensen, Morison, Sothers, Harder, Russel, Schroeder, Tamm, André, Dufrenoy, Lalesque (che ha pur raccolto la bibliografia sull'argomento), Breazeale, Gedroiz ecc. studiosi tutti del fenomeno in parola. Non meno confortevoli sono le asserzioni di coloro che indagano il terreno agrario in relazione al clima ed alla vegetazione, tra questi ricordo: Lundegårdh, Pearsall, Warming-Gräbner, ecc. L'*Alios* è stato riconosciuto nella regione delle lande e delle dune, nelle vicinanze di Parigi e specialmente nel nord della Germania. Esso però deve distinguersi da altri fenomeni con cui può eventualmente confondersi.

L'*Alios* deve tenersi distinto dalla formazione del *ferro delle praterie* (*fer de pelouses*; *Wiesenerz* di Werner), anche nel caso in cui accidentalmente fossero associati nell'atto formativo. Il ferro delle praterie è generato dall'azione ferrogenetica di esseri viventi, tanto studiati dal compianto Gasperini, tra i quali primeggiano alcune alghe filiformi (*Leptothrix*, *Crenothrix*, ecc.), le quali ossidano il carbonato di ferro, sciolto nelle acque, liberando CO^2 e formandosi un astuccio di ossido ferrico idrato: dall'accumulo delle spoglie si origina il deposito di ferro organogenico, che nulla ha in comune con la genesi dell'*Alios*.

Il Gentil ritiene che la *crosta* delle dune di sabbie calcaree di Mogador e del Marocco sia analoga all'*Alios*: l'analogia non è identità, dacchè il feno-

meno si esplica diversamente e gioca una gran parte il Ca CO_3 che manca quasi assolutamente nell'*Alios*.

Da questo deve separarsi l'*Hardpan* delle estese pianure del Far-West degli Stati Uniti, dove gli strati profondi induriti sono localmente in più piani. Secondo Hilgard (1892), che per primo usò la parola in petrografia, esso consiste nell'indurimento del sottosuolo per carbonato di calcio, per zeoliti ecc.; composti ancora non riscontrati nell'*Alios*.

L'*Ortstein* non può avvicinarsi alla *crosta pugliese*, la cui origine fu studiata prima dall'Ulpiani e poi dal De Dominicis (*La crosta pugliese e la sua origine*. A. De Dominicis, 1919-20), pur presentando condizioni comuni, come la localizzazione e l'ambiente climatico. Però nel terreno con *Alios* manca quella ricchezza di carbonati terrosi, che il De Dominicis trovò nella *crosta* di Barletta pari ad 89,34 % e nello strato sottostante a 91,75 %.

Lo Schroeder e Dufrenoy mettono in evidenza l'indurimento delle sabbie, anche grossolane, nella vicinanza delle radici delle piante forestali e specialmente dei pini. A Castel Fusano più di una volta ho constatato il fatto nella pineta sulle dune recenti ed antiche. Il consolidamento in questo caso non è nè di natura fisica, nè chimica: ma biologica e quindi diverso dalla genesi dell'*Alios*.

Finalmente, non avrei ritenuto opportuno ricordare il *cappellaccio romano* — termine giustificatamente proscritto da tempo nella terminologia agraria romana — se la poco progredita cultura pedologica ne avesse discriminata l'applicazione variabilissima e senza fondamento fisso della parola. Il *cappellaccio* si riferisce a terreni agrari e rocce resistenti della più svariata natura petrografica e quindi il termine, estremamente vago, deve essere bandito dalla scienza e dalla tecnica. Le mancate deduzioni dello studio sul *cappellaccio* del De Dominicis confermano la nostra opinione.

I rimedi per allontanare le funeste conseguenze dell'*Alios* in agricoltura debbono appropriarsi alle condizioni variabili. In tesi generale però può asserirsi che una concimazione allo strato superficiale di sali minerali coagulanti dei colloidi umici, impedirà l'origine dell'idrosol e con questo la formazione o la riformazione dell'*Alios*. La rimozione o fratturazione dell'*Alios* e la concimazione coagulante troveranno la massima convenienza quando le sabbie presentano una reazione idrogenonica favorevole, quando la costituzione fisico-meccanica corrisponderà all'ambiente climatico ed alle colture praticate e quando saranno presenti, abbondanti e proporzionati gl'indispensabili elementi biociclici.

Über die Periodenänderung des Bedeckungsveränderlichen *W Delphini*

Nota del Prof. K. GRAFF, S. C.

W Delphini gehört zu den ältesten Veränderlichen des Algoltypus, denn er ist bereits im Jahre 1895 von Miss Wells auf einer Platte des Harvard-Observatorium von 1891 Sept. 26, die den Stern im Minimum zeigt, aufgefunden worden ⁽¹⁾. Die Lichtkurve ist dann auf Grund von mehreren Tausend photometrischen Beobachtungen des Harvard-Observatoriums, die O. C. Wendell zu verdanken sind, bestimmt worden ⁽²⁾ und hat u. a. auch als Beispiel der theoretischen Behandlung einer Totalverfinsterung in den bekannten Arbeiten von H. N. Russell ⁽³⁾ und H. Shapley ⁽⁴⁾ gedient. Hier interessiert nur die Periode und ihre Änderungen.

Aus dem vereinzelt Minimum von 1891 und den Beobachtungen 1895 und 1896 hat E. C. Pickering ⁽⁵⁾ die Elemente

$$\text{Min} = 2\ 412\ 002.500 + 4^d.8064\ E \quad (A)$$

abgeleitet. Aber schon im Jahre 1897 stellte er fest, daß die neueren Beobachtungen eine geringe Verkürzung der Periode andeuten und schlug daher die weitere Berechnung der Epochen mit $P = 4^d.80638$ vor. Die Wendellschen Messungen sind, durch E. Hartwigs Schätzungen einigemale kontrolliert, bis 1902 fortgeführt und dann erst zwischen 1907 und 1910 wieder aufgenommen worden. Da seit 1904 A. A. Nijland und K. Graff sich an diesen Beobach-

⁽¹⁾ *Astroph. Journ.* Bd. 3, S. 77 (1896).

⁽²⁾ „ „ „ 4, „ 320 (1896).

⁽³⁾ „ „ „ 36, „ 133 (1912).

⁽⁴⁾ „ „ „ 36, „ 270 (1912).

⁽⁵⁾ „ „ „ 3, „ 163 (1896).

tungen beteiligen, bleibt das Material der Minima bis 1913 von größeren Unterbrechungen frei. Diese machen sich erst in den Kriegsjahren bemerkbar, wo zwischen 1913 und 1920 eine weite Lücke klappt. Die Minima dieser Zeit haben aber anscheinend keine Besonderheiten gezeigt. Das spätere Verhalten der Periode ist durch sieben Epochen, die zum großen Teil auf photometrischen Messungen beruhen, gesichert. Damit erstreckt sich das zuverlässige Beobachtungsmaterial von W Delphini auf über 30 Jahre.

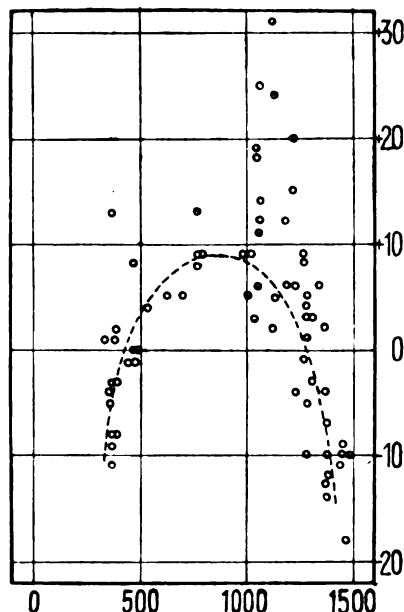


Abb. 1. Periodenänderung von W Delphini zwischen 1896 und 1911.

Während die Bergedorfer Minima zwischen 1904 und 1907 sich den Elementen:

$$\text{Min} = 2\,416\,741.4214 + 4^d.806120\,E \quad (\text{Graff})^{(1)} \quad (\text{B})$$

ohne Andeutung eines Ganges in den Werten B—R gut anpassen und auch die Pickeringsche Minimumepoche (s. oben) gut darstellen, folgt aus den Utrechter Beobachtungen für die Zeit zwischen 1905 und 1913 die Formel

$$\text{Min} = 2\,418\,183.243 + 4^d.806\,044\,E \quad (\text{Nijland})^{(2)} \quad (\text{C})$$

⁽¹⁾ Hamb. Mitt. Bd. 11, S. 21 (1907).

⁽²⁾ Astron. Nachr. » 231, S. 200 (1927).

Die beiden Perioden sind miteinander nicht vereinbar, und es muß daher nach dem Sprung, bzw. nach dem allmählichen Übergang zwischen beiden Werten geforscht werden.

Zu diesem Zwecke wurden die bisher sicher beobachteten Minima zusammengestellt. Die Harvard Epochen wurden aus den Beobachtungen Wendells in den Harvard-Annalen neu abgeleitet, ebenso die Bergedorfer Daten aus den Messungen seit 1913 ⁽¹⁾. Dabei erwies sich als notwendig, sieben Epochen wegen ihres überaus unsicheren Charakters zu verwerfen und zwar

I. Verfehlte Minima

Datum	J. D.	Beob.	B-R	Ep.
1891 Sept. 26	12002.5	Wells	— 97	0
1895 Dez. 12	3540.446	Searle	— 103	320
1896 Mai 4	3684.635	Hartwig	— 97	350
Juni 7	3718.326	„	— 59	357
Okt. 5	3838.588	„	+ 61	382
Nov. 3	3867.423	„	+ 59	388
1900 Juli 2	5203.450	„	+ 37	666

Die Werte B—R der Tabelle sind mit dem Elementensystem (D) gerechnet. Von einer Neureduktion der Hartwigschen Schätzungen konnte abgesehen werden, da genügend zahlreiche benachbarte Epochen vorliegen, und die geringe Zahl der Beobachtungen so wie so nur genäherte Ergebnisse versprach.

Die übrig bleibenden 81 Minima wurden schätzungsweise mit den Gewichten $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3 versehen und dann mit einer Ephemeride verglichen, die mit dem genäherten Elementensystem

$$\text{Min} + 2\ 412\ 002.5971 + 4^d.8061\ E \qquad (D)$$

gerechnet worden war. Es ergab sich auf diese Weise die nachstehende Übersicht.

(1) Nicht veröffentlicht.

II. Brauchbare Minima

Datum	J. D.	Gew.	Beob.	B-R	Ep.
1896 Jan. 5	13564.581	1	W	+ 1	325
Mai 4	3684.728	1	»	— 4	350
Juni 2	3713.564	2	»	— 5	356
Juni 26	3737.588	3	»	— 11	361
Juli 20	3761.643	1/2	H	+ 13	366
Juli 25	3766.427	1/2	»	— 9	367
Sept. 1	3804.882	2	W	— 3	375
Sept. 11	3814.489	3	»	— 8	377
Sept. 30	3833.722	2	»	+ 1	381
Okt. 24	3857.749	2	»	— 3	386
Nov. 22	3886.590	3	»	+ 2	392
Dez. 2	3896.192	1/2	H	— 8	394
1897 Juli 1	4107.668	2	W	— 1	438
Juli 30	4136.505	2	»	— 1	444
Sept. 11	4179.759	3	»	— 1	453
Okt. 5	4203.791	2	»	0	458
Okt. 15	4213.411	1/2	H	+ 8	460
Nov. 3	4232.628	2	W	0	464
Nov. 27	4256.657	2	»	— 1	469
1898 Okt. 15	4578.671	1	»	+ 4	536
1899 Okt. 20	4948.741	1	»	+ 5	613
1900 Nov. 23	5347.648	1	»	+ 5	696
1901 Nov. 4	5693.690	1	»	+ 8	768
Nov. 9	5698.501	1	»	+ 18	769
Dez. 27	5746.558	1	»	+ 9	779
1902 Jan. 1	5751.364	1	»	+ 9	780
1904 Sept. 17	6741.421	1	G	+ 9	986
Nov. 28	6813.508	1	W	+ 5	1001
1905 Apr. 26	6962.501	1	G	+ 9	1032
Mai 25	6991.332	1	»	+ 3	1038
Juli 7	17034.603	1/2	N	+ 19	1047

Datum	J. D.	Gew.	Beob.	B-R	Ep.
1905 Aug. 10	17068.244	1/2	G	+ 18	1054
Aug. 24	7082.656	2	»	+ 12	1057
Sept. 22	7111.487	1	N	+ 6	1063
Sept. 22	7111.492	2	G	+ 11	1063
Okt. 21	7140.343	1/2	N	+ 25	1069
Okt. 26	7145.138	1	G	+ 14	1070
1906 Mai 25	7356.594	1	N	+ 2	1114
Juli 17	7409.465	1/2	»	+ 5	1125
Aug. 15	7438.327	1/2	»	+ 31	1131
Sept. 8	7462.351	1	G	+ 24	1136
1907 Mai 11	7707.444	1/2	»	+ 6	1187
Mai 11	7707.450	1/2	N	+ 12	1187
Sept. 13	7832.411	3	G	+ 15	1213
Okt. 12	7861.253	1	N	+ 20	1219
Okt. 26	7875.657	1	W	+ 6	1222
Okt. 31	7880.453	1	»	— 4	1223
1908 Apr. 16	8048.679	1	N	+ 8	1258
Apr. 21	8053.486	1/2	»	+ 9	1259
Mai 20	8082.313	1/2	»	— 1	1265
Juli 26	8149.589	1	»	— 10	1279
Juli 31	8154.410	1	»	+ 5	1280
Aug. 19	8173.631	1/2	»	+ 1	1284
Aug. 24	8178.440	1	»	+ 4	1285
Aug. 29	8183.237	1/2	»	— 5	1286
Sept. 17	8202.469	1/2	»	+ 3	1290
Okt. 30	8245.718	1	W	— 3	1299
Nov. 9	8255.336	1/2	N	+ 3	1301
1909 Mai 20	8447.583	1/2	»	+ 6	1341
Aug. 5	8524.462	1	»	— 13	1357
Aug. 10	8529.283	1	»	+ 2	1358
Sept. 3	8553.307	1/2	»	— 4	1363
Sept. 22	8572.526	1	»	— 10	1367
Okt. 16	8596.552	1	W	— 14	1372
Nov. 14	18625.396	1/2	N	— 7	1378

Datum	J. D.	Gew.	Beob.	R-R	Ep.
1909 Dez. 8	18649.421	1	N	— 12	1383
1910 Aug. 10	8894.533	1	„	— 11	1434
Okt. 2	8947.403	1/2	„	— 9	1445
Okt. 7	8952.208	1/2	„	— 10	1446
Okt. 26	8971.424	1	W	— 18	1450
Okt. 26	8971.432	1	N	— 10	1450
1911 Sept. 13	19293.413	1/2	H	— 38	1517
1913 Aug. 29	20009.534	2	G	— 26	1666
Sept. 27	0038.367	3	„	— 29	1672
1920 Okt. 21	2619.185	2	„	— 87	2209
1921 Sept. 27	2960.404	3	„	— 101	2280
Dez. 13	3037.299	2	„	— 104	2296
1924 Mai 15	3921.587	1	„	— 138	2480
Nov. 9	4099.411	3	„	— 140	2517
Nov. 14	4104.225	2	„	— 132	2518
1927 Dez. 4	25219.208	1/2	„	— 164	2750

G = Graff, photometrische Messungen und Schätzungen

H = Hartwig, Schätzungen

N = Nijland, Schätzungen

W = Wendell, photometrische Messungen.

Wie man aus den Resten B - R und der graphischen Darstellung (Abb. 1) ersieht, ist in der Periode zunächst deutlich ein Anwachsen des Wertes und dann ein Rückgang bemerkbar, vielleicht mit Störungen sekundärer Art zwischen den Epochen 1040 und 1220. Etwa von der Epoche 1250 oder 1300 an macht sich dagegen anscheinend nur noch eine säkulare Verkürzung der Periode bemerkbar, die seit dieser Zeit, also seit 1908, eine Berechnung der Minima nach der Formel (1):

$$\text{Min} = 2\,418\,048.679 + 4^d.806\,E - 0.000\,000\,006\,E^2 \quad (E)$$

(1) Der Koeffizient des quadratischen Gliedes ist naturgemäß noch unsicher, und jedes neue Minimum kann ihn ändern. Im Beob. Zirk. der Astr. Nachr. 1924, S. 2 ist er dreimal grösser ($18 \cdot 10^{-9}$) angegeben.

ermöglicht. Falls der gegenwärtig durchlaufene Kurvenzweig den Teil einer Welle darstellt, so ist die Amplitude der periodischen Änderungen der Periode von *W Delphini* ungewöhnlich groß, und die Wiederkehr identischer Periodenwerte des Lichtwechsels erst nach mehreren Jahrzehnten zu erwarten.

Als Ursache derartiger Änderungen ist die Annahme eines dritten störenden Körpers besonders naheliegend. Dabei kann es sich entweder um wirkliche Änderungen der Umlaufszeit handeln oder um wechselnde Verlagerungen des Bedeckungssystems in der Blickrichtung, wobei die Lichtzeit geändert wird. Die Bahnelemente und die anderen Konstanten von *W Delphini* bieten im übrigen keine Besonderheiten. Sie seien hier nach *H. Shpley* ⁽¹⁾ zusammengestellt, wobei die Zahlen in den Klammern sich auf die Lösung der Aufgabe unter Berücksichtigung der Randverdunkelung beziehen.

Verfinsterung	total
Lichtmaximum	9 ^m 40
Lichtminimum	12 . 10
Periode	4 ^d 806
Spektrum	A
Halbe Dauer der Verfinsterung	0 ^d . 292 (0 ^d . 309)
Halbe Dauer der Totalität	0. 028 (0. 016)
Radius der helleren Komponente (Bahnradius = 1)	0. 135 (0. 170)
» » schwächeren Komponente »	0. 256 (0. 241)
Neigung	83° . 4 (86° . 1)
Dichte der helleren Komponente (Sonne = 1)	0. 177 (0. 090)
Dichte der schwächeren Komponente »	0. 008 (0. 010)
Verhältnis der Oberflächenhelligkeit	40 (22)

⁽¹⁾ Contrib. Princ. Univ. Observ. Nr 3, S. 84 (1915).

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE II DEL 19 GENNAIO 1930

	PAG.
Accademici presenti	79
Presentazione ufficiale del S. C. Barbado	79
MARTINELLI S. O. — Commemorazione necrologica del S. C. Marini	79
GIANFRANCESCHI, Pres. — Presentazione di due sue Note	79
HAGEN S. O. — Presentazione di una Nota del S. C. Graff .	80
» » — Presentazione di una Memoria dell'Estraneo Dott. Hopmann	80
» » — Presentazione di pubblicazioni	80
TEOFILATO S. O. — Presentazione di due sue pubblicazioni . .	80
PALAZZO S. O. — Presentazione di due sue pubblicazioni . .	80
EMANUELLI S. C. — Presentazione di una sua pubblicazione . .	80
PASQUINI S. C. — Presentazione di pubblicazioni	81
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione di una sua Nota	82
» » » — Presentazione di sue pubblicazioni	82
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una pubblicazione di un Socio	82
» » — Presentazione di pubblicazioni di Estranei .	82
» » — Comunicazione dell'approvazione del Comitato Accademico alla pubblicazione di lavori di Estranei	83
» » — Comunicazioni di lettere di ringraziamento di Soci per nomine	83

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Cambio di pubblicazioni	84
Candidatura di un nuovo Socio Corrispondente	84
FRANCHINI S. C. — Presentazione di una sua Nota	84
ANILE S. O. — Presentazione da parte del S. C. Franchini, di una Nota dell'Estraneo Giordano	84

MEMORIE E NOTE.

	PAG.
MARTINELLI S. O. — Ludovico Marini Socio Corr.	85
GIANFRANCESCHI S. O. — I fenomeni luminosi della Grotta azzurra .	92
» » — Il principio di causalità nei fenomeni della microstruttura	94
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Sulla presenza dell' <i>Alios</i> nella zona litoranea romana	99
GRAFF S. C. — Ueber die Periodenänderung des Bedeckung- sveränderlichen <i>W Delphini</i>	104

Comunicazioni omesse nella Sessione 29 Dicembre 1929.

LOMBARDI S. O.	— Parole sull'Opera Scientifica delle Missioni Cattoliche in Estremo Oriente	84A
FRANCHINI S. C.	— Presentazione di una sua Nota	84A

ATTI

DELLA

PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII
(1929-1930)

SESSIONE III DEL 16 FEBBRAIO 1930



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
1930

UNIVERSITÀ DI TORINO

LIBRERIA ACCADEMICA

NOTA DEL DIRETTORE

ALLA LECTURA

L'Accademia

**non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**



ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE III - 16 FEBBRAIO 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici Presenti. — *Ordinari:* ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — HAGEN — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario.*

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — PASQUINI — RANZI.

La seduta venne aperta alle 16,15.

Il *Segretario* lesse il verbale della precedente seduta del 19 gennaio, che fu approvato senza osservazioni.

Il S. O. HAGEN presentò una nota del S. C. WIRTINGER: *Sulla funzione Zeta di Riemann.*

Presentò poi le seguenti pubblicazioni:

CARATHÉODORY, C. — *Bemerkungen Zu Den Existenztheoremen der Konformen Abbildung.*

— *Ueber die Variationsrechnung bei mehrfachen Integralen.*

— *Stetige Konvergenz und normale Familien von Funktionen.*

— *Remark on a theorem of Osgood concerning convergent series of analytic functions.*

— *Ueber die Winkelderivierten von beschränkten analytischen Funktionen.*

DENIZOT, A. — *Zur Theorie der relativen Bewegungen eines starren Massensystems nebst Anwendung auf Foucault's Gyroskop.*

- *Ueber Foucaults Pendel und Gyroskop.*
- *Sur un phénomène observé par Guglielmini à Bologne en 1791.*
- *Critique de la théorie usuelle du pendule de Foucault.*
- *Theorie der relativen Bewegung mit einer Anwendung auf das Problem der Bewegung eines Körpers an der Oberfläche der rotierenden Erde sowie auf den Foucaultschen Pendelversuch.*
- *Wiadomosci Matematyczne.*
- *Ueber ein Pendelproblem von Euler.*
- *O Zagadnieniu de Saint-Venantia.*
- *Zur Theorie der umkehrbaren galvanischen Elemente.*
- *Ueber die Konstante des Stefan-Boltzmann'schen Strahlungsgesetzes.*
- *Uzasadnienie termodynamiczne cisnienia promienowania.*
- *Sur le rapport de la chaleur spécifique à la température.*
- *Zur zeichnerischen Ermittlung des Schwerpunktes eines Trapezes.*
- *Zur zeichnerischen Ermittlung der Trägheitsmomente und Zentrifugalmomente.*
- *Ueber die axonometrischen Verkürzungsverhältnisse.*
- *O Przestrzeni i czasie w Swietle badan fizycznych.*
- *Sur le rapport du coefficient, de dilatation à la chaleur spécifique et au coefficient de compressibilité.*
- SMOLINSKI, K. — *Chronograf siemensa w zastosowaniu do badan elektrycznych obwodow drgajacych.*
- LEBSCHKE, M. — *Ueber Gitterlunge und ihren Verschuß.*
- *Versuche über Ausschaltung und Ersatz der Aorta.*
- *Die Behandlung der bösartigen Geschwülste.*
- *Indikationsstellung zur Kropfoperation.*
- LEBSCHKE und SAUERBRUCH — *Die Chirurgie des Thymus.*

Il S. O. PALAZZO presentò in omaggio all'Accademia un volume di « *Memorie del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geofisica* » (Vol. II della Serie 3^a). Il volume, stampato nell'anno 1929, è da considerarsi come diretto a commemorare il 50° anniversario della fondazione dell'Ufficio suddetto, che fu creato con R. Decreto nel 1879. Pertanto si è voluto che il volume rispecchiasse l'attività molteplice dell'Istituto nei vari campi della meteorologia e della geofisica. Sono raccolte in esso le memorie dei geofisici addetti all'Istituto e che si sono specializzati nelle diverse branche: geomagnetismo, geodinamica, gravimetria, aerologia, climatologia, radiazioni terrestri, ecc.

Il S. O. LOMBARDI presentò in omaggio le seguenti pubblicazioni dell'Osservatorio di Zi-ka-wei presso Shanghai; facendone rilevare l'importanza

FROC, L. — *Zi-Ka-Wei Observatory-Atlas of the tracks of 620 Typhoons 1893-1918.*

GAUTHIER, H. — *Observatoire de Zi-ka-wei. La température en Chine et à quelques stations voisines.*

CHERZI, E. — *Observatoire de Zi-ka-wei. Notes de Sismologie. N. 5.*

— » » » » 10.

— *Piccolo atlante dei Mari della Cina.*

— *La Chine est-elle placée entre deux grandes fractures de la Croute terrestre?*

— *Observations géologiques sur le canal de Formose.*

— *The Storminess of the Shantung Province (China) from the VIth Century to Modern Times, according to the Chinese Annals and modern observations.*

— *On some long waves registered on the Galitzine vertical Component at the Zi-Ka-Wei Observatory.*

HENRY, A. — *Father E. Gherzi on a Study of the rainfall of China.*

OBSERVATOIRE DE ZI-KA-WEI — *Revue mensuelle. Septembre 1928.*

Il S. C. RANZI presentò quattro sue pubblicazioni: *Rapporti tra istogenesi ed organogenesi; Ricerche di Embriologia sperimentale nei Ciclostomi I Ricerche sugli scambi tra embrione e ambiente nel corso dello sviluppo dei Cefalopodi; L'accrescimento embrionale dei Cefalopodi.* Segnalò, tra le pubblicazioni presentate, le due concernenti il metabolismo embrionale, nelle quali ha posto in evidenza come le sostanze minerali, che formano il guscio del piccolo cefalopodo al momento dell'uscita dell'ovo, provengono, in parte, dall'acqua di mare ambiente, dalla quale sono assorbite durante lo sviluppo dell'ovo.

Il S. C. PASQUINI presentò in omaggio all'Accademia una sua pubblicazione dal titolo: *Relazioni nervose dell'occhio e organo olfattorio trapiantati, come abbozzi primari, in embrioni di axolotl,* nella quale si dà notizia di recenti risultati sulla reazione dei centri agli organi di senso in via di sviluppo, particolarmente l'iperplasia del cervello medio, anteriore e posteriore conseguente all'innesto dell'organo soprannumerario.

Presentò poi un volume, anche a nome del S. C. RANZI, intitolato: *Zoologia secondo le lezioni del Prof. Raffaele*. Tale volume è stato compilato dai detti Soci Pasquini e Ranzi.

Intorno alla comunicazione Pasquini presero la parola i Soci Anile e Ranzi.

Il S. C. LEVI-CIVITA, anche a nome del Prof. Ugo ARNALDI, presentò in omaggio la seconda edizione del Vol. I delle loro « *Lezioni di meccanica razionale* ». Le linee generali sono quelle della prima edizione, però sono stati precisati alcuni punti delicati, fu perfezionata l'esposizione della teoria della similitudine meccanica e fu aggiunta la teoria dei sistemi reticolari (tralicci), sviluppandone sia il lato geometrico che quello statico. A proposito dell'applicazione dei diagrammi reciproci gli Autori si lusingano di avere apportato un complemento essenziale alla trattazione classica del Cremona.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT, presentò una sua Memoria: *La Geologia e le Catacombe romane. I. Catacombe sulla Via Tiburtina*.

Presentò poi una sua pubblicazione: *Christianus magister e i marmi della Basilica di S. Prassede in Roma*.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni di Accademici:

GOMEZ TEXEIRA S. O. — *Uma Santa e uma Sibia. Clara de Assis e Sofia Kovalewsky*.

JIMENEZ DE CISNEROS, S. C. — *Depósitos Cuaternarios y actuales en la región S. E. de España*.

e le seguenti di estranei:

BETTANINI, A. M. — *Lineamenti di Storia della Colonizzazione Francese. — Lo stile diplomatico*.

CASOTTI, M. — *Il « Moralismo » di G. G. Rousseau*.

Moniteur de l'Exportation. 13^e année. N. 144. Janvier 1930.

PACCAGNELLA, E. — *Nuova didattica e pedagogia musicale. Anno IV. Num. 3-4*.

POGGI, T. — *Lettere ai contadini. II Serie*.

Scienza e Vita. Mensile di vulgarizzazione scientifica. Anno 2^o. N. 1.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche della Memoria dell'estraneo **HOPMANN**: *Sull'ammasso stellare globulare M. 92 nella costellazione di Hercules*, presentata dal S. O. HAGEN nella seduta del 19 gennaio.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in Seduta Segreta, nominò Socio corrispondente il Prof. Enrico KONEN.

Il *Segretario* preannunziò la candidatura di un nuovo Socio Corrispondente.

La seduta venne tolta alle 17,15.

**Relazione del concorso a premio bandito dalla Pontificia
Accademia delle Scienze — Nuovi Lincei — in occa-
sione del Giubileo Sacerdotale di Sua Santità.**

Alla Commissione incaricata dell'esame dei lavori concorrenti al premio furono presentati i seguenti scritti:

Teoria sobre la naturaleza di CASIMIRO MORENO BANDERAS. — Presenta non una dissertazione scientifica, ma un saggio di argomentazioni filosofico teologiche.

Dissertation critique sur la théorie physique des quanta di P. DRUMAUX. — Da una schematizzazione concettuale dei moderni indirizzi della fisica teorica risulta manifesto che ovunque interviene essenzialmente il quanto d'azione di Planck e la relazione fondamentale $E = h\nu$. Questo premette l'A. proponendosi di mostrare come, in base a semplici postulati qualitativi circa l'interdipendenza di certe idee fisiche primordiali (spazio, tempo, materia, movimento), si possano giustificare più precise leggi quantitative, quali la costanza della velocità di propagazione della luce (in assenza di azioni perturbatrici) e la già ricordata relazione di Planck.

Si tratta di riflessioni un po' vaghe, per quanto sempre esposte con convinzione espressiva. Va ad ogni modo rilevato che i fondamenti di questo studio sono più filosofici che fisici e che il processo logico, di cui l'A. si vale per ricavarne alcuni risultati della teoria dei quanti, non appare conclusivo.

I quanti di Planck discussi ed interpretati mediante la teoria gravifica della materia di SILVANO WEHMEYER. — Questo concorrente presenta un'opera di gran mole (oltre 600 pagine, più varie tabelle e figure). Nell'intendimento di trattare dei quanti l'autore riprende, per usare le sue stesse parole « almeno in senso fondamentale, tutti i fenomeni naturali, astrofisici compresi ». Egli svolge da prima una sua teoria gravifica della materia, desunta da analogie

cinematico-ondulatorie e modelli tecnici; a certe forme ondose stazionarie fa corrispondere gli atomi, ecc. Il quadro è molto immaginoso, ma non abbastanza giustificato perchè possa considerarsi rispondente agli alti fini scientifici del presente concorso.

Gravitation, lumière et électromagnétisme di EMILIO SEVIN. — Indubbiamente, come ben rileva in una lusinghiera presentazione il nostro eminente collega d'Ocagne, si tratta di un tentativo interessante, da parte di uno studioso colto, che mira a sintetizzare, attraverso modelli espressivi e coscienziosa elaborazione personale.

L'idea fondamentale dell'A. è di rendere tangibili i meccanismi oscuri del macro e del microcosmo immaginando che i fenomeni avvengano come se:

a) l'ordinario spazio fisico si trovasse immerso in uno spazio euclideo S_4 a 4 dimensioni e fosse dotato di proprietà meccanico-elastiche;

b) ciò che fisicamente ci appare come carica elettrica puntiforme localizzata in P si colleghi ad una intuizione meccanico-geometrica iperspaziale e precisamente ad un vettore di S_4 applicato in P , *normalmente* allo spazio fisico, il quale rappresenti col suo valore assoluto l'intensità e col suo segno la specie della carica elettrica; questo vettore essendo altresì interpretabile come pressione o tensione allo spazio fisico;

c) la carica determini un leggero incurvamento dello stesso spazio fisico in P ; ecc., e mantenendo d'altra parte i postulati dell'ordinaria meccanica, in particolare la nozione di tempo assoluto.

Così si rendono afferrabili, a chi si sia formata l'assuefazione logica a concetti, ragionamenti e analogie iperspaziali, taluni fatti fondamentali che non sono egualmente accessibili all'intuizione ordinaria: esistenza di un periodo fondamentale degli elettroni; origine della gravitazione; contrazione lorentziana nel moto uniforme; proprietà spettrali dell'atomo di idrogeno; ed altri ancora.

È un insieme di fatti, che non può non destare doveroso interesse. Tuttavia, in materia così delicata, si richiederebbe che la ricostruzione fosse esauriente. Mentre ad esempio non si comprende perchè la gravitazione abbia carattere additivo. Secondo il Sevin la attrazione di un corpo A in un punto P è un effetto di deformazione; analogamente l'attrazione proveniente da un altro corpo B ; nè si vede come si giustifichi rigorosamente l'addizione vettoriale degli effetti quando agiscono ad un tempo A e B . Si tratta dunque per ora di una teoria di prima approssimazione. Ma nemmeno con tale restrizione

gli svolgimenti del saggio in esame porgono attraverso adeguate equazioni generali, la sintesi completa delle correzioni da apportarsi allo schema ordinario.

Perciò l'Accademia, pur apprezzando la novità delle vedute e i risultati parziali, non crede che nello stato attuale possa attribuirsi il premio a questa monografia.

Dissertazione critica sulla teoria dei quanti di GLEB WATAGHIN. — Dopo di avere con una sintesi breve e felice discusso criticamente i caratteri fondamentali della fisica quantistica, rivolgendo particolare attenzione al principio di indeterminazione di Heisenberg, sviluppa una impostazione nuova dei principi della teoria, presentandone con precisione e con generalità i postulati, e addita come questa impostazione si coordina col metodo delle matrici infinite, con le interpretazioni statistiche della meccanica ondulatoria, e con l'uso delle funzioni di Dirac. Sulle basi di questa impostazione l'A. riesce a presentare un criterio nuovo e promettente per ricavare le equazioni della fisica da un principio variazionale unico.

Pur non disconoscendo che sul valore definitivo di siffatti tentativi di ricostruzione e di assestamento della fisica quantica deve pronunciarsi il tempo, non si può a meno di rilevare che questo lavoro del Wataghin, oltre ad essere veramente originale, si presenta rimarchevolmente semplice e sintetico, e allo stato attuale delle conoscenze consente di acquistare una nuova visione delle leggi che collegano i fenomeni quantici.

Intorno alla teoria dei quanti di PAOLO STRANEO. — Presenta una estesa e diligente monografia critica sullo sviluppo della fisica quantistica dalle sue origini fino all'affermazione del principio d'indeterminazione. Pur non contenendo punti di vista radicalmente nuovi, questa critica è veramente degna della penna dell'egregio Autore, perchè con perspicuità espressiva precisa i fondamenti teorico sperimentali delle teorie quantistiche e i punti di contatto che esse hanno con le teorie classiche. In tutte le questioni ove opposte ed esagerate affermazioni si sono incrociate, l'A. mette a posto le idee con osservazioni sobrie e sempre appropriate. Il valore scientifico riscontrato in questa esposizione fa tanto più rammaricare che la ristrettezza del tempo abbia impedito all'Autore di estenderla fino ad includere le teorie svolte negli ultimi due anni.

Studio sulla teoria dei quanti di ANTONIO CARRELLI. — Ha un lavoro molto voluminoso, quasi un trattato, sulla teoria dei quanti esposta nelle sue varie fasi, a partire dalla prima formulazione di Planck sulle radiazioni, e fino alle prime ricerche di Dirac. Il lavoro è molto diligente e commendevole, frutto di profondo studio e conoscenza della materia. Evidentemente la ristrettezza del tempo assegnato al concorso ha vietato di includere la discussione delle ultime teorie quantistiche, una parte delle quali, ricordiamo, l'Autore stesso felicemente riassunse nel Congresso della Società di Fisica alla fine del 1928. Quando il lavoro sarà così completato, e riveduto in qualche altro punto, riuscirà di grande vantaggio a quanti vorranno approfondire questo ordine di studi.

Confrontando e giudicando riassuntivamente tutti questi scritti, la Commissione riconobbe che le difficoltà e vastità del tema e la ristrettezza del tempo concesso non hanno reso possibile la presentazione di un lavoro che contenesse se non la soluzione del complesso problema che preoccupa la fisica moderna, almeno una revisione completa e aggiornata della fisica quantistica nel suo stato attuale. Dopo avere messo da parte a un primo esame il lavoro del Banderas, e riconosciuto indi che quelli del Wehmeyer, del Drumaux, e del Sevin, nonostante i loro pregi e la impostazione indubbiamente suggestiva del terzo, non rispondono ancora in modo sufficiente al tema del concorso, la Commissione ha rivolto la sua attenzione ai lavori del Carrelli, dello Straneo e del Wataghin; nessuno di questi prevale sugli altri due in modo tale da potere al medesimo assegnare la totalità del premio, ma fra loro in parte si completano a vicenda. È quindi il caso di suddividere il premio. Il contributo del prof. Wataghin contiene maggiore parte originale, e per questo motivo la Commissione propone che gli si attribuisca metà del premio. Degli altri due lavori, che entrambi hanno carattere di recensione critica, quello del Carrelli è più esteso, quello dello Straneo rivela una critica più matura e profonda e quindi la Commissione propone che l'altra metà del premio sia divisa in parti eguali fra questi due concorrenti.

La Commissione si compiace che il concorso bandito dall'Accademia abbia provocato la redazione di queste monografie, la cui pubblicazione sarà di reale utilità per gli studi ulteriori sulla fisica quantica.

G. GIORGI
T. LEVI-CIVITA
G. GIANFRANCESCHI.

MEMORIE E NOTE

Ueber einige bestimmte Integrale, welche mit der Riemann'schen Zetafunction zusammenhängen

Nota di WILHELM WIRTINGER in WIEN S. C.

I.

Versteht man unter $P_1(z)$, die Function $\frac{1}{2} - z + [z]$, wo $[z]$ wie üblich die größte ganze Zahl kleiner oder gleich z bedeutet, so gilt bekanntlich

$$(1) \quad P_1(z) = \frac{1}{2} - z + [z] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2k\pi z}{k\pi}$$

für alle nichtganzzahligen Werte von z .

Aus der bekannten Formel ⁽¹⁾

$$(2) \quad \sum_{n=1}^N n^{-s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}N^{-s} + \int_1^N P_1(z) z^{-s} dz$$

findet man durch Grenzübergang zu unendlich grossem N

$$(3) \quad E = \frac{1}{2} + \int_1^{\infty} P_1(z) z^{-s} dz$$

wo $E = 0,5772156\dots$ die Eulersche Konstante bedeutet.

Ersetzt man hier $P_1(z)$ durch die Reihe aus (1) und integriert gliedweise, was gestattet ist, so erhält man

$$(4) \quad E - \frac{1}{2} = \sum_{k=1}^{\infty} \int_1^{\infty} \frac{\sin 2k\pi z}{k\pi} z^{-s} dz$$

⁽¹⁾ Vgl. z. B. meine Arbeit über die Euler'sche Summenformel, *Acta Math.* Bd 26, Formel 19. Dort ist aus Versehen in Formel 20 das Glied $\frac{1}{2}$ ausgelassen.

Führt man in die einzelnen Glieder die neue Veränderliche $kz = u$ ein, so kommt

$$(5) \quad E - \frac{1}{2} = \frac{1}{\pi} \sum_1^{\infty} \int_k^{\infty} \sin 2\pi u u^{-2} du$$

Denkt man sich hier die einzelnen Integrale zerlegt in solche zwischen zwei rufeinander folgenden ganzen Zahlen, so kann man endgiltig schreiben

$$(6) \quad \pi \left(E - \frac{1}{2} \right) = \int_1^{\infty} \frac{[u] \sin 2\pi u}{u^2} du$$

Dies ist die erste zu entwickelnde Formel.

Nun sind zwar die einzelnen Glieder der Summe in (5), nicht aber die Summe selbst absolut convergent, oder vielmehr, dies ist aus der Herleitung nicht unmittelbar ersichtlich.

Da jedoch bei der Umordnung von (5) auf (6) nur die Integrale von k bis $k+1$ umgesetzt werden, von denen jedes k -mal vorkommt, so genügt der Nachweis daß die Summe der ersichtlich positiven Glieder

$$k \int_k^{k+1} \sin 2\pi u u^{-2} du$$

absolut convergiert. In der Tat ist

$$\int_k^{k+1} \sin 2\pi u u^{-2} du = \int_k^{k+\frac{1}{2}} + \int_{k+\frac{1}{2}}^{k+1} = \int_0^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi u \left(\frac{1}{(k+u)^2} - \frac{1}{\left(k+\frac{1}{2}+u\right)^2} \right) du$$

Hier ist das Integral kleiner als

$$\frac{1}{2k \left(k + \frac{1}{2} \right) (k+1)}$$

woraus die Behauptung folgt.

Eine zweite Formel ergibt sich aus

$$(7) \quad \int_1^{\infty} \frac{P_1(z)}{z} dz = 1 - \frac{1}{2} i 2\pi = 0.0812...$$

Wird die Reihe wieder eingesetzt und so verfahren, wie oben, so erhält man

$$(8) \quad \int_1^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\sin 2\pi u}{u} du = \pi \left(1 - \frac{1}{2} i 2\pi\right) = 0.2551...$$

Durch ein analoges Verfahren, wie oben, findet man wieder, daß die Aenderungen in der Summationsfolge gestattet sind und zwar wegen der leicht zu beweisenden Konvergenz der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sum_{h=k}^{\infty} l \left(\frac{\left(1 + \frac{1}{2h}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{h}\right)} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sum_{h=k}^{\infty} l \left(1 + \frac{1}{4h(h+1)} \right) < \frac{\pi^2}{24}$$

II.

Nun sollen noch einige Formeln meiner oben angeführten Arbeit über die Eulersche Summenformel etwas weiter entwickelt werden, welche sich auf die Riemann'sche Zetafunktion beziehen.

Die dort S. 261 angegebene Formel

$$(9) \quad \zeta(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{1-s} + s \int_1^{\infty} P_1(z) z^{-s-1} dz$$

gilt nicht nur für s mit positivem reellen Teil sondern auch für ein s mit reellem Teil größer als -1 .

In der Tat ist

$$(10) \quad s \int_n^{n+1} \left(\frac{1}{2} - z + n \right) z^{-s-1} dz = \left(\frac{1}{2} + n \right) (n^{-s} - (n+1)^{-s}) + \frac{s}{1-s} (n^{-s+1} - (n+1)^{-s+1})$$

und die Entwicklung der rechten Seite nach fallenden Potenzen von n beginnt mit

$$\frac{1}{12} s(s+1) n^{-s-2}$$

Nimmt man daher den reellen Teil von s zwischen 0 und -1 , so kann man in (10) auch n gleich Null setzen und erhält

$$(11) \quad s \int_0^1 \left(\frac{1}{2} - z\right) z^{-s-1} dz = -\frac{1}{2} - \frac{s}{1-s} = \frac{1}{2} - \frac{1}{1-s}$$

Formel (11) erhält dann die im angegebenen Gebiete gültige Gestalt

$$(12) \quad \zeta(s) = s \int_0^\infty P_1(z) z^{-s-1} dz$$

Hieraus folgt aber sofort die Riemann'sche Funktionalgleichung für $\zeta(s)$ wenn man in (12) $P_1(z)$ durch die Reihe ersetzt und gliedweise integriert.

Es ist ja nach bekannten Formeln

$$s \int_0^\infty \frac{\sin 2h\pi z}{h\pi} z^{-s-1} dz = \frac{\Gamma(1-s)}{\pi} \sin \frac{\pi s}{2} (2\pi)^s h^{s-1}$$

was in (12) eingesetzt unmittelbar ergibt

$$(13) \quad \zeta(s) = \frac{1}{\pi} \Gamma(1-s) \sin \frac{\pi s}{2} (2\pi)^s \zeta(1-s)$$

Es bleibt noch der Beweis zu führen, daß die Vertauschung von Summation und Integration gestattet ist. Man kann sich dabei, insofern es nur auf die Funktionalgleichung ankommt, auf reelle Werte von s beschränken.

Es ist nun für k grösser gleich 1 und $-1 < s < 0$

$$\begin{aligned} I_{k,n}(s) &= \int_k^{k+1} \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz = \frac{1}{2n^2\pi^2} (1 - \cos 2n\pi\xi_k) (k^{-s-1} - (k+1)^{-s-1}) \leq \\ &\leq \frac{1}{n^2\pi^2} (k^{-s-1} - (k+1)^{-s-1}) \end{aligned}$$

nach dem zweiten Mittelwertsatz, woraus die absolute Konvergenz der über die k, n , mit Ausnahme von k gleich Null, erstreckten Doppelsumme folgt.

Nun bleibt noch die Richtigkeit der Gleichungen

$$(A) \quad \int_0^1 P_1(z) z^{-s-1} dz = \sum_1^{\infty} \int_0^1 \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz$$

$$(B) \quad \int_k^{k+1} P_1(z) z^{-s-1} dz = \sum_1^{\infty} \int_k^{k+1} \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz$$

zu beweisen.

Wegen der gleichmäßigen Konvergenz der Reihen rechts in einem Gebiet, welches durch Ausscheiden eines Intervalles ε am Anfang und am Ende des Integrationsintervalles entsteht, ist die gliedweise Integration über ein solches Gebiet gestattet. Ferner konvergieren die zwischen den Grenzen $0, \varepsilon; 1 - \varepsilon, 1; k, k + \varepsilon; k + 1 - \varepsilon, k + 1$ genommenen Integrale über $P_1(z) z^{-s-1}$ mit ε gegen Null.

Es ist daher nur noch nachzuweisen, daß die Summen.

$$\sum_1^{\infty} \int_0^{\varepsilon} \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz, \quad \sum_1^{\infty} \int_{1-\varepsilon}^1 \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz, \\ \sum_1^{\infty} \int_k^{k+\varepsilon} \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz, \quad \sum_1^{\infty} \int_{k+1-\varepsilon}^{k+1} \frac{\sin 2n\pi z}{n\pi} z^{-s-1} dz$$

mit ε gegen Null konvergieren.

Die erste Summe liefert nach teilweiser Integration die Glieder

$$\frac{\varepsilon^{-s}}{-ns\pi} \sin 2n\pi\varepsilon + \frac{2}{s} \int_0^{\varepsilon} \cos 2n\pi z \cdot z^{-s} dz$$

Nun hat man nach bekannten Formeln

$$\left| 2 \sum_1^N \cos 2n\pi z \right| \leq \frac{2}{|\sin \pi z|}$$

für jedes N . Die Summe der ersten Glieder gibt $-\varepsilon^{-s} s^{-1} P_1(\varepsilon)$ und die Summe der Integrale wird kleiner als

$$\frac{2}{s} \int_0^{\varepsilon} \frac{z}{\sin \pi z} \cdot z^{-s-1} dz < \frac{2\varepsilon^{-s}}{s^2} \cdot \frac{\varepsilon}{\sin \pi\varepsilon}$$

geht also ebenfalls mit ε gegen Null.

Für die übrigen Integrale genügt die unmittelbare Anwendung des zweiten Mittelwertsatzes. Dieser liefert z. B. für die letzte Summe die obere Schranke

$$\frac{1}{6} \left((k+1-\varepsilon)^{-s-1} - (k+1)^{-s-1} \right)$$

welche ersichtlich mit ε gegen Null konvergiert, und analog für die übrigen Summen. Damit ist aber der geforderte Nachweis erbracht.

III.

Verfährt man mit der Formel (9) analog wie in I., so erhält man die Formel

$$(14) \quad \zeta(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{1-s} + \frac{s}{\pi} \int_1^\infty \sum_{n=1}^{[u]} n^{s-1} \cdot \sin 2\pi u u^{-s-1} du$$

welche nun für alle s gültig ist, deren reeller Teil größer als -1 ist. Es ist ja wieder

$$(15) \quad \int_k^{k+1} \sum_{n=1}^k n^{s-1} \sin 2\pi u \cdot u^{-s-1} du = \sum_{n=1}^k n^{s-1} \int_0^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi u \left((k+u)^{-s-1} - \left(k + \frac{1}{2} + u \right)^{-s-1} \right) du$$

Setzt man $s = \alpha + i\beta$, so wird die Summe vor dem Integralzeichen für negatives α endlich, für positives α von der Ordnung k^α , das Integral aber von der Größenordnung $k^{-\alpha-2}$, und das gilt auch für α gleich Null; nur tritt bei der Summe an Stelle von k^α der $\log k$.

Auch die Formel, welche Hardy und Littlewood ⁽¹⁾ zum Ausgangspunkt ihres Beweises der sogenannten approximativen Functionalgleichung machen,

⁽¹⁾ Math. Zeitschrift 10 (1921) p. 284, *Proceedings of the Math. Society, London*, ser. 2, vol. 29 part. 2, p. 81 ff, 1927. Ebenda vol. 21, p. 39 (1921). Bei der Gelegenheit sei bemerkt, dass die „verallgemeinerten“ Integrale von der Form $\int_0^1 f(z) z^{-s} dz$, welche nicht im gewöhnlichen Sinne konvergent sind und von den Verfassern auf Cauchy (1821, s. Oeuvres, II, sér. tom. VI. p. 78) und auf Hadamard zurückgeführt werden, sich auch bei Weierstrass finden (Werke 1, S. 122 1848, 49). Sie sind nichts anderes als die analytischen Fortsetzungen des Integrals als Funktion von s betrachtet.

wird sofort erhalten durch geeignete Verbindung der Formeln (14) und (15) meiner angeführten Arbeit. Ich wiederhole daher die Rechnung hier nicht...

Ersetzt man in (14) die Summe unter dem Integralzeichen durch die aus Formel (18) meiner angeführten Arbeit leicht hervorgehende

$$(16) \quad \sum_{n=1}^{[u]} n^{s-1} = \zeta(1-s) + \frac{u^s}{s} + P_1(u) u^{s-1} - (1-s) \int_u^\infty P_1(v) v^{s-2} dv$$

so erhält man zunächst

$$(17) \quad \begin{aligned} \zeta(s) = & \frac{1}{2} - \frac{1}{1-s} + \frac{s\zeta(1-s)}{\pi} \int_1^\infty \sin 2\pi u u^{-s-1} du + \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \sin 2\pi u u^{-1} du \\ & + \frac{s}{\pi} \int_1^\infty P_1(u) u^{-s} du - \frac{s(1-s)}{\pi} \int_1^\infty u^{-s-1} du \int_u^\infty P_1(v) v^{s-2} dv. \end{aligned}$$

Bei geeigneter Anwendung der Funktionalgleichung (3) auf das erste Integral rechts, möglicher Auswertung der Integrale und Einführung einer neuen Variablen in das Doppelintegral erhält man schließlich, wenn man noch $1-s$ durch s ersetzt, die Formel

$$(18) \quad \begin{aligned} 2\zeta(s) \int_0^1 \cos \pi u u^{s-1} du = & s \left(E - \frac{1}{2} \right) + 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{\sin 2\pi u}{u} du - \frac{1}{s} - \\ & - \frac{s(1-s)}{\pi} \int_1^\infty \int_1^\infty P_1(uv) v^{-s-1} u^{-s} du dv \end{aligned}$$

welche ersichtlich für jedes s mit positiven Realteil gilt.

Nachschrift.

Während der Reinschrift dieser Zeilen erhalte ich Bd. 31. Heft 2, 3 der *Math. Zeitschrift* (1929!) mit einer Abhandlung des Herrn W. Schnee über die Funktionalgleichung der Zetafunktion. S. 378 ff., in welcher die Formeln (12) und (13) in ähnlicher Weise abgeleitet sind, aber der Beweis für die Zulässigkeit der Vertauschung der Operationen doch etwas anders geführt

ist. Meine oft angeführte Arbeit aus den *Acta Mathematica* 26 liefert mit der Formel (16) nach leichter Umrechnung die beiden Formeln

$$\begin{aligned}\zeta(s) &= (-1)^{k+1} s(s+1) \dots (s+2k+1) \int_0^\infty P_{2k+2}(z) z^{-s-2k-2} dz \\ &= (-1)^k s(s+1) \dots (s+2k) \int_0^\infty P_{2k+1}(z) z^{-s-2k-1} dz\end{aligned}$$

von denen die erste gilt, wenn der reelle Teil von s zwischen $-2k-2$ und $-2k-1$ liegt, die zweite dagegen, wenn er zwischen $-2k-1$ und $-2k$ liegt. Dabei bedeuten $P_{2k+1}(z)$ und P_{2k+2} Polynome in $z = [z]$ vom $2k+1$ resp. $2k+2$ Grade mit den Fourier-Entwicklungen

$$P_{2k+1}(z) = \sum_1^\infty \frac{\sin 2n\pi z}{2^{2k} \pi^{2k+1} n^{2k+1}}, \quad P_{2k+2}(z) = \sum_1^\infty \frac{\cos 2n\pi z}{2^{2k+1} \pi^{2k+2} n^{2k+2}}$$

Jede der beiden Formeln kann wieder zur Herleitung der Funktionalgleichung benützt werden.

Auch die von Herrn Schnee entwickelte Funktionalgleichung für die Funktion

$$\zeta(s, w) = \sum_0^\infty \frac{1}{(n+w)^s}$$

steht in nächster Beziehung zu der von mir im *Journal für Mathematik* Bd 129 (1905) entwickelten Gleichung

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} (lx + k\pi i)^{-s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \sum_1^\infty x^{-s} v^{s-1}$$

und einer älteren von A. Hurwitz (*Ztsch. für Math. u. Phys.* 27 [1882]) aufgestellten.

Es sei mir noch gestattet auf die über meine Anregung entstandene Dissertation von H. Brix, *Wiener Monatshefte* XXI (1910 S. 309), hinzuweisen, wo ebenfalls unter anderm die Hurwitz'sche Formel und zwar genau in der von H. Schnee gegebenen Gestalt abgeleitet wird Sie folgt dort aus der Formel

$$\sum_{+\infty}^{-\infty} e^{2k\pi i w} (l(x) + 2k\pi i)^{-s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \sum_{v+w > 0} \frac{x^{-v-w}}{(v+w)^{1-s}}$$

welche für $|x| > 1$ und reelles w gilt.

Dort ist auch die Kronecker'sche Grenzformel nach einer ähnlichen Methode abgeleitet. Das gilt auch von der Abhandlung des H. Rademacher in der *Math. Zeitschrift* Bd 31, S. 40, die omir erst bei der Korrektur bekannt wurde.

Les fonctions de Bessel du troisième ordre

Nota di P. HUMBERT S. C.

Dans les pages qui suivent, nous donnons la définition et nous indiquons les principales propriétés de fonctions que nous rattachons à la série hypergéométrique triconfluente du troisième ordre, et qui, sous la forme introduite ici, ne semblent pas avoir été étudiées jusqu'à présent. Définition et propriétés les font considérer, ainsi qu'on le verra, comme une généralisation des fonctions cylindriques de Bessel, qui, on le sait, s'expriment au moyen de la série hypergéométrique biconfluente du second ordre. C'est ce qui justifie le nom de *fonctions de Bessel du troisième ordre*, que nous leur donnons.

I.

De même que, dans la théorie des fonctions cylindriques, les fonctions circulaires jouent un rôle important, nous rencontrerons ici, à chaque instant, les fonctions connues sous le nom de *sinus d'ordre supérieur*, ainsi que certaines autres analogues: il est donc opportun de commencer par en rappeler les principales propriétés, dont nous aurons à nous servir.

Les fonctions f_1, f_2, f_3 . — Les trois sinus du troisième ordre sont définis par

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{e^{-x} + e^{-jx} + e^{-j^2x}}{3}, \\ f_2(x) &= \frac{e^{-x} + je^{-jx} + j^2e^{-j^2x}}{3}, \\ f_3(x) &= \frac{e^{-x} + j^2e^{-jx} + je^{-j^2x}}{3}, \end{aligned} \quad (j^3 = 1)$$

et satisfont à l'équation différentielle

$$\frac{d^3y}{dx^3} + y = 0$$

Rappelons seulement la formule fondamentale

$$f_1^3 + f_2^3 + f_3^3 - 3f_1f_2f_3 = 1$$

et les développements tels que ⁽¹⁾

$$f_1(x) = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^6}{6!} - \frac{x^9}{9!} + \dots$$

Les fonctions P, Q, R. — Les sinus du troisième ordre généralisent d'une manière évidente les fonctions circulaires (ou hyperboliques); mais, dans certaines applications, ce sont les combinaisons suivantes, à deux variables, qui s'introduisent :

$$\begin{aligned} P(\theta, \varphi) &= f_1(-\theta)f_1(-\varphi) + f_2(-\theta)f_2(-\varphi) + f_3(-\theta)f_3(-\varphi), \\ Q(\theta, \varphi) &= f_1(-\theta)f_2(-\varphi) + f_2(-\theta)f_3(-\varphi) + f_3(-\theta)f_1(-\varphi), \\ R(\theta, \varphi) &= f_1(-\theta)f_3(-\varphi) + f_2(-\theta)f_1(-\varphi) + f_3(-\theta)f_2(-\varphi). \end{aligned}$$

Ces fonctions, introduites par M. Appell ⁽²⁾, s'écrivent aussi

$$\begin{aligned} P(\theta, \varphi) &= \frac{e^{\theta+\varphi} + e^{j\theta+j^2\varphi} + e^{j^2\theta+j\varphi}}{3} \\ Q(\theta, \varphi) &= \frac{e^{\theta+\varphi} + j^2e^{j\theta+j^2\varphi} + je^{j^2\theta+j\varphi}}{3} \\ R(\theta, \varphi) &= \frac{e^{\theta+\varphi} + je^{j\theta+j^2\varphi} + j^2e^{j^2\theta+j\varphi}}{3}. \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} e^{\theta+\varphi} &= P + Q + R, \\ e^{j\theta+j^2\varphi} &= P + jQ + j^2R, \\ e^{j^2\theta+j\varphi} &= P + j^2Q + jR. \end{aligned}$$

Ces trois fonctions admettent les couples de périodes conjuguées $2\pi i$, $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ pour θ , et $2\pi i$, $-\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ pour φ . Elles satisfont à la relation

$$P^3 + Q^3 + R^3 - 3PQR = 1.$$

⁽¹⁾ Pour ce qui concerne ces fonctions, voir ma Note: *Remarques bibliographiques sur les sinus d'ordre supérieur*, Atti Pont. Accad. Scienze, anno LXXXII, sessione VII, p. 308, 1929.

⁽²⁾ P. APPELL, *Sur certaines fonctions analogues aux fonctions circulaires*, C. R. Acad. Sc., t. 84, 1877, p. 540.

Les équations

$$x = \rho P(\theta, \varphi)$$

$$y = \rho Q(\theta, \varphi)$$

$$z = \rho R(\theta, \varphi)$$

représentent donc paramétriquement la surface (hyperboloïde cubique)

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1,$$

dont les lignes asymptotiques sont données par $\theta = \text{const.}$, $\varphi = \text{const.}$

II.

La fonction $J_{m,n}(x)$. — Par analogie avec la fonction de Bessel ordinaire $J_m(x)$, qui peut être définie par le développement de Schlömilch ⁽¹⁾,

$$e^{\frac{x}{2}\left(u - \frac{1}{u}\right)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} u^m J_m(x),$$

nous définirons la *fonction de Bessel du troisième ordre*, $J_{m,n}(x)$, au moyen de la fonction génératrice à deux paramètres

$$(A) \quad e^{\frac{x}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u^m v^n J_{m,n}(x).$$

Cherchons à l'exprimer au moyen d'une série. On peut écrire

$$e^{\frac{x}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} = \sum_{p=0}^{+\infty} \sum_{q=0}^{+\infty} \sum_{r=0}^{+\infty} \left(\frac{x}{3}\right)^{p+q+r} \frac{(-1)^r u^{p-r} v^{q-r}}{p! q! r!}$$

ou, en posant $p - r = m$, $q - r = n$,

$$\sum_m \sum_n \sum_r \left(\frac{x}{3}\right)^{m+n+3r} \frac{(-1)^r u^m v^n}{(m+r)!(n+r)!r!}$$

⁽¹⁾ Pour toutes les propriétés des fonctions de Bessel ordinaires, on consultera G. N. WATSON, *A Treatise on the theory of Bessel functions*, Cambridge University Press, 1922.

Donc, si m et n sont des entiers positifs,

$$J_{m,n}(x) = \left(\frac{x}{3}\right)^{m+n} \sum_{r=0}^{+\infty} \frac{\left(-\frac{x}{3}\right)^{3r}}{(m+r)!(n+r)!r!}$$

ou, comme

$$(m+r)! = m!(m+1, r),$$

$$J_{m,n} = \frac{x^{m+n}}{3^{m+n} m! n!} \sum_{r=0}^{+\infty} \frac{\left(-\frac{x}{3}\right)^{3r}}{(m+1, r)(n+1, r)r!}$$

et par conséquent, en introduisant la fonction hypergéométrique triconfluente du troisième ordre,

$${}_0F_2(\gamma, \delta; z) = 1 + \frac{z}{\gamma \cdot \delta \cdot 1} + \frac{z^2}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1) \cdot 2!} + \dots,$$

on aura

$$(B) \quad J_{m,n}(x) = \frac{x^{m+n}}{3^{m+n} m! n!} {}_0F_2\left(m+1, n+1; -\frac{x^3}{27}\right),$$

formule (1) qui exprime la fonction $J_{m,n}$ au moyen de la série ${}_0F_2$, de même que la fonction cylindrique s'écrit

$$J_m(x) = \frac{x^m}{2^m m!} {}_0F_1\left(m+1; -\frac{x^2}{4}\right),$$

et qui explique le nom de fonction de Bessel du troisième ordre que nous proposons. La série ${}_0F_2$ a déjà été étudiée par quelques auteurs (2), mais dans un sens très différent.

On a, bien entendu, par symétrie,

$$J_{m,n}(x) = J_{n,m}(x).$$

(1) Nous avons indiqué incidemment (Compte Rendus du Congrès des Sociétés savantes, 1925, p. 81-88) quelques propriétés de la fonction $J_{m,n}$, en partant d'une définition légèrement différente de la définition (B). Cette dernière est préférable.

(2) En particulier, *Pochhammer*, Ueber die Differentialgleichungen der Reihen $F(\rho, \sigma; x$ und $F(\rho, \sigma, \tau; x)$. *Math. Ann.*, XLI, 1893, p. 197.

La formule (B) ne s'applique qu'aux fonctions à indices entiers et positifs, et la formule (A) ne définit que les fonctions à indices entiers. Les fonctions d'indices non entiers, positifs ou négatifs, s'introduiront évidemment par

$$J_{m, n}(x) = \frac{x^{m+n}}{3^{m+n} \Gamma(m+1) \Gamma(n+1)} {}_0F_2\left(m+1, n+1; -\frac{x^3}{27}\right).$$

Quant aux fonctions d'indices entiers et *négatifs*, on obtiendra leur valeur de la manière suivante: écrivons

$$\begin{aligned} e^{\frac{x}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} &= \sum_0^\infty \sum_0^\infty u^m v^n J_{m, n}(x) + \sum_0^\infty \sum_1^\infty u^m v^{-n} J_{m, -n}(x) + \\ &+ \sum_1^\infty \sum_0^\infty u^{-m} v^n J_{-m, n}(x) + \sum_1^\infty \sum_1^\infty u^{-m} v^{-n} J_{-m, -n}(x). \end{aligned}$$

Posons

$$u = -\frac{1}{vt},$$

d'où

$$u + v - \frac{1}{uv} = v + t - \frac{1}{vt}.$$

La fonction génératrice s'écrira donc

$$\begin{aligned} e^{\frac{x}{3}\left(v+t-\frac{1}{vt}\right)} &= \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} v^p t^q J_{p, q}(x) \\ &= \sum \sum (-1)^q u^{-p} v^{p-q} J_{p, q}(x). \end{aligned}$$

D'on l'on tirera, par comparaison, les formules

$$J_{-m, n}(x) = (-1)^m J_{m, m+n}(x)$$

$$J_{m, -n}(x) = (-1)^n J_{n, m+n}(x)$$

$$J_{-m, -n}(x) = (-1)^m J_{m, m-n}(x) = (-1)^n J_{n, n-m}(x)$$

$$J_{-m, 0} = (-1)^m J_{m, m}$$

$$J_{-m, -m} = (-1)^m J_{m, 0}.$$

Le tableau suivant, à double entrée, donne, pour les premières valeurs négatives des indices, les fonctions $J_{m,n}$ ramenées aux fonctions d'indices positifs.

$n/m :$	— 4	— 3	— 2	— 1	0	1
— 4	$J_{4,0}$	$J_{4,1}$	$J_{4,2}$	$J_{4,3}$	$J_{4,4}$	$J_{4,5}$
— 3	$J_{4,1}$	$J_{3,0}$	$J_{3,1}$	$J_{3,2}$	$J_{3,3}$	$J_{3,4}$
— 2	$J_{4,2}$	$J_{3,1}$	$J_{2,0}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{2,3}$
— 1	$J_{4,3}$	$J_{3,2}$	$J_{2,1}$	$J_{1,0}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$

III.

Formules de récurrence. — On obtiendra, par la méthode ordinaire, à partir de la formule (A) de fonction génératrice, ou encore à partir de propriétés connues de la série hypergéométrique ${}_0F_2$, des formules de récurrence entre diverses fonctions J d'indices contigus.

On aura par exemple:

$$(m+n) J_{m,n} = \frac{x}{3} (J_{m-1,n} + J_{m,n-1} + 2J_{m+1,n+1})$$

$$(m-n) J_{m,n} = \frac{x}{3} (J_{m-1,n} - J_{m,n-1})$$

$$m J_{m,n} = \frac{x}{3} (J_{m+1,n+1} + J_{m-1,n})$$

$$n J_{m,n} = \frac{x}{3} (J_{m+1,n+1} + J_{m,n-1})$$

$$\frac{x}{3} (J_{m+1,n} - J_{m,n+1}) = m J_{m,n-1} - n J_{m-1,n}$$

$$J_{m+1,n+1} = \frac{3(m+n-1)}{x} J_{m,n} - \frac{9(m-1)(n-1)}{x^2} J_{m-1,n-1} + J_{m-2,n-2}.$$

Et, en introduisant les dérivées,

$$J'_{m,n} = \frac{m+n}{x} J_{m,n} - J_{m+1,n+1}$$

$$J'_{m,n} = \frac{1}{3} (J_{m-1,n} + J_{m,n-1} - J_{m+1,n+1})$$

$$3(m-n) J'_{m,n} = (m-2n) J_{m-1,n} + (2m-n) J_{m,n-1}$$

$$\frac{d}{dx} [x^{-(m+n)} J_{m,n}] = -x^{-(m+n)} J_{m+1,n+1}$$

Ajoutons aussi les deux formules importantes

$$\begin{aligned} J_{m,n}(jx) &= j^{m+n} J_{m,n}(x) \\ J_{m,n}(j^2x) &= j^{2(m+n)} J_{m,n}(x). \end{aligned}$$

Equation différentielle. — Par des dérivations successives, on tirera des formules de récurrence l'équation différentielle, linéaire et homogène, du troisième ordre, à laquelle satisfait la fonction $J_{m,n}$:

$$y''' + \frac{3}{x}y'' + \frac{1 - 3m^2 + 3mn - 3n^2}{x^2}y' + \left[1 + \frac{(m+n)(2m-n)(m-2n)}{x^2}\right]y = 0.$$

Deux autres solutions de cette équation sont, si m et n ne sont pas entiers,

$$\begin{aligned} &J_{-m, n-m}(x) \\ \text{et} \quad &J_{-n, m-n}(x). \end{aligned}$$

On peut en déduire la solution de diverses équation particulières du troisième ordre. Ainsi l'équation

$$y''' + K^2 x^p y = 0$$

où K et p sont des constantes, sera satisfaite par

$$y = x J_{\frac{1}{p+3}, \frac{2}{p+3}} \left(\frac{3K}{p+3} x^{\frac{p+3}{3}} \right).$$

Donc l'équation

$$y''' + xy = 0,$$

qui est un cas particulier des équations étudiées par Scherk ⁽¹⁾, admettra les trois solutions distinctes

$$\begin{aligned} y_1 &= x J_{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}} \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right) \\ y_2 &= x J_{-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}} \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right) \\ y_3 &= x J_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}} \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right) \end{aligned}$$

⁽¹⁾ SCHERK, Ueber die integration der Gleichung $\frac{d^3 y}{dx^3} = (\alpha + \beta x)y$. *Journal für Math.*, X, (1833) p. 92.

Dans le cas où m et n ne sont pas entiers, le déterminant de Wronsky.

$$\Delta = \begin{vmatrix} J_{m,n} & J_{-m,n-m} & J_{-n,m-n} \\ J'_{m,n} & J'_{-m,n-m} & J'_{-n,m-n} \\ J''_{m,n} & J''_{-m,n-m} & J''_{-n,m-n} \end{vmatrix}$$

n'est pas nul, et l'on peut calculer sa valeur. Par la formule de Liouville, les coefficients de J'' et de J' dans l'équation différentielle étant respectivement 1 et $\frac{3}{x}$, on a

$$\Delta = A e^{-\int \frac{3}{x} dx} = \frac{A}{x^3},$$

A étant une constante. Pour la calculer, on développera la déterminant en remplaçant les fonctions J, J', J'' , par les premiers termes de leurs développements: par exemple

$$J_{m,n} = \frac{x^{m+n}}{3^{m+n} \Gamma(m+1) \Gamma(n+1)} + \dots$$

et ainsi des autres. Tous calculs effectués, on trouvera

$$A = \frac{27 mn(m-n)}{\Gamma(m+1) \Gamma(n+1) \Gamma(1-m) \Gamma(1-n) \Gamma(m-n+1) \Gamma(1-m+n)}$$

ou, en simplifiant,

$$A = \frac{27}{\pi^3} \sin m\pi \sin n\pi \sin (m-n)\pi.$$

On peut d'ailleurs transformer Δ en se servant des formules de récurrence, et l'on aura la formule

$$\begin{vmatrix} J_{m,n} & J_{-m,n-m} & J_{-n,m-n} \\ J_{m+1,n+1} & J_{-m+1,n-m+1} & J_{-n+1,m-n+1} \\ J_{m+2,n+2} & J_{-m+2,n-m+2} & J_{-n+2,m-n+2} \end{vmatrix} = - \frac{27 \sin m\pi \sin n\pi \sin (m-n)\pi}{\pi^3 x^3}$$

qui généralise une formule bien connue de Lommel pour les fonctions de Bessel ordinaires.

IV.

Cas particuliers. — On connaît la propriété remarquable des fonctions cylindriques dont l'indice est la moitié d'un entier impair: elles se ramènent aux fonctions circulaires. Ainsi l'on a

$$J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$$

$$J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x.$$

Un fait analogue se produit pour les fonctions du troisième ordre dont les indices sont de la forme $p + \frac{1}{3}$, ou $p + \frac{2}{3}$, p étant entier.

Considérons en effet la fonction $J_{-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}}(x)$: on l'écrira, par définition

$$J_{-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}}(x) = \frac{x^{-1}}{3^{-1} \Gamma(\frac{1}{3}) \Gamma(\frac{2}{3})} {}_0F_2\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; -\frac{x^3}{27}\right)$$

donc

$$J_{-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}}(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi x} \left[1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^6}{6!} - \dots \right]$$

c'est à dire

$$J_{-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}}(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi x} f_1(x).$$

On trouverait de même

$$J_{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi x} f_2(x)$$

$$J_{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi x} f_3(x).$$

Ainsi, en tenant compte des formules de récurrence, on voit que toute fonction de Bessel du troisième ordre dont les indices sont de la forme $p + \frac{1}{3}$ ou $p + \frac{2}{3}$ s'exprime au moyen des sinus du troisième ordre.

On aura par exemple

$$J_{\frac{2}{3}, \frac{4}{3}}(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi x} \left[\frac{f_3(x)}{x} + f_4(x) \right], \text{ etc.}$$

V.

Développements divers. — La formule (A) va nous permettre d'écrire un certain nombre de développements en séries où figurent les fonctions $J_{m,n}$.

(a) Remplaçant dans (A) x par $x + y$, et écrivant

$$e^{\frac{x+y}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} = e^{\frac{x}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} e^{\frac{y}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)},$$

nous obtiendrons la formule

$$J_{m,n}(x+y) = \sum_p \sum_q J_{p,q}(x) J_{m-p, n-q}(y).$$

(b) Faisant dans la même formule $v = 1$, nous avons

$$e^{\frac{x}{3}\left(u+1-\frac{1}{u}\right)} = e^{\frac{x}{3}} e^{\frac{x}{3}\left(u-\frac{1}{u}\right)}$$

et, en posant $\frac{2x}{3} = z$, nous reconnaissons au second membre la fonction génératrice des fonctions de Bessel ordinaires: d'où le développement

$$J_m(z) = e^{-\frac{z}{2}} \sum_n J_{m,n}\left(\frac{3z}{2}\right)$$

(c) Posant à présent $v = -u$, on a

$$e^{\frac{x}{3u^2}} = \sum_m \sum_n (-1)^n u^{m+n} J_{m,n}(x).$$

Or le premier membre est égal à

$$\sum_p \left(\frac{x}{3}\right)^p \frac{u^{-2p}}{p!}$$

d'où, par comparaison, l'important développement

$$\frac{x^p}{3^p p!} = \sum (-1)^n J_{m,n}(x),$$

la somme étant étendue à toutes les valeurs entières, positives et négatives, de m et n , telles que

$$m + n = -2p.$$

On tire de cette formule d'intéressantes conséquences: en faisant $p = 0$, on aura

$$1 = \sum_m (-1)^m J_{m,-m}(x)$$

or

$$J_{m,-m} = (-1)^m J_{m,2m}$$

d'où le développement

$$1 = J_{0,0}(x) + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{m,2m}(x).$$

De même, en faisant $p = 1$, on aura le développement

$$\frac{x}{3} = \sum (-1)^n J_{m,n}(x)$$

avec $m + n = -2$, que l'on pourra écrire

$$\frac{x}{3} = J_{1,0}(x) + 2 \sum_{m=2}^{\infty} J_{m,2m-2}(x)$$

Développement de la fonction $f_1(x)$. — Dans la formule (A), posons

$$\begin{aligned} u &= -e^{-t} \\ v &= -e^{-jt}. \end{aligned}$$

On aura

$$uv = e^{-(1+j)t} = e^{j^2 t}$$

et par conséquent

$$\frac{x}{3} \left(u + v - \frac{1}{uv} \right) = -x f_1(t).$$

Donc

$$e^{-xf_1(t)} = \sum \sum (-1)^{m+n} e^{-(m+jn)t} J_{m,n}(x).$$

Remplaçons successivement x par jx et par j^2x :

$$\begin{aligned} e^{-jxf_1(t)} &= \sum \sum (-1)^{m+n} j^{m+n} e^{-(m+jn)t} J_{m,n}(x) \\ e^{-j^2xf_1(t)} &= \sum \sum (-1)^{m+n} j^{2(m+n)} e^{-(m+jn)t} J_{m,n}(x). \end{aligned}$$

D'où, en ajoutant membre à membre,

$$3f_1[xf_1(t)] = \sum \sum (-1)^{m+n} e^{-(m+jn)t} [1 + j^{m+n} + j^{2(m+n)}] J_{m,n}(x).$$

Mais le facteur

$$1 + j^{m+n} + j^{2(m+n)}$$

est nul, sauf lorsque $m+n$ est multiple de 3: il est alors égal à 3. Donc, en posant $m+n=3\mu$, on aura

$$f_1[xf_1(t)] = \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^{\mu} e^{-[m+j(3\mu-m)]t} J_{m,3\mu-m}(x).$$

En particulier, si l'on fait $t=0$, on obtient le développement de $f_1(x)$ en série de fonctions J:

$$f_1(x) = \sum \sum (-1)^{\mu} J_{m,3\mu-m}(x).$$

On pourra transformer les fonctions à indices négatifs, et on aura

$$\begin{aligned} f_1(x) &= J_{0,0} - (3J_{3,0} + 6J_{2,1}) \\ &\quad + (3J_{3,3} + 6J_{2,4} + 6J_{5,1} + 3J_{6,0}) \\ &\quad - \dots \end{aligned}$$

On obtiendrait de la même façon des développements analogues pour les autres sinus du troisième ordre:

$$\begin{aligned} f_2(x) &= 3J_{1,1} + 3J_{2,0} - (3J_{5,0} + 6J_{3,2} + 6J_{4,1}) + \dots \\ f_3(x) &= -3J_{1,0} + (3J_{2,2} + 6J_{3,1} + 3J_{4,0}) + \dots \end{aligned}$$

VI.

Expression par une intégrale double. — Les fonctions de Bessel ordinaires s'expriment, on le sait, par des intégrales simples où figurent les fonctions circulaires. Nous allons montrer que les fonctions de Bessel du troisième ordre s'expriment par des intégrales doubles où figurent les fonctions P, Q, R.

Pour simplifier l'exposé, nous ne nous occuperons que de la fonction $J_{0,0}(x)$, au moins au début; et nous allons montrer que l'intégrale

$$I = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-\frac{x}{3}} [e^{i\rho} + e^{i\sigma} + e^{-i(\rho+\sigma)}] d\rho d\sigma$$

est égale à $J_{0,0}(x)$

En effet, si nous développons l'exponentielle, nous avons

$$I = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(-1)^m x^m}{3^m m!} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [e^{i\rho} + e^{i\sigma} + e^{-i(\rho+\sigma)}]^m d\rho d\sigma,$$

ce qui conduit à écrire une somme de termes de la forme

$$I_m = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ni\rho} e^{pi\sigma} e^{-qi(\rho+\sigma)} d\rho d\sigma,$$

n, p et q étant trois entiers dont la somme est m .

Mais cette intégrale est égale, à un coefficient constant près, à

$$\left[e^{2\pi i(n-q)} - 1 \right] \left[e^{2\pi i(p-q)} - 1 \right],$$

ce qui est nul, puisque n, p, q sont entiers. Il faut cependant excepter le cas où I_m se réduirait à

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} d\rho d\sigma,$$

c'est à dire serait égale à $4\pi^2$, cas qui se présentera si

$$n - q = p - q = 0$$

donc si

$$n = p = q = \frac{m}{3}$$

Le coefficient du terme considéré est alors, dans la somme qui constitue 1,

$$C_m^n \cdot C_{m-n}^p$$

ou, puisque $m = 3n$, et $n = p$,

$$C_{3n}^n \cdot C_{2n}^n$$

c'est à dire

$$\frac{3n(3n-1)\dots(2n+1)}{n!} \cdot \frac{2n(2n-1)\dots(n+1)}{n!}$$

ou

$$\frac{(3n)!}{n! n! n!} = \frac{m!}{n! n! n!}.$$

Ainsi l'intégrale I, se réduit à

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{3n} x^{3n}}{3^{3n} n! n! n!}$$

c'est à dire à

$${}_0F_2 \left(1, 1; -\frac{x^3}{27} \right)$$

donc à $J_{0,0}(x)$.

On a donc la formule

$$J_{0,0}(x) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-\frac{x}{3} [e^{i\rho} + e^{i\sigma} + e^{-i(\rho+\sigma)}]} d\rho d\sigma$$

à laquelle on aurait pu également arriver à partir de la fonction génératrice (A).

Posons alors

$$\begin{aligned} i\rho &= j\theta + j^2\varphi, \\ i\sigma &= j^2\theta + j\varphi, \end{aligned}$$

on aura

$$e^{i\rho} + e^{i\sigma} + e^{-i(\rho+\sigma)} = e^{j\theta + j^2\varphi} + e^{j^2\theta + j\varphi} + e^{\theta + \varphi} = 3P(\theta, \varphi).$$

Donc, dans le champ C défini par

$$\begin{aligned} 0 &< j\theta + j^2\varphi < 2\pi i \\ 0 &< j^2\theta + j\varphi < 2\pi i, \end{aligned}$$

on pourra écrire

$$J_{0,0}(x) = \frac{i\sqrt{3}}{4\pi^2} \int_C e^{-xP(\theta, \varphi)} d\theta d\varphi.$$

D'ailleurs, d'après la remarque faite plus haut, si on développe l'exponentielle en série, seuls les termes de 3 en 3 à partir du premier subsisteront, les intégrales portant sur les autres étant nulles, et on aura par conséquent

$$J_{0,0}(x) = \frac{i\sqrt{3}}{4\pi^2} \int_C f_1[xP(\theta, \varphi)] d\theta d\varphi,$$

formule qui généralise d'une manière curieuse l'intégrale dite de Parseval pour les fonctions de Bessel :

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \varphi) d\varphi.$$

Pour définir de plus près le champ d'intégration C, posons

$$\begin{aligned} \theta &= r + is \\ \varphi &= r' + is', \end{aligned}$$

on aura

$$\begin{aligned} i\rho &= j(r + is) + j^2(r' + is') \\ i\sigma &= j^2(r + is) + j(r' + is') \end{aligned}$$

d'où

$$r = -r' = \frac{\rho - \sigma}{2\sqrt{3}},$$

Dans le champ C, r varie donc de $-\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ à $+\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ et s de -2π à 0 . Donc le point représentatif de θ est situé dans un rectangle dont les côtés sont $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ et $2\pi i$, c'est à dire les périodes de $P(\theta, \varphi)$. Il en est de même du point représentatif de φ . On voit ainsi apparaître le lien qui existe entre le champ de l'intégrale double $J_{0,0}$ et le champ (période du sinus) de l'intégrale simple J_0 .

D'ailleurs le coefficient constant, égal à $\frac{1}{\pi}$ dans le cas de la fonction de Bessel ordinaire, est ici égal à l'inverse du produit des deux périodes de P.

Il est aisé d'étendre l'analyse précédente aux fonctions d'indices non nuls simultanément. On trouvera que la fonction $J_{m,n}$ est représentée par l'une des

integrates suivantes, multipliée par le même coefficient constant et prise dans le même champ que l'intégrale $J_{0,0}$:

$$\begin{aligned} & (-1)^{m+n} \iint e^{-xP(\theta, \varphi) - m(j\theta + j^2\varphi) - n(j^2\theta + j\varphi)} d\theta d\varphi, \\ & (-1)^{m+n} j^{n-m} \iint e^{-xQ(\theta, \varphi) - m(j\theta + j^2\varphi) - n(j^2\theta + j\varphi)} d\theta d\varphi, \\ & (-1)^{m+n} j^{m-n} \iint e^{-xR(\theta, \varphi) - m(j\theta + j^2\varphi) - n(j^2\theta + j\varphi)} d\theta d\varphi. \end{aligned}$$

Notons encore que l'on peut mettre $J_{m,n}$ sous une forme moins élégante, mais ne contenant que des fonctions circulaires: il suffit de faire une transformation simple, et l'on trouvera

$$\begin{aligned} J_{m,n}(x) &= \frac{e^{\frac{x}{3}}}{\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi e^{\frac{4x}{3} \sin \psi \sin \chi \cos(\psi + \chi)} \\ &\cos \left[\frac{4x}{3} \cos \psi \cos \chi \sin(\psi + \chi) - 2m\psi - 2n\chi \right] d\psi d\chi. \end{aligned}$$

VII.

Les fonctions $J_{m,n}$ et l'équation $\Delta_3 U + U = 0$. — Nous avons donné récemment ⁽¹⁾ quelques remarques sur l'équation

$$\Delta_3 U = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} - 3 \frac{\partial^3 U}{\partial x \partial y \partial z} = 0$$

qui généralise l'équation de Laplace, ainsi que sur l'équation

$$\Delta_3 U = \frac{\partial^3 U}{\partial t^3}$$

analogue à l'équation des ondes. En cherchant une solution de cette dernière équation, nous avons été conduit à introduire les fonctions ${}_0F_3$. Montrons qu'en effet les fonctions de Bessel du troisième ordre jouent un rôle important dans ce problème.

Prenons, pour simplifier, l'équation

$$\Delta_3 U + U = 0,$$

⁽¹⁾ Sur une généralisation de l'équation de Laplace, Journal Math. pures appl., série 9, t. VIII, 1929, p. 145.

qui, comme nous l'avons indiqué ailleurs⁽¹⁾, s'introduit dans le problème du potentiel lorsque l'attraction est proportionnelle à $\rho e^{\frac{\rho^2}{2}}$, et que la surface attirante est la surface du 3^e ordre

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1,$$

de même que l'équation

$$\Delta_2 U + U = 0$$

s'introduit dans le même problème, quand la surface attirante est la sphère

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Faisons le changement de variables

$$\xi = x + y + z$$

$$\eta = x + jy + j^2z$$

$$\zeta = x + j^2y + jz.$$

L'équation devient

$$\frac{\partial^3 U}{\partial \xi \partial \eta \partial \zeta} + \frac{U}{27} = 0.$$

Elle sera évidemment satisfaite par la fonction

$$U = e^{\frac{h\xi + k\eta + l\zeta}{3}}$$

où h, k, l sont trois constantes arbitraires liées par la relation

$$hkl = -1.$$

Donc la fonction

$$U = e^{\frac{1}{3} \left(h\xi + k\eta + \frac{\zeta}{hk} \right)}$$

sera solution, ainsi que toute fonction de ξ, η, ζ naissant du développement de U suivant les puissances de h et k .

⁽¹⁾ Sur le potentiel . . . , Mathematica, CLX, vol. I, 1929, p. 164.

Posons alors

$$\begin{aligned}\xi &= r e^{\theta + \varphi} \\ \eta &= r e^{j\theta + j^2\varphi} \\ \zeta &= r e^{j^2\theta + j\varphi},\end{aligned}$$

ce qui donne

$$x = rP(\theta, \varphi) \quad y = rQ(\theta, \varphi) \quad z = rR(\theta, \varphi),$$

et écrivons

$$\begin{aligned}h e^{\theta + \varphi} &= u, \\ k e^{j\theta + j^2\varphi} &= v.\end{aligned}$$

La fonction étudiée devient

$$U = e^{\frac{r}{3}(u+v-\frac{1}{uv})}$$

dont le développement est

$$\sum \sum u^m v^n J_{m,n}(r).$$

Nous en concluons qu'une solution de $\Delta_3 U + U = 0$ est la fonction

$$e^{m(\theta + \varphi) + n(j\theta + j^2\varphi)} J_{m,n}(r).$$

En particulier, si nous faisons, pour simplifier, $n = m$, nous avons la solution

$$e^{-m(j^2\theta + j\varphi)} J_{m,m}(r)$$

et, comme on peut évidemment remplacer φ par $j\varphi$ et θ par $j\theta$, etc, les deux autres

$$\begin{aligned}e^{-m(m\theta + j\varphi)} J_{m,m}(r) \\ e^{-m(j\theta + j^2\varphi)} J_{m,m}(r),\end{aligned}$$

c'est à dire

$$\begin{aligned}J_{m,m}(r) [P(m\theta, m\varphi) + Q(m\theta, m\varphi) + R(m\theta, m\varphi)], \\ J_{m,m}(r) [P(m\theta, m\varphi) + jQ(m\theta, m\varphi) + j^2R(m\theta, m\varphi)], \\ J_{m,m}(r) [P(m\theta, m\varphi) + j^2Q(m\theta, m\varphi) + jR(m\theta, m\varphi)],\end{aligned}$$

on encore, par combinaison de ces expressions, les trois solutions très simples

$$J_{m,m}(r) P(m\theta, m\varphi) \quad J_{m,m}(r) Q(m\theta, m\varphi) \quad J_{m,m}(r) R(m\theta, m\varphi)$$

que nous avons trouvées, dans la mémoire cité plus haut, par un calcul détourné, et qui généralisent le résultat connu suivant: l'équation à deux variables

$$\Delta_z U + U = 0$$

où l'on pose

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta$$

admet les deux solutions

$$J_m(r) \cos m\theta \quad J_m(r) \sin m\theta.$$

VIII.

Nous ne ferons que signaler la généralisation évidente qui consiste à augmenter le nombre des indices. On définira la *fonction de Bessel d'ordre p* par les formules suivantes

$$e^{\frac{x}{p+1} \left(u_1 + \dots + u_p - \frac{1}{u_1 \dots u_p} \right)} = \sum u_1^{m_1} \dots u_p^{m_p} J_{m_1, \dots, m_p}(x)$$

$$J_{m_1, \dots, m_p}(x) = \frac{x^{m_1 + \dots + m_p}}{(p+1)^{m_1 + \dots + m_p} m_1! \dots m_p!} {}_0F_p \left(m_1 + 1, \dots, m_p + 1; - \frac{x^{p+1}}{(p+1)^{p+1}} \right).$$

On pourra écrire, par exemple, que la fonction

$$y = x^{\frac{n-1}{2}} J_{\frac{1}{n+q}, \frac{2}{n+q}, \dots, \frac{n-1}{n+q}} \left(\frac{n}{n+q} x^{\frac{n+q}{n}} \right)$$

est solution de l'équation (étudiée par Kummer) ⁽¹⁾,

$$- \frac{d^n y}{dx^n} + x^q y = 0.$$

(1) Note sur l'intégration de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} = x^m y$. *Journal für Math.*, XIX (1839, p. 286 et *Journal Math., pures appl.*, IV (1839) p. 390.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE III DEL 16 FEBBRAIO 1930

	PAG.
Accademici presenti	111
HAGEN S. O. — Presentazione di una Nota del S. C. Wirtinger	111
» » — Presentazione di pubblicazioni	111
PALAZZO S. O. — Presentazione di un Volume di <i>Memorie del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geofisica</i>	112
LOMBARDI S. O. — Presentazione di pubblicazioni dell'Osservatorio di Zi-Ka-Wei presso Shanghai	113
RANZI S. C. — Presentazione di quattro sue pubblicazioni	113
PASQUINI S. C. — Presentazione di una sua pubblicazione	113
» » — Presentazione, anche a nome del S. C. Ranzi, del Volume: <i>Zoologia secondo le lezioni del Prof. Raffaele</i>	114
LEVI-CIVITA S. C. — Presentazione, anche a nome del Prof. U. Arnaldi, del Vol. 1° delle loro: <i>Lezioni di Meccanica Razionale</i>	114
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione di una sua Memoria	114
» » » — Presentazione di una sua pubblicazione	114
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni	114
Approvazione, da parte del Corpo Accademico, della inserzione sulle pubblicazioni accademiche di una Memoria dell'Estraneo Hopmann.	115

COMITATO SEGRETO.

Nomina di un nuovo S. C.	115
Candidatura di un nuovo S. C.	115

	PAG.
Relazione del concorso a premio bandito dalla Pontificia Accademia delle Scienze — Nuovi Lincei — in occasione del Giubileo Sacerdotale di Sua Santità . .	116

MEMORIE E NOTE.

WIRTINGER S. C.	— Ueber einige bestimmte Integrale, welche mit der Riemann'schen Zetafunction zusammenhängen	120
HUMBERT S. C.	— Les fonctions de Bessel du troisième ordre .	128

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII
(1929-1930)

SESSIONE IV DEL 16 MARZO 1930



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
1930

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE IV - 16 MARZO 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCO

Accademici Presenti. — Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCO — GIORGI — KAAS — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — LEVI-CIVITA — PASQUINI.

La seduta venne aperta alle 16.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 16 febbraio, che fu approvato senza osservazioni.

Il *Presidente* dette il triste annuncio della morte del Socio Onorario Card. Raffaele MERRY DEL VAL, e Lo commemorò brevemente.

Il S. O. NAPOLI lesse una commemorazione del S. C. Giacomo BRESADOLA.

Il S. O. CARONIA presentò vari lavori del Dott. Giuseppe SPARAPANI, sotto elencati, facendo rilevare l'importanza di alcuni di essi per quanto riguarda l'igiene alimentare. Notò come il Dott. Sparapani, veterinario distinto, pur tra le occupazioni della sua professione, trova il tempo di condurre buone ricerche sperimentali, nelle quali rivela spirito critico ed originalità.

Le pubblicazioni presentate sono le seguenti:

SPARAPANI, G. — *Per la storia delle Tossi-Infezioni alimentari.*

— *Nuove ricerche sull'innocuità dell'uso alimentare delle carni cotte provenienti da Suini affetti dal Mal-Rossino.*

- *Sur la toxicité de la viande provenant des foetns.*
- *Sulla possibilità della trasmissione dell'infezione da Spirocheta di Futaki per via digerente.*
- *Circa la possibilità della trasmissione del contagio tubercolare alla specie umana a mezzo delle uova dei polli.*
- *La réaction du beurre par les précipitines.*
- *Alcune modificazioni istologiche in dugentocinquanta ovaria prive di speciali localizzazioni, ma di vacche affette da tubercolosi.*
- *Contributo clinico alla migrazione esterna dell'ovulo.*
- *Ricerche sulla patogenesi dell'anemia degli ovini malati di piroplasmosi.*
- *De quelques modifications produites sur l'action toxolytique du suc d'autolyse hépatique par les toxines de la douve du foie et de l'échinocaque, et sur les modifications déterminées par les toxines en question sur la fonction glycagénique du foie.*
- *Circa una diagnosi differenziale tra ittero vero e falso ittero alimentare nelle carni dei comuni animali da macello.*
- *Trasmissione dell'infezione da piroplasma ovis in tre suini per via digerente.*
- *Le carni dei caprini affetti da pleuro-polmonite essedativa o morti per tale morbo sono a proscriversi dall'alimentazione umana?*

Il S. O. ANILE presentò il volume del Dott. Prof. LUIGI SCREMIN, incaricato di farmacologia nella Università di Sassari, sul problema della *Educazione della Castità*, e fece notare come per la prima volta tale questione viene esposta accordando le giuste esigenze della nostra Chiesa con i nuovi risultati delle scienze biologiche.

Presentò inoltre le seguenti pubblicazioni del Dott. Mario TIRELLI, le quali rivelano l'ardore e la coscienziosità di questo giovane cultore di anatomia comparata:

TIRELLI, M. — *Modificazioni del Condrioma e del lacunoma nelle cellule intestinali di Gambusia holbroki (Grd.) durante le diverse fasi dell'attività funzionale, e durante il digiuno.*

- *Sbocco dei canali malpighiani nello intestino medio.*
- *Studi sulla fisiologia degli insetti.*
- *La viscosità delle uova negli incroci del Bombix Mori (L.).*
- *Studi sulla fisiologia degli insetti (sistema nervoso).*

Il S. O. GIORGI presentò una Nota dell'estraneo Dott. BRUNO DE FINETTI dal titolo: *Equilibrio stabile in un campo di viscosità*.

Presentò poi, anche a nome del S. O. ANILE, una Memoria dell'estraneo Prof. GUIDO CREMONESE intitolata: *Radiazioni della materia vivente e loro fotografia*.

In tale Memoria il prof. Cremonese presenta la esposizione documentaria degli esperimenti nei quali egli è riuscito a ottenere la fotografia delle radiazioni emesse da fermenti e tessuti vitali. Queste radiazioni erano finora state rivelate con mezzi biologici, ma la fotografia non era riuscita a nessuno degli sperimentatori precedenti. Il Cremonese ha determinato le condizioni in cui le fotografie possono riuscire, e ne presenta una ricca serie. È un nuovo importantissimo campo che si apre agli sperimentatori.

Il S. O. NEVIANI presentò una sua Memoria: *Adarce seu Porus anguinus*. e pronunciò le seguenti parole:

Nel discorso presidenziale tenuto dal prof. Sir Sydney Harmer il 24 maggio dello scorso anno, alla Società Linneana di Londra, e recentemente pubblicato l'Autore tratta, da pari suo, della storia degli studi sui briozoi, fermandosi ad esaminare specialmente i progressi fatti nelle conoscenze anatomiche. In un breve capitolo, si occupa dell'antichissimo genere *Adarce* di Dioscoride, del quale io stesso trattai brevemente varie volte, ed anche nell'ultima Memoria che ebbi l'onore di presentare all'adunanza pontificia del 29 Dicembre u. s. Nella Memoria, della quale ora parlo, riprendo l'argomento, lo sviluppo nell'intento di completare le notizie che, per necessità di cose, furono succintamente esposte dall'insigne specialista inglese. Dopo gli appunti bibliografico-critici sopra quanto di *Adarce* trovai in un certo numero di antiche opere, passo ad una sommaria descrizione di una molto bella e grande colonia di *Stylopoma spongity Pallas*, dragata nel mare di Santa Marinella, una delle specie alle quali si riferisce *Adarce*; e termino con la notizia di alcune opere del 1700, contenenti studi od accenni sopra qualche specie di Briozoari; e che, sin ora, non erano state prese in considerazione dagli specialisti.

Il Segretario DE SANCTIS presentò un lavoro del S. O. NAVÁS: *Insecta Nova. Series XV*, ed una Nota del S. C. HOFBAUER: *Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter*.

Il S. C. PASQUINI presentò in omaggio all'Accademia l'estratto di una sua recente nota in collaborazione con l'Harrison, dal titolo: *Esperimenti d'innesto sul cestello branchiale di Clavelina lepadiformis*. Si tratta dei risultati ottenuti innestando due cestelli branchiali, variandone le relazioni di polarizzazione. Questi vanno incontro ai noti processi di sdifferenziamento, e si riorganizzano dopo in individui doppi che conservano la polarità originaria. Questa può tuttavia essere invertita, differenziandosi nel nuovo ascidiozoo un cestello branchiale, là dove la polarizzazione del componente l'innesto vorrebbe la formazione di una gemma stoloniale, oppure con la formazione di sifoni eteromorfotici in cestelli branchiali isolati dal sacco viscerale.

Il S. C. LEVI-CIVITA presentò una sua Nota: *Pulviscolo cosmico e distribuzione Maxwelliana*.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

GEMELLI, S. O. — *Osservazioni generali e ricerche sperimentali sulla selezione dei piloti di aviazione*.

— *L'abilità manuale*.

— *Sur la valeur des temps de réaction simple surtout au rapport à leur application à la selection personnelle*.

— *Recherches sur la nature de l'habilité manuelle*.

— *Recherches sur le diagnostic de l'habilité motrice*.

— *Die Philosophie der gegenwart in selbstdarstellungen*.

— *Sulla natura e sulla genesi del carattere*.

PISTOLESI, S. O. — *Il funzionamento dell'elica in una corrente non uniforme*.

FRANCHINI, S. C. — *Rapporto sul funzionamento della scuola di patologia Coloniale. Anno Scolastico 1928-29*.

HUMBERT, S. C. e JULIA, G. — *Œuvres de G. Humbert*.

e le seguenti di estranei:

AMATO, GIUSEPPE — *Il Prof. Cav. Can. Pietro Parnisetti (1823-1879)*.

ARTOWSKI, HENRIK — *Communications vol. 4, Nos 43-56 des résultats des recherches de H. A. et des ses collaborateurs*.

FERRARI, F. — *Sulla scorificazione dei Clincher di Portland*.

CASSINIS, G. — *I nuovi distanziometri topografici*.

GALLO, G. — *Sulla determinazione del rame allo stato di solfuro rameoso.*

— *La riduzione degli ossidi metallici con idrogeno: ossido di rame.*

— *Il comportamento dei solfuri di rame con idrogeno.*

GERMENA, G. — *Pietro Parnisetti Sacerdote della Religione e della Scienza (1879-1929).*

HOENNING O'CARROLL, E. — *Il compiuto riordinamento della Biblioteca del Seminario Patriarcale (Venezia).*

LELLI, M. — *Sul teorema del minimo calore di W. Thomson.*

PASTORI, G. — *Contributo allo studio della fine struttura dei gangli simpatici etc.*

POLVANI, G. — *Studio teorico del comportamento della densità dell'energia sonora diffusa in ambiente circonsonante nel caso di sorgenti periodicamente intermittenti.*

Fratelli di N. S. della Misericordia — « *Mater Misericordiae* »; periodico mensile. Febbraio 1930.

Sindacato Prov. Fascista Ingegneri — *Bollettino mensile.* Gennaio 1930.

R. Università per Stranieri — *Bollettino.* Gennaio 1930.

Il Segretario partecipò che il Prof. KONEN ha inviato all'Accademia lettera di ringraziamento per la sua recente nomina a Socio Corrispondente.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei seguenti lavori di estranei:

DE FINETTI: *Equilibrio stabile in un campo di velocità*, presentato dal S. O. GIORGI.

CREMONESE: *Radiazioni della materia vivente e loro fotografia*, presentato dai Soci Ordinari ANILE e GIORGI.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, nominò Socio Corrispondente il Gr. Uff. Prof. Giuseppe VANNI.

Promosse poi dalla classe dei Corrispondenti a quella degli Ordinari il P. Vito ZANON.

Questa promozione, come di regola, verrà sottoposta alla Sovrana Sanzione di Sua Santità.

Venne quindi approvato il cambio degli Atti con le pubblicazioni dell'*Accademia Scientifica Veneto-Trentino-Istriana di Padova*.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di un nuovo Socio Corrispondente.

La seduta venne tolta alle 17.15.

MEMORIE E NOTE

L'abate Giacomo Bresadola

1847 - 1929

Nota di P. FERDINANDO NAPOLI, S. O.

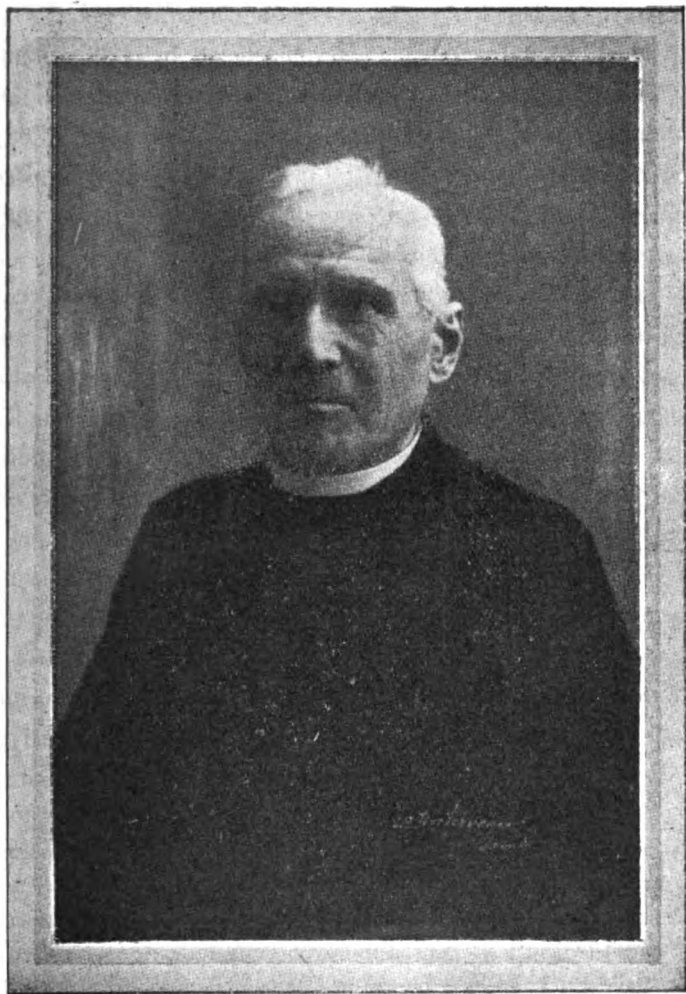
I periodici, le riviste ed i giornali quotidiani dell'anno 1927, primo fra tutti il diffusissimo « Le Vie d'Italia » del Touring, ci rivelavano l'esistenza di un eminente scienziato italiano, che alla moltitudine dei non micologi era un fatto del tutto nuovo. Quest'uomo, Don Giacomo Bresadola, era un umile sacerdote trentino, il cui valore scientifico era riconosciuto da tutte le più illustri celebrità della scienza micologica, ma da noi, voglio dire dai profani, era perfettamente sconosciuto. Anzi la sua Trento stessa non era a giorno del merito straordinario del suo figlio. Fu merito quindi grande della direzione del Museo di Stor. Nat. di Trento l'aver fatto conoscere questo uomo, decoro della sua città e della patria nostra. L'occasione fu presentata dall'ottantesimo compleanno dello scienziato. Furono pubblicate biografie per opera del comm. Giulio Catoni e del Prof. G. B. Trener, amico e discepolo il primo, pure amico e grande ammiratore il secondo. E da queste attinsero notizie gli altri periodici. Anche la « Civiltà cattolica » riportò sul Bresadola un'articolo in cui dava ampia lode al suo merito scientifico. È appunto di Giacomo Bresadola, che fu socio corrispondente della nostra accademia, mancato alla scienza nello scorso estate che io ho avuto il gradito incarico di richiamare la figura in mezzo a voi.

Giacomo Bresadola nacque il 14 febbraio 1847 in Ortisé, frazione del comune di Mezzana, nella alta valle di Sole, in provincia di Trento. I suoi genitori furono Simone Bresadola e Domenica Bresadola, che tenevano un negozio di oggetti di rame in Montichiari nella pianura bresciana. Fece i suoi studi elementari nel paese natio sino a nove anni, età in cui fu mandato dal padre a Cloz presso un zio prete per compiere la sua istruzione ed educazione. Ma dopo un anno lo zio lo rimandò ai suoi. A Montechiari continuò le classi elementari; ove però, scrive il Prof. Trener, il maestro lo credette

non più bisognoso della scuola e gli faceva frequentare la segreteria dell'ospedale perchè prendesse pratica nell'amministrazione. A 12 anni è mandato a Rovereto alla scuola tecnica, incamminandosi così negli studi d'ingegneria. Al termine del quarto anno nel giudizio finale fu classificato secondo per merito mentre egli si attendeva il primo posto. Questa graduatoria che il giovane credette ingiusta lo impressionò talmente che decise di interrompere gli studi tecnici. Iddio si servì di questa disillusione per dar l'ultima spinta alla sua chiamata al sacerdozio. Si decise di cambiare rotta e di avviarsi agli studi sacri. La deficienza di studi classici fu presto superata dall'ingegno e dalla tenacia del nostro giovane e fu così ammesso al seminario. Ordinato sacerdote andò Cappellano a Baselga di Piné, a Roncigno ed a Malé e nel 1874 curato a Magras sino al 1884. In quest'anno fu chiamato dal vescovo Dellabona a Trento come suo amministratore e nel 1887 nominato amministratore del Capitolo della Cattedrale, ufficio che occupò sino all'anno 1910, ritirandosi poi con una modesta pensione. Compiti umili ma di responsabilità che attestano la stima e la fiducia dei superiori ecclesiastici. Nell'occasione dell'ottantesimo genetliaco il principe vescovo si unì alla gioia di tutta Trento eleggendolo canonico onorario della Cattedrale e comunicandogli egli stesso la nomina a socio corrispondente della nostra accademia da parte di Sua Santità Papa Pio XI. Questa la sua carriera come sacerdote, che chiuse con una santa morte. Ed ora a ricordare quella del micologo.

Fin da quando frequentava i corsi tecnici a Rovereto si manifestò in lui un'inclinazione allo studio delle scienze naturali ed in particolare della botanica. Divenuto cappellano a Baselga di Piné trasforma il giardino del presbiterio in un orto (botanico, coltivandovi le piante che trova spontanee nelle sue gite per la Costalta. Passato a Roncigno completa la sua conoscenza della flora trentina formando un copioso erbario che tuttora si conserva, aiutato in ciò e guidato dal direttore del Museo civico di Trento, Francesco Ambrosi. Fu questi che gli consigliò di dedicarsi allo studio delle crittogame, branca meno coltivata della botanica, e lo mise in relazione con l'insigne briologo trentino Gustavo Venturi. Con la guida di questi egli studiò i muschi ed i licheni, dei quali, scrive il comm. Catoni, seguendo le antiche norme, fece una bella raccolta che io ebbi in dono. Lo studio dei funghi gli parve però più opportuno anche per l'interesse pratico. Raccontano i suoi biografi che trovandosi a Malé volle unirsi a due buoni frati che avevano fama di ottimi conoscitori di funghi sino a riuscire ad identificarne scientificamente la specie. Il Bresadola, alquanto diffidente della classificazione dei suoi compagni di rac-

colta, spedì parte del materiale ad un competente micologo francese. Questi lo rimandò con giudizio poco favorevole sull'esattezza delle determinazioni. Queste incertezze e difficoltà invece di disanimarlo, da buon montanaro,



lo spronano di più a mettere tutto il suo impegno per superarle ed arrivare ad una conoscenza piena di questo interessante ramo della micologia. A questo scopo si provvede dell'opera di Antonio Venturi « *I miceti dell'agro bresciano* ». Dalla bibliografia e dalle citazioni, che in esso trova fa la conoscenza di altri libri di cui mano mano si provvede per ampliare le sue cognizioni

micologiche ⁽¹⁾. Strinse relazione con i più celebri micologi francesi e specialmente con il Quélet, di cui il Bresadola si riconoscerà discepolo e conserverà sempre gratissimo ricordo ⁽²⁾.

Il primo frutto dei suoi studi fu la stampa nel 1881 dell'opera: « *Fungi tridentini novi vel nondum delineati, descriptis et iconibus illustrati* ». Sono quattordici fascicoli in due tomi con 112 tavole colorate ⁽³⁾. Le descrizioni delle singole specie di cui parecchie di micromiceti è in lingua latina e così il resto del testo. E qui un primo altissimo merito dobbiamo riconoscere in questo autodidatta, che conosce pure egregiamente il francese, l'inglese ed il tedesco, ed è l'uso della lingua latina. Egli la possiede e maneggia perfettamente ed il suo stile e la sua terminologia, pure presentandosi molto chiara e facile, ha un sapore veramente classico.

Secondo merito è la figurazione delle specie fatta a colori ed eseguita da lui stesso. Di *Icones* di piante di funghi non ne mancavano, ma quasi sempre dipinte da mani indotte anche se di artisti. Qui no, è la mano provetta, coscienziosa dello scienziato che scrupolosamente delinea la figura dell'esemplare fresco e con tutti i dati macro e microscopici, che possono interessare per fissarne i caratteri specifici. Vi è certamente la mano dell'artista che sa dare la realtà viva nella vivacità del colorito e nel rilievo della forma, ma guidata dall'occhio del micologo coscienzioso che esclude ogni deformazione od esagerazione a cui il genio dell'artista potrebbe trascinare. Un terzo merito del Bresadola, il più rimarchevole e che darà a lui un posto così eminente fra i cultori della micologia, è la revisione accuratissima che intraprese delle determinazioni precedenti. L'opera colossale avrebbe disanimato il più coraggioso, egli invece l'affrontò con serenità e costanza e volle andare sino al

⁽¹⁾ Il fondatore dei Lincei il principe Federico Cesi insieme con il suo compagno l'Ecchio si era interessato dello studio dei funghi e sappiamo che essi avevano lasciato delle *Icones fungorum* in tre volumi di 200 tavole ciascuno. Per nostra sfortuna esse furono vendute ad uno straniero e non si è più avuto notizia di esse nonostante le ricerche fatte a questo proposito dal prof. Gabrielli. Un altro linceo più recente ha lasciato un'orma profonda nel campo della micologia, il prof. Matteo Lanzi, che studiò e descrisse i funghi della provincia romana e le cui numerose pubblicazioni sono per la maggior parte inserite nelle Memorie della nostra Accademia.

⁽²⁾ Dedicando al Quélet una nuova specie così si esprime: *Magistro meo illustri Dr. L. Quélet, memoris animi significatione dicata species.*

⁽³⁾ Questa opera la dedicò al Quélet con la seguente graziosa dedica: DOCTORI L. QUÉLET - MICOLOGO ILLUSTRIS - OPELLAM HANC - VELUTI EXIGUUM GRATI ANIMI TRIBUTUM - PRO OFFICIIS HUMANISSIMIS CONSILIIS RECEPTIS - OFFERT ET DEDICAT.

fondo. La pubblicazione dei *Fungi tridentini* aveva rivelato al mondo dei micologi la severità e sicurezza di indagini del Bresadola; gli fu quindi facile avere in esame le collezioni, anche le più preziose. I musei di Londra, di Parigi, di Berlino, di Upsala, di Liegi, ecc. non solo, ma e gl'istituti botanici e gli specialisti si fanno premura di inviare al modesto prete di Trento le loro collezioni micologiche in esame. E ciò dalle parti più lontane di Europa non solo, ma dell'America, dell'Africa e dell'Australia. E v'ha di più: alcuni specialisti non credono superfluo fare lunghi viaggi e traversare anche l'oceano con il bagaglio dei loro erbari per sottoporli all'esame del micologo trentino. E sino agli ultimi giorni della sua vita era un continuo arrivare di pacchi e di casse dalle parti più lontane del mondo con materiale da controllare. Passa così in rassegna la flora micologica si può dire di tutto il mondo. E se diamo uno sguardo alle sue numerose pubblicazioni noi vediamo che i suoi lavori hanno per oggetto specie di funghi delle regioni più svariate e lontane ⁽¹⁾. Acquistò così una conoscenza ed esperienza micologica veramente eccezionale. L'aiutava in questo una memoria prodigiosa, che gli faceva ritenere nomi, località, caratteri e persino le dimensioni delle specie studiate, ricordando tutto sino alla più tarda età. Potè così formarsi degli erbari preziosissimi, che possono considerarsi come tipici e di controllo. Uno di questi ricco di 30.000 specie fu venduto al museo di Stoccolma ed un altro al museo di Washington ed un terzo teneva presso di se occupando ben tre armadi di non indifferenti dimensioni. Altri minori si trovano presso i musei di Upsala, di Leida, di Parigi, al museo agricolo di Roma ed al museo civico di Trento.

Tutto questo lavoro di raccolta personale e di esame delle raccolte altrui portò il nostro micologo ad una severa revisione delle determinazioni. Revisione di cui tratta in tre sue pubblicazioni, cioè: *Synonymia et adnotanda micologica* stampato nel 1916 e *Selecta micologica* in due puntate: la prima nel 1920 e la seconda nel 1926. Questa critica rifletteva gli erbai e le opere

⁽¹⁾ L'enorme corrispondenza che in tanti anni di lavoro deve aver accumulata il Bresadola andò e finire in gran parte in America. Il direttore della stazione fitopatologica di Washington fiutando il tesoro, glielo domandò. E Don Bresadola visto che fino allora nessuno se n'era interessato, acconsentì, senza compensi s'intende. Ora chi volesse scrivere la biografia documentata dell'illustre trentino, si ricordi che a Washington e anche al Museo di Storia Naturale in Trento troverà quanto gli occorre: autografi, fotografie, minute di lettere, ecc.; materiale prezioso anche per farsi un'idea del progresso di questo ramo della botanica nell'ultimo cinquantennio. Il tutto elencato e custodito gelosamente in apposito reparto dedicato a Bresadola. (Catoni).

dei più illustri micologi come il Fries, Persoon, Berkeley, Junghum, Cesati, Cooke, Kolkbrenner, Karsten, ecc. E ne risultò dei molteplici duplicati di specie. Nella *Sinonimia* notava come non sono sufficienti le analisi microscopiche dell'apparato riproduttivo, dei basidi e delle spore e scriveva: *Notandum insuper quod ad sinonimiam recte instituendam, necesse omnino est, praeter sporas, etiam structuram tam contextus pilei quam hymenei sedulo investigare et comparare, nam notae macroscopicae saepe decipiunt*. Si comprende che questa demolizione di idoli prediletti di naturalisti, le specie nuove, che da essi hanno ricevuto il battesimo, suscitò qualche recriminazione e vi fu discussione con lo stesso Quélet il suo maestro. Queste discussioni sostenute dal nostro micologo si tenevano però in campo sereno e rispettoso e da cui esulava ogni preoccupazione personale e solo emergeva l'amore alla scienza ed alla verità. Fatto, notava a questo proposito la *Revue micologique*, non tanto frequente fra i botanici anche sommi. Scancellò così dal catalogo 810 specie dimostrandole sinonimie e quindi ripetizioni.

Ma non ha demolito solamente, egli ha portato un contributo veramente straordinario alla più larga conoscenza della flora micologica non solo dalle ricerche personali ma ancora dal copiosissimo materiale, che ebbe tra le mani inviatogli dagli altri, e così fissò ben 1017 specie nuove e creò 15 generi nuovi. Nè si limitò il suo studio ai macromiceti ma comprese anche i micro-miceti come già ho accennato nella sua prima pubblicazione sui funghi tridentini e qua e là negli altri studi pubblicati, ma li trattò anche in una pubblicazione a parte dal titolo *Mycromicetes tridentini* con 6 tavole illustrando 300 specie di cui parecchie sino allora sconosciute.

Anche intorno all'*habitat* di alcune specie che era dato come esclusivo di alcune regioni egli dimostrò come invece si estenda molto di più, come per esempio, specie ritenute esclusive del nuovo continente dimostrò ritrovarsi anche nell'Europa.

L'opera grandiosa a cui ha legato perennemente il suo nome è l'*Iconografia micologica*. La pubblicazione di questo poderoso lavoro che è arrivato al 12° volume, ma che ne comprenderà più di venti, fu l'omaggio che i suoi ammiratori e specialmente per la società botanica sezione di Milano, il professore G. B. Traverso e per il museo di Stor. Nat. di Trento il prof. G. B. Trener, si proposero in occasione del suo ottantesimo compleanno di presentare all'illustre maestro offrendogliene la possibilità dal lato finanziario. Ciascun volume consiste di 50 tavole e di 50 pagine di testo. Il prof. Traverso ne cura la pubblicazione anche dopo la di lui morte. Alla distribuzione del primo volume

un eminente micologo tedesco gli scrisse: *est magnificum*. Come già ho accennato egli trattò argomenti micologici in numerose pubblicazioni il cui elenco, gentilmente favoritomi dal comm. Catoni, si riporta in fine. Esse assommano a 60 oltre alcune piccole in varii periodici. Si interessò anche di divulgazione della scienza pubblicando nel 1898: *Funghi mangerecci e velenosi dell'Europa media con speciale riguardo a quelli che crescono nel Trentino*; illustrato da 112 tavole e nel 1906 ne stampò una seconda edizione riveduta ed aumentata di 8 tavole.

Dal comm. Catoni sappiamo che spinse le sue ricerche anche ad esperimenti sulla tossicità dei funghi e quasi sempre su se stesso ed avrebbe desiderato di intensificarle, ma la morte glielo impedì.

Il Saccardo lo invitò a collaborare per la parte degli *Imenomiceti* alla compilazione della *Flora cryptogamica italica* ed aveva già iniziato il lavoro ma poi per mancanza di tempo ci dovette rinunciare. Generosamente però mise a disposizione del Saccardo le sue schede e manoscritti riguardanti le specie tridentine, per cui di fatto lo si può considerare come collaboratore. Fu pure invitato a prendere l'incarico della revisione ed aggiornamento della seconda edizione della *Flora cryptogamica* dal Rabenhorst, ma declinò l'incarico per la stessa ragione.

Era sempre pronto ad incoraggiare ed aiutare gli studiosi; paziente e buono specialmente con i giovani: e per favorire qualcuno di questi, bisognoso di farsi strada, non era alieno dal cedere anche la paternità di nuove specie. In una parola l'animo suo buono e retto non conosceva la gelosia.

Sensibilissimo ai doveri dell'amicizia era ben accolto e desiderato da alcune famiglie nobili accettando di soggiornare presso di esse in villeggiatura, riuscendo ad attirarle all'amore per i suoi studi prediletti. Così sotto la sua guida la baronessa Giulia Turco Lazzari dipinse ad acquarello più di mille cinquecento esemplari di funghi del trentino. Anche con i colleghi di studio era stretto da affettuosa amicizia e ne sono documento le gentili espressioni che egli usava dedicando ad essi delle nuove specie, così ad esempio: *In memoriam jucundae relationis nostrae micologicae, amico E. Boudier hanc speciem dico*.

Un lavoro così importante e così vasto supporrebbe larghi mezzi finanziari e copiosa suppellettile di gabinetto; udite invece quanto a questo proposito scrive il suo fedele discepolo ed amico il comm. Catoni:

« Chi conosce la produzione scientifica dell'Abate Bresadola si figurerà di vederlo in uno spazioso laboratorio fornito della più moderna e perfetta suppellettile scientifica con microscopi d'ogni genere, microtomi, camere fotografiche

e micrografiche, schedari, scaffali e armadi per le collezioni. Invece, niente di tutto questo: in una stanzetta di pochi metri quadrati dove sta a lavorare, tu troverai un cassettone con sopra un armadio a vetri che serve da biblioteca; un tavolo davanti ad un sofà, alcune sedie ed una poltrona. E su tutti questi mobili, montagne di libri e di opuscoli con dediche e timbri di omaggio in tutte le lingue, riviste, fotografie, manoscritti, programmi, disegni, buste gonfie con iscrizioni latine e dentro dei funghi. Sul pavimento, lungo le pareti e negli angoli, cassetture, scatole di ogni dimensione e pacchi postali sui quali puoi leggere la provenienza dai paesi più disparati di questo mondo. Osservando attentamente, non si ha l'impressione del disordine o dell'abbandono, perchè ogni oggetto è al suo posto, lindo e pulito, senza un granello di polvere. Lì dentro Don Giacomo si muove come un'ape fra i favi e le cellette dell'alveare. Non potendosi, perchè i mobili sono occupati, egli lavora in piedi, ritto sulla persona come quando aveva vent'anni. La stanza attigua è quella da letto che serve pure da deposito per pacchi e pacchetti ed è *atelier* da pittore e laboratorio ad un tempo. L'unico mobile che non sia ingombro è un inginocchiatoio sopra del quale, appeso alla parete sta un Crocefisso con dei quadri sacri intorno. Su di un tavolo basso, davanti alla finestra, regna sovrano un microscopio Zeiss di vecchio tipo, ma buono, accanto un bicchiere con dell'acqua, alcuni aghi per dissociare i tessuti, un microtomo di quelli a mano, un temperino, vetri e coprioggetti per i preparati.

Con questa suppellettile primitiva Don Bresadola ha compiute tutte le osservazioni che lo resero celebre nel mondo.

Carissimi gli sono i libri, dei quali possedeva una ricca biblioteca; ma dopo la guerra però, non bastandogli più la magra pensione per vivere, fu costretto a privarsene di parecchi.

Ho sempre presente, continua il Catoni, il gesto sconsolato di congedo da uno dei suoi libri preferiti, del quale dovette sprovvedersi nell'ora del bisogno. Nello staccarsi da questo fedele e vecchio amico, che non avrebbe mai più riveduto, la mano quasi gli tremava e la fisionomia era tutta contratta per la commozione. Consegnandomelo per l'invio, mormorò in tono rassegnato: « meno male che va a finire in buone mani.

Ma questo non fu certo nè il primo nè l'ultimo dei libri rari che vennero affidati alla posta per sopperire alle urgenti necessità della vita. Materiale preziosissimo che esulò dal nostro paese e per il valore delle opere, ma ancor più per il lavoro sapiente di aggiornamento, cui esse furono sottoposte su

quasi ogni pagina, con correzioni, aggiunte, citazioni di sinonimi etc.; tutto scritto di suo pugno in modo così accurato da non offendere punto l'estetica del libro ».

Per fortuna nostra il Museo di Storia Naturale di Trento, temendo altre emigrazioni di cimeli bresadoliani, ebbe cura di assicurare al Bresadola, una vecchiaia decorosa ed a Trento un materiale scientifico preziosissimo e ad impedire così un esodo deprecabilissimo (¹).

Era egli più conosciuto all'estero che in Italia. Le feste celebrate a Trento per il suo ottantesimo anno di età furono l'occasione nella quale il suo valore fu messo in luce. E le biografie da me citate sono appunto di quell'anno. In quella più ampia scritta dal comm. Catoni sono riportate numerosissime lettere dei più eminenti micologi italiani e stranieri dirette al Comitato per le feste, circa una quarantina. Chi lo dice il più grande micologo vivente, chi il fondatore di una vera scuola micologica, i cui discepoli, più di quattrocento, sono cosparsi in tutto il mondo e chi ancora ammira in lui la sicurezza e genialità di analisi; in una parola un plebiscito mondiale di lode e di ammirazione direi più unico che raro nella storia delle scienze naturali. In quella circostanza l'Università di Padova gli conferiva la laurea di dottore *honoris causa*, e fu pure eletto dalla nostra Accademia a socio corrispondente. Egli appartenne a numerose accademie e società scientifiche italiane ed estere di cui darò elenco.

Il periodico « Trentino » del febbraio 1927 narrando delle feste per l'80° scriveva: « L'Abate Bresadola ha diretto alla stampa un caldo ringraziamento compiacendosi delle manifestazioni tributategli sopra tutto perchè esse gli hanno dimostrato che anche nella patria nostra il culto per la scienza è oggi vivo più che mai ». Questi alti sentimenti mi pare rivelino la grandezza d'animo del nostro micologo.

Questa glorificazione era più che meritata anzi si potrebbe dire tardiva, se non si trovasse la spiegazione nella grande modestia del Bresadola. Nelle

(¹) Fra i cimeli da lui lasciati, oltre gli oggetti suoi personali, microscopio ecc., si possono enumerare i 4000 esemplari fra libri ed opuscoli di cui è ricca la biblioteca bresadoliana, e gli esemplari di macro e micromiceti da lui raccolti, che raggiungono la bella cifra di oltre tremila specie, e che quando saranno ordinati formeranno un erbario micologico di primo ordine.

Tanto la biblioteca quanto questo nuovo erbario in preparazione si trovano al Museo ed il tutto deve servire per continuare la pubblicazione dell'*Iconographia*, nel caso dal ms. lasciato risultasse mancante qualche diagnosi o per altri motivi che il continuatore dell'Opera, prof. G. B. Traverso, credesse necessaria. (Catoni).

vacanze dello stesso anno 1927 due convittori del Collegio della Querce di Firenze, giornalisti in erba, vollero fare una visita all'abate Bresadola. Ebbeue in quella circostanza ai giovanetti che esprimevano la loro alta ammirazione per i suoi lavori scientifici che tanti anni di studio gli costavano rispondeva: Questo sì! Senza lunga fatica e lungo amore non si riesce a nulla. Gli antichi hanno fatto delle opere, che meravigliano e meraviglieranno sempre. Ma essi si affaticavano, lavoravano tutta la vita. Oggi si vuol giungere alla celebrità, così, con delle cose eccentriche ». Queste parole ci rivelano il concetto che egli aveva della serietà e costanza che si deve portare negli studi se si vuole riuscire veramente utile alla scienza e questo fu il criterio che lo guidò nelle sue diuturne ricerche.

Come egli arrivò a compiere una così enorme mole di lavoro?

Col levarsi per tempo e col mantenere in ogni sua occupazione un ordine perfetto così che aiutato da una memoria portentosa, sapeva dove trovare subito quello che cercava. La sua massima nel lavoro era: « Ogni cosa al suo posto ed un posto per ogni cosa ».

Dotato di fibra resistentissima, poteva lavorare anche negli ultimi anni per 10 ore al giorno, alternando le osservazioni al microscopio col disbrigo della corrispondenza, cogli studi sistematici e colla lettura di nuove pubblicazioni. Ultimamente buona parte della giornata gli era presa dal lavoro per l'*Iconographia*, estensione di diagnosi di nuove specie, correzione di bozze ed aggiornamento di vecchie diagnosi, man mano che la letteratura portava qualche cosa di nuovo e di notevole. Questo lavoro diuturno estenuante finì col logorare il suo fisico, sul quale l'arteriosclerosi cominciava da qualche anno la sua opera distruggitrice, coll'ultimo epilogo della paralisi e dell'arresto della attività del cuore,

Mentre la scienza si aspettava ancora nuove conquiste dalla consumata esperienza e dottrina del Bresadola, Iddio invece volle chiamare a se l'operaio della lunga giornata consacrata a Lui ed alla ricerca della verità. Nella notte del 9 giugno dello scorso anno in età di 82 anni chiudeva gli occhi alle meraviglie terrene per aprirli a quelle del cielo ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Il *Brennero*, quotidiano di Trento, stampava nel giorno della morte:

« Domenica sera, alle ore 19,45 è spirato dolcemente a Trento l'abate Bresadola. Sofferente da qualche mese per debolezza cardiaca, l'illustre vegliardo aveva dovuto rallentare il ritmo della prodigiosa sua attività. Egli aveva ripreso però da qualche giorno i suoi cari studi che erano la gioia della sua vita serena e nulla faceva presagire una così rapida fine. Nella notte del mercoledì invece fu colpito da una leggera paralisi all'avambraccio destro ed i-

Trento come aveva festeggiato tre anni or sono il suo grande figlio così per essa fu lutto cittadino la morte. Il podestà stesso con un manifesto ufficiale invitava le associazioni e tutta la cittadinanza a prendere parte ai solenni funerali fatti a spese del municipio, decretando la sua sepoltura nel Pamedio della città. Il lutto anzi fu di tutta l'Italia che prese parte con numerose lettere di condoglianza, incominciando dal ministro dell'istruzione on. Belluzzo e via via quasi tutti gl'istituti scientifici botanici del regno. Ai funerali presero parte tutte le autorità cittadine e tutti i negozi furono chiusi in segno di duolo.

Egli aveva fuso in un'unica finalità la sua vita di sacerdote e di naturalista: l'apostolato del bene e della verità. Lasciava quindi dietro a se un nome ed una fama imperitura.

Ora che ho finito temo che le mie povere parole non abbiano rivelato tutto l'entusiasmo e l'ammirazione suscitato nell'animo mio nel preparare questi cenni biografici. La sua figura è veramente alta e nobile e possiamo senza esagerazione unirla a quella serie di sacerdoti italiani i cui nomi ci sono tanto cari e gloriosi e che hanno lasciato nel campo delle scienze naturali un'impronta così profonda e duratura: per accennare ad alcuni ricorderò l'abate Spallanzani, l'abate Soldani e l'abate Stoppani. Studiosi di una genialità di

miliari e gli amici dovettero preparare l'animo al peggio. L'abate del resto si rese conto ben presto della sua prossima fine e si preparò al grande trapasso con una serenità ed una calma semplicemente meravigliosa. Coi sacerdoti conoscenti si trattenne in pacati discorsi di religione, coi suoi amici studiosi, il comm. Catoni ed il dott. Trener conversò sino all'ultimo, dei suoi studi. Aveva in corso l'esame di un funghetto mandatogli per la determinazione da un professore di Berlino. Dopo un vano tentativo di usare egli stesso il microscopio a letto, fece pregare il comm. Catoni di passare da lui per misurare la spora e fu pago di poter dare così l'attesa risposta. Ancor sabato mattina aveva ricevuto una cartolina da un suo corrispondente giapponese che gli annunciava l'invio di due gambi di ammanita. Ma il pacchetto non era ancor giunto, ed il desiderio di esaminarli non poté essere soddisfatto. Nel pomeriggio cominciò ad assopirsi lentamente, nel mattino della domenica poté ancora salutare con un cenno insistente della mano, il prof. Traverso accorso da Milano. — *I funerali* — In pace con Dio e cogli uomini ed assolto il suo ultimo compito, della sua ultima ora, della sua ultima giornata, egli ci ha lasciato per andare incontro all'eterna pace. I funerali hanno luogo stasera martedì alle ore 18, partendo dalla sua abitazione di Via Cristoforo Madruzzo (presso i Portoni di S. Croce). Essi vengono fatti a cura del Comune e riusciranno particolarmente solenni per l'intervento delle alte autorità e di tutta la cittadinanza. La salma è ora esposta nella sua modesta stanzetta trasformata in cappella ardente, ed è vegliata da due vigili comunali in alta tenuta. Verrà inumata nel Pamedio cittadino ».

pretto carattere italiano che sa unire alla severità della scienza la poesia della fede e dell'arte.

Caratteri forti ed anime generose la cui contemplazione ci riempie di gioia e di coraggio rivelandoci quanto una fede sentita e vissuta sia la più fedele e sicura compagna nella via delle conquiste scientifiche.

La salma dell'Abate Bresadola riposa nel Famedio cittadino Le commosse onoranze del Trentino all'illustre scienziato

Dal Brennero di Trento, mercoledì 12 giugno 1929.

Come lunedì, anche ieri davanti alla casetta di via Cristoforo Madruzzo, che per tanti anni fu la dimora amata di Mons. Bresadola, sono sfilati in lunga teoria cittadini e sacerdoti i quali hanno voluto recare il loro riconoscente omaggio alla salma dell'illustre micologo, del patriota, del sacerdote caritatevole, vanto e onore dell'Italia.

La camera ardente. — La salma rivestita dei sacri paramenti era stata trasportata subito dopo il trapasso in una stanzetta al piano terra, trasformata in camera ardente. Quattro grandi ceri ardevano ai lati del letto sul quale giaceva in una espressione di soavità e serenità Mons. Bresadola. Alcune Suore della Sacra Famiglia hanno vegliato a turno in questi due giorni la salma; mentre all'ingresso della casetta, due vigili del fuoco in alta uniforme prestavano servizio d'onore. Gli appositi registri collocati sul limitare della camera ardente sono andati coprendosi di firme di autorità, personalità e amici del grande estinto.

Il telegramma di S. Ecc. Belluzzo. — Quanto grande sia la fama acquistatasi con gli studi, con l'esperienza e con le opere del micologo Bresadola e come profondo e unanime sia il cordoglio per la sua scomparsa, è dimostrata dai fasci di lettere e telegrammi giunti in questi due ultimi giorni al Commissario Prefettizio il quale, come è noto, aveva deliberato che le estreme onoranze all'estinto fossero rese per cura del Comune. Fra i primi ad inviare le proprie espressioni di cordoglio è stato S. Ecc. il ministro della Pubblica Istruzione onorevole Belluzzo il quale ha così telegrafato: « Apprendo con vivissimo rammarico scomparsa abate Bresadola che fu naturalista sommo. Le sue ricerche sui funghi rappresentano la più vasta e la più dotta opera moderna di micologia. Pregola esprimere mie sentite condoglianze alla famiglia ». Il Presidente della Facoltà di scienze della R. Università di Padova, Arturo Miolati, ha inviato il seguente telegramma: « La Facoltà di Scienze della R. Università di Padova, che senti l'onore di avere fra i suoi membri l'illustre micologo abate Giacomo Bresadola, partecipa con vivo dolore al lutto della città di Trento e della scienza italiana. L'abate Bresadola fu e resterà sempre esempio luminoso di grande sapere per tutti. Immensa modestia, infinito amore alla scienza, tenacia montanara, disinteresse completo che erano uniti nel grande trapassato di cui Trento e l'Italia devono essere orgogliosi ». Ugolino Ugolini vicepresidente della Società Botanica Italiana così ha telegrafato: « Saluto col più vivo rimpianto, col più alto omaggio scomparsa grande botanico trentino ». Il Prof. Mattiolo Oreste a

nome degli addetti all'Istituto Botanico dell'Università Torinese: « Profondamente commosso addolorato scomparsa Nestore venerato Micologi Italiani prego rendersi interprete presso famiglia condoglianze vivissime ». Il Prof. Carlo Avetta di Parma: « Da questo Istituto Botanico ove aleggia tuttora lo spirito altro grande micologo Giovanni Passerini giunga espressione nostro profondo cordoglio per luttuosa scomparsa illustre Giacomo Bresadola gloria scienza italiana e mondiale ». Il Rettore dell'Università di Padova: « Università Padovana che onoravasi nome insigne abate Giacomo Bresadola apprende commossa perdita sommo micologo suo dottore *honoris causa*. Partecipa vivamente lutto codesta città lutto scienza italiana. Prego Vossignoria rappresentarmi onoranze funebri che verranno tributate illustre estinto. Ossequi. Rettore Soler ». Altri telegrammi di cordoglio sono giunti da parte del Prof. Ugo Brizi di Milano, dal Preside dell'Università di Padova Miolati, dal Museo Civico di Storia Naturale di Venezia e di Emilio Turati di Milano.

Il manifesto del Comune. — Il Commissario Prefettizio del Comune Comm. Botti aveva annunciato alla popolazione la morte dell'illustre concittadino con il seguente manifesto listato a lutto, che è stato affisso nel pomeriggio di lunedì: « Cittadini! Un grave lutto ha colpito la città con la morte dell'insigne nostro concittadino Mons. Giacomo Bresadola, canonico onorario della Basilica Cattedrale di S. Vigilio, cavaliere ufficiale della Corona d'Italia e dottore *honoris causa* della R. Università degli Studi di Padova, avvenuta ieri ad ore 19,45. L'illustre scomparso alla figura mite e caritatevole del sacerdote unì quella del fervente patriota e di scienziato assiduo. Egli dedicò tutta la sua lunga vita allo studio amoroso ed assiduo della micologia e pubblicò l'esito dei suoi profondi studi altamente apprezzati in tutto il mondo civile. All'illustre cittadino che con la sua vita intemerata e con la sua opera scientifica rese celebre il nome di Trento ho decretato l'onore del Famedio ».

Solenni funerali. — Alle 17 la salma alla quale lo scultore Rigatti aveva nella mattinata ritratto la maschera, viene deposta nella cassa di zinco. Questa viene poi rinchiusa in una grande cassa di legno massiccio ornata di una artistica croce di bronzo. Poco dopo, mentre in segno di lutto venivano abbassate le saracinesche dei negozi, hanno incominciato a giungere le autorità, il clero, le associazioni con vessillo, le scuole, che si dispongono lungo via Cristoforo Madruzzo. Abbiamo notato: S. Ecc. il Prefetto, ecc. (*segue un lungo elenco di personalità*).

Autorità e rappresentanze. — Alle 18, mentre le campane delle chiese cittadine facevano sentire i loro lenti rintocchi l'interminabile corteo funebre ha lasciato via Madruzzo dirigendosi verso la Cattedrale. Erano in testa: un plotone di vigili urbani in alta tenuta e gli asili cittadini. Venivano poi l'Istituto della Sacra Famiglia, ecc. Seguivano in lunga teoria gli alunni del Seminario Minore e Maggiore indossanti la candida cotta, quindi i Canonici della Cattedrale in cappa magna col Vicario generale della diocesi Mons. Ludovico Ecchelli che rappresentava S. A. il Principe Vescovo attualmente a Torino. Ed ecco il clero officiante che precede di pochi passi il carro funebre trainato da quattro cavalli con gualdrappe nere, scortato da vigili urbani e pompieri in alta tenuta. Lo segue il gruppo dei parenti fra i quali il Dott. Bresadola di Rovereto e le famiglie Pedrotti di Magras col Parroco D. Zorzi che rappresenta anche il Clero della Valle di Sole..... Al canto del *Miserere* eseguito dal coro del Seminario Maggiore il lunghissimo corteo si snoda per via Rosmini, raggiungendo in breve il Duomo. I cittadini schierati lungo le vie al passaggio del funerale s'inclinano mentre le donne s'inginocchiano.

Al Famedio cittadino. — Dopo le ossequie nella Basilica Vigiliana, parata a lutto, il corteo funebre s'è ricomposto, dirigendosi al Camposanto. Prima che la bara fosse tumulata nel Famedio cittadino, il Comm. Catoni ha recato l'estremo saluto di Trento all'illustre micologo. Fra la massima commozione egli ha detto: « Adempio all'incarico onorifico affidatomi da S. Ecc. il Commissario del Comune di Trento di portare alla spoglia mortale del Mons. Giacomo Bresadola l'estremo saluto della sua città che per lui fu la sua seconda patria. Compito grave dovrebbe essere il mio, quello di esumare la vita dell'illustre estinto. Senonchè, il pensiero della cura gelosa con cui egli voleva sottrarre tutte le altissime doti del suo spirito e del suo cuore al plauso ed all'ammirazione altrui, m'impongono di essere breve. Diversamente sarebbe mancare di rispetto alla sua modestia che prendeva le radici nella sua coscienza profondamente religiosa e ricordando l'umiltà francescana, si traduceva perfino nel suo aspetto esterno, nella compostezza dei modi. Tanto più oggi vi è bisogno che il nostro raccoglimento non sia turbato, in quanto che è ancora viva l'eco delle onoranze che gli vennero tributate due anni or sono. I micologi di tutto il mondo riconobbero in lui il maestro sovrano, lo scienziato impareggiabile. La morte di Lui, nobilissima figura di cittadino e di studioso, indagatore dei più riposti misteri della natura, ha segnato un grave lutto, non solo per la patria, che della sua opera trasse lustro e decoro: ma anche per il mondo botanico intero, a cui la mente feconda del grande scomparso fu apportatrice di luce e di bene. Giacomo Bresadola ha segnato nell'arduo cammino della scienza micologica un'orma profonda, incancellabile e ci lascia in retaggio un edificio armonico e complesso ad un tempo, che ben può dirsi *aere perennius*. Ed alla vastità dell'opera dà particolare rilievo la vita raccolta del Maestro, esempio mirabile delle mete eccelse che può toccare la mente umana, anche se non disponga di larghi mezzi materiali, quando sia sorretta da una forte passione, da una tenace volontà e sia illuminata dalla luce divinatoria del genio. Ond'è che il Municipio di Trento ha decretato a Mons. Giacomo Bresadola l'onore del Famedio, sacrario della pietà e della devota ricordanza come la massima prova della sua ammirazione, della riconoscenza verso i suoi figli più illustri. Il trovarci qui convenuti sotto quest'austera volta è come un ritorno fra gli spiriti magni del passato, o se l'espressione sembra eccessiva, la nostra presenza più arieggia ad un pellegrinaggio devoto ad una necropoli di illustri, di onesti e volenterosi lavoratori, che nulla mai chiesero per sè, che tutte donarono le loro purissime energie per il bene della patria. Dopo questo malinconico commiato speriamo di vedere la sua immagine nel marmo accanto agli illustri suoi predecessori. Innanzi a questa immagine passeranno ricordandoti gli amici ed i discepoli. E la nuova generazione, se la tradizione popolare ha in sè tanta forza di verità da perpetuare quello che il marmo non conserva, cioè la fisionomia morale dei trapassati, la figura di D. Giacomo Bresadola sarà nei ricordi cittadini come quella di un savio antico che col suo sapere e col suo esempio seppe benemeritare dalla patria. Ma anche un savio dei tempi nuovi fu Bresadola senza che nell'asserto vi sia contraddizione non consenziente. Egli era del buon tempo antico per la semplicità dei costumi, la sincerità del sentimento religioso e per il modo di esplicitare le sue meditazioni etiche e filosofiche. Ma era un esemplare non comune dei tempi nuovi per effetto del suo irrefrenabile amore per ogni progresso scientifico. Amici, conoscenti, discepoli, serberemo il più caro ricordo della sua bella figura. Vivesti con semplicità e rettitudine: non conoscesti le gare meschine e i bassi calcoli che purtroppo offuscano talvolta anche l'ambiente scientifico. Buono e generoso con tutti, sapesti unire alla sal-

dezza delle tue cognizioni di sacerdote e di studioso quella equanimità di giudizio e quella larga tolleranza delle idee altrui che sono retaggio degli uomini superiori. Davanti a questa salma facciamo il nobilissimo voto che l'Italia nostra rivegga di questi esemplari di classico valore, che le sue città al pari di questa nostra si nobilitino di cittadini grandi, di grandezza spontanea, chiarissima, esemplare, come questo di cui piangiamo la perdita. Chi ha potuto assisterlo e vederlo in questi ultimi mesi di vita, in cui ogni giorno che trascorreva pareva si consumasse più lentamente l'olio della sua lampada, sa con quale ardore egli si desse al lavoro, con quale gioia egli offrisse le vivaci inesauribili riserve del suo spirito acuto e vivissimo. La voce, la festevole accoglienza, lo sguardo dolce sotto la gran fronte erano sempre gli stessi, la mente pronta ed acuta come nei giorni migliori; ma la parola era come pregna di una grande malinconia rassegnata, pareva già prepararsi ai sublimi accenti di sottomissione alla Volontà Suprema. Giunta l'ultima ora, egli aspettò la morte con la serenità dei forti e dei saggi. Il prode soldato della scienza è caduto con le armi in mano, combattendo fino all'ultimo respiro, ma rassegnato ai divini voleri e quasi intento ad ascoltare, com'era suo uso, le mistiche, melodiche corrispondenze fra cielo e terra. Congediamoci dunque dalla dolce e cara salma dell'illustre maestro, paghi di aver ricordato quanto egli con l'esempio ci insegnava: esser bella la vita se tutta dedicata ad un nobile intento per la gloria del suo Paese, per il bene dell'Umanità. Riposa in pace ».

Commosso e commovendo il Prof. Trener a nome del Museo di Storia Naturale e della Società Studi Trentini ha pronunciato questo discorso: « D. Giacomo! Come fu quasi senza parola il commiato sulle soglie della vita e della morte, così sarà di poche parole quest'altro commiato, l'estremo. Poche parole, per ringraziarti, per l'esempio della tua santa vita di lavoro, ringraziarti per l'esempio della sublime serenità della tua morte. D. Giacomo! Noi lasciamo ora la tua spoglia mortale in questo bianco tempio di gloria dove la pietà cittadina ti veglierà amorosa per generazioni. Ma noi tuoi compagni di fatica, ti ritroveremo ancora e ti ritroveremo spesso nella benedetta comunione che tu creasti colla tua grande opera di scienza. Opera grande che dall'intero mondo fa convergere un raggio di pura gloria sull'Italia nostra da te tanto austeramente amata. E così, Don Giacomo, la nostra ultima parola non è uno sconcolato addio — ma un arrivederci accorato — tanto accorato — ma sereno, secondo il tuo insegnamento, o caro maestro! ».

Hanno pure esaltato le fulgide doti dello scomparso il direttore del Ginnasio Vescovile Prof. D. Benazzoli ed il Prof. Fenaroli a nome della Società Botanica Italiana.

Elenco delle onorificenze, titoli accademici e partecipazioni a società scientifiche dell'Abate D. Giacomo Bresadola

Canonico onorario della Cattedrale di Trento, Cav. Uff. della Corona d'Italia, Dottore *honoris causa* della Università di Padova, cittadino onorario della città di Rovereto, conservatore e socio onorario del Museo di storia naturale di Trento, socio benemerito della Società botanica italiana, socio corrispondente dell'Accademia degli Agiati di Rovereto, socio onorario della Società Veneto-Trentina di scienze e lettere, socio onorario dell'Accademia

di agricoltura, scienze e lettere di Verona, socio onorario della Accademia di agricoltura di Torino, socio corrispondente della Botanical Society of America, socio corrispondente della pontificia accademia delle scienze Nuovi Lincei, socio fondatore della Société Mycologique de France, socio onorario della Deutsche Gesellschaft für Pilzkunde, socio corrispondente del Naturhistorisches Museum di Vienna, socio della Zoolog. Botan. Gesellschaft di Vienna, membro onorario della British Mycological Society di Londra, consulente dell'Osservatorio fitopatologico del Consiglio agrario di Trento, socio onorario dell'Ateneo di Treviso, socio della Società di Scienze Naturali della Venezia Tridentina, ecc. ecc.

Elenco delle pubblicazioni di Don Giacomo Bresadola

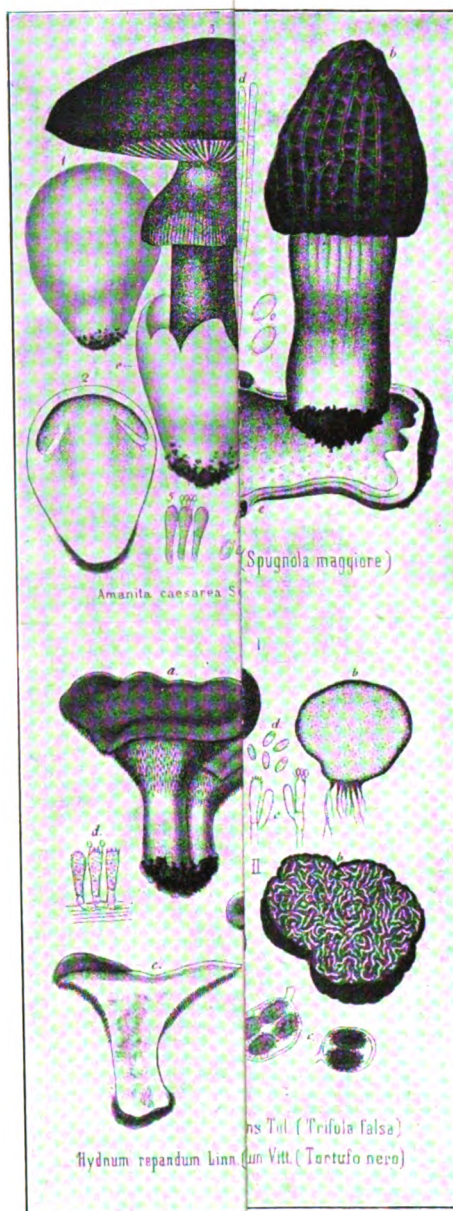
1. — *Fungi tridentini novi vel nondum delineati, descriptis et iconibus illustrati*, 14 fasc., Trento: 1° Tom. (fasc. I-VII) G. B. MONAUNI, 1881; 2° Tom. (fasc. VIII-XIV) G. ZIPPEL, 1892-1900.
2. — *Sculzeria. Novum Hymenomycetum Genus etc.* Trento 1886, con 6 tav. col.
3. — *Mycromycetus Tridentini etc.* (in collaborazione col Prof. BEALES). *Atti Acc. Agiati*. Rovereto 1889, con 6 tav. col.
4. — *Fungi Kamerunenses* in *Bull. Soc. Mycol. de France* VI, 1890, con 6 tav. col. *Champignons des Iles Saint-Thomé et des Princes* in *Revue Mycol.* N. 45 (1890) Toulouse.
5. — *Nouvelles contributions à la Flore Mycologique de l'Iles de Saint-Thomé et de Prince*, *Revue Mycol.* Toulouse 1890, con tav. col.
6. — *Di due nuove specie di Imenomiceti*. *Nuovo giornale botanico italiano*. Firenze 1890.
7. — *Pugillus Mycetum Australiensium* (in coll. col Prof. SACCARDO), *Malpighia*. Genova 1890, 8, con tavole.
8. — *Champignons de la Hongrie etc.* *Revue Mycol.* Toulouse 1891, 8, con tavola.
9. — *Fungi lusitani etc.* *Bol. Soc. Broteria*. Coimbra 1892.
10. — *Funghi dello Scioa e della Colonia Eritrea*, 1 con tavola in *Ann. Ist. Bot.* Roma 1892.
11. — *Funghi dello Scioa e della Colonia Eritrea*, 2 con Tav. in *Ann. Ist. Bot.* Roma 1896.
12. — *Hymenomyces hungarici Kmetiani etc.*, in *Atti Accad. degli Agiati*. Rovereto, Vol. III, 1897.
13. — *Fungi Brasilienses etc.* *Hedwigia*. Dresden, 1897.
14. — *Hymenomyces Fuegiani*, in *K. Vet. Ak. Förh.* Stockholm, 1900.
15. — *Mycetes Lusitani novi*, con tav. *Bol. Soc. Broteria*. Lisboa, 1902.
16. — *Funghi mangerecci e velenosi dell'Europa media con speciale riguardo a quelli che crescono nel Trentino*, con 112 tav. col. Trento, 1898, ed. Zippel.
17. — Detto. II ed. riv. ed accresciuta, con tav. 120. Trento, 1906.
18. — *Fungi Polonici* in *Annal mycol.* 1 (1903) N. 1, con tav. Berlin, 1903.
19. — *Sur un nouveau genre de Tuberculariée*, con tav. *Revue Mycol.* Toulouse, 1891.
20. — *Imenomiceti nuovi*. *Nuovo giornale botanico italiano*. 8, Firenze, 1892.
21. — *Massospora Staritzii* Bres. n. sp. In *Hedwigia*. Dresden, 1892.

22. — *Mycetes Australisenses novi et emendanda ad Floram Mycologicam Australiae*. In : *Hedwigia*
Dresden, 1893.
23. — *Contributions à la Flore Mycologique de l'Île de S. Thomé. Revue Mycologique*. Tou-
louses, 1891, 8.
24. — *Fungi aliquot saxonici novi etc.* In *Hedwigia*. I Dresden, 1892, 8.
25. — » » » » » II » 1893, 8.
26. — » » » » » III » 1894, 8.
27. — » » » » » IV » 1896, 8.
28. — » » » » » V » 1897, 8.
29. — » » » » » VI » 1906, 8.
30. — *Sul Lactarius sanguifluus; Nuovo giornale botanico italiano*. Firenze, 1895, 8.
31. — *Sydowia Bres. n. gen. et species aliquae novae. Hedwigia*. Dresden, 1895.
32. — *Pilze auf der Insel Portorico* (in collaborazione prof. MAGNUS et P. HENNINGS). *Engler's*
Botanische Jahrbücher. Leipzig, 1893.
33. — *Di due specie interessanti di funghi della flora micologica italiana* (con tav. colorate).
Atti Accademia degli Agiati. Rovereto, 1893.
34. — *Enumerazione dei funghi della Valsesia* (in collab. col Prof. SACCARDO) serie prima in
Malpighia. Genova, 1897.
35. — Detto. Serie seconda. Genova, 1899.
36. — *Di una nuova specie di Uredinea. Nuovo giornale botanico italiano*. Firenze, 1897.
37. — *Diagnosen de neuen Arten*. In *Hedwigia*. Dresden, 1896, 8.
38. — *Genus Mölleria Bres. Critice disquisitum. Nuovo giornale botanico italiano*. Firenze, 1897.
39. — *Manipolo di funghi di Terracina* (con tavole) in *Nuovo giorn. bot. it.* VII. Firenze, 1900.
40. — *Funghi di Vallombrosa*, contribuzione II, in collab. col prof. CAVARA, in *Nuov. giorn.*
bot. VIII. Firenze, 1901, 8.
41. — *Fungi congoenses* (in collab. col prof. SACCARDO). *Bull. Jardin. Bot. Bruxelles*, 1899, con
5 tavole.
42. — *Mycologia Lusitanica, diagnoses Fung. novorum*. In : *Broteria*. Lisboa, 1903.
43. — *Champignons du Congo Belge*, in *Bull. Jardin bot.* Bruxelles, IV fasc. I (1903).
44. — *Hymenomycetes novi vel minus cogniti* in *Ann. mycol.* III. Berlin, 1905.
45. — *Fungi avanicci lecti a prof. Heinricher* in *Ann. mycol.* V (1907) e X (1912). Berlin.
46. — *Fungi aliquot gallici novi vel minus cogniti* in *Ann. mycol.* Berlin, 1908.
47. — *Macromycetes der Saloumoinsehn. Denkschriften der Akad. der Wissensch.* Wien, 1910, 8.
48. — *Adnotanda Mycologica*, in *Ann. mycol.* IX. Berlin, 1911, 8.
49. — *Fungi Congoenses* in *Ann. mycol.*, IX. Berlin, 1911, 8.
50. — *Fungi Borneenses* » » » » » » » »
51. — *Basidiomycetes philippinenses*, Serie I, in *Hedwigia*. Dresden, 1911.
52. — Detto Serie II in *Hedwigia*. Dresden, 1913.
53. — Detto Serie III » » 1915.
54. — *Adnotanda in fungos aliquot exóticos regii Musei Lugdunensis*, in *Ann. mycol.* VIII.
Berlin, 1910. Dresden, 1911.
55. — *Polyporaceae javonicae*, in : *Ann. mycol.*, Berlin, 1912.

56. — *Fungi nonnulli exotici ex Museo Berolinensi* in *Ann. mycol.*, XII. Berlin, 1914.
57. — *Synonymia et adnotanda mycologica*, in *Ann. mycol.* XIV N. 3-4. Berlin, 1916.
58. — *Neus Pilze aus Sachsen*, in *Ann. mycol.* XIII. Berlin, 1915.
59. — *Selecta mycologica*, con figure nel testo, in *Ann. mycol.* XVIII, N. 1-3. Berlin, 1920.
60. — *Quattro specie di funghi mangerecci nel Trentino*. Estratto da « *Strenna Trentina* » 1923. Trento, Arti grafiche trid.
61. — *Selecta mycologica*, II, con tav. *Rivista della Società degli Studi Trentini*, Trento, Stab. Arti grafiche A. Scotoni, 1926.
62. — *Iconografia mycologica*. Vol. I. Mediolani 1917, Arti grafiche Pizzi e Vizio. Volume composto di 50 tavole colorate e di 50 pagine di testo. Segue la pubblicazione a cura del prof. G. B. TRAVERSO e si è già pubblicato il XII volume sino ad oggi (31, III, 1930).

Varie pubblicazioni sull'ab. Bresadola

1. — CATONI GIULIO. *L'Abate Bresadola per l'80 compleanno 1847-1927*. Fascicolo di pag. 38 con ritratto e 18 figure nel testo e due tavole, 1927. A. Scotoni, Trento.
2. — Id. come sopra ma senza il ritratto, le figure, le tavole e la bibliografia. Studi Trentini, classe II, Scienze naturali ed economiche, diretta dal Museo Civico di Storia naturale. Rivista della Società per gli studi trentini. Annata VIII, 1927, fasc. I, pag. 1 a 29.
3. — TRENER DOTT. GIOV. BATTISTA. *L'abate Bresadola gloria italiana*. « *Trentino* » Rivista mensile della Legione trentina. Anno III, N. 2, febbraio 1927, pag. 27 a 33 con 14 figure nel testo.
4. — Onoranze all'abate Bresadola; a pag. 43 del fascicolo precedente.
5. — D. Giacomo Bresadola micologo. « *Civiltà Cattolica* » Anno 78°, 1927, vol. II, quader. 1844 (8 aprile 1927).
6. — FENAROLI LUIGI. *L'abate Giacomo Bresadola e la sua opera micologica*. « *Vie d'Italia* », Anno XXXIII, N. 7, luglio 1927, pag. 1012-1020 con 13 figure nel testo.
7. — BERRETTA PIERO ANGISOLA. *A colloquio con l'abate Bresadola*. « *Vita nostra* ». Rivista intercollegiale dei Barnabiti, anno VIII: I novembre 1927. Firenze.
8. — SPECCHIERI VITTORIO. *Le benemerenze del clero italiano. Un dimenticato, Mons. Bresadola*. « *L'amico del clero* », bollettino mensile della Federazione tra le associazioni del Clero in Italia. Anno XI, N. 6, giugno 1929.
9. — Breve nota sulla morte del Bresadola in « *Civiltà Cattolica* ». Anno 86° (1929), vol. III, quad. 1897, 56, luglio 1929) pag. 89.
10. — *L'abate Bresadola è morto*. « *Il Brennero* » II, giugno 1929. Giornale quotidiano di Trento.
11. — *La morte del micologo Mons. Giacomo Bresadola*. « *Il Gazzettino* » II, giugno 1929. Giornale quotidiano di Trento.



Questi disegni mostrano funghi. Essi rappresentano anche le *Discomietacee*, le *Licoperdacee*

12. — *Le estreme commosse onoranze allo scienziato Mons. Bresadola.* « Il Gazzettino » 12 giugno 1929.
 13. — *La salma dell'abate Bresadola riposa nel Famedio cittadino. Le commosse onoranze del Trentino all'illustre scienziato.* « Il Brennero », 12 giugno 1929.
-

Sento il dovere di ringraziare il prof. Enrico Carano, direttore dell'Istituto Botanico dell'Università di Roma, il prof. G. B. Traverso direttore dell'Osservatorio Fitopatologico dell'Istituto Superiore Agrario di Milano, il prof. G. B. Trener, direttore del Museo di Storia Naturale di Trento e specialmente il Comm. Giulio Catoni, direttore dell'Osservatorio per le malattie delle piante del Consiglio Provinciale dell'Economia di Trento, per le facilitazioni usatemi nel raccogliere queste note biografiche.

Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter.

Nota del S. C. P. HERMANN HOFBAUER C. SS. R.

Die Intervalle in der diatonischen Tonleiter sind bekanntlich folgende:

<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c₁</i>
$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	

$\frac{9}{8}$ heisst das Intervall des grossen ganzen Tones, $\frac{10}{9}$ das des kleinen ganzen Tones, $\frac{16}{15}$ das des grossen halben Tones. Das Produkt der 7 Intervalle ist $= 2 =$ dem Intervall der Oktav:

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} = 2.$$

Es ist nun interessant, dass $\frac{9}{8}$ sehr nahe $= \left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{10}{9}}$ ist. $\frac{9}{8} = 1.125$, $\left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{10}{9}} = 1.1242$ (zu 4 Dez.), ferner ist $\frac{16}{15}$ nahe $= \frac{9}{8} : \sqrt{\frac{10}{9}}$, $\frac{16}{15} = 1.0666$; $\frac{9}{8} : \sqrt{\frac{10}{9}} = 1.0673$; endlich ist das Intervall des kleinen halben Tones $\frac{25}{24}$ sehr nahe $= \frac{10}{9} \sqrt{\frac{10}{9}} : \frac{9}{8}$; $\frac{25}{24} = 1.0416$ und $\frac{10}{9} \sqrt{\frac{10}{9}} : \frac{9}{8} = 1.0411$.

Wir könnten nun das Intervall des kleinen ganzen Tones so fingieren, dass die obige Gleichung vollständig zutrefte. Nennen wir das Intervall dieses fingierten kleinen ganzen Tones t , ebenso das Intervall des grossen ganzen Tones T , das des grossen halben Tones Δ , das des kleinen halben Tones δ ,

so könnten wir folgende Relationen aufstellen:

$$T = t', \Delta = \frac{T}{\sqrt{t}} = t'^{-\frac{1}{2}}, \Delta\delta = t, \delta = \frac{t\sqrt{t}}{T} = t^{\frac{3}{2}-t};$$

ferner $\frac{T}{t}$ (das sogenannte Komma) $= t^{t-1}$ und

$$\frac{\Delta}{\delta} = t^{2t-2} = \left(\frac{T}{t}\right)^2.$$

Die Grösse unseres fiktiven kleinen ganzen Tones können wir aus der eingangs aufgestellten Intervallenreihe leicht ableiten. Es ist $T^2 t^2 \Delta^2 = 2$ oder $t^{3t} \cdot t^{2t-1} = t^{5t+1} = 2$.

Die Auflösung dieser Gleichung ergibt für t den Wert $1 \cdot 1115$ ($\log t = 0 \cdot 045907$), während $\frac{10}{9} = 1 \cdot 1111$ ergibt. Der Unterschied der beiden Intervalle ist so gering, dass auch das feinste menschliche Ohr ihn nicht erfassen könnte; er beträgt etwa $\sqrt[36]{\frac{81}{80}}$. Nehmen wir z. B. (das dreigestrichene) $\bar{a}$ zu 1740 Schwingungen, so hat $\bar{g}$ $1740 : \frac{10}{9}$, also 1566 Schwingungen, nach unserem Ansatz $1565 \cdot 51$ (Das dreigestr.) $\bar{h}$ hat 1957·3 Schwingungen, nach unserer Annahme 1957. In der temperierten chromatischen Tonleiter hat $\bar{g}$ 1550, $\bar{h}$ 1953 Schwingungen. Die Abweichungen von der natürlichen reinen Stimmung sind also viel bedeutender als nach unserem Ansatz.

Für das Intervall $\frac{6}{5}$ (kleine Terz) $= 1 \cdot 2000$ ergibt sich nach unserer Voraussetzung $= T\Delta = t' \cdot t'^{-\frac{1}{2}} = t^{2t-\frac{1}{2}} = 1 \cdot 1998$.

Wir könnten sonach die Tonleiter sehr hübsch und einheitlich durch Funktionen von t , also des kleinen ganzen Tones darstellen und zwar in folgender Weise:

c	d	e	f	g	a	h	c_1
t^0	t^1	t^{t+1}	$t^{2t+\frac{1}{2}}$	$t^{3t+\frac{1}{2}}$	$t^{3t+\frac{3}{2}}$	$t^{4t+\frac{3}{2}}$	t^{5t+1}

Die aufsteigende Molltonleiter z. B. ergibt:

$$\begin{array}{cccccccc} a & h & c_1 & d_1 & e_1 & f\sharp s_1 & gis_1 & a_1 \\ t^0 & t^1 & t^{2\sharp - \frac{1}{2}} & t^{3\sharp - \frac{1}{2}} & t^{3\sharp + \frac{1}{2}} & t^{3\sharp + \frac{3}{2}} & t^{4\sharp + \frac{3}{2}} & t^{5\sharp + 1} \end{array}$$

Sehr nahe dem gewöhnlichen Werte kommt nach unserer Messung das Intervall der Quart; es ist $T/\Delta = 1.3335$ statt 1.3333 ; noch näher das der Quint: $T^2/\Delta = 1.4998$ statt 1.5 .

Zur bequemen Nachprüfung geben wir nachstehend die Logarithmen der Grundintervalle:

$$\begin{array}{ll} \log T = 0.051025 & \log t = 0.045907 \\ \log \Delta = 0.028072 & \log \delta = 0.017835. \end{array}$$

Die Logarithmen der einzelnen Töne der diatonischen Tonleiter wären demnach:

$$\begin{array}{l} \log c = 0 \\ \log d = 0.05103 \\ \log e = 0.09693 \\ \log f = 0.12500 \\ \log g = 0.17603 \\ \log a = 0.22193 \\ \log h = 0.27296 \\ \log c_1 = 0.30103. \end{array}$$

Leicht lassen sich auch die Log. der eingeschobenen Halbtöne angeben; so ist z. B. $\log gis = 0.19387$, $\log as = 0.20410$.

Es ist nun interessant zu bemerken, dass sich auch in der Aufeinanderfolge der sogenannten Obertöne ein eigentümliches Verhältnis zeigt. Greifen wir aus der Reihe der Obertöne einen Terno einander unmittelbar folgender heraus und nennen wir sie etwa n_1 , n_2 , n_3 , so ergibt sich mit zunehmender Höhe der Obertöne immer genauer folgende Gleichung:

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^{\frac{n_3}{n_2}}.$$

Z. B. für den 14., 15. und 16. Oberton:

$$\log \frac{15}{14} = 0 \cdot 02996, \quad \log \left[\left(\frac{16}{15} \right)^{\frac{16}{15}} \right] = 0 \cdot 02990.$$

Aber auch für weniger hohe Obertöne ist die Übereinstimmung nicht schlecht: z. B. für den 6., 7. und 8. Oberton:

$$\log \frac{7}{6} = 0 \cdot 06695, \quad \log \left[\left(\frac{8}{7} \right)^{\frac{8}{7}} \right] = 0 \cdot 06627.$$

Die Intervalle $\frac{9}{8}$ und $\frac{10}{9}$ entsprechen ebenfalls einem solchen Terno.

Von ihrem eigentümlichen Verhältnis zu einander sind wir ausgegangen.

Vielleicht sind die vorgelegten Erörterungen einiger Beachtung wert.

Pulviscolo cosmico e distribuzione maxwelliana

Nota del S. C. T. LEVI-CIVITA

Sommario. — Scopo della nota è di estendere gli apprezzamenti statistici della teoria cinetica dei gas ad un insieme caotico di corpuscoli, in cui si trovino rappresentate non soltanto tutte le velocità (come nelle molecole di un gas) ma anche tutte le masse. Un tale comportamento può ragionevolmente attribuirsi al pulviscolo cosmico e, in particolare, ai meteoriti. Le formule ottenute sono appunto applicate ai meteoriti che un pianeta incontra nel suo moto orbitale.

Negli apprezzamenti statistici, intesi a indagare eventuali influenze dei meteoriti, o più generalmente del pulviscolo cosmico, sopra un qualche fenomeno astronomico, vien fatto naturalmente di affidarsi alla legge maxwelliana di distribuzione delle velocità. Tale legge — che qui possiamo limitarci a considerare caratterizzata da un massimo di probabilità — si stabilisce ordinariamente, nella teoria cinetica dei gas, considerando molecole di ugual massa. E se ne fa poi l'estensione a miscele di un numero finito di componenti, in cui cioè le masse delle particelle possono assumere certe n determinazioni prefissate ⁽¹⁾.

Evidentemente, non c'è difficoltà sostanziale nel passare da un numero discreto all'ipotesi più generale che possano presentarsi masse di qualsiasi entità (da 0 a ∞). Tale è precisamente l'aspetto della questione nel caso del pulviscolo cosmico.

⁽¹⁾ Cfr. p. esempio:

M. PLANCK, *Acht Vorlesungen über mathematische Physik*, (Leipzig, Hirzel, 1910), Vierte Vorles., pp. 58-69.

J. H. JEANS, *Théorie dynamique des gaz*, (Trad. di A. Clerc, Paris, Blanchard, 1925), pp. 27-38, 101-104.

G. CASTELNUOVO, *Calcolo delle probabilità*, (seconda edizione, Bologna, Zanichelli, 1928), vol. II, pp. 94-136.

E. BOREL, *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*, T. II, fasc. 3, (Paris, Gauthiers-Villars, 1925), pp. 69-81.

Per verità fu autorevolmente rilevato⁽¹⁾ che il computo statistico è applicabile con plausibile argomentazione soltanto a particelle tutte uguali tra loro, ma, se io non m'inganno, quest'ultima condizione può anche essere sostituita dalla presenza in gran numero di masse di ogni calibro. Le semplicissime considerazioni che seguono mostrano infatti che, procedendo al modo solito, si ottiene una legge di ripartizione ragionevole anche per un insieme caotico d'innumerabili corpuscoli, in cui siano largamente rappresentate non soltanto tutte le velocità, ma altresì tutte le masse.

Ottenuta così la legge di ripartizione (n. 1-4), si calcolano (n. 5) alcuni valori probabili e medi, raffrontandone i rapporti con quelli che si presentano classicamente nella teoria cinetica. Si fa quindi (n. 6) una osservazione critica concernente l'ipotesi di partenza, e si chiude (n. 7) deducendo le formule che regolano (globalmente) la caduta di meteoriti sopra un corpo in moto.

1. — Spazio rappresentativo a sette dimensioni (fase e massa).

Sia S lo spazio astronomico (interplanetario o più generalmente interstellare) in cui si considera il pulviscolo cosmico. Di un generico corpuscolo appartenente a questo insieme sia μ la massa; Q la posizione ad un dato istante, riferita ad assi $Ox_1 x_2 x_3$, fissi nell'ordinario senso della meccanica classica; w la velocità rispetto al medesimo riferimento.

Lo stato del corpuscolo è caratterizzato dallo scalare μ , dal punto Q e dal vettore w , o, ciò che è lo stesso, anziché da w , dalla quantità di moto

$$(1) \quad p = \mu w ;$$

complessivamente da sette parametri: μ ; coordinate cartesiane di P , x_1, x_2, x_3 ; omologhe componenti p_1, p_2, p_3 della quantità di moto, che si possono pensare simultaneamente rappresentati da un punto figurativo di una varietà Σ a sette dimensioni. Trattando questa varietà come euclidea, e ponendo per brevità

$$(2) \quad dS = dx_1 dx_2 dx_3, \quad d\varpi = dp_1 dp_2 dp_3,$$

un campo (parallelepipedico) elementare ha l'estensione

$$d\Sigma = d\mu \cdot dS \cdot d\varpi.$$

(1) PLANCK, loco cit., p. 52.

**2. — Funzione di ripartizione — omogeneità spaziale —
varietà rappresentativa ridotta.**

Indichiamo con f la funzione dei punti di Σ che caratterizza (ad un dato istante) una distribuzione di corpuscoli, per massa, posto e velocità; sia cioè $f d\Sigma$ interpretabile come numero di corpuscoli i cui parametri determinativi μ, x_i, p_i ($i = 1, 2, 3$) cadono nell'elemento $d\Sigma$. Si può domandarsi: quale è la forma della funzione f che corrisponde alla ripartizione più probabile?

Le solite considerazioni (che risalgono a Boltzmann) consentono di dar forma matematica alla questione riconducendola alla determinazione di un massimo di probabilità, cioè del *minimo* dell'integrale

$$H = \int f \log f d\Sigma$$

esteso al campo di Σ , che si vuol prendere in considerazione, il quale integrale esprime asintoticamente, e a meno di un fattore costante negativo, il logaritmo della probabilità. Si intende, minimo compatibile con certi dati globali, cioè numero totale di corpuscoli, volume occupato, massa e energia complessive.

Per il nostro pulviscolo potremo prescindere (come nel caso più elementare della teoria cinetica) da forze, sia esterne che interne, e assumere in conformità che la distribuzione sia uniforme in tutto lo spazio cosmico S , ossia f indipendente da x_1, x_2, x_3 . Con tale restrizione diviene più comodo di localizzare la rappresentazione, anziché nella Σ a sette dimensioni, in una varietà quadridimensionale (piana) σ , che corrisponde (per date x) alla quaderna μ, p_1, p_2, p_3 , ed ha quindi per estensione elementare

$$(3) \quad d\sigma = d\mu \cdot d\varpi .$$

La corrispondente funzione H va così riferita all'unità di volume dello spazio astronomico S , e la sua espressione si riduce a

$$(4) \quad H = \int f \log f d\sigma .$$

La forza viva di un generico corpuscolo, espressa per μ e per le p , vale

$$\frac{1}{2\mu} (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) = \frac{1}{2\mu} p^2 ,$$

rappresentando semplicemente con p la lunghezza $|p|$ del vettore quantità di moto.

Se ora si designa con N il numero (medio) di corpuscoli per unità di volume, con ϱ la densità materiale, con ε la densità di energia cinetica (il che è quanto dire massa e forza viva per unità di volume), si ha, per definizione di $f d\sigma$,

$$(5) \quad N = \int f d\sigma , \quad \varrho = \int \mu f d\sigma , \quad 2\varepsilon = \int \frac{p^2}{\mu} f d\sigma .$$

Tutti questi integrali vanno estesi al campo degli argomenti μ, p_1, p_2, p_3 , in cui cadono determinazioni di massa e di quantità di moto, possedute da un qualche corpuscolo del nostro pulviscolo. Non essendovi a priori necessità di introdurre limitazioni (né superiori, né inferiori), riterremo gli integrali estesi all'intera varietà σ , e f finita, continua, e nulla all' ∞ in modo tale che gli integrali stessi abbiano senso. Avremo a posteriori conferma dell'attendibilità dell'ipotesi, riconoscendo che esiste effettivamente una funzione f (e una sola) che gode di tutte le proprietà richieste.

3. — Calcolo di f in base alla condizione di minimo.

Se esiste una funzione $f(\mu, p_1, p_2, p_3)$, per cui, subordinatamente alle (5), risulta minima H , dovrà essere, secondo i primi principi del calcolo delle variazioni,

$$(6) \quad \delta H + \lambda \delta N + b \delta \varrho + h \delta (2\varepsilon) = 0 ,$$

λ, b ed h essendo delle costanti (moltiplicatori di Lagrange) a priori arbitrarie, da determinarsi in base alle (5). La (6), in cui, ben s'intende, la variazione va fatta con esclusivo riguardo all'incognita f , dà immediatamente

$$\int_{\sigma} \delta f \left\{ \log f + 1 + \lambda + b\mu + h \frac{p^2}{\mu} \right\} d\sigma = 0 ,$$

condizione che, a partire da una determinazione estrema della f , deve sussistere comunque si scelga l'incremento δf . Bisogna perciò che si annulli, in ogni elemento $d\sigma$, il coefficiente di δf , il che, introducendo al posto di λ la costante positiva $e^{-(1+\lambda)} = K$, porge

$$(7) \quad f = K e^{-b\mu} e^{-h \frac{\mu^2}{\mu}} .$$

Se si ritengono positive anche b ed h , sono (largamente) soddisfatte le condizioni di integrabilità all' ∞ , ed è facile esplicitare le (5) riconoscendo che esse individuano univocamente le tre costanti positive K , b ed h in funzione di N , q ed ε . Lo faremo tra un momento, ma vogliamo prima rilevare che, una volta soddisfatta con una $f > 0$ la condizione variazionale (6), si tratta certamente di un minimo di H , in quanto, anche incondizionatamente, cioè a prescindere dalle (5), la seconda variazione della funzione H definita dalla (4) è in ogni caso positiva. Si ha infatti dalla (4) stessa

$$\delta^2 H = \int_{\sigma} (\delta f)^2 \frac{1}{f} d\sigma > 0 .$$

4. — Espressione delle costanti.

Dalla definizione degli integrali euleriani di seconda specie segue ovviamente

$$(8) \quad \int_0^{\infty} \mu^{\nu-1} e^{-b\mu} d\mu = \Gamma(\nu) b^{-\nu} \quad (b, \nu > 0) .$$

D'altra parte da

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} ,$$

introducendo un parametro ξ e una nuova variabile corrente di integrazione p col porre

$$x = \sqrt{\xi} \cdot p ,$$

si ha l'identità

$$(9) \quad I = \int_0^{\infty} e^{-\xi p^2} dp = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \xi^{-1/2} ,$$

valida per qualsiasi ξ positivo.

Sono pure ben noti gli integrali

$$(10) \quad I_1 = \int_0^\infty e^{-\xi p^2} p^2 dp, \quad I_2 = \int_0^\infty e^{-\xi p^2} p^4 dp, \dots, \quad I_n = \int_0^\infty e^{-\xi p^2} p^{2n} dp, \dots,$$

in corrispondenza ad un qualsiasi intero n . Appariranno qui appresso i primi due che si ricavano immediatamente dalla (9), derivando rispetto a ξ , con che

$$I_1 = -\frac{dI}{d\xi}, \quad I_2 = \frac{d^2 I}{d\xi^2},$$

ossia

$$(11) \quad I_1 = \frac{1}{4} \sqrt{\pi} \xi^{-3/2}, \quad I_2 = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \xi^{-5/2}.$$

Ciò premesso, si introduca nelle (5), al posto di f , la sua espressione (7), immaginando altresì di riferire lo spazio delle quantità di moto, anziché alle componenti p_1, p_2, p_3 (che fungono da coordinate cartesiane), a tre parametri p, ϑ, φ , assimilabili a coordinate polari. Essendo $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ un elemento di sfera di raggio 1 (riferita a coordinate geografiche ϑ e φ), si ha

$$(12) \quad d\varpi = d\Omega p^2 dp,$$

e la prima delle (5), eseguendo le integrazioni rispetto a ϑ e a φ , diviene

$$N = K4\pi \int_0^\infty e^{-b\mu} d\mu \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4}} p^2 dp.$$

Avuto riguardo alla prima delle (11), in cui si ponga $\xi = \frac{h}{\mu}$, risulta

$$N = Kh^{-3/2} \pi^{3/2} \int_0^\infty e^{-b\mu} \mu^{3/2} d\mu,$$

dove, per la (8), in cui si ponga $\nu - 1 = 3/2$,

$$(5_1) \quad N = Kb^{-5/2} h^{-3/2} \pi^{3/2} \Gamma(5/2).$$

In modo perfettamente analogo si trova

$$Q = Kb^{-7/2} h^{-3/2} \pi^{3/2} \Gamma(7/2).$$

Siccome, per la prima proprietà della funzione Γ , $\Gamma(7/2) = \frac{5}{2} \Gamma(5/2)$, così potremo scrivere, badando anche alla (3₁),

$$(3_2) \quad \varrho = Kb^{-7/2} h^{-3/2} \pi^{3/2} \frac{5}{2} \Gamma(5/2) = \frac{5}{2} N \frac{1}{b}.$$

Infine, sempre nello stesso modo, si ricava

$$(3_3) \quad 2\varepsilon = Kb^{-5/2} h^{-5/2} \pi^{3/2} \frac{3}{2} \Gamma(5/2) = \frac{3}{2} N \frac{1}{h}.$$

Come si vede, i rapporti $\frac{N}{b}$, $\frac{N}{h}$ valgono rispettivamente $2\varrho/5$, $4\varepsilon/3$. Con ciò la (3₁), moltiplicata per N^4 , diviene

$$N^5 = K(2\varrho/5)^{5/2} (4\varepsilon/3)^{3/2} \pi^{3/2} \Gamma(5/2),$$

che determina univocamente anche K .

5. — Valori più probabili e valori medi.

Dalla espressione (7) di f si può ricavare, seguendo il Kirchhoff (1), il significato delle costanti b ed h . Basta cercare i valori p^* e μ^* di p e di μ per cui risulta massima la funzione di ripartizione fp^2 , che (esplicitando) figura sotto il segno nella espressione (3) di N . Tali valori devono rendere ad un tempo

$$\frac{\partial(fp^2)}{\partial\mu} = 0, \quad \frac{\partial(fp^2)}{\partial(p^2)} = 0,$$

ossia

$$fp^2 \left(-b + h \frac{p^2}{\mu^2} \right) = 0, \quad f \left(1 - h \frac{p^2}{\mu} \right) = 0,$$

donde

$$\mu^* = \frac{1}{b}, \quad \frac{p^{*2}}{\mu^*} = \frac{1}{h} \quad (2).$$

(1) *Vorlesungen über mathematische Physik*, B. IV, (Leipzig, Teubner, 1894), p. 150.

(2) Questi valori corrispondono certamente ad un massimo, perchè fp^2 , considerata come funzione dei due argomenti μ e p nel quadrante positivo $\mu \geq 0$, $p \geq 0$, si annulla (o almeno ha per limite zero quando si tende) al contorno del quadrante, cioè sui due assi e all' ∞ ; ed è sempre regolare e positiva nei punti interni. Essa ammette dunque almeno un massimo entro il campo, e questo massimo cade di necessità nell'unico punto (μ^*, p^*) in cui si annullano entrambe le derivate.

Il significato delle costanti b ed h è dunque il seguente: $\frac{1}{b}$ e $\frac{1}{2h}$ costituiscono la coppia dei valori più probabili della massa dei corpuscoli e della loro forza viva. Siccome d'altra parte, se μ^* e p^* sono rispettivamente i valori più probabili dei due argomenti μ e p , per una generica funzione $g(\mu, p)$, il valore più probabile è senz'altro $g(\mu^*, p^*)$, così il rapporto $\frac{p^*}{\mu^*}$ fornisce il valore più probabile w^* della velocità. Riterremo pertanto, al posto delle formule ora scritte, le due equivalenti

$$(13) \quad \mu^* = \frac{1}{b} \quad , \quad w^{*2} = \frac{b}{h} \quad .$$

I corrispondenti valori medi $\bar{\mu}$, $\bar{w}^2$ sono invece quelli che risultano dalle formule di definizione

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \int_{\sigma} \mu f d\sigma \quad , \quad \bar{w}^2 = \frac{1}{N} \int_{\sigma} w^2 f d\sigma = \frac{1}{N} \int_{\sigma} \frac{p^2}{\mu^2} f d\sigma \quad .$$

Per la espressione (5) di q e per la (5₂),

$$\bar{\mu} = \frac{q}{N} = \frac{5}{2} \frac{1}{b} \quad ,$$

mentre, eseguendo l'integrazione con le stesse modalità già usate al n. prec. per il calcolo di N , q e 2ϵ , e tenendo poi conto della (5₁), si trova subito

$$\bar{w}^2 = \frac{1}{N} K b^{-3/2} h^{-5/2} \pi^{3/2} \Gamma(5/2) = \frac{b}{h} \quad .$$

Il confronto con le (13) dà

$$(14) \quad \bar{\mu} = \frac{5}{2} \mu^* \quad , \quad \bar{w}^2 = w^{*2} \quad .$$

Merita di essere rilevata soprattutto la seconda relazione, la quale mostra come, per un pulviscolo in cui tutte le masse sono equabilmente rappresentate, la media quadratica delle velocità $\bar{w}^2$ coincide col suo valore più probabile w^{*2} . Quando si tratta invece di particelle aventi tutte la stessa massa, l'ordinaria

distribuzione maxwelliana dà notoriamente una media quadratica superiore della metà al valore più probabile (avendosi allora $\bar{w}^2 = \frac{3}{2} w^{*2}$).

Calcoliamoci ancora il valore medio $\bar{w}$ dei valori assoluti $w = \frac{p}{\mu}$ della velocità, cioè

$$\bar{w} = \frac{1}{N} \int \frac{p}{\mu} f d\sigma = \frac{K}{N} 4\pi \int_0^\infty e^{-b\mu} \frac{1}{\mu} d\mu \int_0^\infty e^{-\frac{p^2}{\mu}} p^3 dp .$$

Eseguendo le integrazioni e badando alla (5₁), col tener conto che

$$\Gamma(5/2) = \frac{3}{2} \Gamma(3/2) = \frac{3}{4} \Gamma(1/2) = \frac{3}{4} \pi^{1/2} ,$$

si ha ovviamente

$$\bar{w} = \frac{1}{N} K b^{-2} h^{-2} 2\pi = \frac{8}{3\pi} b^{1/2} h^{-1/2} ,$$

ossia, per (13) e (14),

$$(15) \quad \bar{w} = \frac{8}{3\pi} \sqrt{\bar{w}^2} .$$

Nell'ordinaria teoria cinetica si ha una relazione analoga, però il coefficiente di attenuazione è soltanto la radice quadrata di quello che compare nella (15).

6. — Osservazione critica.

L'ipotesi su cui è impostato il calcolo precedente è che la misura dell'estensione dello spazio rappresentativo Σ (a sette dimensioni) sia euclidea, ossia che

$$d\Sigma = d\mu \cdot dS \cdot d\pi .$$

Se si adottasse una metrica diversa, introducendo nella misura dell'estensione un fattore Φ , funzione a priori arbitraria della fase $(x_1, x_2, x_3, p_1, p_2, p_3)$ e di μ , le stesse considerazioni probabilistiche condurrebbero alla stessa espressione della funzione di ripartizione f , ma a relazioni di media in generale diverse, per la presenza del fattore Φ nei vari integrali che servono a definire elementi globali.

Nella teoria ordinaria, si toglie l'indeterminazione, associando alla condizione di massima probabilità quella di stazionarietà (nel tempo), rispetto a tutti i movimenti retti da equazioni canoniche, in particolare rispetto agli urti di che sono passibili le molecole in assenza di forze. Ciò porta, attraverso il teorema di Liouville, ad assumere $dS \cdot d\varpi$ (senza fattore Φ funzione della fase) quale elemento di estensione nello spazio delle fasi. Ma quando si aggiunge la dimensione corrispondente alla massa, atteso il carattere invariante di questa di fronte al moto, nulla vieterebbe a priori di introdurre nella espressione del $d\Sigma$ un fattore $\Phi(\mu)$ con Φ funzione arbitraria della sola μ . La specificazione $\Phi = \text{cost.}$ (e una tale costante si può porre eguale ad 1 senza ulteriore restrizione) non si giustifica con argomento più persuasivo che non sia il carattere additivo della massa, il quale farebbe apparire artificiale la sostituzione a $d\mu$ di un qualsivoglia $\Phi(\mu) d\mu$.

7. — Apprezzamenti statistici sul pulviscolo incontrato da un corpo in moto.

Vogliamo qui riprendere, precisando l'impostazione cinematica, alcune considerazioni, istituite recentemente dal Fermi ⁽¹⁾ per le ordinarie distribuzioni maxwelliane, onde estenderle al caso di sciame di corpuscoli in cui sono rappresentate, non soltanto tutte le velocità, ma anche tutte le masse.

Consideriamo in primo luogo un insieme qualsivoglia di punti materiali Q , tutti animati dalla stessa velocità (vettoriale) $\mathbf{w}$, e un'area piana a fissa e normale a $\mathbf{w}$. Concentriamo la nostra attenzione sulle particelle dell'insieme, che arrivano all'area a (attraversandola, se si tratta di un piano ideale, urtandola, se è comunque materializzata) durante un assegnato intervallo di tempo: sia da t a $t + \tau$.

All'inizio t dell'intervallo tutte queste particelle sono manifestamente contenute in un cilindro retto di base a e di generatrici equipollenti a $\tau\mathbf{w}$; esse occupano quindi un volume $\tau a |\mathbf{w}|$.

Se poi il piano a si sposta di moto traslatorio con velocità costante $\mathbf{v}$, ed è diretto normalmente (anzichè a $\mathbf{w}$) alla velocità relativa $\mathbf{w} - \mathbf{v}$ (delle

⁽¹⁾ *Sul moto di un corpo di massa variabile*, Rend. R. Acc. dei Lincei, (6), Vol. IX, 1929, pp. 984-986.

particelle rispetto al piano), si ha per l'istante iniziale t un'analogia localizzazione, purchè si sostituisca a w la velocità relativa $w - v$.

Ponendo per brevità di scrittura

$$(16) \quad \Delta = |w - v| ,$$

ossia, ove si designi con ϑ l'angolo di w con v , e si scriva w e v per $|w|$ e $|v|$,

$$(16') \quad \Delta^2 = w^2 + v^2 - 2wv \cos \vartheta ,$$

rimane acquisito che, nel caso di un diaframma piano di area a (animato da velocità costante v , e diretto normalmente a $w - v$), le particelle urtanti nell'intervallo $t - t + \tau$ occupano all'istante t , iniziale dell'intervallo, un volume espresso da

$$\tau a \Delta .$$

Ciò premesso, applichiamo questa constatazione ai meteoriti (da trattarsi come corpuscoli retti dalle leggi statistiche dei n.º precedenti) i quali cadono, durante un intervallo di tempo $t - t + \tau$, sopra un pianeta P (di massa m e) di velocità v : tale velocità essendo, o potendosi riguardare, costante nel detto intervallo di tempo. Col «cadono» si allude ad urti anelastici, quindi intanto al fatto cinematico che si tratta di corpuscoli, i quali incontrano (in un piano per P , normale alla direzione della velocità relativa $w - v$) il contorno apparente del pianeta. Se questo si suppone sferico, il contorno apparente secondo qualsiasi direzione avrà sempre la stessa forma circolare, nonchè la stessa area a .

Siamo ora in grado di valutare il numero N di meteoriti che incontrano P durante l'intervallo $t - t + \tau$, bastando all'uopo sommare i contributi che provengono dai corpuscoli delle varie velocità e masse. Per quelli che appartengono ad un elemento

$$(3) \quad d\sigma = d\mu d\pi$$

dello spazio rappresentativo (ridotto) σ , la massa e la velocità sono costanti (a meno di infinitesimi), sicchè si può ritenere, per quanto si è visto or ora, che i corpuscoli stessi occupano, *nel medesimo istante* t , un volume dello spazio astronomico S , dato da

$$\tau a \Delta .$$

Atteso il significato della funzione di distribuzione f , il numero che loro corrisponde vale

$$\tau a \Delta \cdot f d\sigma .$$

Il numero complessivo è dunque

$$(17) \quad N = \tau a \int_{\sigma} f \Delta d\sigma .$$

In modo analogo si esprime sia la massa totale M dei corpuscoli, che cadono su P nel considerato intervallo di tempo, sia la somma Q delle loro quantità di moto μw . Quelli tra essi che sono contenuti in $d\sigma$ (per cui cioè la massa è compresa fra μ e $\mu + d\mu$, e la velocità fra w e $w + dw$) recano alla massa M il contributo

$$\tau a \mu f \Delta d\sigma$$

e alla quantità di moto Q il contributo

$$\tau a \mu w f \Delta d\sigma .$$

Perciò la massa complessiva è data da

$$(18) \quad M = \tau a \int_{\sigma} \mu f \Delta d\sigma ,$$

e il risultante delle quantità di moto Q da

$$(19) \quad Q = \tau a \int_{\sigma} \mu w f \Delta d\sigma .$$

Dalla (19) segue anzitutto che Q è in ogni caso parallela alla velocità v del pianeta. Immaginiamo infatti di sostituire nell'integrale del secondo membro, a $d\sigma$, $d\mu$, $d\varpi$ e a $d\varpi$, la sua espressione (13) in coordinate polari

$$d\varpi = p^2 dp d\Omega = p^2 dp \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi ,$$

assumendo l'asse polare parallelo a v . Con ciò le componenti di w sono del tipo

$$w \sin \vartheta \cos \varphi , \quad w \sin \vartheta \sin \varphi \quad (\text{trasversali}) \quad \text{e} \quad w \cos \vartheta \quad (\text{longitudinale}).$$

Siccome Δ non dipende da φ , risulta senz'altro dalla (19), passando alle componenti (ed è del resto intuitivo per ragioni di simmetria), che le componenti trasversali di $\mathbf{Q}$ sono entrambe nulle. La componente longitudinale Q_v ove si eseguisca l'integrazione rispetto a φ e si sostituisca $p \cos \vartheta$, a $\mu v \cos \vartheta$, si scrive

$$Q_v = 2\pi \tau a \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty f p^3 dp \int_0^\pi \Delta \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta .$$

L'integrale interno può scindersi in due: da 0 a $\frac{\pi}{2}$ e da $\frac{\pi}{2}$ a π . Ove si cambi, nel secondo, ϑ in $\pi - \vartheta$ e si designi con Δ' ciò che diventa Δ per questa sostituzione, cioè si ponga

$$(20) \quad \Delta' = \sqrt{w^2 + v^2 + 2wv \cos \vartheta} ,$$

risulta

$$(21) \quad Q_v = - 2\pi \tau a A ,$$

avendo posto per brevità

$$(22) \quad A = \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty f p^3 dp \int_0^{\pi/2} (\Delta' - \Delta) \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta .$$

Ove si ponga ancora

$$(23) \quad B = \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty f p^3 dp \int_0^{\pi/2} (\Delta' + \Delta) \sin \vartheta d\vartheta ,$$

l'espressione (18) di M (con analogia trasformazione) può essere scritta

$$(24) \quad M = 2\pi \tau a B .$$

Essendo, per ogni $\vartheta \leq \frac{\pi}{2}$, $\Delta' \geq \Delta$, A è essenzialmente positivo, sicchè la (21) (in quanto, come si è detto, si annullano le componenti trasversali) mostra ulteriormente che *il risultante delle quantità di moto $\mathbf{Q}$ è sempre diretto in verso opposto a quello della velocità $\mathbf{v}$ del pianeta*. Perciò, se si pone

$$(25) \quad Q_v = - Mu ,$$

u risulta certo positiva, e fornisce, si può dire, in valore assoluto, la velocità media dei meteoriti che cadono sul pianeta nell'intervallo di tempo $t - t + \tau$.

La sua espressione definitiva (liberata da τ e da α) si ottiene dividendo membro a membro le (21) e (24), ed è

$$(26) \quad u = \frac{A}{B},$$

dove A e B designano gli integrali (22) e (23). In questi figurano i radicali Δ e Δ' che dipendono dalla costante v , dall'angolo di integrazione ϑ e da w . È appena necessario avvertire che, per l'integrazione, w va espressa mediante le variabili p e μ , ossia sostituita con $\frac{p}{\mu}$.

Mostrerò altrove sotto quali condizioni la (26) consenta di ritenere $u = 0$ nel problema del moto di un pianeta, la cui massa va crescendo per caduta di meteoriti.

L'equilibrio stabile in un campo di velocità

Nota di BRUNO de FINETTI, presentata dal S. O. GIOVANNI GIORGI

Sunto. — Si definisce l'*equilibrio stabile* in un punto-zero di un campo di velocità, e si determinano le condizioni analitiche perchè esso abbia luogo.

Si abbia un punto Q soggetto a muoversi in un campo C con velocità $\mathbf{v}(P)$ assegnata in funzione del posto (e supporremo $\mathbf{v}$ funzione continua di P). Esso non potrà percorrere se non le *traiettorie* del campo vettoriale $\mathbf{v}(P)$, e la sua posizione a un dato istante sarà completamente determinata conoscendo la posizione iniziale.

È ovvio che le possibili posizioni d'equilibrio per il punto Q sono tutti e soli i punti-zero del campo vettoriale, ossia che, perchè il punto Q stia in quiete, è necessario e sufficiente che si trovi in un punto O per cui $\mathbf{v}(O) = 0$.

Un equilibrio può però essere *stabile* o *instabile*. E ci proponiamo appunto in questo lavoro, di studiare la *stabilità* di un tale equilibrio, chiarendo anzitutto il concetto, e determinando poi le condizioni analitiche.

Avrò occasione per ciò di sfruttare i risultati delle mie recenti note: « *Caratteristica di un'omografia vettoriale* », « *Studio delle omografie vettoriali in relazione alle radici di $I_n(\alpha - x) = 0$* » e « *Sul comportamento di $e^{i\alpha}$, e sul concetto di omografia stabile* » ⁽¹⁾, che sviluppai appunto per tale scopo.

I.

Dicendo che una condizione d'equilibrio è *stabile* s'intende asserire, nel caso più generale e secondo il concetto più intuitivo, che le piccole perturbazioni che possono essere prodotte da cause accidentali non sono capaci che di

⁽¹⁾ Atti della Pont. Acc. delle Scienze Nuovi Lincei, Anno LXXXII-Fasc. suppletivo-1929.

produrre effetti trascurabili e tendenti ad estinguersi. A parte il modo di misurare la « grandezza » della « causa » e dell' « effetto », si può precisare quest'idea dicendo che un equilibrio è stabile se, pur di supporre la « causa » sufficientemente piccola, si può esser certi che l'« effetto » sarà piccolo quanto si vuole, e tenderà ad estinguersi.

Quest'enunciato generalissimo e per ciò stesso alquanto vago basta completamente a suggerire la forma precisa che dovremo dare alla definizione di *punto d'equilibrio stabile* di un campo di velocità. Le perturbazioni possibili nel nostro caso non sono che gli spostamenti dalla posizione d'equilibrio, una perturbazione *abbastanza piccola* sarà uno spostamento che non conduce fuori da un certo intorno. E diremo quindi che:

Un punto-zero O di un campo di velocità $\mathbf{v}(P)$ è un punto d'equilibrio stabile se, fissato comunque un intorno σ di O , esiste sempre un intorno σ' di O , necessariamente compreso in σ : tale che se un punto mobile Q si trova inizialmente in σ' , esso si muove tendendo verso O , e senza uscire mai da σ .

Prima di trattare analiticamente il problema converrà discutere alquanto la definizione per chiarire qualche possibile dubbio. Potrebbe sembrare infatti, a prima vista, che la definizione si sarebbe potuta esprimere in forma più semplice dicendo ad es. che *esiste un intorno σ di O tale che, se un punto mobile Q si trova inizialmente in σ , esso si muove tendendo verso O* (Condizione [1]). Ciò che equivale a dire: l'insieme delle traiettorie che *portano verso O* riempie un campo C_0 che racchiude O nel suo interno⁽¹⁾.

Tale condizione è necessaria (come è facile vedere), ma non è sufficiente: essa infatti sussiste in certi casi senza che l'equilibrio sia stabile. Abbiassi ad es. la circonferenza che limita il cerchio C , e consideriamo tutte le circonferenze interne, ad essa tangenti in un punto O (V. fig. 1). Il campo di velocità che ha come traiettorie tali linee, e le fa percorrere in senso concorde e con velocità assoluta proporzionale alla distanza da O , ha ovviamente in O l'unico punto di equilibrio. Un punto mobile, da qualunque posizione iniziale va a finire in O ; se lo si sposta da O vi ritorna sempre, ma vi ritorna però dopo aver percorso *tutta una circonferenza*, e ciò per quanto piccolo potesse essere lo spostamento iniziale. L'equilibrio in O non è stabile.

⁽¹⁾ Nel senso che i punti di C esterni a tale campo C_0 non hanno O come punto limite. Nel senso topologico, O può anche essere sul contorno di C_0 e di C , come nell'esempio che segue; un esempio in cui O è interno anche nel senso topologico è quello analogo in cui C sia però una superficie sferica anziché un cerchio.

Nell'esempio precedente esistevano traiettorie *uscenti* da O : dimostriamo che ciò basta ad escludere che l'equilibrio sia stabile. Sia l una traiettoria uscente da O , e fissiamo su di essa un punto A . Scegliamo un intorno σ di O che non racchiude A , e supponiamo che esista un intorno σ' di O quale voluto dalla definizione di equilibrio stabile.

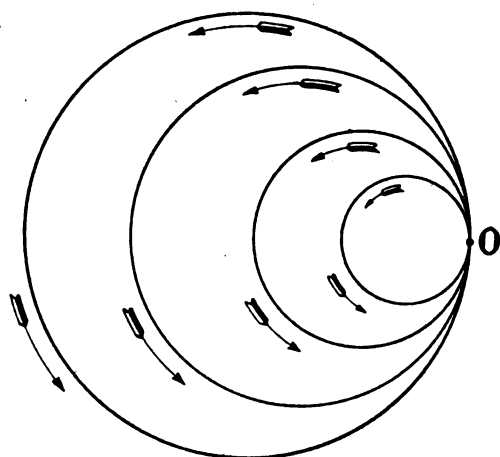


Fig. 1.

Sia B un punto di l compreso in σ' , ed ivi si trovi inizialmente il punto mobile Q : la traiettoria di Q è allora la l , percorsa nel senso verso A , e passa per A , esterno a σ . Assurdo.

Si potrebbe credere che aggiungendo alla condizione [I] la seguente [II]: *non esistono traiet-*

torie uscenti da O , si ottenga una condizione non solo necessaria, come già sappiamo, ma anche sufficiente per la stabilità dell'equilibrio. Ciò non è però

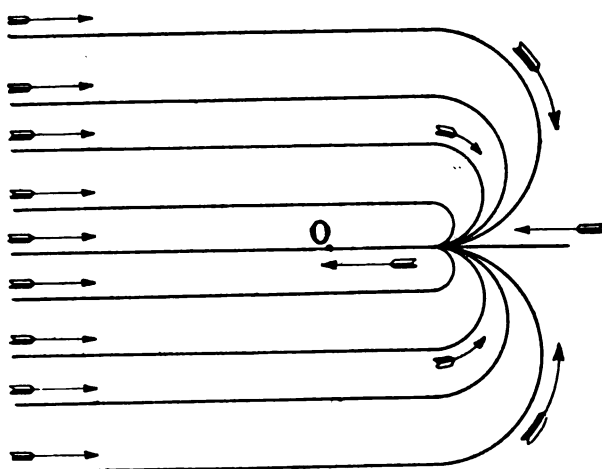


Fig. 2.

esatto, come mostra la Fig. 2, senza bisogno di spiegazioni. Avvertiamo soltanto che la velocità è nulla unicamente in O , e fuori ha il senso delle frecce.

II.

Un criterio molto utile che assicura la stabilità di un punto d'equilibrio è costituito dall'esistenza di una funzione continua positiva $\varphi(P)$ del punto P , che si annulli soltanto per $P = O$, e tale che, almeno in un opportuno intorno σ_0 del punto O , tenda decrescendo a zero lungo tutte le traiettorie. Ciò significa ovviamente che se P_1 e P_2 sono due punti di una medesima traiettoria (compresi nell'intorno σ_0) e la legge del moto è tale che un punto mobile Q si muoverebbe nel senso da P_1 a P_2 , deve risultare $\varphi(P_1) > \varphi(P_2)$, e che, assegnato comunque ε , si possa sempre trovare sulla traiettoria un punto P_3 tale che $\varphi(P_3) < \varepsilon$.

Dimostriamo che l'esistenza di una tale funzione $\varphi(P)$ basta a provare la stabilità dell'equilibrio. Sia σ un intorno di O , che potremo supporre compreso in σ_0 , e sia c il limite inferiore di φ nei punti esterni a σ : c è certamente positivo, perchè la φ è continua e non si annulla che in O , interno a σ . L'insieme σ' dei punti di σ per cui $\varphi(P) < \frac{1}{2}c$ è un intorno di O , perchè se O non vi fosse interno sarebbe punto-limite di punti in cui $\varphi(P) \geq \frac{1}{2}c$, e sarebbe anche $\varphi(O) \geq \frac{1}{2}c$ mentre è invece $\varphi(O) = 0$. Ma se il punto mobile Q si trova inizialmente in σ' , esso si muove tendendo ad O senza uscire mai da σ' (e a fortiori senza uscire mai da σ), altrimenti dovrebbe passare per dei punti in cui $\varphi > \frac{1}{2}c$, il che è assurdo.

È a tale criterio — lo diremo: della *funzione stabilizzante* — che c'informeremo per giungere alle cercate conclusioni.

III.

Nella ricerca delle condizioni analitiche per la stabilità di un equilibrio in un punto-zero O di un campo di velocità $\mathbf{v}(P)$ ci limiteremo al caso in cui il campo C sia uno spazio lineare S_n a un numero finito n di dimensioni, ed esista in O l'omografia « derivata di $\mathbf{v}$ rispetto al punto ». Supporremo cioè che esista l'omografia

$$\alpha = \left[\frac{d\mathbf{v}}{dP} \right]_{P=O}$$

tale che, assegnato comunque ϵ , esista ϑ tale che

$$\left| \frac{\mathbf{v}(P)}{|P-O|} - \frac{\alpha(P-O)}{|P-O|} \right| < \epsilon$$

pur di prendere

$$|P-O| < \vartheta.$$

Con locuzione intuitiva, se pure poco precisa, possiamo esprimere tale fatto dicendo che nelle vicinanze di O si ha in prima approssimazione

$$\mathbf{v}(P) = \alpha(P-O),$$

e si è indotti a prevedere che l'equilibrio sarà stabile se sarà *stabile* l'omografia α ⁽¹⁾. Giungeremo effettivamente a tale conclusione provando che, quando l'omografia α è stabile, la « lunghezza » $s(P)$ dell'arco di traiettoria del campo $\alpha(P-O)$ dal punto P sino al punto O è una *funzione stabilizzante* per tutti i campi vettoriali $\mathbf{v}(P)$ che, nelle vicinanze di O , sono in prima approssimazione assimilabili ad $\alpha(P-O)$.

Dobbiamo però osservare a questo punto che non ci siamo finora occupati di concetti *metrici*, ma soltanto di concetti *omografici* ⁽²⁾ e non possiamo quindi parlare senz'altro di *lunghezza* d'una linea. Nè, per il nostro scopo, è opportuno pensare che nello spazio S_n sia assegnata a priori una metrica. Per rendere l'idea in forma intuitiva: in uno spazio lineare possiamo riconoscere *gli ellissoidi*: scegliendo uno di essi ad arbitrio e chiamandolo *sfera* (o *sfera di raggio unitario*, volendo determinare anche l'unità di misura) si stabilisce in S_n una *metrica*. Ciò equivale, dal punto di vista algoritmico, a introdurre

⁽¹⁾ Cfr. la nota citata « Sul comportamento di $e^{\lambda\alpha}$, ecc. »

⁽²⁾ Cfr. per questa distinzione la mia nota « *Sulle operazioni dell'Analisi Vettoriale che non dipendono dalle nozioni metriche* », Atti Pont. Acc. di Scienze Nuovi Lincei, Anno LXXXII, Sess. VI del 19 maggio 1929. — Per non utilizzare affatto i concetti metrici non avremo potuto, a rigore, parlare del *modulo* $|P-O|$ di un vettore $P-O$ (v. sopra, in questa stessa pagina). Si osserverà però che per lo scopo che ivi ci interessava l'uso di una *qualunque* metrica è sempre equivalente.

un'operazione « $\times$ » di *prodotto scalare* fra vettori in modo che

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{v} \times \mathbf{u}$$

sia un numero funzione lineare simmetrica di $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ (proprietà simmetrica e distributiva) e inoltre si abbia sempre $\mathbf{u} \times \mathbf{u} > 0$ a meno che $\mathbf{u} = 0$.

Per determinare completamente un'operazione $\times$ basta prendere n vettori linearmente indipendenti $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$ e porre

$$\mathbf{a}_i \times \mathbf{a}_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}.$$

Si tratta cioè di assumere come vettori « unitari ortogonali » n vettori linearmente indipendenti fissati ad arbitrio (scelta questa che equivale a quella precedente della « sfera di raggio uno »).

Per il problema che ora ci occupa, conviene assumere come vettori unitari ortogonali n vettori indipendenti $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$ appartenenti agli spazi invarianti isolati di α .

Un punto mobile Q che si muova con velocità $\alpha(Q - O)$, e che si trovi inizialmente nel punto P , si trova nell'istante λ nella posizione

$$Q(\lambda) = O + e^{\lambda\alpha} (P - O);$$

possiamo scrivere

$$e^{\lambda\alpha} (P - O) = f_1(\lambda) \cdot \mathbf{a}_1 + \dots + f_n(\lambda) \cdot \mathbf{a}_n$$

ove le $f_1, \dots, f_n$ sono funzioni del tipo determinato nella nota « *Sul comportamento di $e^{\lambda\alpha}$, ecc.* » ⁽¹⁾, e l'elemento di arco ds percorso nel tempo $d\lambda$ risulta

$$ds = \sqrt{[f'_1(\lambda)]^2 + \dots + [f'_n(\lambda)]^2} d\lambda.$$

(1) A tale nota rimando per la definizione e le proprietà che ci occorrono di $e^{\lambda\alpha}$. A proposito della definizione, ivi attribuita al GIORGI, il Prof. CASSINA mi ha cortesemente avvertito che essa è dovuta al PEANO che ha definito e adoperato la funzione $e^{\lambda\alpha}$ sin dal 1887 (Vedi « *Atti Torino* » 1887, e anche « *Calcolo geometrico* », 1888, pag. 150). La definizione del PEANO era però fondata sullo sviluppo in serie, a riguardo del quale il GIORGI ha sollevato alcune obiezioni di principio.

Le funzioni $f_i(\lambda)$, e quindi anche le $f'_i(\lambda)$, sono funzioni del tipo $e^{\lambda\alpha}\psi(\lambda)$, ove $\psi(\lambda)$ cresce in ogni caso meno rapidamente di λ^{n+1} ed α è la parte reale di una delle radici della *equazione fondamentale* $I_n(\alpha - x) = 0$. Se α è omografia stabile, se cioè quelle radici hanno tutte la parte reale negativa, potremo prendere c negativo e minore in valore assoluto di tutte queste parti reali di radici: in tale ipotesi la funzione $e^{c\lambda}$ tenderà a zero, per $\lambda \rightarrow \infty$, meno rapidamente di tutte le $f'_i(\lambda)$, e anche, quindi, della loro media quadratica. Per λ superiore a un certo valore l sarà allora

$$ds < e^{c\lambda} d\lambda$$

e quindi

$$\int_l^\infty \frac{ds}{d\lambda} d\lambda < \int_l^\infty e^{c\lambda} d\lambda = \left[\frac{1}{c} e^{c\lambda} \right]_l^\infty = \frac{1}{|c|} e^{cl}.$$

Ciò prova che, partendo da una posizione iniziale P qualunque, il punto mobile Q percorre sempre, nell'avvicinarsi asintoticamente ad O , un arco di lunghezza *finita*.

IV.

Sappiamo a questo punto che la funzione $s(P)$, lunghezza dell'arco di traiettoria PO , è una funzione positiva finita che si annulla per $P = O$. Dimostriamo ancora che è continua, e allora potremo affermare senz'altro che essa è una funzione stabilizzante per il campo di velocità $\alpha(P - O)$. In seguito rimarrà a verificare che lo è ancora per ogni campo $v(P)$ assimilabile ad $\alpha(P - O)$ in prima approssimazione nelle vicinanze di O .

Calcoliamo all'uopo

$$dQ = de^{\lambda\alpha}(P - O) = \alpha e^{\lambda\alpha}(P - O) d\lambda, \quad ds = |dQ| = |\alpha e^{\lambda\alpha}(P - O)| d\lambda$$

(ove

$$|u| = \text{mod } u = \sqrt{u \times u})$$

$$s(P) = \int_0^\infty \frac{ds}{d\lambda} d\lambda = \int_0^\infty |\alpha e^{\lambda\alpha}(P - O)| d\lambda.$$

A meno di un termine di second'ordine rispetto a $d\mathbf{u}$ (minore di $|d\mathbf{u}|^2:|\mathbf{u}|$) è poi

$$|\mathbf{u} + d\mathbf{u}| = |\mathbf{u}| + \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} \times d\mathbf{u}$$

e quindi

$$\begin{aligned} s(\mathbf{P} + d\mathbf{P}) - s(\mathbf{P}) &= \int_0^\infty \{ |\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} + d\mathbf{P} - \mathbf{O})| - |\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} - \mathbf{O})| \} d\lambda = \\ &= \int_0^\infty \frac{\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} - \mathbf{O}) \times \alpha e^{\lambda\alpha} d\mathbf{P}}{|\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} - \mathbf{O})|} d\lambda \end{aligned}$$

od anche

$$\text{grad}_r s \times \mathbf{u} = \int_0^\infty \frac{\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} - \mathbf{O}) \times \alpha e^{\lambda\alpha} \mathbf{u}}{|\alpha e^{\lambda\alpha}(\mathbf{P} - \mathbf{O})|} d\lambda$$

poichè la formula precedente assicura che la s è continua e il gradiente esiste.

Osserviamo che $\text{grad}_r s$ è costante sulle semirette uscenti da $\mathbf{O}$, e uguale e di segno opposto su semirette opposte. Ciò si vede subito moltiplicando $(\mathbf{P} - \mathbf{O})$ per un numero reale qualunque, positivo o negativo. Appare anche che $\text{grad}_r s$ è funzione continua di $\mathbf{P}$ (all'infuori che in $\mathbf{O}$), e quindi $|\text{grad}_r s|$ è funzione limitata su un'ipersfera di centro $\mathbf{O}$: $|\text{grad}_r s| < G$, e allora per la proprietà precedente si ha in tutto lo spazio

$$|\text{grad}_r s| < G.$$

Altra proprietà che le formule mettono in evidenza è che s è funzione lineare lungo ogni semiretta uscente da $\mathbf{O}$, e che quindi

$$\frac{s(\mathbf{P})}{|\mathbf{P} - \mathbf{O}|}$$

è costante su ciascuna delle rette uscenti da $\mathbf{O}$. Tale rapporto è ovviamente ≥ 1 , e un ragionamento analogo al precedente mostra che è superiormente limitato, e si ha cioè in tutto lo spazio

$$1 \leq \frac{s(\mathbf{P})}{|\mathbf{P} - \mathbf{O}|} < H.$$

Per lo stesso motivo, se α è omografia propria (e lo è di certo se è stabile), esiste anche un numero $K > 0$ tale che in tutto lo spazio

$$\frac{|\alpha(P - O)|}{|P - O|} > K$$

e ne risulta

$$|\alpha(P - O)| > K |P - O| > M s(P)$$

ove

$$M = \frac{K}{H}.$$

V.

Se una funzione positiva continua φ , nulla in O , ammette il gradiente, per dimostrare che è funzione stabilizzante del campo $v(P)$ basta dimostrare che è, almeno in un intorno σ di O ,

$$v(P) \times \text{grad}_r \varphi < -as(P) \quad \text{con } a > 0.$$

Infatti

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{dQ} \cdot \frac{dQ}{d\lambda} = \text{grad}_r \varphi \times v(P)$$

e quindi la $v \times \text{grad } \varphi < 0$ assicura $\left(\frac{ds}{d\lambda} > 0\right)$ che la s è decrescente, e dalla $ds < -as d\lambda$ scende (per λ contato a partire da una posizione iniziale compresa in σ)

$$\log s(\lambda) - \log s(0) < -a\lambda,$$

$$\log s(\lambda) \rightarrow -\infty,$$

$$s(\lambda) \rightarrow 0,$$

$$\text{per } \lambda \rightarrow \infty.$$

Per dimostrare analiticamente (benchè non ve ne sia il bisogno, atteso il significato di s) che $s(P)$ è una funzione stabilizzante del campo di velocità $\alpha(P - O)$ non c'è che calcolare

$$\text{grad}_r s \times \alpha(P - O),$$

che, per il significato stesso di s , dovrà dare la velocità assoluta cambiata di segno.

E infatti

$$\begin{aligned} \text{grad}_s s \times \alpha(P-O) &= \int_0^\infty \frac{\alpha e^{\lambda \alpha}(P-O) \times \alpha^2 e^{\lambda \alpha}(P-O)}{|\alpha e^{\lambda \alpha}(P-O)|} d\lambda = \\ &= \int_0^\infty \frac{\frac{d}{d\lambda} [\alpha e^{\lambda \alpha}(P-O)]^2}{2 |\alpha e^{\lambda \alpha}(P-O)|} d\lambda = \int_a^\infty \frac{dx}{2\sqrt{x}} = [\sqrt{x}]_a^\infty = -\sqrt{a} \end{aligned}$$

ove

$$a = [\alpha e^{\lambda \alpha}(P-O)]^2_{\lambda=0} = [\alpha(P-O)]^2$$

ossia appunto

$$\text{grad}_s s \times \alpha(P-O) = -|\alpha(P-O)|,$$

e quindi

$$\text{grad}_s s \times \alpha(P-O) < -M s(P).$$

I calcoli ora svolti mostrano che il campo di velocità $\alpha(P-O)$, ove α è omografia stabile, ha effettivamente nel punto O un punto d'equilibrio stabile. Mostriamo ora che ciò sussiste — come già abbiamo accennato — anche quando ci si riferisca, anziché al campo di velocità $\alpha(P-O)$, a un campo di velocità $v(P)$ tale che, assegnato comunque ε , esista δ tale che

$$\left| \frac{v(P)}{|P-O|} - \frac{\alpha(P-O)}{|P-O|} \right| < \varepsilon$$

ogni qualvolta sia

$$|P-O| < \delta.$$

Moltiplicando scalarmente per $\text{grad}_s s$, ove si ricordi il risultato precedente:

$$\text{grad}_s s \times \frac{v(P)}{|P-O|} + \frac{|\alpha(P-O)|}{|P-O|} < \varepsilon |\text{grad}_s s| < \varepsilon G,$$

$$\text{grad}_s s \times v(P) < (\varepsilon G - K) |P-O| < \frac{\varepsilon G - K}{H} s(P),$$

e, pur di prendere $\varepsilon < \frac{K}{G}$ e il ϑ corrispondente a tale ε , risulta che entro l'ipersfera $|P - O| < \vartheta$ è sempre

$$\text{grad}_s \times \frac{\mathbf{v}(P)}{|P - O|} < -as(P), \text{ con } a > 0, \quad c. d. d.$$

Si conclude così che: *perchè il punto-zero O di un campo di velocità $\mathbf{v}(P)$ sia punto d'equilibrio stabile è sufficiente che esista l'omografia derivata*

$$\alpha = \left[\frac{d\mathbf{v}}{dP} \right]_{r=0},$$

e sia un'omografia stabile. E cioè che le radici dell'equazione fondamentale $I_n(\alpha - x) = 0$ abbiano tutte la parte reale negativa.

VI.

Rimarrebbe a stabilire se inversamente quando $I_n(\alpha - x)$ ammette qualche radice colla parte reale positiva si possa escludere che l'equilibrio sia stabile. Ciò risulta ovvio quando il campo di velocità sia il campo $\alpha(P - O)$, perchè tutte le sue traiettorie contenute negli spazi invarianti isolati di α corrispondenti a radici con parte reale positiva *escono* da O. Si può presumere che la stessa conclusione valga in generale, e che si possa ottenere una traiettoria uscente da O cercando la posizione limite della traiettoria passante per $O + \rho\mathbf{a}$ quando $\rho \rightarrow 0$ ed ove $\mathbf{a}$ appartenga ad uno dei sopradetti spazi invarianti isolati.

Quando non esistono radici a parte reale positiva, ma ne esistono con parte reale nulla (e cioè nulle o pure immaginarie) si vede facilmente che si ha ambiguità. Si considerino ad esempio i due campi di velocità

$$\mathbf{v}(P) = |P - O| (P - O), \quad \mathbf{v}(P) = -|P - O| (P - O).$$

Per entrambi è $\alpha = 0$, e O è punto d'equilibrio instabile per il primo e stabile per il secondo.

Colle debite riserve sull'ultima parte dell'enunciato, di cui abbiamo soltanto abbozzato una possibile traccia di dimostrazione, si potrebbe, ricapitolando, concludere:

*se O è un punto d'equilibrio ($\mathbf{v}(O) = 0$) per il campo di velocità $\mathbf{v}(P)$, ed esiste in O l'omografia derivata α della velocità rispetto al punto, l'equilibrio è stabile, o si ha ambiguità, o non è stabile, a seconda che le radici di $I_n(\alpha - x) = 0$ hanno tutte la parte reale **negativa**, o ve n'è con la parte reale **nulla** (e non con parte reale positiva), o ve n'è con la parte reale **positiva**.*

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE IV DEL 16 MARZO 1930

	PAG.
Accademici presenti	147
GIANFRANCESCHI, Pres. — Commemorazione del S. O. Card. R. Merry del Val	147
NAPOLI S. O. — Commemorazione Bresadola	147
CARONIA S. O. — Presentazione di lavori dell'Estraneo Spara- pani	147
ANILE S. O. — Presentazione di una pubblicazione dell'Estra- neo Scremin	148
» » — Presentazione di pubblicazioni dell'Estraneo Tirelli	148
GIORGI S. O. — Presentazione di una Nota dell'Estraneo De Finetti	149
» » — Presentazione, anche a nome del S. O. Anile, di una Memoria dell'Estraneo Cremonese	149
NEVIANI S. O. — Presentazione di una Sua Memoria	149
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di lavori di Soci	149
PASQUINI S. C. — Presentazione di una sua Nota in collabora- zione col Prof. Harrison	150
LEVI-CIVITA S. C. — Presentazione di una sua Nota	150
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni	150
» » — Comunicazione della lettera di ringraziamento del Prof. Könen per la sua nomina a S. C.	151
Approvazione, da parte del Corpo Accademico, della inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei lavori degli Estranei De Finetti e Cremonese	151

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Nomina di un nuovo S. C.	151
Promozione di un S. C. a S. O.	151
Cambio di pubblicazioni	152
Candidatura di un nuovo S. C.	152

MEMORIE E NOTE.

NAPOLI S. O.	— L'Abatè Giacomo Bresadola	153
HOFBAUER S. C.	— Einige merkwürdige Verhältnisse in der Fonleiter	172
LEVI-CIVITA S. C.	— Pulviscolo cosmico e distribuzione maxwel- liana	176
DE FINETTI	— L'equilibrio stabile in un campo di velocità	190

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII
(1929-1930)

SESSIONE V DEL 13 APRILE 1930



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
—
1930

**L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE V - 13 APRILE 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici presenti. — *Ordinari:* ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — GIORGI — KAAS — LEPRI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — PASQUINI — VANNI.

La seduta venne aperta alle 17,15.

Il *Segretario* lesse il verbale della precedente seduta del 16 marzo, che fu approvato senza osservazioni.

Il *Presidente* fece la presentazione ufficiale ai Colleghi del nuovo Socio Corrispondente Gr. Uff. Prof. Luigi VANNI, il quale per la prima volta assisteva ad una seduta accademica.

Il S. O. LUIGIONI presentò una sua Nota relativa ad una nuova specie di Coleottero della famiglia dei Crisomelidi (*Chrysochloa Siparii*), rinvenuta nel Parco Nazionale d'Abruzzo.

Fece poi omaggio di due pubblicazioni del Dott. SPARAPANI: 1. *L'anaflassi passiva per il riconoscimento del latte proveniente da animali affetti da tubercolosi*; 2. *L'alimentazione con latte pastorizzato a bassa temperatura, proveniente da animali tubercolosi*.

Il S. O. PALAZZO presentò una Nota dell'estraneo BELLUGI, intitolata: *Considerazioni varie intorno ad un rilievo geofisico minerario*.

Il S. C. DE ANGELIS d'OSSAT presentò una sua Nota dal titolo: *Rocce adoperate nella cupola del Pantheon.*

Il S. C. VANNI presentò in omaggio un suo recente lavoro sulle: *Teorie elettroioniche di propagazione delle onde hertziane*, e ne illustrò il contenuto; prese occasione da ciò per esporre alcune considerazioni sulle esperienze fatte il 26 marzo scorso dal Marconi, a bordo dello yacht *Electra*, ancorato nel porto di Genova, e mise in rilievo la grande portata di tali esperienze, sia dal punto di vista tecnico-scientifico, sia dal punto di vista pratico.

Il Segretario DE SANCTIS presentò da parte del S. O. SILVESTRI, una Memoria: *Di alcune Orbitoline della Grecia.*

Il Segretario presentò una pubblicazione del S. C. FAURA I SANS: *Resumé de nos connaissances sur l'anthracolithe de la Catalogne, et ses relations chronologiques avec les formations similaires de la peninsule ibérique.*

e le seguenti di estranei:

AMOROSO, P. — *Valore della lettura labiale e sue basi scientifiche nell'istruzione dei Sordomuti.*

— *Note di Gelsicoltura.*

— *La costituzione del Regno del Montenegro.*

— *Discorso pronunciato nel Gran Salone della Soc. Operaia Napoletana il 24 Maggio 1925 per la celebrazione dell'entrata in guerra dell'Italia.*

— *Discorso pronunciato il 24 Novembre 1924 per la solenne celebrazione della Vittoria.*

— *Discorso pronunciato il 9 Maggio 1926 per la solenne Commemorazione di S. M. la Regina Margherita.*

LEJAY, P. — *L'Observatoire de Zi-ka-wei.*

LEVI-CASES, A. — *Considerazioni sul principio di Termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del Motore Italiano Barsanti-Matteucci.*

— *Il Motore Barsanti e Matteucci.*

MATTEI, A. — *Della Meccanica delle Spolette.*

MATTIROLO, O.; GOLA, G.; TROTTER, A.; FORTI, A. — *L'opera Botanica del Prof. Carlo Massalongo.*

PITA, F. — *Justicia Musulmana.*

— *Unas cuantas defensas.*

STELLA-STARRABBA, F. — *Baritina nei ciottoli di rocce laniche delle « Ieruforti » (Catania).*

— *Zamboninite, una nuova specie minerale.*

Associazione Radiotecnica Italiana. Il Radiogiornale Gennaio — Febbraio 1930.

L'Università Cattolica del S.° Cuore. Che cosa è... che cosa fa... che cosa vuole.

Rivista di Scienze applicate all'educazione fisica e giovanile. Gennaio — Febbraio 1930.

Scienza e Vita. Mensile di vulgarizzazione scientifica.

Sindacato Nazionale Fascista. Annuario della Stampa 1929-30.

Il Prof. DE SANCTIS comunicò che è pervenuto all'Accademia un invito a partecipare al *XI Congresso Internazionale di Zoologia*, che si terrà in Padova nel prossimo settembre.

L'Accademia invierà lettera di adesione, e delegherà un Socio quale suo rappresentante a tale Congresso.

Il Segretario partecipò che il Prof. VANNI ha inviato all'Accademia lettera di ringraziamento per la sua recente nomina a Socio Corrispondente.

Il Presidente presentò l'*Annuario Accademico* per l'anno LXXXIII, compilato a cura del Vice Segretario Martinelli.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, la inserzione nelle pubblicazioni accademiche della Nota dell'estraneo BELLUIGI, presentata dal S. O. PALAZZO: *Considerazioni varie intorno ad un rilievo geofisico minerario.*

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, nominò Socio Corrispondente il P. Ernesto GHERZI, Direttore dell'Osservatorio di Zi-ka-wei, in Cina.

La seduta venne tolta alle 18,15.

MEMORIE E NOTE

Secondo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo

Una nuova specie di *Chrysochloa* dell'Italia centrale

Coleoptera (Fam. *Chrysomelidae*)

Nota di PAOLO LUIGIONI S. O.

***Chrysochloa Siparii* nov. sp.**

Corpo (fig. 1 e 2) ovalare allungato, dilatato-arrotondato all'estremità posteriore, discretamente convesso al dorso, interamente di un bel colore azzurro metallico con leggeri riflessi verdastri e con la sutura strettamente sfumata di violaceo.

Capo sensibilmente allungato, a fondo finemente alutaceo, con una larga depressione presso le orbite oculari, cosparso di radi e grossi punti, più densi e più forti nelle depressioni nominate, percorso integralmente da un solco longitudinale che lo divide quasi in due lobi.

Fronte un po' meno alutacea della rimanente parte dell'epicranio, fornita di vari punti sparsi e separata dal clipeo mediante una stria.

Antenne (fig. 3 e 4) gracili e gradualmente ingrossate verso l'apice, lunghe fin quasi a livello della metà del corpo, di colore azzurro metallico uniforme: i primi sei articoli lucidi, cosparsi di radi peli distribuiti come nella fig. 3, gli ultimi 5 articoli più oscuri, quasi opachi per la densa villosità di tutta la loro superficie. Scapo grosso, brevemente clavato, strozzato subprossimalmente; 2° art. poco più lungo della metà del 1°; 3° lungo circa quanto lo scapo, ma notevolmente più gracile; 4° e 6° equilunghi ed un po' più brevi del 3°; 5° un po' più corto del 4° e del 6°; 7°, 8°, 9° e 10° equilunghi, appena più brevi del 3° ed un po' più lunghi del 6°; l'11° più lungo di tutti, piriforme.

Labbro superiore (fig. 5) largo quasi due volte la sua massima lunghezza e con gli angoli anteriori arrotondati, cosparso di varii punti e di una serie trasversa irregolare e submediale di setole giallastre.

Mascelle del primo paio (fig. 6 e 7) con ampio cardine (fig. 6 f.), stipse (fig. 6 e.) circa tanto largo quanto lungo internamente; palpigero breve (fig. 6 d.); lobi di notevoli dimensioni e rotondati all'apice; palpo mascellare (fig. 6 c.) quadriarticolato e munito di peli, setole e sensilli come nelle figure: 1° art. molto piccolo e più corto degli altri, il 2° ed il 3° pressochè equilunghi e fortemente ristretti prossimalmente, il 4° più breve dei precedenti e distalmente rotondato.

Labbro inferiore (fig. 6) con submento (fig. 6 h.) e mento (fig. 6 i.) nettamente trasversi; eulabro (fig. 6 l.) pure trasverso ma un po' meno largo dello sclerite precedente e con gli angoli anteriori arrotondati.

Palpi labiali (fig. 6 m.) di 3 articoli, progressivamente aumentanti in lunghezza dal 1° al 3° e muniti di peli, setole e sensilli come appaiono nella figura.

Torace: Pronoto lucido, cosparso di densa e grossa punteggiatura inframezzata da punti più fini (fig. 8), contornato da una stretta orlatura, largamente ristretto e subsinuato in avanti, con gli angoli anteriori prominenti ed acuti; margini laterali separati da una larga doccia cosparsa di punti più grossi e profondi; base debolmente sinuata da ciascun lato, con gli angoli rientranti ed acuminati.

Prosterno largamente infossato e grossolanamente punteggiato.

Scutello del mesonoto (fig. 9) ogivale con l'apice più ottuso nel ♂ che nella ♀; lucido con qualche raro punto irregolarmente sparso.

Metasterno convesso, canaliculato nel mezzo, cosparso di rari punti.

Elitre più larghe del pronoto, quasi parallele uel ♂ (fig. 1) e sensibilmente dilatate verso la metà nella ♀ (fig. 2), a fondo (visto al microscopio) finamente reticolato, cosparsa di grossolana e densa punteggiatura inframezzata da punti più minuti (fig. 9); sui lati, verso la declività apicale, più fortemente punteggiate e con i punti aciculati o meglio riuniti tra loro come da finissime rughe. — Spalle largamente arrotondate; callo omerale molto distinto; margini laterali, dagli omeri fino all'apice, finemente orlati e scavati in strettissima doccia; sutura rilevata dalla parte declive; angoli apicali interni ottusamente e separatamente arrotondati. — Epipleure abbastanza larghe alla base e restringentesi gradamente in sottile orlo verso l'apice. — Ali di un bel rosso sanguigno, più sbiadito

però nella porzione prossimale della regione anale, completamente sviluppate nei due sessi e quindi atte al volo.

Addome: *Urosterniti* punteggiati serialmente alla base; l'ultimo nel ♂ è corto e trasverso, orlato e troncato dritto all'apice, canaliculato nel mezzo; nella ♀ invece è allungato e marcato da ciascun lato da una impressione; pigidio densamente punteggiato e villosa.

Aedeagus (fig. 10, 11 e 12) allungato, ingrossato alla base e ristretto gradatamente verso l'estremità in prossimità della quale è sinuosamente strozzato; apice spatuliforme con i margini arrotondati.

Pene bifido all'estremità distale.

Zampe interamente azzurro metalliche, leggermente alutacee. — Femori cosparsi di radi punti setigeri; tibie normalmente arrotondate al disotto, sensibilmente arcuate e dilatate all'apice, densamente punteggiate ed irte di peluria cinereo-dorata nella parte apicale interna. — 1° art. dei tarsi obconico e meno lungo dei due seguenti riuniti, il 2° molto più piccolo, quasi la metà del precedente, il 3° più grande e più largo nella ♀, un po' più allungato e sensibilmente più stretto nel ♂; onichio glabro; unghie semplici, divaricate, ferruginose chiare con la base rimbrunita.

Lungh. mm. 8-9. Largh. mm. 4 1/2-5.

La nuova specie appartiene al 3° gruppo del gen. *Chrysochloa* distinto dal Weise per i palpi mascellari gracili, per l'ultimo articolo di questi stretto e per le antenne unicolori. — Rassomiglia per la forma agli esemplari unicolori di *C. cacaliae* Schrnk., ma da questa ne differisce a prima vista pel corpo più breve, più ovale, più convesso, per la presenza costante del solco longitudinale sulla testa ed infine per l'*aedeagus* assolutamente diverso da quello di tutte le altre specie di *Chrysochloa* figurate dal Weise e da quelle non figurate.

La nuova specie, che in segno di omaggio ho il piacere di dedicare all'On.le Ing. Erminio Sipari, il benemerito Presidente del Parco Nazionale d'Abruzzo, fu rinvenuta assai comune in fine di Giugno ed in Luglio sui monti dei dintorni di Pescasseroli (Abruzzo), nella regione appunto del Parco Nazionale, tra i 1500 ed i 1800 metri di altezza, dove vive in piccole società e spesso in copula sulle foglie dell'*Adenostyles alpina* B. et F. di cui corrode il parenchima perforandolo in modo assai caratteristico.

Tutti gli esemplari del Parco d'Abruzzo sono di un bell'azzurro metallico tendente talvolta al verdastro ed al violaceo, ma se ne rinengono pure, ma

raramente, individui il cui colorito è di un bel verde come nella *Chrysomela menthastri* Suffr.

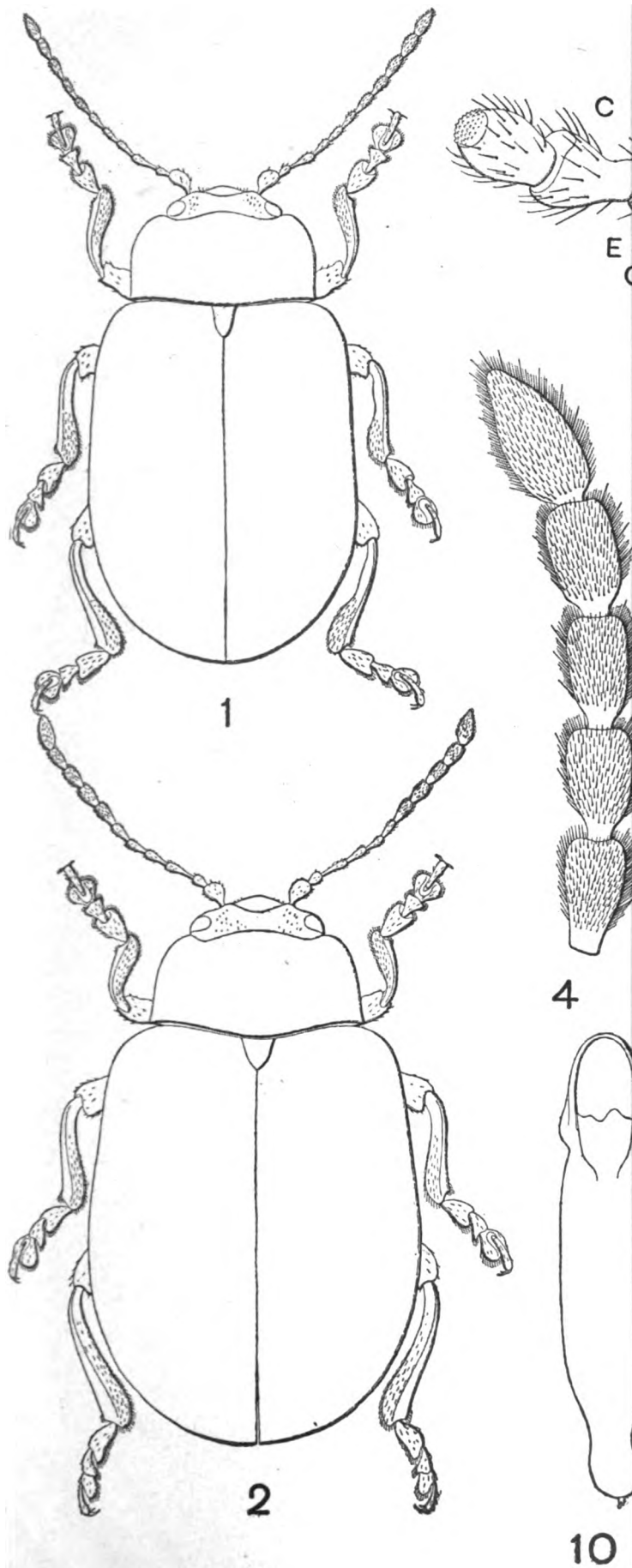
Il mio egregio amico Agostino Dodero di Genova, mi informa di aver visto identici esemplari della mia nuova specie anche di Toscana (M. Falterona), raccolti dal Sig. Pietro Zangheri di Forlì. Io ne osservai pure alcuni del Lazio rinvenuti dal Prof. Franco Rasetti sui Monti Simbruini (M. Passaggio).

Roma, 13 Aprile 1930.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

(Le figure sono disegnate a varii ingrandimenti)

- Fig. 1. — *Chrysochloa Siparii* Luig. ♂
» 2. — " " " " ♀
» 3. — I primi sei articoli di una antenna
» 4. — Gli ultimi articoli della stessa
» 5. — Labbro superiore
» 6. — Mascella destra del primo paio ed il labbro inferiore (*veduti dal ventre*)
 a.) — lobo esterno della mascella
 b.) — lobo interno
 c.) — palpo mascellare
 d.) — palpigero
 e.) — stipite mascellare
 f.) — cardine mascellare
 g.) — cavità di articolazione della mandibola
 h.) — submento
 i.) — mento
 l.) — eulabro
 m.) — palpo labiale
» 7. — Porzione della mascella sinistra del primo paio (*veduta dal dorso e molto più ingrandita*)
 a.) — lobo esterno della mascella
 b.) — lobo interno
 c.) — palpo mascellare
 d.) — palpigero
» 8. — Porzione del pronoto e scutello del mesonoto
» 9. — Porzione dell'elitra destra e scutello del mesonoto
» 10. — Aedcagus (*veduto dal dorso*)
» 11. — " " (*veduto dal ventre*)
» 12. — " " (*veduto di lato*).
-



Rocce adoperate nella cupola del Pantheon

Nota di G. DE ANGELIS D'OSSAT S. C.

Sommario. — I Romani conoscevano le attitudini dei materiali da costruzione. — Il prof. Giovannoni ha messo in evidenza l'alleggerimento della cupola del Pantheon, ottenuto coll'alternare, entro la malta, ricorsi di frammenti di lava bollosa e di tufo giallo. — I caratteri petrografici macro e microscopici assegnano la lava al Vesuvio ed il tufo alla Campagna Romana. — Si rilevano i requisiti costruttivi conspiranti al conseguimento dello scopo. — Importanza dei caratteri petrografici da cui derivano le attitudini costruttive.

Allo scopo di riconoscere le condizioni statiche del Pantheon, è stata messa in vista la struttura muraria della cupola, lungo una benda meridiana della superficie interna ⁽¹⁾. Ho potuto esaminare l'eccezionale struttura, insieme con i professori Giovannoni e Giannelli, accompagnati dal Soprintendente ai monumenti, riportandone la più viva ammirazione per la sapiente arte del costruire dei Romani. Il Giovannoni, con la nota competenza, negli Atti Soc. It. Progresso Scienze della XVIII Riunione (Roma, 1930), trattando del « *La tecnica delle costruzioni romane a volta* » ha riconosciuto che « la cupola del Pantheon è eseguita come se fosse un monolite artificiale scavato internamente a forma sferica, tutto solidale e compatto per la coesione dovuta alla malta, che qui è elemento essenziale, come invece nelle moderne volte è considerato elemento trascurabile ». Il momento di rovesciamento è reso tenue dal limitato peso specifico, a volume, delle rocce impiegate in strati alterni, orizzontali. I frammenti rocciosi, di piccole dimensioni, sono, più o meno, giustaposti e separati nei ricorsi con notevole strato di malta, nella quale si possono considerare come totalmente immersi. Tali materiali sono stati accuratamente prescelti, come si pratica pure attualmente, per diminuire il peso della muratura e per utilizzare simultaneamente gli altri requisiti costruttivi che essi presentano nella determinata applicazione.

⁽¹⁾ Scrissero particolarmente sul Pantheon, come costruzione: FEA, PONZI e MELI (*Sulle fenditure delle mura del Panteon*, 1882), HIRT, DELL, BELTRAMI, COLINI e GISMONDI, COZZO, GIOVANNONI ecc.

Da quale distretto vulcanico provengono la lava ed il tufo, tanto largamente adoperati nella cupola del Pantheon? A causa dell'insufficienza del materiale messo a mia disposizione, non posso ancora rispondere esaurientemente e con sicurezza alla domanda, alla quale però sono in grado di dare sufficiente risposta.

Lava bollosa. — I frammenti di questa roccia sono sempre oscuri e quasi neri; tendono però spesso al rosso cupo, al giallo ruggine od al violaceo cupo. È sempre bollosa e quasi spugnosa, con cavità subsferiche, comunicanti, indicando una formazione superficiale di lava facilmente fusibile, causata dal repentino svolgimento delle sostanze volatili del magma, in relazione alla istantanea diminuzione di pressione per la fase effusiva avvenuta. Non si hanno indizi di fluitazione, pur osservando differenze locali dei diametri delle bolle.

Nei distretti vulcanici, tanto a nord di Roma (Sabatino, Cimino, Vulsinio e Tolfetano) che a sud (Laziale ed Ernico), non si conoscono giacimenti di tal sorta di materiale; per quanto vi siano note grosse scorie e tipiche pomici. Le prime si rinvencono frequenti ed anche in notevoli dimensioni specialmente fra le pozzolane e nel tufo a scorie nere del Viterbese e Romano; le seconde, con piccoli, ma numerosi, frammenti costituiscono strati fra i più antichi tufi della regione o si presentano in tufi, più o meno, omogenei ad indicare le ultime esplosioni vulcaniche. In ogni modo, tanto le scorie nere che le pomici bianche, si differenziano per speciale struttura e per composizione chimica del magma originario; nel primo caso generalmente molto basica e, nel secondo, acida al massimo: mentre la lava bollosa o spugnosa deve riferire al magma teralitico, con caratteristica associazione mineralogica.

Nel passato settembre, con la Società Geologica Italiana, ho trovato sulla superficie della lava (1926) che ricopre il fondo craterico del Vesuvio e che si precipita nella Valle dell'Interno, una struttura somigliante a quella dei frammenti del Pantheon. Poi ne vidi somigliantissimi frammenti messi in opera nei muri dell'antica Ercolano e di Pompei. Il campione che presento faceva parte della muratura della Villa dei Misteri: esso, chiamato dai napoletani *ferrugine*, corrisponde molto a quelli del Pantheon. L'uso di simile materiale si pratica tuttora nella località per alleggerire muri e per la costruzione di volte di una certa ampiezza, come nella nuova cattedrale di S. Giuseppe Vesuviano.

A confermare la supposta provenienza vesuviana della lava del Pantheon ho eseguito uno studio di confronto — non ancora ultimato — con le sezioni sottili al microscopio, riscontrando nei materiali in esame una così intima rassomiglianza da chiamarsi identità; sempre ricordando che in simili rocce varia

la struttura, la natura dei fenocristalli e l'aspetto generale pure nella stessa corrente lavica. Quanto ho osservato nelle due uniche sezioni microscopiche, mi permette ascrivere la roccia alla *tefrite leucitica*, passante alla basanite, per presenza di olivina. Frequenti ed abbondanti giacimenti di simile materiale si conoscono tanto in relazione con le lave moderne, come con le antiche vesuviane.

Per quanto a corrispondente struttura di tefrite sia assegnato il peso specifico, a volume, di 0,556-0,859 (peso specifico reale, 2,64 a 2,80); pure ritengo che il materiale del Pantheon presenti un peso specifico, apparente, di poco superiore all'unità.

Invece alquanto inferiore, almeno in rapporto al piccolo campione osservato, deve essere la resistenza allo schiacciamento a quella riscontrata in rocce vesuviane simili, bollose, e cioè: 25,90 a 42,10 kg. per cm². Quindi lo scarto nella resistenza, in confronto alla malta, non deve risultare troppo notevole.

La struttura bollosa e la superficie aspra della roccia favoriscono al sommo grado l'aderenza meccanica con la malta, mentre la composizione chimica è propizia all'aderenza chimica. Rimane infatti difficile separare nettamente i due materiali e spesso la lava porta colla separazione aderente la malta. La mancanza di giustaposizione degli elementi lavici concorre a fare considerare, come si esprime il Giovannoni, la cupola corrispondente ad un « solido elastico di struttura omogenea ».

La fiducia giustamente concessa dai Romani ad un simile materiale deve essere derivata dal contrasto dell'apparente fragilità della roccia con la superlativa durezza, riconosciuta con secolare esperienza. Nella scala della durezza dei materiali, proposta dal Gottgetreu (1880), al sommo è situata solamente la *lava bollosa*.

Tufo giallo. — Le difficoltà gravissime dello studio delle rocce piroclastiche consigliano il massimo riserbo, specie, nel mio caso, con deficiente quantità di materiale. I confronti, dopo ciò che si è detto della lava, cadevano sui tufi gialli del Romano e del Napoletano. Ultimamente ho ripetuto le visite alle più note località del *tufo giallo* dei Campi Flegrei, illustrato specialmente dal Senatore De Lorenzo e dal prof. Zambonini dal punto di vista scientifico e dal prof. Dell'Erba, nei riguardi dell'applicazione. « *Il tufo giallo napoletano*. Napoli 1923 ». Ho altresì considerato il tufo giallo che, corrente fangosa (*lava di fuoco*), affogò Ercolano, divenendo poi litoide. Tanto le varietà del primo, come quello di Ercolano mi sono sembrate diverse da quello adoperato al Pantheon; mentre più forti analogie vi ho riscontrato col conosciuto tufo

della Via Flaminia, presso Roma. Anche di questo tufo si occuparono parecchi geologi, fra i quali ricordo gli ultimi: Strüver, Meli, Clerici, Verri, Portis ecc. Lo studio delle sezioni sottili del tufo del Pantheon fa rilevare caratteri petrografici più corrispondenti al tufo della Via Flaminia, che a quello napoletano. Il peso specifico apparente del tufo giallo romano corrisponde a kg. 1710 per m³; con una resistenza allo schiacciamento, come media di 4 prove, pari a kg. 127 asciutto e 161 bagnato. per cm². Invece il tufo giallo dei Flegrei presenta un p. sp. a volume di 1,10 a 1,40 e reale di 2,05 a 2,20: la resistenza varia con sei gradazioni, delle quali la terza e quarta corrispondono alla resistenza allo schiacciamento, per cm², con kg. 30 a 50. La natura litologica di quest'ultimo fa ascrivere il tufo alle trachiti basiche, con augite; quali sono le lave flegree. Invece il tufo vulcanico, giallo, sulla Flaminia, pur portando cristalli di sanidino — che gli valsero l'aggettivo di trachitico — fa riconoscere la presenza della leucite, soventi alterata, insieme a molti inclusi eterogenei. Per tutte e due le specie di tufi gialli, leggeri, sono apprezzate le forti aderenze, meccanica e chimica, con le malte.

Con l'osservazione sopra frammenti di tufo del Pantheon più grandi di quello, da cui ho stentatamente ottenuto due sole sezioni sottili per lo studio microscopico, ritengo possibile il riconoscimento sicuro della provenienza, come già è avvenuto per la lava.

* * *

L'ammirevole struttura muraria della cupola — risultante di malta e di rocce vulcaniche ad alta porosità — oltre a raggiungere lo scopo precipuo dell'alleggerimento della massa, deve aver favorito grandemente, senza eccesso, il disseccamento della malta ed accelerato di molto il pigro indurimento chimico della zona interna della compagine. I due sostanziali risultati hanno certamente soppresso gravi difficoltà costruttive, trattandosi di un monolite di eccezionale diametro e di notevole spessore.

Con un delicato esame scientifico-tecnico, sui requisiti costruttivi dei due materiali adoperati, probabilmente s'indagherebbero le ragioni del loro impiego e delle modalità della messa in opera. Il motivo per cui non fu solo adoperata la roccia più leggiera deve forse ricercarsi nella limitata fiducia dei Romani nella sua resistenza. Con la disposizione alterna forse si è provveduto alla omogeneità della massa, con una prescrizione facile a sorvegliarsi durante l'esecuzione della muratura. Se poi le ulteriori osservazioni riconoscessero che

gli strati alterni, che si mostrano, nel breve tratto scoperto, orizzontali, si svolgono invece con disposizione elicoidale; dovremmo, ancora una volta, ammirare altamente l'intuizione — precorritrice della scienza — dei costruttori Romani.

Il monolite artificiale della cupola, dotato — a causa della malta e della struttura dei ricorsi di lava e di tufo — di un soverchio potere d'imbibizione all'acqua, fu accuratamente protetto dalle piovane con una copertura metallica.

È da augurarsi che i costruttori moderni, ad imitazione dei Romani, rivolgano diligente attenzione ai requisiti costruttivi dei materiali, acciò anche le loro opere rispondano alla prima dote che Vitruvio reclama per l'Architettura: la solidità (*firmitas*).

Sulla propagazione delle onde hertziane e sulle recenti esperienze del Marconi

Comunicazione del S. C. Prof. G. VANNI, fatta il 18 Aprile 1930

Nel presentare in omaggio il mio lavoro « sulle teorie della propagazione delle onde hertziane » ⁽¹⁾, ho l'onore di richiamare l'attenzione della Accademia sul fatto che le considerazioni esposte in detto lavoro sono intimamente connesse con le recenti esperienze fatte dal Marconi a Genova il 26 Marzo p. p.

Oltre che importanti per sè e per le applicazioni di cui sono capaci, tali esperienze sono notevoli anche dal punto di vista scientifico, perchè richiamano la attenzione degli studiosi sulla grande importanza che, nelle trasmissioni radioelettriche, specie se fatte con onde corte, hanno alcuni fattori meteorologici, quali l'altezza, composizione e pressione degli alti strati della atmosfera, il loro contenuto in ioni ed elettroni, la costante dielettrica di detti strati, l'azione delle radiazioni solari, il campo magnetico terrestre ecc. Poichè vi sono, in questa eminente Accademia, illustri cultori di discipline meteorologiche, stimo opportuno dire qualche cosa sull'importante argomento, rimandando, per più ampio sviluppo, al sopra citato lavoro.

L'azione dei fattori meteorologici, messa recentemente in luce in un magistrale lavoro del Pedersen ⁽²⁾ si comprende in maniera intuitiva se si riflette che, secondo le moderne teorie verificate dalla esperienza, un antenna marconiana o hertziana irradia, specie quando vibra secondo armoniche dell'onda fondamentale, due specie di raggi elettromagnetici: quello *diretto* o terrestre, H, (fig. 1) che, emesso in direzione sensibilmente orizzontale o pochissimo inclinata, si propaga parallelamente alla superficie della terra, e quello *indiretto* o *atmosferico* TO emesso obliquamente verso l'alto e che si propaga fin nelle elevate regioni della atmosfera. Al raggio diretto o terrestre sono principalmente do-

⁽¹⁾ G. VANNI, *Sulle teorie della propagazione delle onde hertziane e specialmente di quelle elettro e magneto ioniche*. Roma, « Rivista Radio », N. 3, Marzo 1929 (VII).

⁽²⁾ PEDERSEN, *The propagation of radio waves*. Copenhagen 1927.

vuti i fenomeni delle onde lunghe (di quelle, cioè, la cui lunghezza supera 1000 m.) e di cui la serie venne iniziata dal Marconi quando, verso la fine del 1901, effettuò la prima trasmissione transoceanica tra l'Inghilterra (Poldhu) e il Canada (Capo Breton) alla distanza di circa 4500 Km., vincendo l'ostacolo, alto circa 400 Km. frapposto dalla curvatura della terra.

E' noto che fu appunto per spiegare come mai i raggi hertziani emessi orizzontalmente da Poldhu, contornassero la superficie della terra arrivando fino al Canada, invece di perdersi nello spazio, che il prof. Kennelly ⁽¹⁾ e l'Heaviside ⁽²⁾, emisero, quasi contemporaneamente nel 1902, la ipotesi della esistenza, nelle alte regioni della atmosfera a 80-100 Km., di uno strato formato da aria rarefatta e perciò conduttrice. Questo strato, che da essi prese il nome, veniva a limitare verso l'alto una specie di guscio atmosferico con-

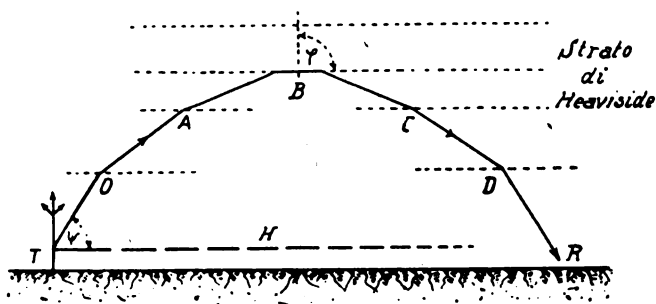


Fig. 1.

centrico alla terra, limitato inferiormente dalla superficie conduttrice dell'oceano; esso costituiva il dielettrico di un enorme condensatore sferico, di cui le armature erano costituite, in alto, dallo strato Kennelly-Heaviside, e inferiormente, dalla superficie del suolo o del mare.

La ipotesi Kennelly-Heaviside era, come si vede, importante, perchè, oltre a dare una spiegazione plausibile della grande portata delle onde hertziane malgrado la curvatura della terra, costituiva il primo esempio dell'azione di un fattore meteorologico, le condizioni elettriche della alta atmosfera, nella propagazione delle onde hertziane a grande distanza. Ma detta ipotesi non richiamò sufficientemente l'attenzione dei fisici e dei tecnici e fu quindi messa da parte, fino all'epoca in cui, negli anni 1916, 1917 e 1919 il Marconi effettuò, in Italia ed in Inghilterra, delle trasmissioni radiotelegrafiche con onde di 2 metri,

(1) KENNELLY, *Electrical World and Eng.* P. 473 (Marzo 1902).

(2) HEAVISIDE, *Enciclopedia Britannica*. IX ed., pag. 215 (Dic. 1902).

e radiofoniche fra Hendon e Birmingham con onde di 15 metri⁽¹⁾, mettendo così in evidenza la efficacia delle onde corte per le trasmissioni lontane e preparando, si noti, la via alle esperienze del 1922, epoca in cui i radio dilettanti europei ed americani riuscirono a stabilire delle comunicazioni bilaterali tra l'Europa e l'America, mediante onde di lunghezza intorno ai 200 metri.

È essenziale insistere sul fatto (essendo questo un punto importante, ma talvolta controverso della storia delle radiotrasmissioni) che, molto prima di tali prove, il Marconi aveva praticamente dimostrato, con le esperienze sopracennate, la utilità delle onde corte comprese fra 2 e 15 metri per l'invio, a distanza, di trasmissioni radiotelegrafiche e radiotelefoniche. Nella primavera del 1923, utilizzando una piccola stazione trasmittente a Poldhu in Cornovaglia ed una stazione ricevente installata a bordo dello yacht *Electra*, che si andava spostando in alcuni porti della Spagna, del Marocco e delle Isole del Capo Verde, egli intraprese una serie di prove sistematiche dirette a studiare il comportamento delle onde corte nelle diverse ore del giorno e della notte. Il 30 Maggio 1924, il Marconi riuscì, per la prima volta, ad effettuare una trasmissione radiofonica a lunga distanza tra Poldhu e Sydney in Australia su onda di 92 metri e con una potenza di poco superiore a 20 Kw.⁽²⁾

Sperimentando successivamente con onde di 92, 60, 47 e 32 metri, egli poté studiare il diverso comportamento di tali onde e la loro diversa attenuazione, secondo che tutta, o la maggiore parte della traiettoria seguita nello strato di Kennelly-Heaviside, si trova in luce ovvero nella oscurità, stabilendo altresì il fatto importante, ritrovato poi teoricamente dal Pedersen e da altri, che, per onde comprese fra detti limiti, l'assorbimento prodotto dalla luce solare decresce rapidamente con la lunghezza d'onda. Con onda di 32 metri per es., egli poté, nell'Ottobre 1924, trasmettere segnali da Poldhu a Sydney per 23 ore circa su 24, con soli 12 kilowatt di potenza, anche quando l'arco di cerchio massimo fra le due stazioni era esposto alla luce solare⁽³⁾.

Queste prove furono effettuate, sia con antenne ordinarie a radiazione circolare senza riflettori, sia con speciali sistemi costituiti da antenne filiformi disposte parallelamente ad altri fili funzionanti da riflettori e costituenti, con i primi, dei doppi reticolati ad elementi paralleli. Tali sistemi di radiazione detti *a fascio* (beam system) presentano grandi vantaggi su quelli ordinari a irradiazione circolare, e, fra gli altri, quello di concentrare le onde emesse

(1) MARCONI, *Journ. of the Royal Soc. of Arts*, pag. 610 (Luglio 1924).

(2) MARCONI, *Journ. of the Royal Soc. of Arts*, pag. 127 (Dic. 1924).

(3) MARCONI, *Le radio comunicazioni a fascio*. Nuova Antologia, (Nov. 1926).

dentro un settore angolare esteso per circa 5 gradi dai due lati dell'asse di trasmissione, la energia emessa al di là di quest'angolo non superando quella massima centrale, per più del 5 per cento; la stazione ricevente avendo un riflettore simile orientato nella direzione della stazione corrispondente. Altro vantaggio considerevole è che, con i sistemi a fascio, rimane diminuito l'effetto delle perturbazioni parassite elettro-atmosferiche, ed, inoltre, può aumentare (circostanza di grande importanza pratica) il numero di parole trasmesse nella unità di tempo, in guisa da potere trasmettere e ricevere, nei due sensi fra le due stazioni corrispondenti situate a distanze di parecchie migliaia di chilometri, non meno di 100 parole al minuto. Fu appunto in seguito ai buoni risultati ottenuti che, nello stesso anno 1924, il Governo Inglese stipulò con la Compagnia Marconi, un contratto per la costruzione di stazioni radio del sistema direttivo a fascio che permettessero al Governo Inglese di stabilire un servizio rapido di comunicazioni fra l'Inghilterra ed i domini inglesi del Canada, del Sud Africa, dell'India e dell'Australia. Le onde adibite a questi diversi servizi sono comprese tra 16 e 34 metri circa, la potenza di emissione non essendo superiore a 20 Kw.

La tecnica dei sistemi di comunicazione per onde elettromagnetiche, realizzati con onde corte e che ebbe per punto di partenza gli esperimenti iniziati dal Marconi nel 1916 e ininterrottamente continuati in seguito, venne così a subire una profonda, sostanziale modificazione, e, come spesso accade nello sviluppo delle grandi invenzioni, essa ebbe una profonda ripercussione anche nelle ricerche scientifiche. I numerosi esperimenti fatti con e senza antenne dirigibili a fascio, misero in luce la influenza che la posizione e l'altezza del sole esercitano sulla via prescelta dalle onde nelle alte regioni dell'atmosfera dimostrando che, durante il periodo mattinale o diurno dell'Inghilterra, le onde preferiscono viaggiare dall'Inghilterra in Australia nella direzione occidentale attraverso l'Atlantico, l'America centrale ed il Pacifico seguendo la via più lunga che è approssimativamente 12.200 miglia nautiche (22.600 Km.), mentre, durante il pomeriggio e parte del periodo notturno, le onde viaggiano preferibilmente in direzione orientale attraverso la Russia, l'Asia, le Indie Olandesi, seguendo una via più corta, che vale circa 10.000 miglia (18.500 Km.).

Per spiegare questo singolare comportamento delle onde corte, si riprese, dopo il 1924, la ipotesi di Kennelly-Heaviside sottoponendola ad un più profondo esame e completandola con una teoria elaborata fin dal 1912 dal professor Eccles⁽¹⁾. Secondo questa teoria, successivamente modificata dall'Apple-

(1) ECCLES, *Proc. Roy. Soc.* Vol. 87, p. 79 (1912).

ton ⁽¹⁾, da Nichols e Schelleng ⁽²⁾, Taylor e Hulburt ⁽³⁾ e dal Pedersen nel già citato suo magistrale lavoro, lo strato di Heaviside non si deve intendere come formato da una superficie conduttrice unica, ma da una serie di strati costituenti una specie di guscio o zona sferica concentrica alla terra, la quale si estende in seno alla atmosfera, a partire da un'altezza di 80 Km. circa, fin verso i 150 o 200 Km. La conduttività di questo strato non si deve tanto alla rarefazione, come si riteneva nel 1902, quanto al fatto che, per azione della radiazione solare, esso viene *ionizzato*, in guisa da contenere, per ogni unità di volume, un gran numero di ioni e di elettroni liberi. La presenza di questi produce due effetti importanti: diminuisce la costante dielettrica dell'aria al disotto del valore *uno* che ha quando, nelle basse regioni dell'atmosfera, è poco o punto ionizzata, e conferisce all'aria stessa una certa condut-

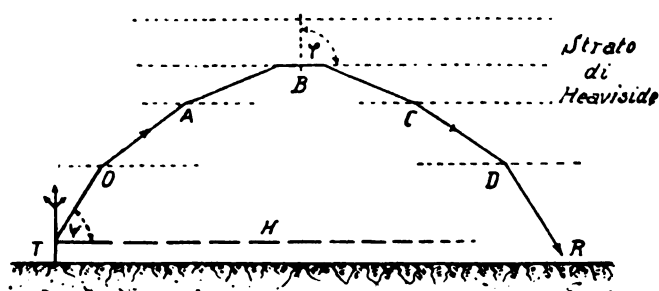


FIG. 2.

tività, paragonabile a quella dell'acqua marina o del suolo umido, e forse anche superiore.

Per effetto della diminuzione della costante dielettrica diminuisce altresì, in virtù della nota relazione di Maxwell (che si può ritenere vera in prima approssimazione) il valore dell'indice di rifrazione dell'aria per le onde elettromagnetiche, e si arriva alla conseguenza importante che i raggi hertziani irradiati obliquamente in alto dalle antenne radiotelegrafiche, anche se di piccoledimensioni e ridotte ad un solo filo verticale, si propagano in linea retta fino a che, giunti (Fig. 2) nei primi strati della zona Kennelly-Heaviside ove trovano un indice di rifrazione minore dell'unità, si rifrangono in O, secondo OA allontanandosi dalla normale come avviene nel passaggio della luce da un mezzo in uno meno rifrangente, e, nei diversi strati di detta zona, subiscono una serie di rifrazioni successive succedentisi con continuità, dando luogo ad una traiettoria curvi-

⁽¹⁾ APPLETON. *Electrician*. Vol. 98, p. 256 (1927).

⁽²⁾ NICHOLS and SCHELLENG, *Bell System. Tech. Journal*, vol. 4 (1925).

⁽³⁾ TAYLOR and HULBURT, *Phys. Review*. Vol. 27, p. 189 (1926).

linea, con la concavità rivolta in basso. I successivi angoli di rifrazione crescendo così successivamente, raggiungono, in B, il valore limite di un retto, verificando così le note condizioni critiche della riflessione totale; allora il raggio hertziano, anzichè continuare a propagarsi in alto nella zona di Heaviside, si rifletterà e tornerà verso terra secondo un cammino discendente BCD presso a poco simmetrico di quello ascendente. Il raggio riflesso incontrerà quindi il suolo in R, ad una certa distanza dal punto di partenza, distanza che la teoria dimostra dipendere soprattutto dal valore della curvatura assunta dal raggio hertziano nel vertice superiore della sua traiettoria, ma che è in generale assai grande, fino a raggiungere il valore di 15 o 20 mila Km. e più. E' da notare che, utilizzando i fenomeni di propagazione delle onde lunghe, superiori ad alcuni chilometri, non si ottengono queste portate se non a condizione di adoperare, alla emissione, potenze assai rilevanti, di alcune centinaia di kilowatt, e di irradiarle mediante antenne metalliche di grandi dimensioni, portate da torri assai elevate (200 m. e più) sul livello del suolo.

La ragione di questa marcata superiorità delle onde corte su quelle lunghe nelle trasmissioni a grande distanza, si deve a diverse circostanze, ma soprattutto al fatto che, mentre le onde lunghe si propagano nel mare o nel terreno subendovi attenuazioni considerevoli, le onde corte si propagano nella zona

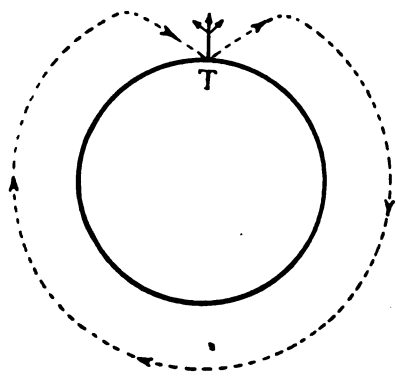


FIG. 3.

conduttrice ionizzata di Kennelly-Heaviside subendovi una attenuazione che, secondo le citate esperienze del Marconi, e come ha dimostrato per via teorica il Pedersen ⁽¹⁾, decresce proporzionalmente al quadrato della lunghezza d'onda e al numero di ioni ed elettroni esistenti, per unità di volume, nella alta atmosfera. Segue quindi che tanto più corta è l'onda, purchè non al disotto di un certo limite, tanto più diminuisce la attenuazione subita, ed, inoltre, quando l'onda elettro-

magnetica si propaga in una zona di Heaviside sovrastante ad una regione del globo ove è scarsa la ionizzazione perchè è notte, l'attenuazione dell'onda riesce molto piccola e la portata maggiore, fino a raggiungere portate dell'ordine di mezzo meridiano terrestre (20.000 Km.).

(¹) PEDERSEN, *The propagation of Radio Waves*, P. 215.

È da notare che la diminuzione, di attenuazione e di smorzamento può arrivare a tal punto che i raggi hertziani partiti, p. es., da T (fig. 3) possono non solo andare a distanze grandissime, ma fare anche l'intero giro del globo ritornando a terra al punto di partenza. Si hanno così i fenomeni interessanti della eco elettromagnetica, recentemente studiati dai tecnici della Telefunken nelle trasmissioni da Nauen a Buenos Ayres e dal prof. Stormer della Università di Oslo ⁽¹⁾.

Prendendo ora in esame le meravigliose esperienze fatte il 26 Marzo, si deduce, da quanto è stato sopra accennato che, se il Marconi ha potuto stando a Genova a bordo dell'*Electra*, effettuare sia direttamente, sia indirettamente,

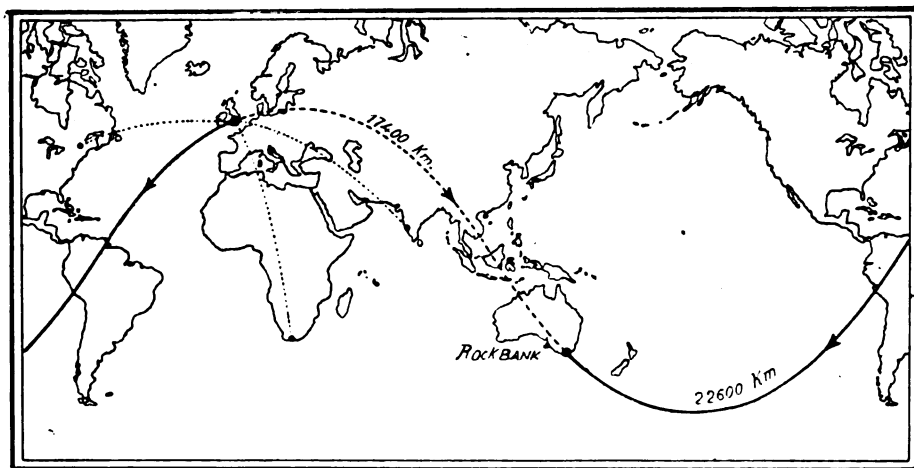


Fig. 4.

la attivazione del relais che ha acceso le duemila e più lampade del palazzo della Esposizione di Sidney, se egli ha potuto da Genova, conversare col Presidente della Esposizione con altre persone della rete telefonica ordinaria australiana, a più di 20.000 Km. di distanza, utilizzando l'impianto di potenza limitata (meno di un kilowatt) di cui poteva disporre, questo duplice meraviglioso risultato si deve, oltre che alla prodigiosa abilità sperimentale del Marconi, alla utilizzazione di nuovi dispositivi di emissione estremamente stabili ed estremamente precisi da lui escogitati, ed alla conoscenza profonda che il Marconi ed i suoi ingegneri hanno acquistato, in seguito a lunga esperienza fino dal 1919, delle condizioni elettriche e metereologiche della atmosfera, le quali regolano la traiettoria dei raggi elettromagnetici a grandi distanze. Le onde partite dall'Europa il 26 Marzo avevano due vie principali per arrivare in Australia: (fig. 4) quella più breve

⁽¹⁾ STÖRMER, *Onde électrique*. Décembre 1928.

diretta verso l'Oriente lunga 17.400 Km. che, attraverso la Russia europea ed asiatica, la Cina, le Indie Olandesi ed il Continente Australiano arriva alla stazione di Rock Bank, ovvero quella più lunga, diretta verso l'Occidente che, attraverso l'Atlantico, l'America del Sud ed il Pacifico, va pure a Rock Bank, dopo un percorso di 22.600 Km. Data l'ora della emissione e la lunghezza d'onda adoperata (26 metri circa), la via che offriva minore attenuazione e minore ostacolo alle onde, era quella più lunga, vale a dire quella attraverso l'Atlantico ed il Pacifico.

E' inutile insistere sulla importanza delle esperienze del Marconi, la quale è evidente per sè, come pure sulle applicazioni che esse avranno e la cui traduzione in atto non si farà lungamente attendere. Il Marconi ha dimostrato essere possibile quello che sembrava un sogno tempo fa e che era stato inutilmente tentato da scienziati insigni, fra cui il Tesla, verso la fine del secolo scorso: di utilizzare cioè, le proprietà elettriche delle alte regioni dell'atmosfera per effettuare, a grande distanza, il trasporto di quantità di energia piccole in sè, ma sufficienti per mettere in giuoco, con un dispositivo a relais, quantità di energia maggiori atte a produrre effetti cospicui: accensione di lampade, brillamento di mine, messa in moto di dinamo ecc. Questo, si noti, non a distanza di 100 o 1000 Km. come si è fatto finora ma a distanze dell'ordine del mezzo meridiano terrestre (più di 20.000 Km.).

Altra applicazione non meno meravigliosa la quale, apre una nuova via alle trasmissioni radiotelefoniche a grande distanza, è che, stando a bordo di una nave e disponendo, non dei grandi impianti di una stazione terrestre ordinaria od a fascio, ma utilizzando le onde circolari irradiate da un aereo di piccola altezza ed i dispositivi che si hanno a bordo di una nave, si potrà, d'ora innanzi, conversare per radiotelegrafia o per telefonica, con una persona situata sia sopra un'altra nave, sia in un punto qualunque del globo, senza limite di distanza, stando in uno qualunque dei 30 milioni di posti telefonici della rete mondiale.

Non sembra quindi esagerata l'affermazione che le esperienze del Marconi, fatte a Genova il 26 Marzo e nei giorni successivi, siano destinate a fare epoca nella tecnica delle trasmissioni elettromagnetiche a lunga distanza. E mi sia permesso, quale modesto cultore della nuova Scienza radioelettrica creata dal Marconi, e che ha l'onore di parlare in seno a questa insigne Accademia, di fare atto di omaggio al genio del nostro illustre concittadino, il quale, esempio unico piuttosto che raro nella storia delle invenzioni, ha il vanto di avere non solo fatto, 35 anni fa, una grande scoperta, portandola subito nel campo pratico, ma di averla costantemente padroneggiata, mantenendosi sempre alla testa, primo fra tutti!

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE V DEL 13 APRILE 1930

	PAG.
Accademici presenti	203
GIANFRANCESCHI, Pres. — Presentazione ufficiale del S. C. Vanni alla Accademia	203
LUIGIONI S. O. — Presentazione di una sua Nota	203
» » — Presentazione di pubblicazioni dell'Estraneo Sparapani	203
PALAZZO S. O. — Presentazione di una Nota dell'Estraneo Bel- luigi	203
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione di una sua Nota	204
VANNI S. C. — Presentazione in omaggio di un suo lavoro	204
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Memoria del S. O. Sil- vestri	204
» » — Presentazione di una pubblicazione del S. C. Faura e Sans	204
» » — Presentazione di pubblicazioni	204
» » — Comunicazione dell'invito a partecipare all'XI Congresso Internazionale di Zoologia in Pa- dova	205
» » — Partecipazione della lettera di ringraziamento di un Socio	205
GIANFRANCESCHI, Pres. — Presentazione dell'Annuario Accademico per l'Anno LXXXIII compilato a cura del Vice Segretario Martinelli	205
Approvazione, da parte del Corpo Accademico, della inserzione nelle pubblicazioni accademiche di una Nota del- l'Estraneo Belluigi presentata dal S. O. Palazzo	205

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Nomina di un nuovo S. C.	205

MEMORIE E NOTE.

LUIGIONI S. O.	— Secondo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo	206
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Rocce adoperate nella Cupola del Pantheon	211
VANNI S. C.	— Sulla propagazione delle onde hertziane e sulle recenti scoperte del Marconi	216

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE VI DEL 18 MAGGIO 1930

SESSIONE VII DEL 19 GIUGNO 1930



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1930

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE VI - 18 MAGGIO 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici Presenti. — *Ordinari:* ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — KAAS — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: EMANUELLI — NOBILE — PASQUINI — SCATIZZI — TULLI — UGOLINI — VANNI.

La seduta venne aperta alle 17.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 13 aprile, che fu approvato senza osservazioni.

I Soci Corrispondenti NOBILE e TULLI commemorarono l'esploratore norvegese Fridtjof NANSEN, morto il 13 maggio.

Il *Presidente* si associò a nome dell'Accademia.

Il S. O. KAAS parlò di un caso singolare di fulminazione, avvenuto sulla cupola della Chiesa di S. Gioacchino in Roma nel settembre 1929, e accennò alle ipotesi che si possono fare per spiegare i fatti accaduti.

Il S. O. LEPRI presentò una sua Nota preliminare sopra alcuni *Muffoni* del Garian, recentemente pervenuti al Giardino Zoologico di Roma: ed espose i caratteri per cui egli ritiene che essi costituiscano una nuova sottospecie, per la quale propone il nome di *Ammotragus tragelaphus Frassinii*, dedicandola al Barone Alberto Frassini, Commissario del Governatore di Roma per il Giardino Zoologico.

Il S. C. PASQUINI presentò in omaggio all'Accademia una Memoria di un suo allievo il Sac. Dott. Giuseppe REVERBERI, dal titolo: *Risultati di esperimenti di asportazione parziale e totale della vescicola ottica nell'embrione di pollo*, e mise in rilievo il contributo portato da questo diligente e acuto osservatore, ad una maggiore conoscenza della embriologia causale dell'occhio dei vertebrati.

Il Prof. Pasquini, dette poi il suo saluto di commiato all'Accademia, dovendo egli assentarsi per alcuni mesi per un viaggio di studi negli Stati Uniti.

Il S. C. VANNI comunicò di essere stato autorizzato dal Ministero della Guerra a presentare in omaggio all'Accademia, a partire dal corrente anno, il *Bollettino Radiografico del R. Esercito*, pubblicato dall'Ispettorato dell'Arma del Genio, e da lui diretto. Presentò i fascicoli che si riferiscono alla riunione del Comitato consultivo Radioelettrico Internazionale, tenuta nella Aya nello scorso settembre, illustrando la parte importante che vi ha avuto l'Italia, e richiamando l'attenzione dell'Accademia su alcune questioni tecnico-scientifiche inerenti alle trasmissioni elettromagnetiche.

Il Segretario DE SANCTIS presentò una Memoria del S. O. BOCCARDI intitolata: *Norme per la retta applicazione della Teoria delle Probabilità*.

Presentò poi i seguenti lavori di estranei:

DE FINETTI. — *Sul concetto di numero delle dimensioni di un sistema lineare*, inviato dal S. O. GIORGI.

— *Spazi astratti metrici*, inviato dal S. O. GIORGI.

PUGNO. — *Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità*, inviato dal S. O. COLONNETTI.

— *Sulla determinazione delle unità di misura per la valutazione delle ordinate delle linee d'influenza nelle sollecitazioni*, inviato dal S. O. COLONNETTI.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

NAVAS, S. O. — *Algunos Insectos del Chile*.

— *Insectos exóticos Neuropteros y afines*.

— *Plecóptera*.

— *Insectes névroptères et voisins de Barbarie*.

— *Insectes del Museo de Paris*.

— *Neuropteros críticos*.

- *Insectos del Museo de Hamburgo 1ª Sª.*
- *A mi maestro D. Ignazio Bolivar.*
- *Insectos del Museo de Hamburgo 2ª Sª.*
- *Reseña científica de Historia Natural 1ª Sem. '29.*
- » » » » 2ª Sem. '29.
- *Insectos de la Cirenaica.*
- *Insectos de la India.*
- *Insectos de la Argentina.*
- VITORIA, S. C. — *Prácticas químicas.*

e le seguenti di estranei:

- BARSALE, E. — *L'orto botanico dell'Università di Urbino.*
- BERLESE, A. — *Alcuni insetti nocivi, I. II.*
- BONACELLI, B. — *Il Fiume Lèthon o Lete dell'antica Cirenaica.*
- CALDERINI, A. — *Aquileia romana. Ricerche di Storia e di epigrafia.*
- FUNAIOLI, G. — *Esegesi Virgiliana antica.*
- KLOTZ, L. — *Le Moniteur de l'Exportation - Mars, Avril 1930.*
- MARTINDALE, E. S. — *L'humidité dans les maisons chauffées.*
- NERLI, N. — *Sul vantaggio dinamico del Coltro rotante.*
 - *Sul problema dinamico dell'aratro disco.*
 - *Nuove esperienze sull'attrito di strisciamento fra superfici asciutte.*
 - *Sulla convenienza di modificare la sezione trasversale del Coltro.*
 - *Sull'influenza della corrente elettrica sulla lavorazione del terreno.*
 - *Ricerche sperimentali sull'aratro a disco.*
- IOSI, E. — *Manuale pratico del Caseificio.*
- ISTITUTO INTERNAZ. PER LA CINEMATOGRAFIA EDUCATIVA. — *Rivista Internaz. del Cinema educativo, Febbraio-Marzo 1930.*
- SINDACATO NAZ. FASCISTA INVENTORI. — « *Scienza e Vita* » N. 3-4, 1930.
- R. UNIVERSITÀ PER STRANIERI - Perugia. — *Bollettino, Marzo 1930.*

Il *Presidente* salutò il Prof. NASINI, Socio della R. Accademia dei Lincei, presente alla seduta.

Il Prof. Nasini presentò in omaggio il suo volume: *I Soffioni e i lagoni della Toscana, e la industria boracifera*, e ne parlò brevemente.

Il Prof. DE SANCTIS comunicò che l'Emo Cardinale Eugenio PACELLI Segretario di Stato di S. S., con venerato dispaccio N. 90030 del 15 aprile, ha partecipato che il Santo Padre si è degnato dare la Sovrana Sanzione alla

promozione del P. Vito ZANON dalla classe dei Soci Corrispondenti a quella degli Ordinari.

Il *Segretario* dette notizia di un lungo viaggio di missione che compirà nell'America del Sud il S. C. CAPRA.

Comunicò poi, che il P. ZANON ha inviato alla Presidenza lettera di ringraziamento per la sua recente promozione a Socio Ordinario.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei seguenti lavori di estranei:

DE FINETTI. — *Sul concetto di numero delle dimensioni di un sistema lineare*, presentato dal S. O. GIORGI.

— *Spazi astratti metrici*, presentato dal S. O. GIORGI.

PUGNO. — *Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità*, presentato dal S. O. COLONNETTI.

— *Sulla determinazione delle unità di misura per la valutazione delle ordinate delle linee d'influenza nelle sollecitazioni*, presentato dal S. O. COLONNETTI.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, approvò il cambio degli *Atti con i Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano*.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di un nuovo Socio Corrispondente.

La seduta venne tolta alle 18.30.

MEMORIE E NOTE

Fridjof Nansen.

ALBERTO TULLI S. C.

Fridjof Nansen è morto!

La notizia della Sua dipartita, avvenuta in Oslo il 13 maggio per crisi cardiaca, si è diffusa, come un baleno, non solo in Norvegia, ma in Europa e nel mondo intero. Tutti ci siamo chinati riverenti avanti alla Salma dell'Esploratore illustre, che è sceso nella tomba serenamente, di quella stessa serenità con cui aveva scrutato le immense distese di ghiaccio e i gelidi mari polari.

Le une e gli altri Gli erano divenuti famigliari così come gli stessi fiordi o le stesse acque della Sua *Norge*, che con la sua postura geografica a Lui, giovanissimo, aveva additato le vie della gloria nella esplorazione polare.

Non Lo attrassero, difatti, gli studi di giurisprudenza di Suo padre; ma presto sentì la vocazione alla Scienza della natura, che Gli si dispiegava dinanzi non nella visione radiosa del bel cielo d'Italia e delle verdeggianti pianure nostre, bensì in quella delle brume, delle nevi e delle sterminate lande ghiacciate.

Con l'impavido coraggio dei figli della Norvegia, con la calma pacata, ma tenace, degli uomini nordeuropei, che sanno sopportare il freddo così come il caldo quelli della zona torrida, Egli intraprese la Sua carriera scientifica, inconsapevole forse della gloria, a cui la Provvidenza Lo chiamava, nella Storia delle esplorazioni polari.

Nato il 10 ottobre 1861 a Froen Vestre Aker, dopo aver terminato i Suoi studi, si imbarcò, assai giovane, sul *Viking* per la caccia alle foche; ma poi fu nominato Conservatore nel Museo di Zoologia di Bergen.

A ventisette anni, nel 1888, poté traversare la Groenlandia, che con le sue coste fiordiche è così morfologicamente simile alla Norvegia; e in mezzo alle difficoltà, aspre talvolta anche ai più abituati, salì sulle zone ghiacciate di quella terra, temprandosi ancora di più alle bassissime temperature e abituandosi a scrutare con occhio di lince le ampie nevaie e i ghiacci estesi.

In quelle solitudini, ove la monotonia è rotta solo dal sordo rumore del crepare dei ghiacci e dal raro passaggio degli animali, che errano sulle terre comprese entro il Circolo polare artico, il giovane Esploratore sentiva maggiormente la vita e più viva si faceva la Sua curiosità scientifica.

Quante osservazioni poté fare nelle zone della Groenlandia!

Questa esplorazione fu la preparazione vera e propria per la celebre Spedizione polare del *Fram*, che vari anni dopo si effettuava con meraviglia di tutti.

Il 3 agosto del 1894 l'Esploratore, già formato, salpava dalla punta più settentrionale della Norvegia e penetrava poi nel limite sud dei ghiacci galleggianti: aveva a bordo 12 uomini.

Voleva affrontare risolutamente la banchisa, esplorarla, conoscerla, studiarla; ma era Suo desiderio accertare anche l'esistenza della corrente calda, polare, sottomarina, nelle acque orientali della Groenlandia.

La scoperta delle isole *Sverdrups*, avvenuta pochi giorni dopo, fu un primo coronamento della Spedizione; ma il 27 agosto la nave si trovò avanti ad una muraglia di ghiaccio, che una provvida tempesta riusciva a spezzare.

Il momento più critico si ebbe, però, quando l'eroica *Fram*, addentratasi di molto in mezzo ai ghiacci, cominciò ad esserne circondata e stretta in modo vigoroso e minaccioso: gli enormi ghiacci nella ridda infernale finirono col sollevare la nave di peso; ed il fragore pauroso, prodotto dallo spezzamento delle masse, giungeva alle orecchie dei naufraghi con note di intimidimento.

Dovettero rimanere bloccati così fino alla primavera; ma il tempo non fu perduto, chè si eseguirono osservazioni scientifiche e si presero misure di notevole importanza. Era, di quei giorni, l'osservatorio meteorologico sulla massima latitudine conosciuta!

Furono anche notate correnti calde sotto la superficie gelata; e le esplorazioni batometriche assicurarono che in quella zona il mare era profondo 1200 metri.

La questione batometrica era, ed è tuttavia, di notevole importanza per la Geografia polare; e, nonostante che dalla Terra Joseph alle isole della Nuova Siberia il Nansen trovasse anche profondità superiori a 3000 metri, ed una di 3800, si può ancora credere alla ipotesi della bassura artica. Già nel 1850 il Cap. Collison della Marina Britannica aveva riconosciuto che, non lungi dal Capo Barrow, il fondo del mare si abbassa molto rapidamente, da 120 m. a più di 250 m., in poche ore di viaggio.

La Spedizione *Vega* solo ad oriente del Capo Celiuskin notò profondità da 100 a 128 m.; e il *Ross* trovò nella Baia di Baffin 1920 m. (lat. N. 72° 2',

long. 0,71). Naturalmente, gli scandagli, in seguito, furono molteplici; ma non possiamo ora intrattenerci su tale problema, che non si risolve davvero con le esplorazioni aeronautiche.

Cominciò, quindi, la memorabile marcia verso il Polo.....!

Il 3 marzo del '95 il dott. Nansen e il dott. Johansen decisero di raggiungere il punto matematico con le slitte: portavano 6 cani, vitto per 4 mesi e 3 slitte.

In mezzo al freddo intenso, che ghiacciava loro i panni addosso, il 4 aprile si spinsero alla latitudine di $86^{\circ} 3'$, ove indugiarono tre giorni: era il grado più alto, a cui, fino allora, l'uomo era giunto.

Fu giuocoforza tornare indietro verso sud-ovest.

Intanto, venne l'inverno; e i due Esploratori, entro una capanna di muschio e di terra, vissero circa sette mesi con una temperatura inferiore allo zero, cibandosi di carne d'orso e olio di foca.

Si riprese, finalmente, la discesa nel maggio; ma un giorno il Nansen, tra il canto degli uccellacci polari, udì una voce umana: era quella dello Jackson, un altro esploratore, che sostava in quei paraggi!

Il Nansen riportò una messe fiorita di osservazioni, che valsero a farci conoscere ancora di più la calotta polare nel campo delle varie scienze, ma soprattutto in quello della Geografia scientifica.

Dire qui delle Sue numerose pubblicazioni? Non sarebbe possibile; ma basterà ricordare « *À travers la Groenland* », « *L'extrême Nord* » e « *Dans la Glace et dans la Nuit* » per accennare a volumi importantissimi e cari alla Scienza geografica.

In essi, come in altre Sue pubblicazioni, sta profusa, diffusa, raccolta una messe ricchissima di osservazioni scientifiche, che formano come il testamento, che Egli ci lascia in ricordo e retaggio prezioso!

L'assenza quasi completa delle terre in quei paraggi fu riconosciuta da Lui come da coloro che Lo seguirono nell'arringo ardimentoso fino all'Accademico nostro Umberto Nobile. Come già aveva fatto il Weyprecht nel suo « *Bilder aus dem hohen Norden* », il Nansen poté affermare la dinamica glaciale nel Suo dotto lavoro « *Durch das Polargebiet* ». Questa amorfa dinamica, che è poi un continuo *werden*, diremo con lo Chavanne che dipende da cause molteplici, quali le variazioni meteorologiche, la velocità e il grado termico delle correnti, e simili; ma ciò non fa meraviglia quando si pensi ai due noti centri frigoriferi della circolazione oceanica, come già ebbe ad osservare il Thoulet nella sua « *Océanographie statique* ». Non solamente cadono bruscamente i

ghiacci, ma raggiungono la capacità di parecchi milioni di metri cubi, ha giustamente rilevato lo Hehm nella sua « *Gletscherkunde* ».

Noi avemmo occasione di accennare alla dinamica glaciale, negli *Atti* della nostra Accademia, subito dopo la Spedizione Amundsen-Nobile.

Alla Sua età avanzata era ancora così giovanile l'ardimento scientifico del Nansen che negli ultimi giorni di Sua vita Egli stava progettando una nuova esplorazione artica con lo Zeppelin!

Ora non è più sulla terra, che ha perduto in Lui un grande cittadino, mentre la Norvegia ha perduto il suo figlio migliore, come ha detto il *Mowinkel*, Presidente del Consiglio norvegese.

A Colui che regge le sorti di un popolo ardimentoso e laborioso, quello della terra degli *Haakon*, validi sostenitori dell'Esploratore illustre, vada il nostro pensiero, mentre sulla tomba del Nansen deponiamo il fiore della gratitudine!

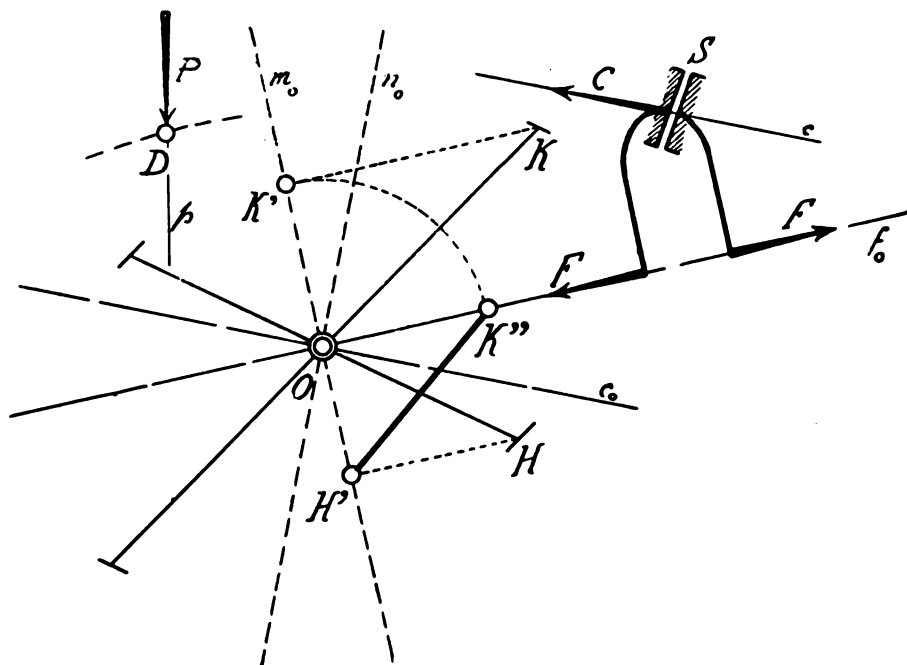


FIG. 1.

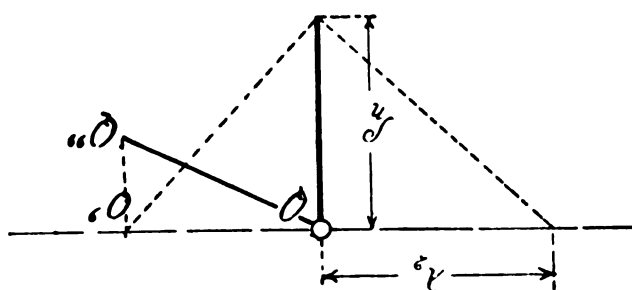


FIG. 2.

G. PUGNO — Sulla determinazione dell'unità di misura per la valutazione delle linee di influenza delle sollecitazioni...

Sulla determinazione dell'unità di misura per la valutazione delle ordinate delle linee di influenza delle sollecitazioni

Nota dell'Ing. G. M. PUGNO presentata dal S. O. COLONNETTI

Sommario. — Linea di influenza della componente in una direzione data della sollecitazione in una certa sezione — Unità di misura delle ordinate — Modo rapido per ottenerla.

Come è noto, il secondo principio di reciprocità fornisce le linee di influenza delle sollecitazioni in corrispondenza di una sezione qualsiasi di un sistema elastico come deformate dell'asse geometrico del sistema elastico stesso, quando, in corrispondenza della sezione considerata, sia praticato un taglio e alle due faccie di esso siano applicate due forze uguali, opposte ed adatte.

Le ordinate di tali deformate devono poi essere lette assumendo per unità un segmento che lo stesso secondo principio di reciprocità definisce.

Per fissare le idee, supponiamo di voler determinare la linea di influenza della componente C , spirante secondo la retta c , della sollecitazione in corrispondenza della sezione S di un sistema semplicemente connesso incastrato alle estremità A e B . Sia O il centro della ellisse degli spostamenti elastici relativi per il sistema AB .

Applicate (fig. 1) alle due faccie di un taglio, praticato in corrispondenza di S , due forze F uguali ed opposte spiranti secondo la retta f_0 baricentrica e coniugata alla retta n_0 normale alla c , indicando con $ds: EJ$ un peso elastico elementare e con le lettere stesse che distinguono le varie rette, le distanze da esse del peso elastico elementare, la componente C della sollecitazione in corrispondenza di S , prodotta da un carico $P = 1$ applicato in D al sistema elastico, spirante secondo la retta p , viene espressa dalla seguente:

$$C = 1 \cdot \frac{\int_A^D \frac{ds}{EJ} \cdot f_0 \cdot p}{\int_A^B \frac{ds}{EJ} \cdot f_0 \cdot c} = 1 \cdot \frac{\int_A^D \frac{ds}{EJ} \cdot f_0 \cdot p}{\int_A^B \frac{ds}{EJ} \cdot f_0 \cdot c_0} ;$$

essendo γ l'angolo formato dalle direzioni di f_0 e di c , si ha ancora:

$$C = 1 \cdot \frac{\int_A^D \frac{ds}{EJ} \cdot f_0 \cdot p}{\int_A^B \frac{ds}{EJ} \cdot f_0^2} \cdot \cos \gamma \quad (1)$$

Il numeratore può essere ottenuto mediante due poligoni funicolari connettenti, il primo, i pesi elastici disposti secondo la direzione della f_0 e il secondo i momenti statici di quelli rispetto a tale retta disposti parallelamente alla direzione p , e precisamente moltiplicando le due distanze polari λ_1 e λ_2 per l'ordinata η del secondo poligono situata sulla retta del carico.

Il denominatore non è altro che il momento d'inerzia dei pesi elastici rispetto alla retta f_0 esprimibile col prodotto del peso elastico totale per il quadrato del raggio ϱ_π dell'ellisse degli spostamenti elastici relativi coniugato alla direzione della retta f_0 e misurato normalmente alla stessa retta f_0 .

Tale raggio viene immediatamente determinato proiettando gli estremi H e K dei due semidiametri definitori dell'ellisse sulla retta m_0 normale alla f_0 e baricentrica, nei punti H' e K' e costruendo l'ipotenusa del triangolo rettangolo che ha per cateti OH' e OK' ; ciò si può fare ribaltando uno dei due punti, ad es. K' sulla f_0 in K'' e congiungendo H' con K'' . Il segmento $H'K''$ è ϱ_π .

La distanza polare λ_1 , come è noto, per poter mantenere al secondo poligono funicolare la fisionomia di una deformata deve essere interpretata fisicamente come un peso elastico; assumendola precisamente uguale a

$$\int_A^B \frac{ds}{EJ},$$

l'espressione della componente C diviene:

$$C = 1 \cdot \frac{\lambda_2 \cdot \eta}{\varrho_\pi^2} \cdot \cos \gamma$$

(1) A questo proposito vedi: « Procedimento grafico generale per la determinazione della ellisse di elasticità di un complesso di tronchi elastici in derivazione » — GIUSEPPE MARIA PUGNO — *Atti della Pontificia Accademia delle Scienze Nuovi Lincei*, anno LXXXI Sessione V del 15 Aprile 1928.

Osservando la formula si riconosce che l'unità di misura, espressa dalla

$$\frac{Q_n^2}{\lambda_2 \cdot \cos \gamma}$$

è immediatamente determinabile mediante un'operazione di ricerca di terza proporzionale e un'operazione di proiezione.

Portati a partire da un'origine Q (fig. 2) in direzione normale alla f_0 il segmento Q_n e secondo la retta f_0 il segmento λ_2 , si ottiene, con una costruzione ben nota, il segmento $\frac{Q_n^2}{\lambda_2}$ in QQ' . Proiettando, normalmente alla f_0 , il punto Q' sulla retta per Q parallela alla c , si ottiene in QQ'' l'unità di misura cercata.

Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità.

Nota dell'Ing. G. M. PUGNO, presentata dal S. O. COLONNETTI

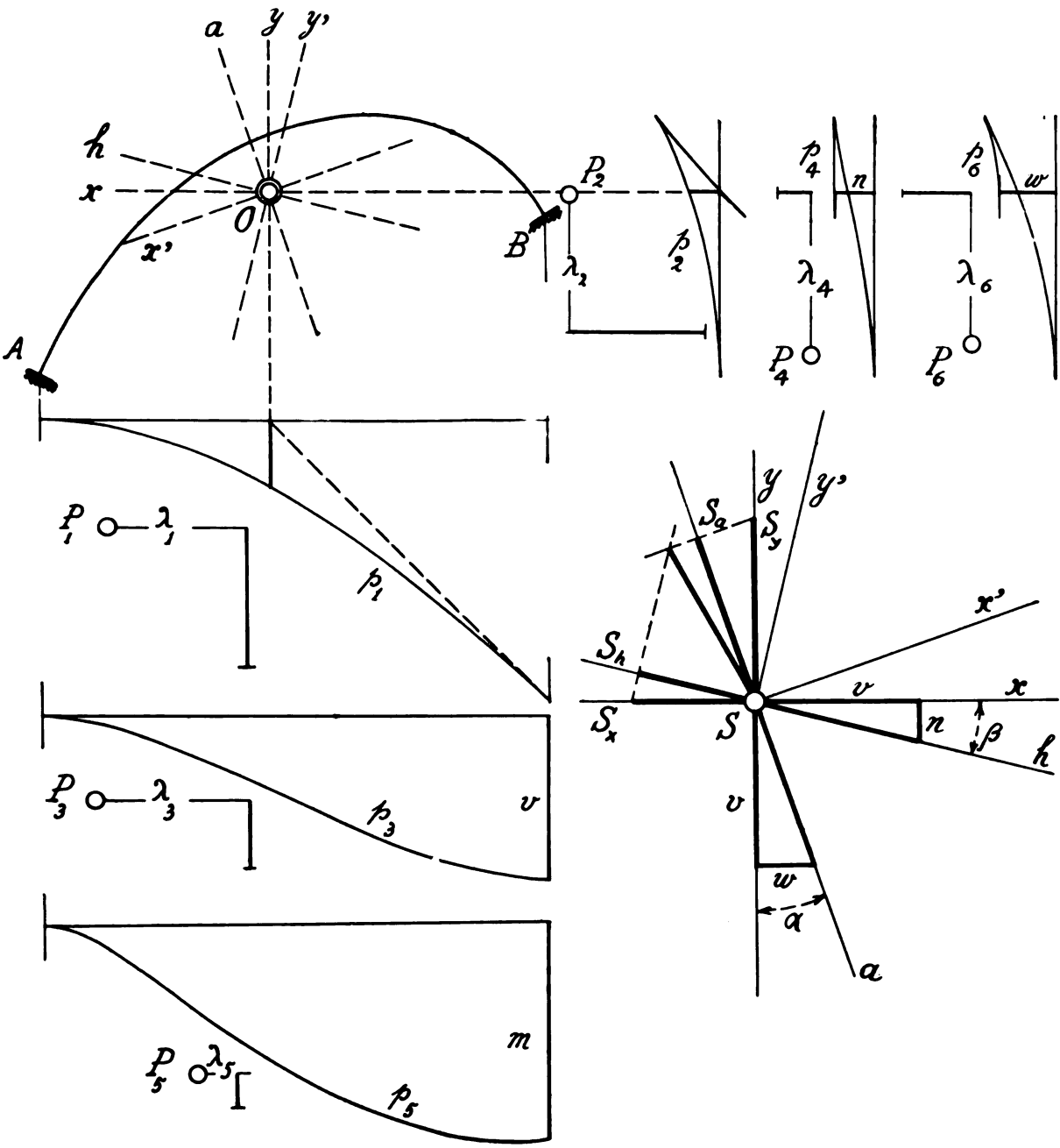
In questa Nota mi propongo di offrire una trattazione grafica dell'arco incastrato alle estremità che presenti i seguenti due requisiti:

- 1) Che discenda direttamente dal secondo principio di reciprocità;
- 2) Che rimanga, nella sua attuazione grafica, completamente inalterata sia per l'arco simmetrico come per quello asimmetrico, basandosi sul tracciamento di poligoni funicolari connettenti pesi elastici o momenti di pesi elastici secondo due direzioni normali assolutamente indipendenti dall'orientazione dell'ellisse di elasticità dell'arco.

Consideriamo perciò un arco AB ; liberiamo la sezione d'incastro in B ed a questa, assunta come elemento terminale, imponiamo una forza F_y spirante secondo la verticale baricentrica y . L'elemento terminale subirà uno spostamento δ_a secondo una certa retta a normale alla coniugata alla direzione di y ; lo spostamento δ_a risulterà da una componente verticale espressa dal prodotto di F_y per il momento centrifugo dei pesi elastici eseguito rispetto alla retta di F_y e alla verticale y_b per l'elemento terminale, e da una componente orizzontale espressa dal prodotto della F_y per il momento centrifugo dei pesi elastici eseguito rispetto alla retta di F_y e alla orizzontale x_b per l'elemento terminale. Connettendo i pesi elastici verticalmente con un poligono funicolare p_1 (polo P_1 , distanza polare λ_1 , ordinata corrente η_1) e connettendo le misure dei momenti statici baricentrici determinate da p_1 , disposte prima verticalmente e poi orizzontalmente con due poligoni funicolari p_3 (polo P_3 , distanza polare λ_3 , ordinata corrente η_3) e p_6 (polo P_6 , distanza polare λ_6 , ordinata corrente η_6) le componenti dello spostamento δ_a saranno espresse da:

$$\delta_{av} = F_y \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot v \qquad \delta_{ao} = F_y \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_6 \cdot w ,$$

ovè v e w sono i segmenti intercetti da p_3 sulla y_b e da p_6 sulla x_b .



G. PUGNO. — Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità.

Analogamente, imponendo all'elemento terminale una forza F_x spirante secondo la retta x baricentrica e orizzontale, quell'elemento subirà uno spostamento δ_h diretto secondo la normale h alla coniugata alla retta x , le cui due componenti verticale e orizzontale saranno espresse da:

$$\delta_{h_v} = F_x \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot m \quad \delta_{h_0} = F_x \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot n$$

ove m ed n sono segmenti analoghi ai segmenti v e w ottenuti mediante un poligono funicolare p_2 (polo P_2 , distanza polare λ_2 , ordinata corrente η_2) connettente i pesi elastici disposti orizzontalmente, un poligono funicolare p_4 (polo P_4 , distanza polare λ_4 , ordinata corrente η_4) connettente le misure dei momenti statici baricentrici determinati da p_2 disposte orizzontalmente, e un poligono funicolare p_5 (polo P_5 , distanza polare λ_5 , ordinata corrente η_5) connettente le misure degli stessi momenti statici disposte verticalmente.

Assumendo, nel corso delle costruzioni grafiche,

$$\lambda_3 = \lambda_6 \quad \lambda_4 = r \quad \lambda_5 = n$$

si ha:

$$\begin{aligned} \delta_{a_v} &= F_y \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot r & \delta_{a_0} &= F_y \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot w \\ \delta_{h_v} &= F_x \cdot \lambda_2 \cdot n \cdot m & \delta_{h_0} &= F_x \cdot \lambda_2 \cdot v \cdot n \end{aligned}$$

onde si può dedurre che, per avere la direzione di δ_a , ossia della retta a , si può comporre v con w e per avere la direzione di δ_h , ossia della retta h , si può comporre m con n .

Determinate le rette a ed h , sono anche determinate le rette baricentriche x' coniugata alla y (verticale) e facente con quella l'angolo α , e y' coniugata alla x (orizzontale) e facente con questa l'angolo β .

Osserviamo ora che, per ottenere la intensità della R_a , reazione all'imposta B, si potrebbero ricercare, ad es., le sue componenti secondo y' ed h e comporle con la legge del parallelogrammo; oppure le sue componenti secondo x' ed a e comporle ancora nello stesso modo; oppure le sue proiezioni secondo a ed h e guidare dai loro estremi le parallele alle x' ed y' (normali alle a ed h) fino ad incontrarsi.

Attenendoci a questo terzo modo, affermiamo che, affinché la R_a sia completamente determinata, occorre ricercare le linee di influenza ossia i valori, prodotti da carichi P unitario spirante secondo la verticale viaggiante p e Q unitario spirante secondo la orizzontale viaggiante q applicati nel punto generico D, dei seguenti sei parametri:

M_v momento attorno al baricentro della reazione R_a prodotta da $P = 1$
 M_0 » » » » » » » » » $Q = 1$

A_v	proiezione secondo a	della reazione R_b	prodotta da $P = 1$
A_0	»	»	»
H_v	»	»	»
H_0	»	»	»

Indichiamo con $ds : EJ$ un peso elastico elementare (ds sviluppo elementare dell'asse geometrico dell'arco, E modulo di elasticità normale, J momento d'inerzia trasversale) con O il baricentro elastico, con φ una rotazione e con δ uno spostamento dell'elemento terminale; contrassegnando φ e δ con due indici il primo dei quali definisca la retta d'azione della forza che produce φ o δ e il secondo dei quali definisca il punto d'azione del momento o la retta d'azione della forza che soffrono φ o δ , per il secondo principio di reciprocità, si ha :

$$M_v = P \cdot \frac{\delta_{\infty p}}{\varphi_{\infty o}} = P \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot p}{\int_a^b \frac{ds}{EJ}} = P \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \eta_1}{\int_a^b \frac{ds}{EJ}} = P \cdot \eta_1.$$

$$M_0 = Q \cdot \frac{\delta_{\infty q}}{\varphi_{\infty o}} = Q \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot q}{\int_a^b \frac{ds}{EJ}} = Q \cdot \frac{\lambda_2 \cdot \eta_2}{\int_a^b \frac{ds}{EJ}} = Q \cdot \eta_2.$$

$$A_v = P \cdot \frac{\delta_{yp}}{\delta_{xa}} = P \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot p}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot a} = P \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot p}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y^2} \cdot \cos \alpha = P \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \eta_3}{\lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot v} \cdot \cos \alpha = P \cdot \frac{\eta_3}{\frac{v}{\cos \alpha}}.$$

$$A_0 = Q \cdot \frac{\delta_{yq}}{\delta_{xa}} = Q \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot q}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot a} = Q \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y \cdot q}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot y^2} \cdot \cos \alpha = Q \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_6 \cdot \eta_6}{\lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot v} \cdot \cos \alpha = Q \cdot \frac{\eta_6}{\frac{v}{\cos \alpha}}.$$

$$H_v = P \cdot \frac{\delta_{xp}}{\delta_{xh}} = P \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot p}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot h} = P \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot p}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x^2} \cdot \cos \beta = P \cdot \frac{\lambda_2 \cdot n \cdot \eta_5}{\lambda_2 \cdot v \cdot n} \cdot \cos \beta = P \cdot \frac{\eta_5}{\frac{v}{\cos \beta}}.$$

$$H_0 = Q \cdot \frac{\delta_{xq}}{\delta_{xh}} = Q \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot q}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot h} = Q \cdot \frac{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x \cdot q}{\int_a^b \frac{ds}{EJ} \cdot x^2} \cdot \cos \beta = Q \cdot \frac{\lambda_2 \cdot v \cdot \eta_4}{\lambda_2 \cdot v \cdot n} \cdot \cos \beta = Q \cdot \frac{\eta_4}{\frac{n}{\cos \beta}}.$$

avendo assunto $\lambda_1 = \lambda_2 = \int_a^b \frac{ds}{EJ}$, ed indicando le distanze di ds : EJ dalle varie rette con le stesse lettere che distinguono le rette medesime.

Dalle su scritte espressioni appare che i poligoni funicolari $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$, sono le sei linee di influenza cercate.

Per una distribuzione di carichi verticali P e orizzontali Q non più unitarii, ma generici, si avrà:

$$M = \Sigma M_v + \Sigma M_o = \Sigma P \cdot \eta_1 + \Sigma Q \cdot \eta_2; \quad A = \Sigma A_v + \Sigma A_o = \frac{\cos \alpha}{v} (\Sigma P \cdot \eta_3 + \Sigma Q \cdot \eta_6);$$

$$H = \Sigma H_v + \Sigma H_o = \cos \beta \cdot \left(\frac{\Sigma Q \cdot \eta_5}{v} + \frac{\Sigma P \cdot \eta_4}{n} \right).$$

Portati allora, a partire da un'origine S e nella direzione della retta a un segmento SS_a rappresentante

$$\frac{\cos \alpha}{v} (\Sigma P \cdot \eta_3 + \Sigma Q \cdot \eta_6)$$

e nella direzione della retta h un segmento SS_h rappresentante

$$\cos \beta \left(\frac{\Sigma P \cdot \eta_2}{v} + \frac{\Sigma Q \cdot \eta_4}{n} \right)$$

si conducano per S_a la normale alla a (parallela alla x') e per S_h la normale alla h (parallela alla y') e si segni il punto R d'incontro. Il segmento che ha l'origine in S e l'estremo nel punto d'incontro ora trovato rappresenta la R_s . Osserviamo ora che per ottenere l'estremo della R_s , basta senz'altro portare da S secondo la verticale il segmento SS_y rappresentante

$$\frac{1}{v} (\Sigma P \cdot \eta_3 + \Sigma Q \cdot \eta_6)$$

e secondo l'orizzontale il segmento SS_x rappresentante

$$\frac{\Sigma P \cdot \eta_2}{v} + \frac{\Sigma Q \cdot \eta_4}{n}$$

e guidare da S_y ed S_x le rette parallele alla x' e alla y' rispettivamente.

Concludiamo.

Per risolvere l'arco asimmetrico, dobbiamo:

1) *Costruire i classici sei poligoni funicolari assumendo per direzioni di connessione la verticale e l'orizzontale (rette dei carichi).*

2) Portare da un'origine, ancora verticalmente e orizzontalmente le forze

$$\frac{1}{v}(\Sigma P \cdot \eta_3 + \Sigma Q \cdot \eta_6) \quad \text{e} \quad \frac{1}{v} \Sigma P \cdot \eta_5 + \frac{1}{n} \Sigma Q \cdot \eta_4$$

e comporre guidando le rette di composizione parallelamente alle coniugate alla verticale e alla orizzontale.

Con ciò rimane determinata l'intensità della R_b che, a sua volta, potrà essere determinata anche in posizione ricavandone la distanza d dal baricentro O , mediante la

$$d = \frac{M}{R_b}.$$

A questo proposito vedi anche: G. COLONNETTI, « *La statica delle Costruzioni* » U. T. E. T. Torino 1928, Volume I.

Sul concetto di *numero delle dimensioni* di un sistema lineare

Nota di BRUNO de FINETTI, presentata dal S. O. GIOVANNI GIORGI ⁽¹⁾

Sunto. — Si dà un senso intrinseco alla frase: due sistemi lineari hanno ugual numero di dimensioni, e si dimostra che il numero delle dimensioni di un sistema lineare si può caratterizzare in generale mediante un numero cardinale. Per i sistemi a un numero finito n di dimensioni si ha la definizione ordinaria.

I.

Una classe U costituisce un sistema lineare se sono definite le operazioni di somma di due U e prodotto di un U per un numero reale, soddisfacenti alle proprietà ordinarie (V. BURALI-FORTI e MARCOLONGO, *Transformations linéaires*). Se esistono n elementi di U , $a_1 a_2 \dots a_n$, costituenti un *sistema fondamentale*, e cioè tali che ogni U possa esprimersi in uno e un sol modo sotto la forma

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n$$

si dice che il sistema lineare U ha n dimensioni. Se ciò non è possibile, comunque grande si scelga n , si dice che U è un sistema lineare a un numero infinito di dimensioni.

Si è tentato in tal caso di determinare il numero delle dimensioni mediante i numeri cardinali, ma, a mio modo di vedere, secondo un indirizzo falso, perchè si è presa come base una circostanza esteriore (la rappresentabilità mediante coordinate) invece di risalire al significato logico e filosofico del concetto. Mi propongo di mostrare qui il modo di procedere che mi sembra rigoroso, e conduce a conclusioni molto diverse.

⁽¹⁾ Nella seduta del 18 maggio 1930.

II.

L'idea di numero, qualunque particolare definizione nominale si adotti, nasce in noi *per astrazione* considerando delle classi *simili*. I numeri cardinali ci si presentano ad esempio pensando alla similitudine fra classi, i numeri ordinali alla similitudine fra classi ordinate. Nel caso più generale, due classi U , U' soggette a un determinato algoritmo si dovranno dire simili (rispetto ad esso) se esiste una corrispondenza biunivoca che stabilisce una relazione di isomorfismo tra l'algoritmo di U e di U' . Concretando, nel caso che U e U' siano sistemi lineari, dovremo dire che sono simili se si può stabilire fra i loro elementi una corrispondenza biunivoca che conserva la somma e il prodotto per un numero, o, in altre parole, se esiste una trasformazione lineare biunivoca fra U e U' . Potremo anche esprimere tale fatto dicendo che U e U' hanno ugual numero di dimensioni ⁽¹⁾.

III.

Si tratta ora di vedere se i « numeri di dimensioni » così ottenuti si debbano necessariamente considerare come degli enti totalmente nuovi, o si possano ricondurre ai numeri cardinali. È noto che ciò è possibile nel caso che il numero delle dimensioni sia finito, e allora, come abbiamo ricordato, il numero delle dimensioni può essere rappresentato mediante un numero intero. Ed è chiaro infatti che se U e U' ammettono come sistemi fondamentali

$$\begin{array}{c} a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \\ a'_1 \ a'_2 \ \dots \ a'_{n'} \end{array},$$

perchè siano simili è necessario e sufficiente che $n = n'$.

⁽¹⁾ Volendo definire *per astrazione* il numero delle dimensioni di U « Dim U », si può porre :
 U , U' essendo sistemi lineari :

Dim $U = \text{Dim } U'$ se e solo se U è simile a U' .

Volendo definire nominalmente il numero delle dimensioni di U come *proposizione* (al modo di HILBERT), o come *classe* (al modo di RUSSELL), o mediante *operatori* (al modo di BURALI-FORTI) si può porre rispettivamente :

(Dim U) (x) $\equiv$: x è un sistema lineare simile ad U .

Dim U $\equiv$: classe di tutti i sistemi lineari simili ad U .

Dim U $\equiv$: operatore che applicato a un sistema lineare x produce la classe dei sistemi lineari simili tanto ad U che ad x .

Per stabilire un analogo risultato nel caso generale di un numero infinito di dimensioni si tratterà quindi di estendere

- 1) la definizione di « sistema fondamentale »;
- 2) la dimostrazione dell'esistenza di almeno un sistema fondamentale per ogni sistema lineare;
- 3) la dimostrazione dell'equivalenza di due sistemi fondamentali qualunque d'un medesimo sistema lineare.

IV.

Se per « sistema fondamentale » di un sistema lineare U si definisce :

ogni classe v di elementi di U tale che

- 1) *ciascuno di essi è linearmente indipendente dai rimanenti,*
- 2) *ogni U dipende linearmente dai v ,*

basterà definire il concetto di « linearmente dipendente » nel caso di infiniti elementi perchè si estenda automaticamente la definizione di sistema fondamentale. Ma un elemento a si dice linearmente dipendente da $a_1 a_2 \dots a_n$ se ogni sistema lineare che contiene $a_1 a_2 \dots a_n$ contiene necessariamente anche a ; sotto questa forma spontanea e significativa la definizione ha senso senza nessuna modificazione, indipendentemente dall'ipotesi che si tratti di elementi in numero finito.

Si vede poi che, se v è una classe di elementi di U (in generale infinita), condizione necessaria e sufficiente perchè l'elemento a ne dipenda linearmente è che a sia combinazione lineare di un numero finito $a_1 a_2 \dots a_n$ di elementi appartenenti a v . Infatti: se un sistema lineare contiene v , e in particolare $a_1 a_2 \dots a_n$, contiene necessariamente ogni combinazione lineare di $a_1 a_2 \dots a_n$, e la condizione è sufficiente. È poi anche necessaria, perchè gli U che la soddisfano costituiscono essi stessi un particolare sistema lineare che contiene v (infatti: se a e b sono entrambi combinazioni lineari di un numero finito di v , $a_1 a_2 \dots a_n, b_1 b_2 \dots b_n$, $a + b$ è combinazione lineare di $a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_n$, che è ancora una classe finita di v).

V.

Vorrei segnalare e richiamare l'attenzione su questo risultato, perchè si faccia il confronto col modo abituale d'intendere l'indipendenza lineare nei sistemi lineari a infinite dimensioni. Più che per l'interesse del problema in sè, per mostrare cosa significhi, quale importanza abbia, e quanto poco ancora è diffuso lo spirito logico nelle definizioni. Ad es., nel modo nostro, gli elementi

linearmente dipendenti da $1, x, x^2, \dots, x^n, \dots$ sono i polinomi in x ; ordinariamente si intendono per tali tutte le serie di potenze. Si sfrutta cioè il concetto di limite, in un senso che *non* è conseguenza della definizione di sistema lineare (non è definibile mediante la somma e il prodotto), ma dipende dal particolare significato (come funzioni) di $1, x, x^2, \dots, 0$, il che è lo stesso, dal particolare sistema di coordinate (i coefficienti dello sviluppo di TAYLOR) con cui si stabilisce di individuare la serie di potenze. Perdendo di vista il significato logico del concetto, e basandosi su un'apparente analogia formale, si giunge così a una pseudodefinitione totalmente illusoria.

VI.

La dimostrazione dell'esistenza di almeno un sistema fondamentale per ogni assegnato sistema lineare U è una di quelle proprietà che sono evidenti se ci si mette dal punto di vista idealista (di ZERMELO), ma che, a volerle dimostrare in modo conforme al punto di vista realista, non si saprebbe di dove abbor-darle. Se supponiamo che il numero cardinale di U sia un *aleph*, e quindi si possano disporre i suoi elementi in serie bene ordinata, è evidente che gli elementi di U linearmente indipendenti dai precedenti costituiscono un sistema fondamentale (¹).

Indipendentemente da quest'ipotesi, possiamo dare una proprietà in un certo senso inversa della precedente: assegnato un numero cardinale qualun-

(¹) Sia v la classe degli U linearmente indipendenti dai precedenti. Un elemento a di v non può essere combinazione lineare di altri, $a_1 a_2 \dots a_n$, perchè in una classe finita $a a_1 a_2 \dots a_n$ esiste un *ultimo* elemento, il quale dovrebbe dipendere linearmente dai precedenti.

Un elemento a di U , o appartiene a v , o dipende linearmente dai precedenti. Indichiamo in tal caso con a_1 il primo elemento tale che a non dipende linearmente dagli elementi che precedono a_1 . Necessariamente a_1 appartiene a v , altrimenti l'aggiunta di a_1 ai precedenti non amplierebbe il sistema lineare degli elementi linearmente dipendenti. Sia m_1 quel numero (univocamente determinato) tale che $a - m_1 a_1$ dipende linearmente dagli elementi che precedono a_1 , e diciamo a_2 il primo elemento tale che $a - m_1 a_1$ non dipenda linearmente dagli elementi che precedono a_2 ; definiamo analogamente m_2 , e così di seguito. Poichè una successione di numeri ordinali decrescenti è finita, dopo un certo numero n di volte dovremo ottenere

$$a - m_1 a_1 - m_2 a_2 - \dots - m_n a_n = 0 ,$$

ossia

$$a = m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n ,$$

con $a_1 a_2 \dots a_n$ elementi di v .

Abbiamo così dimostrato che v gode di entrambe le proprietà che definiscono i sistemi fondamentali.

que m , esiste sempre un sistema lineare che ammette un sistema fondamentale di potenza m . Sia infatti v una classe qualunque di potenza m ; nell'insieme delle corrispondenze fra v e numeri reali, consideriamo quelle che assumono valore non nullo solo per un insieme finito di elementi di v : esse costituiscono un sistema lineare, e un sistema fondamentale di esso è evidentemente costituito dalla classe, equivalente a v , delle funzioni che assumono il valore 1 in corrispondenza di un dato elemento di v , e il valore 0 in corrispondenza di tutti gli altri.

VII.

Se esiste un sistema fondamentale per v , ne esistono ovviamente infiniti altri, e si può dimostrare, ciò che tosto faremo, che hanno tutti il medesimo numero cardinale m . Il numero cardinale m caratterizza dunque completamente il numero delle dimensioni di U . Potremo quindi rispondere affermativamente al problema propostoci: si può ricondurre il *numero di dimensioni* a un *numero cardinale*. Ma, mentre, assunto comunque un numero cardinale m , esiste sempre un sistema lineare a m dimensioni, non si può eliminare totalmente il dubbio che (se non sussiste il principio di ZERMELO), possano esistere dei sistemi lineari per cui manca un numero cardinale atto a determinarne il numero delle dimensioni. Non ritengo sia il caso di temere troppo quest'eventualità; potremo allora, prescindendone, porre per definizione:

« numero delle dimensioni di $U \gg$ è il numero cardinale di un qualunque sistema fondamentale di U .

In simboli (se: $U \in \text{sist. lin.}$):

$$\text{Dim } U \equiv \iota [\text{Nume } \cap m \exists (v \in \text{sist. fond. di } U \supset \text{Nume } v = m)].$$

VIII.

Dimostriamo ora che due sistemi fondamentali v e w di un medesimo sistema lineare U hanno lo stesso numero cardinale. Riferiamoci dapprima, per fissare le idee, al caso in cui il sistema fondamentale v è numerabile, e dimostriamo che w è pure numerabile. Siano $a_1 a_2 \dots a_n \dots$ gli elementi di v ; se w è un altro qualunque sistema fondamentale, ogni elemento a_i di v dipenderà linearmente da un classe finita w_i di w . Poichè w_i è contenuta in w , la

somma logica dei w_i è contenuta anch'essa in w ; inversamente, la somma logica dei w_i contiene w , perchè ogni elemento di U , essendo esprimibile mediante una combinazione lineare delle a_i , è esprimibile mediante una combinazione lineare di elementi delle w_i . E quindi, se w contenesse un elemento a non appartenente ad alcuno dei w_i , a dipenderebbe linearmente dai w diversi da a , e w non sarebbe sistema fondamentale. Quindi w è la somma logica delle w_i ; la somma logica di una classe numerabile di classi finite è, al più, numerabile, e pertanto, non potendo essere classe finita, w è numerabile.

In generale: ad ogni elemento a di v facciamo corrispondere la classe (finita) di w , w_a , da cui a dipende linearmente. Otteniamo una classe equivalente a v di classi finite di w , la cui somma logica è uguale a w (la dimostrazione precedente sussiste immutata). Quindi w è, al più, equivalente a v ; per lo stesso motivo dev'essere v , al più, equivalente a w , e infine v e w sono equivalenti, c. v. d.

IX.

Per fare un'applicazione, mostriamo che il numero delle dimensioni del sistema lineare delle serie di potenze (e anche delle funzioni razionali, delle funzioni intere, ecc.) non è uguale alla potenza delle classi numerabili, ma alla potenza del continuo.

È noto infatti che un sistema fondamentale per le funzioni razionali è quello costituito dagli elementi

$$1, x, x^2, \dots, x^n, \dots$$

e quelli del tipo

$$\frac{1}{x-a}, \frac{1}{(x-a)^2}, \dots, \frac{1}{(x-a)^n}, \dots$$

in cui il numero a assuma ogni valore reale o complesso. Tale sistema fondamentale ha la potenza del continuo.

Le funzioni analitiche comprendono, in particolare, le funzioni razionali, e d'altronde costituiscono un insieme che ha la potenza del continuo. Il loro numero di dimensioni (a meno che, come numero cardinale, *non esista*) non può essere quindi nè minore nè maggiore della potenza del continuo, ed è quindi uguale.

Anche per le funzioni intere la dimostrazione si ha subito in modo analogo, senza effettivamente costruire un sistema fondamentale. Basta ad es. osservare che costituiscono un sistema lineare, che ammette come sistema fondamentale la classe (potenza del continuo) delle funzioni $x^n e^{\lambda x}$ (n intero non negativo, λ reale o complesso), le funzioni che, insieme alle loro derivate, giacciono in un sistema lineare a un numero finito di dimensioni (funzioni che soddisfano un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti), e queste sono particolari funzioni intere.

Spazi astratti metrici ($\mathcal{D}_M$).

Nota del dott. BRUNO de FINETTI, presentata dal S. O. G. GIORGI ⁽¹⁾.

Sommario. — Si considerano e si caratterizzano quegli spazi vettoriali distanziali in cui la definizione della distanza può farsi dipendere da quella di « prodotto interno di due vettori ». Si mostra l'interesse di considerarli a parte, specie per la possibilità di studiarli applicando il calcolo vettoriale, e si propone per essi la denominazione di « spazi metrici ».

I.

Fra gli spazi ($\mathcal{D}$) vettoriali (secondo la terminologia di FRÉCHET, EA, p. 140 ⁽²⁾), ve n'è una categoria importante per le notevoli e semplici proprietà di cui gode, e che propongo di chiamare *spazi metrici* ($\mathcal{D}_M$). Rientrano fra gli spazi metrici parecchi degli spazi praticamente importanti considerati già da diversi Autori, come, oltre al caso banale degli spazi euclidei a un numero finito di dimensioni, gli spazi (Ω) ed (Ω_1) di HILBERT. E cioè: l'insieme (Ω) dei *punti* x definiti da una successione di coordinate $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ soggette alla restrizione che $\sum_i x_i^2$ sia convergente, e in cui la *distanza* (X, Y) di due punti X e Y è data da $(X, Y)^2 = \sum_i (x_i - y_i)^2$; l'insieme (Ω_1) dei *punti* f costituiti dalle funzioni $f(x)$ definite su un intervallo J fissato una volta per tutte e tali che in J abbiano quadrato sommabile (integrabile secondo LEBESGUE), e in cui la *distanza* (f, g) di due punti (funzioni) f e g è data da

$$(f, g)^2 = \int_J [f(x) - g(x)]^2 dx.$$

Le proprietà notevoli degli spazi metrici cui sopra alludevo non hanno solamente carattere *locale*, non rimangono cioè invariate cambiando una particolare definizione della distanza in altra *equivalente* dal punto di vista topo-

⁽¹⁾ Nella seduta del 18 maggio 1930.

⁽²⁾ Colle iniziali EA indicheremo l'opera *Les Espaces Abstraits, etc.*, Paris, 1928.

logico (EA, p. 64) (in modo cioè da non modificare la convergenza delle successioni di punti né i loro limiti rispettivi). Daremo quindi una definizione non topologica assegnando una proprietà non puramente locale della distanza, o, in altre parole, imponendo all'espressione della distanza una *forma* particolare. Si potranno studiare in seguito le condizioni perchè uno spazio vettoriale non metrico possa rendersi tale cambiando la definizione originaria della distanza in altra equivalente (considerando cioè il concetto *topologico* di « spazio che si può rendere metrico »).

Negli spazi metrici valgono le proprietà note della geometria euclidea, come già il FRÉCHET aveva osservato fin dal 1908 a proposito dello spazio (Ω) (*Essai de Géométrie analytique à une infinité de coordonnées* ⁽¹⁾, « Nuov. Ann. de Math. », t. VIII, 1908, in due parti); intendo qui dimostrarlo in generale per uno spazio metrico qualunque facendo uso del calcolo vettoriale ⁽²⁾, il solo mezzo che permette di prescindere dalle coordinate o dal particolare significato dei punti di un dato campo o da altri elementi parassiti, e di basarsi direttamente sulle proprietà stesse che *definiscono* gli spazi metrici.

II.

Tutte le proprietà metriche della geometria elementare provengono dal fatto che la distanza di due punti P e Q, ossia il modulo del vettore $\mathbf{u} = \mathbf{P} - \mathbf{Q}$, si può definire coll'intermediario del *prodotto interno*, e cioè di un'operazione $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ che dà un numero funzione lineare simmetrica di due vettori $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$, e tale che $\mathbf{u} \times \mathbf{u}$, per ogni $\mathbf{u}$ non nullo, risulta positivo; si pone allora

$$\text{mod } \mathbf{u} = \sqrt{\mathbf{u} \times \mathbf{u}}.$$

Le condizioni cui l'operazione $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ deve soddisfare sono, in formule:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= \mathbf{v} \times \mathbf{u}, \\ \mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) &= \mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{u} \times \mathbf{w}, & \mathbf{u} \times m\mathbf{v} &= m(\mathbf{u} \times \mathbf{v}), \\ \mathbf{u}^2 &= \mathbf{u} \times \mathbf{u} > 0 & (\mathbf{u} \neq 0). \end{aligned}$$

È facile verificare che il numero

$$\text{mod } \mathbf{u} = \sqrt{\mathbf{u} \times \mathbf{u}}$$

⁽¹⁾ Non ho avuto occasione di vedere questo lavoro, ma il cenno in EA, p. 142, ed il titolo ne fanno chiaramente comprendere il contenuto.

⁽²⁾ Mi atterrò alle notazioni italiane (BURALI-FORTI e MARCOLONGO).

soddisfa allora le tre condizioni poste dal FRÉCHET perchè possa assumersi $\text{mod } (P - Q)$ come *distanza* dei due punti P e Q :

1) Per ogni coppia di punti P e Q è

$$\text{mod } (P - Q) = \text{mod } (Q - P) \geq 0$$

(infatti

$$(-u) \times (-u) = u \times u).$$

2) È $\text{mod } (P - Q) = 0$ se e soltanto se $P - Q = 0$ ossia $P = Q$.

3) Per ogni terna di punti P, Q, O è sempre

$$\text{mod } (P - Q) \leq \text{mod } (P - O) + \text{mod } (Q - O).$$

È infatti

$$\text{mod } (u + v) \leq \text{mod } u + \text{mod } v$$

ossia

$$(u + v)^2 \leq (\text{mod } u + \text{mod } v)^2 = u^2 + v^2 + 2 \text{mod } u \cdot \text{mod } v$$

perchè

$$(u + v)^2 = u^2 + v^2 + 2u \times v$$

ed è

$$|u \times v| \leq \text{mod } u \cdot \text{mod } v$$

ossia

$$(u \times v)^2 \leq u^2 \cdot v^2.$$

Ciò risulta facilmente osservando che

$$u^2 + 2m u \times v + m^2 v^2 = (u + m v)^2 \geq 0$$

ed il discriminante dell'espressione quadratica in m dev'essere quindi positivo (o al più nullo).

Cerchiamo inversamente, definita la distanza, ossia il *modulo* dei vettori, se e sotto quali condizioni si può definire corrispondentemente il loro prodotto interno e se ciò si può fare in un unico o in più modi diversi.

Dalla

$$(u + v)^2 = u^2 + v^2 + 2u \times v$$

si ricava

$$u \times v = \frac{1}{2} [(u + v)^2 - u^2 - v^2],$$

formula che esprime il prodotto interno mediante la sola nozione di *modulo* di un vettore. Esiste quindi al più una sola nozione di prodotto interno compatibile con una data definizione della distanza, ed è quella espressa nel modo sopraindicato; bisogna però assicurarsi sotto quali condizioni essa gode delle proprietà necessarie per poterla considerare come prodotto interno.

L'espressione trovata è essa stessa simmetrica in $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$, e anche la condizione che il quadrato del modulo sia positivo è soddisfatta identicamente ⁽¹⁾ in quanto risulta $\mathbf{u} \times \mathbf{u} = \mathbf{u}^2$. Resta a esprimere la linearità: la condizione

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{u} \times \mathbf{w})$$

dà, uguagliando i due termini espressi mediante i moduli,

$$\mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 + \mathbf{w}^2 + (\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w})^2 = (\mathbf{u} + \mathbf{v})^2 + (\mathbf{v} + \mathbf{w})^2 + (\mathbf{u} + \mathbf{w})^2. \quad [\text{M}]$$

Tale condizione significa che: *in un parallelepipedo di cui $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ sono tre spigoli concorrenti in un vertice O, la somma dei quadrati delle lunghezze di questi tre spigoli più il quadrato della lunghezza della diagonale del parallelepipedo uscente da O, uguaglia la somma dei quadrati delle lunghezze delle diagonali uscenti da O delle tre faccie del parallelepipedo passanti per O.*

La condizione

$$\mathbf{u} \times m\mathbf{v} = m(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$$

è conseguenza della

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{u} \times \mathbf{w}$$

se m è razionale; se m è irrazionale scende poi dalla proprietà già utilizzata

$$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| \leq \text{mod } \mathbf{u} \cdot \text{mod } \mathbf{v}.$$

Si ha infatti

$$|\mathbf{u} \times m\mathbf{v}| \leq \text{mod } \mathbf{u} \cdot \text{mod } (m\mathbf{v}) = m \cdot \text{mod } \mathbf{u} \cdot \text{mod } \mathbf{v};$$

se h è tale che $m - h$ sia razionale è allora

$$\mathbf{u} \times m\mathbf{v} = \mathbf{u} \times (m - h)\mathbf{v} + \mathbf{u} \times h\mathbf{v} = (m - h)(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) + \mathbf{u} \times h\mathbf{v}$$

$$|(\mathbf{u} \times m\mathbf{v}) - (m - h)(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| \leq h \cdot \text{mod } \mathbf{u} \cdot \text{mod } \mathbf{v}$$

da cui, potendosi h prendere piccolo a piacere, risulta

$$\mathbf{u} \times m\mathbf{v} = m(\mathbf{u} \times \mathbf{v}), \quad \text{c. v. d.}$$

Condizione necessaria e sufficiente perchè uno spazio $(\mathcal{D})$ vettoriale sia uno spazio metrico è quindi che esso soddisfi la condizione [M]; un tale spazio indicheremo $(\mathcal{D}_M)$.

⁽¹⁾ Si noti che la proprietà $\text{mod } (m\mathbf{v}) = m \cdot \text{mod } \mathbf{v}$ ($m \geq 0$) è già presupposta nella definizione di spazio $(\mathcal{D})$ vettoriale del FRÉCHET.

III.

È inutile riscrivere qui tutti i teoremi dell'ordinaria geometria analitica a n dimensioni che dipendono, scritti vettorialmente, dalle proprietà elementari del prodotto interno, e valgono quindi necessariamente in ogni spazio $(\mathcal{D}_n)$. Possiamo riassumere in due parole tutte queste proprietà dicendo che *in ogni iperpiano a un numero finito di dimensioni immerso in uno spazio metrico vale l'ordinaria geometria euclidea*.

Varrà la pena piuttosto di vedere se e quali proprietà nuove e caratteristiche implica il passaggio da un numero finito a un numero infinito di dimensioni. Ma dobbiamo per ciò dare qualche definizione che ci occorrerà.

Diremo *varietà euclidea* o *euclideo* ogni insieme di punti che contiene interamente ogni retta con cui abbia in comune più d'un punto. Un insieme di punti P è un euclideo se e solo se, essendo O un suo punto, la classe dei vettori $P - O$ costituisce un sistema lineare (proprietà questa che se è vera per *almeno un* O è vera per *qualunque* punto O).

L'intersezione di due euclidei o di una classe anche infinita di euclidei è un euclideo; dato un insieme qualunque di punti u possiamo quindi definire l'euclideo determinato da u come l'intersezione di tutti gli euclidei che contengono u : esso è il minimo euclideo che contiene u . Si dimostra facilmente che se un punto P appartiene all'euclideo determinato da u esiste nn insieme *finito* di punti $P_1, P_2, \dots, P_n$ di u tale che P appartiene all'euclideo determinato da $P_1, P_2, \dots, P_n$. È ovvio poi che l'euclideo determinato da un insieme r contenuto in u è contenuto (senza escludere che possa coincidere) nell'euclideo determinato da u .

Ho dimostrato altrove⁽¹⁾ che si può definire il *numero delle dimensioni* di un euclideo u come il numero cardinale (diminuito di 1) di un qualunque *sistema fondamentale* dell'euclideo u , dicendo sistema fondamentale di u un

⁽¹⁾ *Sul concetto di numero delle dimensioni di un sistema lineare*, « Atti Pont. Acc. Sc. Nuovi Lincei », 1930. È ivi definito il numero delle dimensioni di un sistema lineare come il numero cardinale di un suo sistema fondamentale. Se si vuole definire il numero delle dimensioni di un euclideo u come quello del sistema lineare dei settori $P - O$ ove O è un punto fisso e P un punto generico di u , il numero cardinale va diminuito di 1, ciò che ha valore del resto soltanto quando esso è finito. E infatti, se $P_0, P_1, \dots, P_n$ è un sistema fondamentale di u (costituito di $n + 1$ punti), $P_1 - P_0, \dots, P_n - P_0$ è un sistema fondamentale del corrispondente sistema lineare di vettori (costituito da n vettori).

insieme di punti v tale che esso determini l'eulideo u ma che nessun insieme contenuto in v determini l'eulideo u . Basta per ciò ovviamente che un singolo punto di v non appartenga mai all'eulideo determinato da tutti i rimanenti. Un punto di un eulideo u si può esprimere in uno e un sol modo come combinazione lineare di punti di un suo sistema fondamentale v (in numero finito).

Facili esempi: gli euclidei a n dimensioni, con n finito, sono spazi euclidei (o *iperpiani*, secondo la locuzione già usata) a n dimensioni, perchè i loro sistemi fondamentali sono i gruppi di $n + 1$ loro punti indipendenti (non appartenenti a un eulideo a $n - 1$ dimensioni). Così gli euclidei a 1, 2, 3 dimensioni sono le rette, i piani, gli insiemi simili allo spazio ordinario a 3 dimensioni. Convien poi considerare i punti come euclidei a zero dimensioni.

Per uno « spazio vettoriale », lo spazio totale è un eulideo, e avrà quindi un certo numero di dimensioni. Se ha un numero infinito di dimensioni, contiene sempre degli euclidei a n dimensioni, con n finito comunque grande, ed anche degli euclidei a dimensione numerabile

IV.

Queste proprietà sono indipendenti dalle nozioni *metriche*; dimostriamo ora, ritornando ad esse, che in uno spazio metrico a infinite dimensioni, contrariamente a quanto si ha quando il numero delle dimensioni è finito, *esistono sempre degli euclidei che non sono insiemi perfetti* (che non coincidono col loro derivato) ⁽¹⁾. È questa una proprietà tipica che può considerarsi come esempio delle circostanze nuove che si presentano passando al caso di un numero infinito di dimensioni.

Cominciamo coll'osservare che uno spazio ($\mathcal{D}$) è a fortiori uno spazio ($\mathcal{E}$) (EA, p. 163 e sgg.), ossia che se P è punto d'accumulazione dell'insieme u esiste una successione di punti $P_1, P_2, \dots, P_n$ di u convergente verso P , tale cioè che la distanza di P_n da P tenda a zero col crescere di n . Ciò mostra che P è punto d'accumulazione di u se e soltanto se esiste un eulideo a dimensione al più numerabile tale che P è punto d'accumulazione dei punti di u appartenenti a quell'eulideo. In particolare: se u è un eulideo a infinite

(1) E cioè che non sono *chiusi*; è ovvio che sono sempre *densi in sé*.

dimensioni, ogni suo punto d'accumulazione è punto d'accumulazione di almeno un euclideo a dimensione numerabile contenuto in u . Perchè esista nello spazio U un euclideo che non è insieme perfetto, è necessario dunque che esista in U un euclideo a dimensione numerabile che non è insieme perfetto ⁽¹⁾.

È facile ora vedere che ogni euclideo a dimensione numerabile, e quindi, a fortiori, ogni euclideo a infinite dimensioni, contiene infiniti euclidei a dimensione numerabile che non sono insiemi perfetti. Sia infatti $P_1 P_2 \dots P_n \dots$ una successione di punti indipendenti e diciamo u l'euclideo che essi determinano. Il punto P non appartiene all'euclideo v determinato da $P_1 P_2 \dots P_n \dots$, ma appartiene al suo derivato se i moduli dei vettori $(P_n - P)$ hanno limite inferiore nullo. In generale, detta $c_1 c_2 \dots c_n \dots$ una successione di numeri reali non nulli, l'euclideo u determinato dai punti $Q_1 Q_2 \dots Q_n \dots$ tali che $Q_n - P = c_n(P_n - P)$ non contiene P , ma ha P come punto d'accumulazione ogni qualvolta la successione $|c_n \cdot \text{mod}(P_n - P)|$ ha limite inferiore nullo (ed anzi anche sotto condizioni meno restrittive): di tali euclidei ne esistono dunque ovviamente infiniti. È ovvio che, se v è un tale euclideo, non solo il punto P ma ogni altro punto di u è punto d'accumulazione di v , e quindi l'euclideo u appartiene al derivato dell'euclideo v , mentre l'euclideo v è contenuto (propriamente) in u .

È facile infatti dimostrare, più in generale, che il derivato di un euclideo è un euclideo. Se A e B sono punti d'accumulazione dell'euclideo u , un punto generico $C = A + \lambda(B - A)$ della retta determinata da A e B è punto d'accumulazione per u ; siano infatti $A_1 A_2 \dots A_n \dots$ e $B_1 B_2 \dots B_n \dots$ due successioni di punti di u che convergono rispettivamente verso A e verso B : i punti $C_1 C_2 \dots C_n \dots$ ove $C_k = A_k + \lambda(B_k - A_k)$ appartengono ad u (perchè è un euclideo) e convergono verso C perchè

$$C - C_n = (1 - \lambda)(A - A_n) + \lambda(B - B_n)$$

e allora

$$\text{mod}(C - C_n) \leq (1 - \lambda) \text{mod}(A - A_n) + \lambda \text{mod}(B - B_n)$$

tende necessariamente a zero.

⁽¹⁾ Benchè la conclusione cui si arriverà immediatamente renda inutili queste considerazioni, mi sembra valga la pena di svilupparle perchè per sé stesse abbastanza interessanti.

V.

Si presenterebbero molte interessanti questioni sull'argomento. Si potrebbe anzitutto esprimere e dimostrare in forma intrinseca le proprietà note degli spazi metrici particolari già considerati, e vedere se sussistono per ogni spazio metrico, o, in caso negativo, a quali altre restrizioni sono subordinate. Si potrebbe cercare poi se due spazi metrici a ugual numero di dimensioni hanno lo stesso tipo di dimensione (nel senso di FRÉCHET, EA, p. 29), come appare probabile (mentre la reciproca è ovvia). Si potrebbe infine sviluppare il calcolo vettoriale-omografico degli spazi metrici più generali, che presenta, nel caso di infinite dimensioni, delle novità interessanti ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Che mettono ancor maggiormente in luce la superiorità dell'elegante algoritmo vettoriale in confronto dei metodi che ricorrono agli ingombranti parassiti delle coordinate.

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII - SESSIONE VII - 19 GIUGNO 1930

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici presenti. — Ordinari: ANILE — CARONIA — GIANFRANCESCHI — KAAS — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — DE ANGELIS D'OSSAT — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — RANZI — SCATIZZI — VANNI.

La seduta venne aperta alle 17,15.

Il *Segretario* lesse il verbale della precedente seduta del 18 maggio, che fu approvato senza osservazioni.

Il S. O. NEVIANI presentò una sua Memoria dal titolo: *L'opera scientifico-filosofica di Lamarck, in relazione ad una questione squisitamente morale*; e pronunciò le seguenti parole:

« Il primo centenario dalla morte del Lamarck, mi ha spinto a rileggere le sue due opere filosofiche, e ciò che fu stampato da vari Autori, sia in favore delle teorie esposte dal Nostro, sia in contrasto assoluto. Ho preso a volta a volta degli appunti; ed alla fine li ho coordinati in un lavoretto che mi onoro presentare a questa antica Accademia. Mi affretto a dichiarare che ho ristretto di molto i limiti della trattazione, perchè l'argomento immane mi avrebbe portato a scrivere un grosso volume; ho solamente cercato di porre in evidenza il lato che direi morale della questione; in quanto che vi sono stati Autori i quali hanno accusato il Lamarck di ateismo e di mala fede. Mi lusingo di essere riuscito provare che il Lamarck non fu ateo, e fu assolutamente in buona fede; il che concorda mirabilmente con la vita di perfetto

equilibrio condotta per lunghi anni, in condizione economicamente disagiata, e terminata con un decennio di pietosa cecità. Il Cuvier, suo forte avversario, ne riconobbe pubblicamente l'assoluta lealtà; varî suoi allievi, che curarono le edizioni postume delle sue principali opere, sono altrettanti testimoni favorevoli alla nostra tesi; non si comprende, quindi, come altri abbia osato lanciare tante calunnie. Ho concluso il mio modesto studio esprimendo la speranza di avere efficacemente contribuito a sfatare la ben triste leggenda che artificiosamente venne creata attorno a G. B. Lamarck ».

Il S. C. RANZI fece omaggio di quattro sue pubblicazioni: 1. *L'accrescimento dell'embrione dei Cefalopodi*. 2. *Sulla provenienza delle sostanze minerali necessarie allo sviluppo dell'embrione*. 3. *Alcune leggi della teratogenesi*. 4. *Ricerche di embriologia sperimentale nei Ciclostomi II*.

Rimandò, per le due prime, a quanto disse nella Sessione del 16 febbraio, presentando un'altra pubblicazione nel medesimo gruppo di ricerche, e si fermò sulle altre due, mettendo in luce come esse permettano di chiarire, almeno fino ad un certo punto, il meccanismo che determina la formazione dei ciolopi nei vertebrati.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT presentò in omaggio, a nome dell'arch. della Commissione Archeologica Cristiana, cav. Fornari, la « *Relazione circa una nuova regione cimiteriale a S. Lorenzo* » la quale integra la descrizione geologica della necropoli, già pubblicata nelle Memorie dell'Accademia. L'alto valore della scoperta emerge, all'evidenza, dalla relazione oggettiva, precisa ed ordinata del Fornari. Nel Viale Regina Margherita, verso il Piazzale S. Lorenzo, è stata rinvenuta, casualmente, una regione cimiteriale del terzo secolo, della quale la Pont. Commissione d'Archeologia Sacra ha eseguito una parziale esplorazione. La regione contiene gallerie intatte con ricca messe di iscrizioni lapidarie e doliari in sito, oggetti artistici, vetri dorati fra cui uno con le teste dell'Apostolo Paolo e dello stesso Gesù Cristo, monete, suppellettili varie. In un cubicolo sono 4 sarcofaghi, dei quali uno porta scolpiti quattro soggetti pagani; mentre gli altri tre rappresentano scene del nuovo e del vecchio testamento. La regione forse appartiene al Cimitero di S. Agapito.

Il Prof. de Angelis d'Ossat presentò quindi un suo lavoro: *La Geologia e le Catacombe Romane. Memoria seconda: Catacombe sulla via Nomentana*.

Il S. C. BARBADO presentò in omaggio la traduzione italiana della sua opera: *Introduzione alla psicologia sperimentale*.

Il *Presidente* GIANFRANCESCHI comunicò alcune osservazioni sul valore della costante nella legge di Winn per lo spostamento, valore che sembra variare sensibilmente e regolarmente con le condizioni del corpo emettente, e ciò, tanto nelle ricerche teoriche, come nei risultati sperimentali di Lummer e Pringsheim.

Il S. O. LOMBARDI, a questo proposito, riferì intorno agli studi fatti dal Weber sulla emissione dei filamenti incandescenti, i quali confermano la dipendenza delle costanti dell'irraggiamento dalla natura del corpo emettente.

Il *Segretario* presentò le seguenti pubblicazioni di Accademici:

HAGEN S. O. — *Oscillazioni del pendolo libero fotografate.*

FAURA I SANS S. C. — *Questionari d'Anatomia e Fisiologia vegetals.*

— *Quattro carte geologiche di regioni della Spagna.*

VANNI S. C. — *Sulle teorie della propagazione delle onde hertziane, e specialmente di quelle elettro e magneto-ioniche.*

e le seguenti di estranei:

ARANGIO RUIZ, V. — *Persone e Famiglia nel diritto dei Papiri.*

BONACELLI, B. — *Il Silfo non venne ancora ritrovato!*

DORE PAOLO. — *Misure di gravità relativa sull'Appennino tosco-emiliano*

— *Revisione della Meridiana di S. Maria del Fiore in Firenze.*

— *Sull'influenza della elasticità del supporto sulla durata di oscillazione di due pendoli.*

KLOTZ, L. — *Le Moniteur de l'Exportation, Mai, 1930.*

GROPALLO, E. — *Contributi alla Teoria generale della Prescrizione.*

MARIO DI TORRE DEL GRECO. — *Roulette.*

MASNOVA, A. — *Problemi di Metafisica e di Criteriologia.*

ROMANO, A. — *Dalla « Relazione sulla consulenza in Elettrotraumatologia nella Azienda Tramviaria Napoletana ».*

SATYENDRA RAY. — *Interpretation of the Raman effect.*

Istituto di Studi Romani. — *Il Congresso Nazionale di Studi romani.*

« *Scienza e Vita* ». — *Maggio 1930, N. 6.*

Sindacato Provinciale Fascista. — *Bollett. mensile. Aprile, 1930.*

Il Prof. De Sanctis comunicò che il P. GHERZI ha inviato all'Accademia lettera di ringraziamento per la sua recente nomina a Socio Corrispondente.

Il Corpo Accademico deliberò di delegare al Comitato la facoltà di concedere l'inserzione nelle pubblicazioni dell'Accademia dei lavori di estranei che eventualmente pervenissero prima della seduta del venturo dicembre; come pure concesse la facoltà di inserire nelle pubblicazioni dell'anno LXXXIII, lavori che eventualmente giungessero durante le ferie, provvedendo, ove ne sia il caso, con un fascicolo suppletivo di Atti.

Il *Presidente* ringraziò i Soci Ordinari ANILE e GEMELLI dei discorsi pronunciati nella solenne tornata del 14 giugno in onore di Federico Cesi; ed, infine, augurò ai Colleghi felici vacanze.

La seduta venne tolta alle 18,15.

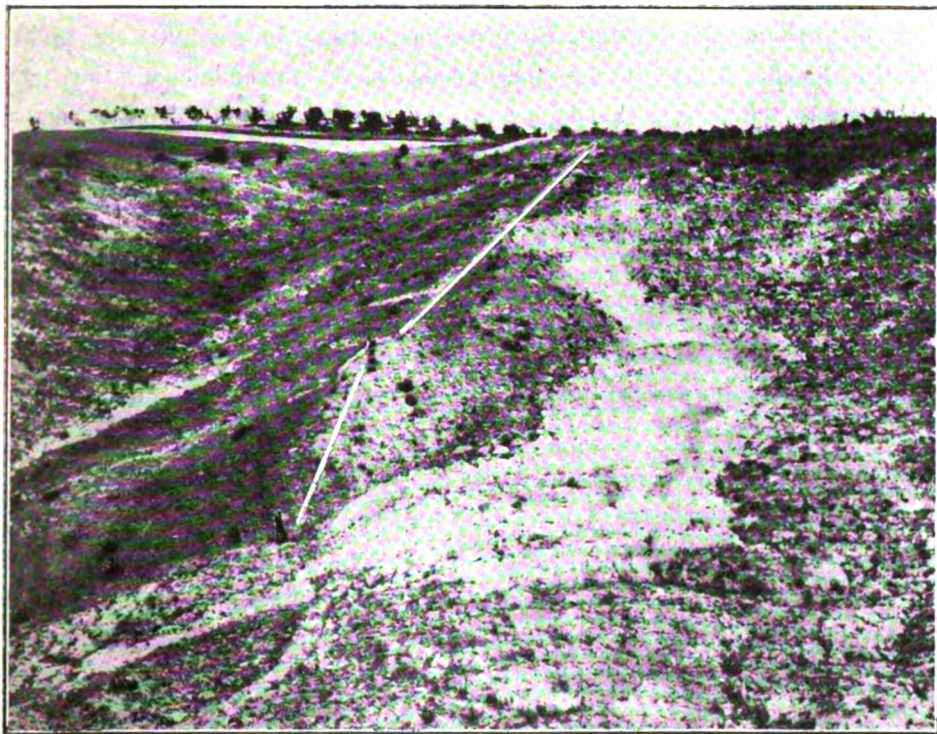
MEMORIE E NOTE

Considerazioni intorno ad un rilievo geofisico minerario con metodi magnetico e elettrico

Nota del Dott. A. BELLUIGI, presentata dal S. O. PALAZZO

1) In seguito ai risultati di un rilievo geologico, nella località di Scandiano S. Ruffino, in provincia di Reggio Emilia, eseguii un rilievo magnetico-elettrico di un contatto anormale tra argille scagliose e argille piacentiane, affioranti in Riazzone.

La annessa fotografia illustra sufficientemente la regione in esame, complessa topograficamente, mal praticabile con istrumenti scientifici: (versante Est di Riazzone).



La linea spezzata, tracciata sulla fotografia, culmine di una dorsale topografica, indica, press'a poco, la linea divisoria tra il piacentiano (a sinistra guardando) e le argille scagliose caotiche, con direzione media del contatto anormale tra le 2 rocce: ONO-ESE.

Il versante Ovest di Riazzone è topograficamente meno tormentato, soggetto a coltivazione, e, perciò, geologicamente mal definibile.

2) Eseguì, anzitutto, un profilo della componente verticale del geomagnetismo, con un variometro Schmidt da campagna, avendo un secondo variometro Schmidt accoppiato ad un autoregistratore Askania per la registrazione della variazione giornaliera della componente verticale del magnetismo terrestre.

Purchè si sappiano scegliere convenientemente i profili magnetici in collina, in modo da evitare, o meglio, da ridurre l'effetto della correzione topografico-magnetica, è sempre consigliabile una battuta preliminare magnetica, avendo questa le caratteristiche della speditezza e del basso costo. Non è da attendersi però, specie in collina, dove affiorano terreni di tutte le età, grandi risultati dai rilievi magnetici, ma non è, tuttavia, da escludere qualche buona indicazione, che, unita ad altre, di diversa natura, può essere sempre utile agli effetti della ricerca.

Eseguì il profilo magnetico suaccennato con lo scopo di indicare, possibilmente, un andamento caratteristico del magnetismo lungo il Rio che taglia, trasversalmente, il contatto anormale geologico. È supponibile, a priori, che nel trapasso, dal piacentiano alle argille scagliose (queste con abbondanti masse sparse di calcari), la componente verticale del geomagnetismo accusi una anomalia nell'intensità della forza, anche a prescindere dalle eventuali occlusioni di rocce profonde a caratteristiche di suscettività magnetica diverse da quella o da quelle del mezzo incassante. Il risultato delle misure ha confermato ciò, avendo rilevato un andamento costante della forza magnetica in corrispondenza dei terreni piacentiani, come diminuzione di magnetizzazione in corrispondenza delle argille scagliose, conseguentemente un andamento caratteristico nel contatto anormale (flesso).

Si tratta però di piccole oscillazioni nel valore della componente verticale del geomagnetismo, tuttora il risultato è valido, data l'esattezza delle misure, più volte e in condizioni diverse ripetute. Non solo, ma il risultato giustifica quel che s'era previsto: le argille scagliose, con spuntoni di calcare, appunto e soprattutto per la presenza dei calcari, abbondantemente affioranti, devono accusare una magnetizzazione indotta dal campo normale terrestre minore di

quella delle argille piacentiane, e il contatto anormale assume, per conseguenza, una caratteristica magnetica.

Data l'entità (piccola) delle oscillazioni, nella magnetizzazione delle rocce in questione, mi limitai a considerare un profilo, essendo sufficiente quella indicazione ai fini del rilievo. Se il profilo avesse dato un sensibile andamento anomalo, da non dover attribuire, s'intende, ad accidentalità locali, allora sarebbe stato opportuno fare più profili paralleli, a fine di potere, eventualmente, individuare, in profondità, il contatto anormale.

Congiungendo infatti i flessi nei profili d'intensità magnetica dei profili fatti (normali all'andamento del contatto geologico), la linea congiungente segna una linea di trapasso da una magnetizzazione ad un'altra, linea di contatto magnetico. Se questa coincide con la linea di contatto geologico, ciò significa, quasi sicuramente, che il contatto avviene lungo un piano verticale; se le due linee di contatto, magnetica e geologica sono discoste planimetricamente, lo scostamento è un prezioso indice di valutazione della discontinuità del contatto, nel senso della profondità.

3) Dopo il rilievo magnetico ne eseguii uno elettrico, rilevando, sul terreno artificialmente elettrizzato, le linee induttive di corrente, con un'apposita bobina d'induzione; fu immessa nel suolo una corrente alternata frequenza 500, intensità 4 A., frequenza e intensità costanti (e ciò ottenni con l'inserire nel generatore di corrente alternata appositi indicatori, sorvegliati da un meccanico).

Compilii 136 stazioni, in parte ripetute per il controllo, stazioni poste nei vortici di piccoli rettangoli in cui fu diviso un rettangolo base sul terreno, a Sud della postazione degli elettrodi, distanziando le stazioni, quando 50 m., quando 25 m., a seconda il loro interesse.

La rete di stazioni coprì parte del versante Est di Riazzone, il fondo del Rio, parte del versante Ovest, il contatto anormale tra le argille scagliose e le piacentiane.

A fine di poter notare, nelle eventuali anomalie elettriche, dovute a presenza, nel sottosuolo, di masse elettricamente anomale, le cause profonde, discernere queste dalle cause meno profonde, discernere infine queste e quelle dagli effetti topografici e di conduttività anomale delle coltri superficiali, mi avvalsi di due postazioni ei elettrodi, distanziati una volta 114 m., una seconda volta 200 m., nella stessa direzione.

Questo procedimento è, secondo me, di fondamentale importanza: con l'allontanamento e avvicinamento degli elettrodi, su una stessa linea retta, si

possono risolvere una quantità di problemi pratici, altrimenti insolubili, perchè mentre si riesce così a far variare la direzione del flusso elettrico incidente sulla massa anomala, senza che sia necessaria una postazione angolare degli elettrodi (m. Elbof), s'interessano altresì strati a diversa profondità.

Si può anche pensare, nella ricerca di attribuire una configurazione di campo elettrico, rilevato in superficie, a cause profonde o meno, di riferirsi ai modelli normali di configurazioni di campo dovute a cause profonde o meno.

I modelli normali, di correnti stazionarie, si costruiscono riferendosi alle soluzioni, nel caso di cause profonde o superficiali, delle note equazioni, rispettivamente:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

ma tutto ciò ha valore quando valgono presupposti sulla topografia del terreno, sulla natura della causa perturbante, il che limita moltissimo il metodo. Nel caso in esame solo il procedimento che chiamerò di distanziamento degli elettrodi ha dato successo.

Lo studio delle linee induttive di corrente non ha rivelato vaste e marcate anomalie elettriche nel sottosuolo, ho ricorso perciò all'esame di ciò che ho chiamato altrove amplificatori geometrici: linee isazimutali e linee isocline,

Con la postazione di elettrodi a 114 m. le isazimutali offrono un comportamento più aderente alla topografia del luogo; con la stessa postazione, ma ad elettrodi più distanziati 200 m., le influenze topografiche sono state notate molto meno.

Basta sovrapporre le isazimutali al rilievo topografico per constatare che queste linee (1^a postazione) risentono, in modo marcato, l'influenza di scossoni, accidentalità, curvature, mentre le linee della 2^a posizione sono quasi indipendenti dalle accidentalità topografiche, abbondanti nella regione.

Ne deriva un metodo sperimentale per risolvere, in modo adeguato, il problema topografico, geoelettrico.

Sono sempre molto discutibili e molto approssimati, quando applicabili, quei procedimenti di correzione topografica basati su formole (Hummel) o anche su altre considerazioni qualitative (Heine).

Ho cercato, nei 2 fasci di linee isazimutali, le anomalie di andamento comuni, corrispondenti alle 2 postazioni: queste sono cadute in una zona dove la topografia non è affatto accidentata, anche se non si presenta del tutto pianeggiante: si osserva un diradamento simmetrico delle isazimutali, con la postazione 114 m., in corrispondenza di alcune stazioni numerate; un diradamento simmetrico un po' più a Nord delle precedenti stazioni con la postazione 200 m. Ciò significa che la causa della anomalia (postazione 200 m., è più profonda di quella dell'anomalia (postazione 114 m.). Come quest'ultima non è avvertibile con la postazione 200 m., l'anomalia corrispondente alla postazione 200 m., non è avvertibile colla postazione 114 m. Non è sufficiente, in altri termini, un distanziamento di elettrodi di 114 m. per interessare la zona anomala profonda; è troppo grande il distanziamento di elettrodi di 200 m. per poter mettere in evidenza la causa dell'anomalia meno profonda. Dimodochè le 2 anomalie si possono attribuire ad una sola causa, roccia con o senza soluzioni di continuità, con pendenza a Nord, a conduttività elettrica minore di quella del mezzo incassante, costituito da argille scioliose con calcari.

Le linee isocline, per quanto risentano in misura maggiori delle isazimutali, la topografia locale, offrono anch'esse comportamenti anormali ben chiari, nelle stesse località indicate per le isazimutali, consistenti in un diradamento di dette curve e in alterazioni morfologiche.

Nonostante la complessa topografia del luogo si è caratterizzata così una anomalia di conduttività elettrica inclusa in una non ampia striscia, nel versante Ovest di Riazzone, subito a Sud della linea di demarcazione del contatto anormale geologico.

Causa ne è, probabilmente, una massa, a conduttività elettrica minore di quella del mezzo, più prossima alla superficie del suolo verso Sud, e più profonda in vicinanza del contatto anormale.

Tenuto conto della geologia della regione, questa massa può esser costituita da gessi e non si può escludere, in profondità, la presenza di qualche piccola occlusione petrolifera nell'oligocene ad esempio, oligocene poroso, largamente affiorate più a Sud, nei colli di Montebabbio e Castellarano.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

SESSIONE VI DEL 18 MAGGIO 1930

	PAG.
Accademici presenti	225
NOBILE S. C. — Commemorazione Nansen	225
TULLI S. C. — Commemorazione Nansen	225
KAAS S. O. — Comunicazione di un singolare caso di fulminazione	225
LEPRI S. O. — Presentazione di una sua Nota.	225
PASQUINI S. C. — Presentazione di pubblicazioni in omaggio	226
VANNI S. C. — Presentazione, in omaggio, di un Periodico	226
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Memoria del S. O. Boccardi, e di Note di estranei da parte dei SS. OO. Colonnetti e Giorgi.	226
» — Presentazione di pubblicazioni	226
GIANFRANCESCHI, Pres. — Parole di saluto al Prof. Nasini	227
NASINI — Presentazione, in omaggio, di un suo volume	227
DE SANCTIS, Segr. — Partecipazione della Sovrana Sanzione alla promozione a S. O. del S. C. Zanon.	227
» — Partecipazione di un viaggio del S. C. Capra	228
» — Partecipazione di una lettera di ringraziamento di un Socio per nomina	228
Approvazione, da parte del Corpo Accademico, della inserzione di Note di Estranei nelle pubblicazioni accademiche.	228

COMITATO SEGRETO.

Cambio di pubblicazioni	228
Candidatura di un nuovo S. C.	228

MEMORIE E NOTE.

TULLI, A. S. C. — Fridjof Nansen.	229
PUGNO, G. M. — Sulla determinazione dell'unità di misura per la valutazione delle ordinate delle linee d'influenza delle sollecitazioni (<i>presentata dal S. O. Colonnetti</i>) (con tavola fuori testo).	233

	PAG.
PUGNO, G. M. — Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità (<i>presentata dal S. O. Colonnelli</i>) (con tavola fuori testo)	236
DE FINETTI, B. — Sul concetto di <i>numero delle dimensioni</i> di un sistema lineare (<i>presentata dal S. O. Giorgi</i>)	241
DE FINETTI, B. — Spazi astratti metrici (D_n) (<i>presentata dal S. O. Giorgi</i>)	248

SESSIONE VII DEL 19 GIUGNO 1930

Accademici presenti.	257
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Memoria	257
RANZI S. C. — Presentazione di sue pubblicazioni in omaggio	258
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione, in omaggio, di un lavoro di estraneo	258
» — Presentazione di una sua Memoria	258
BARBADO S. C. — Presentazione, in omaggio, di una sua opera	258
GIANFRANCESCHI, Pres. — Osservazioni sul valore della costante nella legge di Winn.	259
LOMBARDI S. O. — Osservazioni sull'argomento precedente	259
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni in omaggio	259
» — Comunicazione della lettera di ringraziamento di un Socio per nomina	259
Deliberazione del Corpo Accademico di delegare al Comitato la facoltà di inserzione nelle pubblicazioni Accademiche dei lavori di Estranei pervenuti prima della seduta del venturo dicembre	260
Deliberazione del Corpo Accademico di concedere al Comitato la facoltà di inserire in un fascicolo suppletivo di Atti i lavori eventualmente giunti durante le ferie	260
GIANFRANCESCHI, Pres. — Ringraziamenti ai SS. OO. Anile e Gemelli per i discorsi pronunciati nella solenne tornata del 14 giugno in onore di Federico Cesi	260

MEMORIE E NOTE.

BELLUIGI, A. — Considerazioni intorno ad un rilievo geofisico minerario con metodi magnetico ed elettrico (<i>presentata dal S. O. Palazzo</i>)	261
---	-----

AVVERTENZA. — L'indice generale del volume LXXXIII sarà pubblicato in un fascicolo suppletivo.

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIII

(1929-1930)

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE
PERVENUTE ALL'ACCADEMIA NEL PERIODO DELLE FERIE ESTIVE
E L'INDICE GENERALE DEL VOLUME LXXXIII



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1930

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI
DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIII

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE
PERVENUTE ALL'ACCADEMIA NEL PERIODO DELLE FERIE ESTIVE
E L'INDICE GENERALE DEL VOLUME LXXXIII

MEMORIE E NOTE

Sopra una nuova sottospecie del genere *Ammotragus*

Nota preliminare di G. Lepri S. O. ⁽¹⁾

Il genere *Ammotragus* è considerato intermedio tra il genere *Capra* ed il genere *Ovis*: Si avvicina al primo per le corna semplicemente incurvate e per la mancanza delle fossette lacrimali; al secondo per la presenza delle ghiandole interodigitali: onde sono egualmente giustificati i nomi datigli dai diversi autori di *Capra crinita* o pecora crinita.

Questo genere è attualmente rappresentato da una sola specie l'*Ammotragus lervia* Pall: (*Ammotragus tragelaphus* Dsm). In questi ultimi tempi ne sono state descritte varie sottospecie.

La forma tipica (*A. lervia lervia*) abita l'Algeria settentrionale. Il Rothschild (Nov. Zool: 1913, 1921) ne ha descritte tre nuove sottospecie e precisamente: *A. lervia bainei* Rothschild: di Dongola e del Kordofan; *A. lervia sahariensis*, Rothschild: del Sahara centrale e meridionale. *A. lervia angusi* Rothschild: del Sahara occidentale, oltre a questi vi è l'*A. lervia ornatus* Geoff: della regione del Mar Rosso.

Fin dal 1905 il Klapstocz segnalava un *Ammotragus* della Tripolitania, supponendo che dovesse abitare la catena del Garian.

Nell'Aprile del corrente anno 1930, il Colonello Galliani, delle nostre truppe coloniali inviava in dono al Giardino Zoologico di Roma, un gruppo di *Ammotragus* catturato nel Garian e precisamente: un maschio ed una femmina adulti, un maschio di poco più di un anno, ed una femmina di circa cinque mesi; questi due, figli dei due primi, almeno secondo quanto ci fu riferito dal donatore. Tutti esemplari bellissimi, in perfette condizioni e già vissuti da parecchi mesi in schiavitù.

Appena giunti, confrontandoli con un vecchio maschio di *A. lervia lervia* da parecchi anni posseduto dal nostro giardino e proveniente dall'Algeria notai

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione VI. 18 maggio 1930.

nei nuovi venuti, delle differenze abbastanza caratteristiche da non permettermi di ascriverli alla forma tipica.

Si distinguono, infatti, da essa, per le corna più presto assottigliate, maggiormente divaricate alla base e rivolte più decisamente in basso alla loro metà: gli apici sono più nettamente piegati all'indietro e in alto, almeno nel maschio adulto.

Maggiori sono le differenze nel colorito del pelame, il quale si presenta lievemente più rossiccio che nella forma tipica: In questa è uniforme su tutto il corpo; negli esemplari del Garian, la testa è lavata di brunastro per miscuglio di peli bruni ai rossicci, il mento è nero, ed una macchia oscura quasi triangolare si osserva sotto agli orecchi.

La barba mandibolare è mista di peli fulvi e bruni, tutti poi sono bruni scuri nel loro terzo apicale, onde tutta la barba apparisce largamente marginata di bruno scuro. Pochi peli bruni si osservano frammisti ai fulvi chiari, nella criniera golare e pettorale, e ancor meno nelle frangie che rivestono la metà inferiore degli arti anteriori. Anche le regioni carpale e tarsale sono tinte di bruno.

Dalla nuca si parte una breve ma densa criniera, più appariscente sul garrese e che si prolunga su la linea medio-dorsale fino alla regione lombare.

Anche questa criniera presenta un miscuglio di peli fulvo-rossicci chiari e bruni: tutti però, anche qui, sono bruno-scuri nel loro terzo apicale, onde detta criniera spicca nettamente sul colore chiaro di tutto il corpo. Una leggera tinta nerastra si osserva anche su la linea medio-ventrale.

Dal punto di vista corologico l'*Ammotragus* del Garian dovrebbe, per lo meno, avvicinarsi all'*A. lervia sahariensis*, ma invece, se ne distingue nettamente per il colore, che nel *sahariensis* è tutto uniforme, più chiaro, con una macchia biancastra sotto all'orecchio: inoltre le corna sono, negli esemplari del Garian, meno depresse che nel *sahariensis*.

Per i caratteri che ho descritto, l'*Ammotragus* di cui mi occupo sembrerebbe piuttosto avvicinarsi all'*Ammotragus lervia bainei* di Dongola e del Kordofan: se ne distingue però per le corna più marcatamente rivolte all'indietro e per il colorito generale fulvo-rossiccio chiaro, anzichè grigio bruno chiaro come nel *bainei*: inoltre la criniera bruna del collo e del dorso è in questa sottospecie, molto meno marcata.

Onde io ritengo, confortato anche dal parere dell'egregio Dott. Oscar de Beaux del Museo Civico di Genova, che qui sentitamente ringrazio per le in-

dicazioni così cortesemente favoritemi, che gli *Ammotragus* del Garian possano rappresentare una forma a se.

Riservandomi di tornare sull'argomento appena avrò avuto nuovo materiale da esaminare, propongo, intanto, per essa, quale nuova sottospecie, il nome di *Ammotragus lervia Fassini*, dedicandola al Barone Alberto Fassini alla cui intelligente ed energica attività, quale commissario governatorale per il Giardino Zoologico di Roma, si deve se questo è risorto da morte a vita.

Determinazione di profondità ipocentrali

Nota di G. MARTINELLI, S. O.

Sommario. — L'A. applicando una formula dedotta dall'equazione Cancani (Kövesligethy) calcola le profondità ipocentrali per i terremoti dell'Italia meridionale (7 giugno 1910 e 23 luglio 1930).

In una mia nota pubblicata alcuni anni or sono ⁽¹⁾ applicai, a determinare alcune profondità ipocentrali, la formula

$$G - G_r = 3 \log \frac{h}{r}$$

dedotta dall'equazione, che il Kövesligethy chiamò *equazione Cancani* ⁽²⁾, nell'ipotesi che le onde sismiche si propaghino rettilineamente nella zona macrosismica e che l'accelerazione in un punto considerato sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza dall'ipocentro.

Ricordo il significato dei simboli:

G intensità, espressa in numeri della scala *Mercalli*, nel punto considerato.

G_r intensità, espressa c. s., all'epicentro.

h profondità ipocentrale.

r distanza fra l'epicentro ed il punto superficiale a intensità G .

⁽¹⁾ G. MARTINELLI. — L'equazione Cancani (Kövesligethy) e la determinazione delle profondità ipocentrali (*Rend. R. Acc. Naz. Lincei* — vol. XXXII, ser. 5^a, 1923).

⁽²⁾ R. KÖVESLIGETHY. — Seismonomia (*Boll. Soc. Sismol. Ital.* — vol. XI).

Con facili considerazioni dalla formula surricordata si giunge, per un'area macrosismica piana, all'altra

$$h = k_n q$$

ove $n = G_e - G$, q distanza fra l'epicentro ed il punto di intensità G , k_n un coefficiente della forma $k_n = 10^{-\frac{n}{3}}$.

L'uso della formula per $n = 1$ ed $n = 2$ presenta difficoltà, già accennate nella precedente Nota, ma eliminabili, quando si disponga di numerosi dati di osservazione, come per il terremoto 7 giugno 1910, del quale parlerò più sotto.

Nel caso di $n = 3$ il coefficiente k assume forma razionale, il calcolo di h è immediato, ed il suo valore ha buone probabilità di esattezza, non ostante che nella formula adoperata non si tenga conto dell'assorbimento del mezzo in cui si propagano le onde.

La formula applicata, nella precedente Nota, ad 8 terremoti per i quali le profondità ipocentrali erano state già da altri determinate con formule più complete, mi diede risultati abbastanza soddisfacenti.

La applico ora al recente terremoto italiano dell'Irpinia (23 luglio 1930), per il quale ho tracciato le isosisme relative ai gradi V, VII, VIII, come quelle che mi sono risultate più sicure ed evidenti, tenuto conto dei dati ⁽¹⁾ poco numerosi di cui disponevo (v. fig.). Con misure planimetriche ho determinato le aree limitate dalle tre isosisme, deducendone i raggi dei cerchi di uguale area, che ho assunto come valori medi di q per ciascuna isosisma.

Per determinare la n della formula occorre stabilire la intensità (G_e) all'epicentro. Dalle relazioni sui fenomeni verificatisi nella zona più colpita credo non doversi attribuire all'epicentro una intensità superiore al X della scala Mercalli. L'Odone, inviato dal R. Ufficio centrale di Meteorologia e Geofisica, a studiare il fenomeno nella zona, ove la manifestazione raggiunse le più notevoli intensità, ci ha espresso la sua convinzione che possa assegnarsi a

⁽¹⁾ Parte raccolti dalla Sez. Geod. del R. Uff. Centr. di Meteor. e Geof., parte comunicatimi gentilmente dall'Ispettor. dei Serv. speciali Min. Lav. Pubb.

qualche punto il grado XII ⁽¹⁾. Pure non escludendo la possibilità di tali massimi in punti particolari, mi sembra opportuno per il calcolo assegnare alla zona epicentrale il grado X.

A differenza di quanto feci nell'altra Nota ho calcolato le h servendomi non solo dell'isosisma, per la quale $n = 3$, ma anche delle altre per le quali $n = 2$ ed $n = 5$.

Le linee ed i calcoli furono eseguiti su carta a 1 : 1.250.000.

Grado V	$n = 5$	$\varrho = 138$ km.	$h = 2.9$ km.
» VII	$n = 3$	$\varrho = 59$ km.	$h = 5.9$ km.
» VIII	$n = 2$	$\varrho = 36$ km.	$h = 7.8$ km.

Evidentemente, non figurando nelle formule usate il termine correttivo per l'assorbimento, è da ritenersi come più probabile per la profondità epicentrale l'ultimo dei tre valori.

Per il terremoto Calabro-Messinese (28 dic. 1908) e per quello Marsica-Valle Liri (13 genn. 1915), io con la formola ridotta (usata per $n = 3$) e l'Odone con la formula completa trovammo profondità di circa 9 km.

Mi è sembrato interessante applicare gli stessi calcoli al terremoto del 7 giugno 1910, verificatosi quasi nella stessa regione dell'attuale e con epicentro a pochi chilometri al sud-est di quello del 23 luglio.

Studiai allora quella notevole manifestazione sismica e ne tracciai le isosisme ⁽²⁾ con i dati di 359 località. Un massimo di intensità fu raggiunto a Calitri cui attribuii il grado IX-X Mercalli. Tenuto però conto che si tratta di un dato isolato mentre ad altre varie località assegnai il grado VIII-IX, assumo questo come valore di G_e adoperando per il calcolo di h le successive isosisme tracciate, V-VI, VI-VII, VII-VIII.

Noto che le isosisme furono tracciate su carta 1 : 1.000.000, ma il rilevamento delle aree con planimetro fu eseguito su carta 1 : 5.000.000.

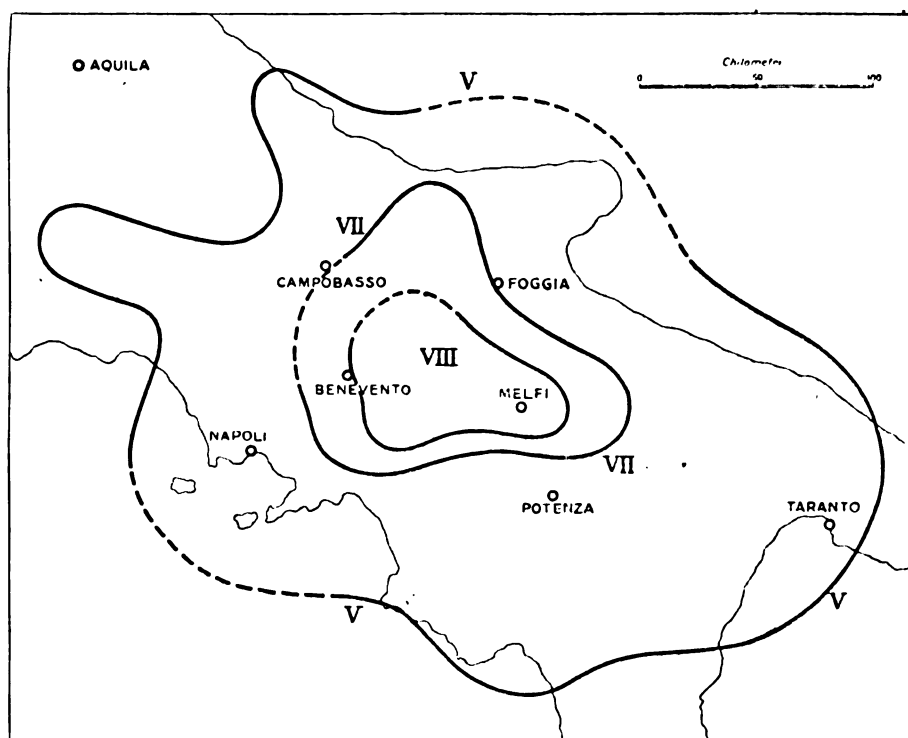
⁽¹⁾ Circa l'estensione della scala Mercalli al grado XII cfr. « Cancani — Sur l'emploi d'une double échelle sismique des intensités empirique et absolue » (Verhandlungen der Zweiten Internat. seismol. Konferenz. Beiträge zur Geophysik, 1904).

⁽²⁾ G. MARTINELLI. -- Notizie sui terremoti osservati in Italia durante l'anno 1910 (*Boll. Soc. Sismol. Ital.* — Vol. XVII — Appendice pag. 280).

Si è ottenuto :

Grado V-VI	$n = 3$	$\varrho = 53 \text{ km.}$	$h = 5.3 \text{ km.}$
» VI-VII	$n = 2$	$\varrho = 35 \text{ km.}$	$h = 7.5 \text{ km.}$
» VII-VIII	$n = 1$	$\varrho = 23 \text{ km.}$	$h = 10.7 \text{ km.}$

Notevole la concordanza dei valori di h , calcolati nei due fenomeni con la isosisma per la quale $G_e - G = 2$.



R. Ufficio Centrale di Meteorol. e Geofisica. — Settembre 1930.

Su di un modo particolare di presentarsi della zona di transizione del lavoro d'urto su barrette intagliate.

Nota di R. ZOJA presentata da G. COLONNETTI S. O.

Sommario. — Sono riferite alcune esperienze che dimostrano la possibilità di una linea di transizione per il lavoro d'urto su barrette intagliate, essendo variabile indipendente la deformazione, e della dispersione tra tale linea di transizione e la linea dei bassi valori del lavoro d'urto. Sono discusse le circostanze nelle quali tali fenomeni possono presentarsi.

È noto come la zona di transizione e la zona di dispersione dei valori del lavoro d'urto L su barretta intagliata, le quali si possono presentare negli acciai facendo variare una delle condizioni di prova (e precisamente la temperatura o la larghezza della barretta), altro non siano che aspetti diversi di uno stesso fenomeno; che anzi un'accurata indagine dell'aspetto della rottura e dei diagrammi della prova ad urto nei diversi casi dimostra che la zona di transizione non differisce sostanzialmente da una zona di dispersione. Ed infatti mentre nel secondo caso si hanno o valori elevati di L (V. linea ABC della Fig. 1) con rotture fibrose, o bassi valori di L (V. linea FED) con rotture quasi completamente granulari, i valori intermedi essendo molto rari; nel primo caso invece è bensì vero che si ottengono valori di L raggruppati attorno ad una linea di transizione BE (Fig. 1), ma tale maggiore regolarità non è che apparente: la rottura delle barrette nel passare da B ad E non varia infatti progressivamente di aspetto mutando gradatamente da fibrosa a granulare, ma sulla stessa frattura si trova sempre una porzione nettamente fibrosa accanto ad una nettamente granulare, la quale ultima prevale sempre più sulla prima man mano che si procede da B verso E ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Su questo argomento V. la esauriente critica di FETTWEISS - S. und E. 1929, II, p. 1621-8.

Ciò posto vediamo un terzo modo di presentarsi del fenomeno. La Fig. 2 riproduce il diagramma d'invecchiamento ottenuto col metodo del colpo preliminare d'intensità variabile L_0 che deforma la barretta ⁽¹⁾, per un tempo di invecchiamento infinito (rinvenimento a 250° circa per 4 ore) sperimentando su di un acciaio dolce laminato in barra 10 × 10, il quale alla temperatura

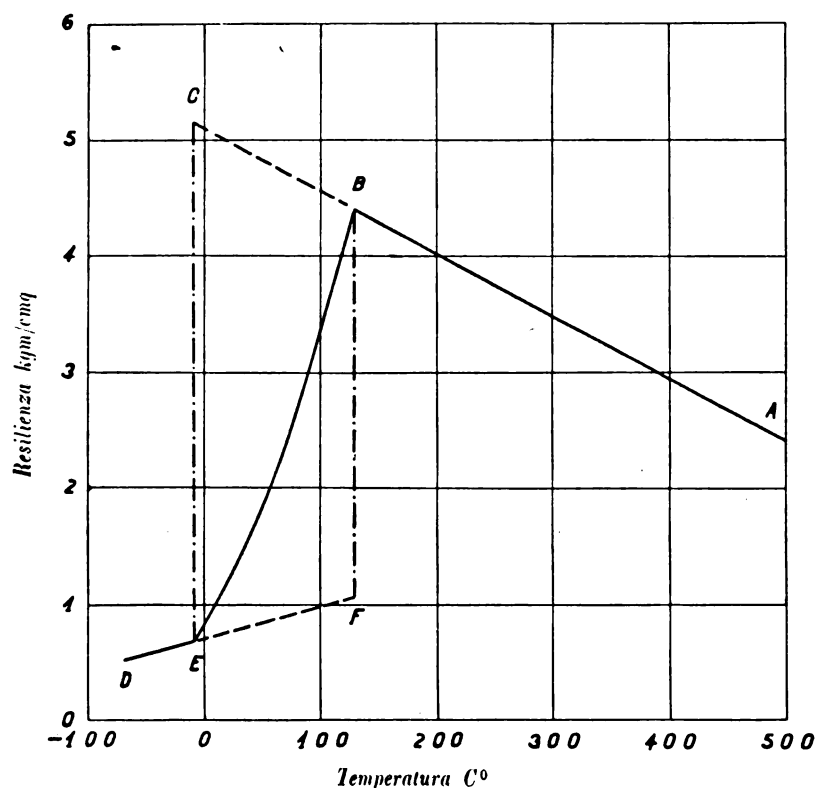


Fig. 1. — Influenza della Temperatura sulla resilienza; acciaio 0,58 % C (Körber e Pomp).

⁽¹⁾ R. ZOJA, — Acc. Scienze Torino, Vol. LXIV, 1928. Ricordiamo brevemente che con tale procedimento la deformazione è prodotta sulle barrette già ultimate mediante un colpo di moderata e nota energia L_0 applicato collo stesso maglio che serve per le prove all'urto (ascissa del diagramma di Fig. 2 è il valore percentuale di tale colpo rispetto all'energia necessaria per rompere la barretta); le provette vengono poi spezzate, dopo un determinato intervallo di tempo, con un secondo colpo d'intensità regolamentare ed è misurato il lavoro L assorbito nella loro rottura (ordinata del diagramma è la somma $L_0 + L$ valutata in percentuale come per le ascisse).

di prova di 20° si trova nella regione degli alti valori di L . Come d'ordinario sono da prendersi in considerazione tre leggi di variazione di L :

I) Linea AB , degli alti valori di L ; legge di variazione teorica che sarebbe valevole se non si verificasse il fenomeno d'invecchiamento ⁽¹⁾; lungo essa la rottura dovrebbe essere fibrosa come inizialmente in A .

II) Linea CD , dei bassi valori di L (lavoro assorbito nel secondo colpo, cfr. nota ⁽¹⁾ a pag. precedente); essa è quindi molto prossima alla OB , linea degli L_0 ; la rottura è quasi completamente granulare.

III) Linea AE , di transizione tra le due precedenti, con valori di L rapidamente decrescenti; la rottura è parzialmente fibrosa e parzialmente granulare.

Se ora si osserva dove vanno a cadere effettivamente i punti rappresentativi corrispondenti alle diverse serie di barrette (eguale ascissa) per l'acciaio in esame (V. Tabella 1 e Fig. 2), si nota che essi sono raggruppati o intorno alla CD o intorno alla AE , mentre mancano quasi i valori intermedi. Vi è cioè un certo intervallo della deformazione (dal 3 % al 15 % circa) nel quale si ha la dispersione tra la linea AE di transizione e la linea dei bassi valori di L . Le fotografie della Fig. 3 in alto si riferiscono alle barrette appartenenti alla linea AE (segnate con lineetta nella Fig. 2 e con asterisco nella Tabella 1); esse dimostrano chiaramente come tale linea debba realmente considerarsi di transizione, data la coesistenza dei due tipi di rottura fibrosa e granulare, ed il progressivo estendersi di quest'ultima a tutta la sezione avvicinandosi ad E . Le fotografie della Fig. 3 in basso appartengono alle barrette della linea CD (segnate come sopra): in esse è visibile il sottilissimo bordo fibroso che va scomparendo rapidamente coll'aumentare della deformazione.

L'esempio riportato è il più caratteristico di quanti finora sono stati esaminati. In altri diagrammi d'invecchiamento eseguiti su altri acciai ed in altre condizioni d'esperienza, il punto E non è così fortemente spostato in basso e verso sinistra come in Fig. 2; così pure il raggruppamento dei valori di L attorno alle linee AE e CD e la dispersione tra di esse per l'intervallo $C'E$

⁽¹⁾ È da notare però che tale legge teorica non è in generale l'orizzontale per A , perchè data la grandissima sensibilità della prova ad urto alle minime variazioni delle condizioni di prova, non si verifica esattamente la proprietà additiva anche quando non intervenga il fenomeno dell'invecchiamento. Sono in corso esperienze su questo punto, ma già dalle determinazioni fin'ora eseguite si ha l'impressione che la linea AB possa avere un andamento ascendente verso destra almeno nel primo tratto, che è quello più interessante praticamente.

non sono in generale così netti. E precisamente risulta dalle esperienze eseguite che sull'apparire dei due fenomeni osservati (transizione secondo una linea ben definita AE , e dispersione per l'intervallo $C'E'$ della deformazione) e sulle loro particolarità hanno influenza diversi fattori:

a) il tempo T d'invecchiamento: per piccoli valori di T la zona di transizione è molto ampia e si possono avere punti in tutta la regione al di

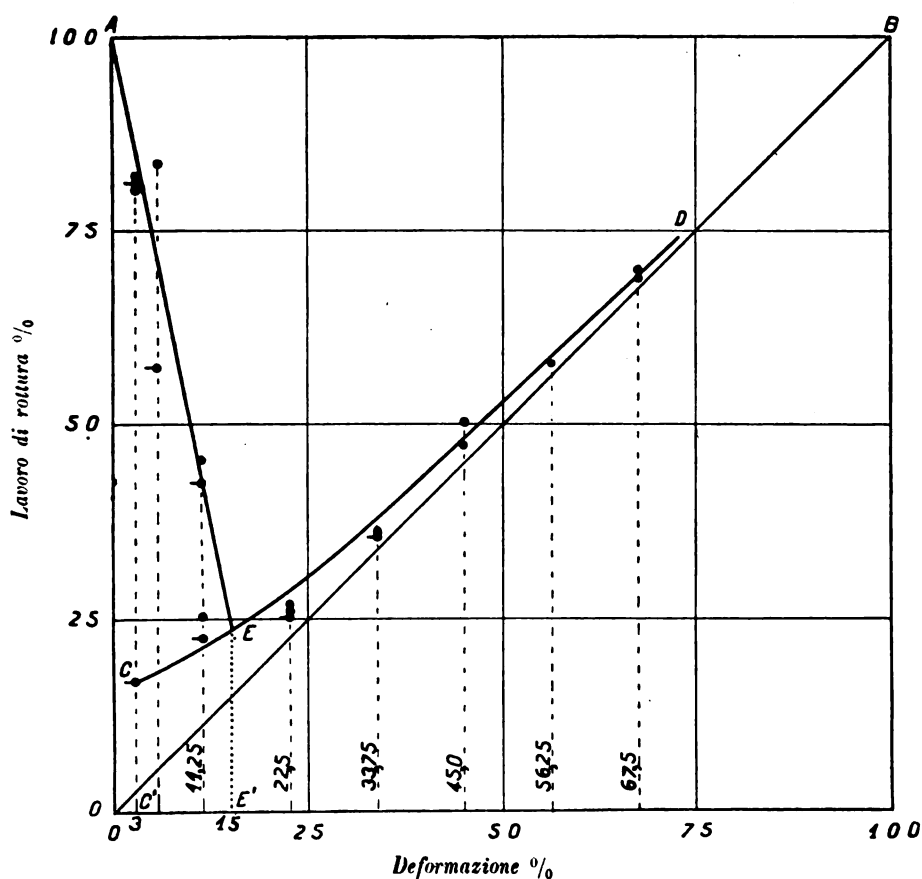


Fig. 2. — Diagramma d'invecchiamento; acciaio A — Lavoro iniziale di rottura 17,76 kgm. — Tempo d'invecchiamento ∞ — Temperatura di prova 20°.

sopra di due linee AF , FB (V. ad es. in Fig. 4 il diagramma d'invecchiamento per $T = 20''$ per lo stesso acciaio già considerato); col progredire dell'invecchiamento la AF si sposta sempre più verso sinistra e contemporaneamente diminuiscono sempre più i valori contenuti nella zona superiore, tanto che per $T = \infty$ essi sono affatto eccezionali. Il tempo $T = \infty$ è la condizione più favorevole perchè si verifichino i due fenomeni studiati.

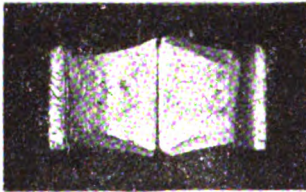
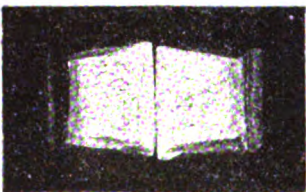
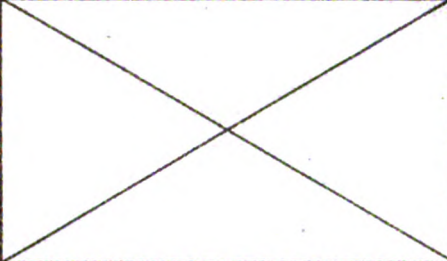
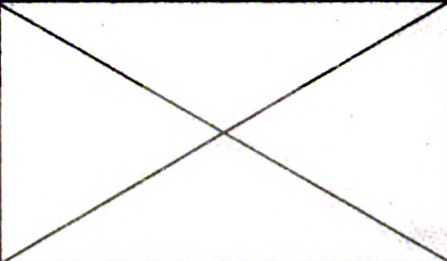
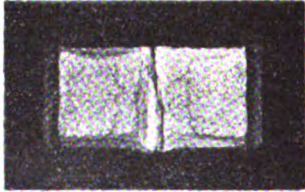
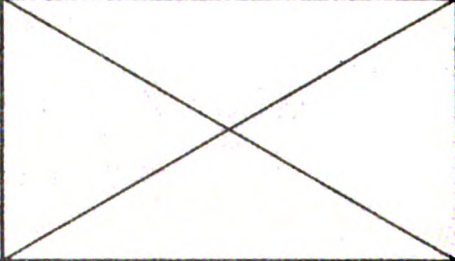
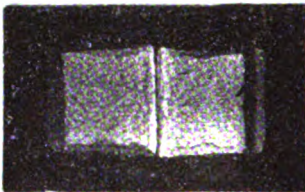
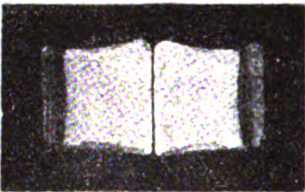
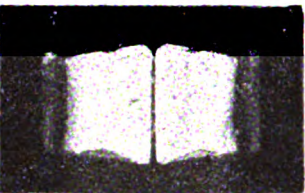
$L_0 = 0,5$	1	2	4	6
 81,0	 57,3	 42,5		
 17,0		 22,5	 25,2	 36,1

Fig. 3. — Fotografie delle fratture delle barrette contrassegnate con una lineetta nella Fig. 2 e con asterisco in Tabella I.

b) la temperatura t° di prova in relazione all'intervallo critico del lavoro d'urto (cfr. Fig. 1): per esempio è evidente che se t° è al disotto dell'intervallo critico non si può più avere nè transizione nè dispersione, essendo la rottura completamente granulare già nelle condizioni iniziali ⁽¹⁾.

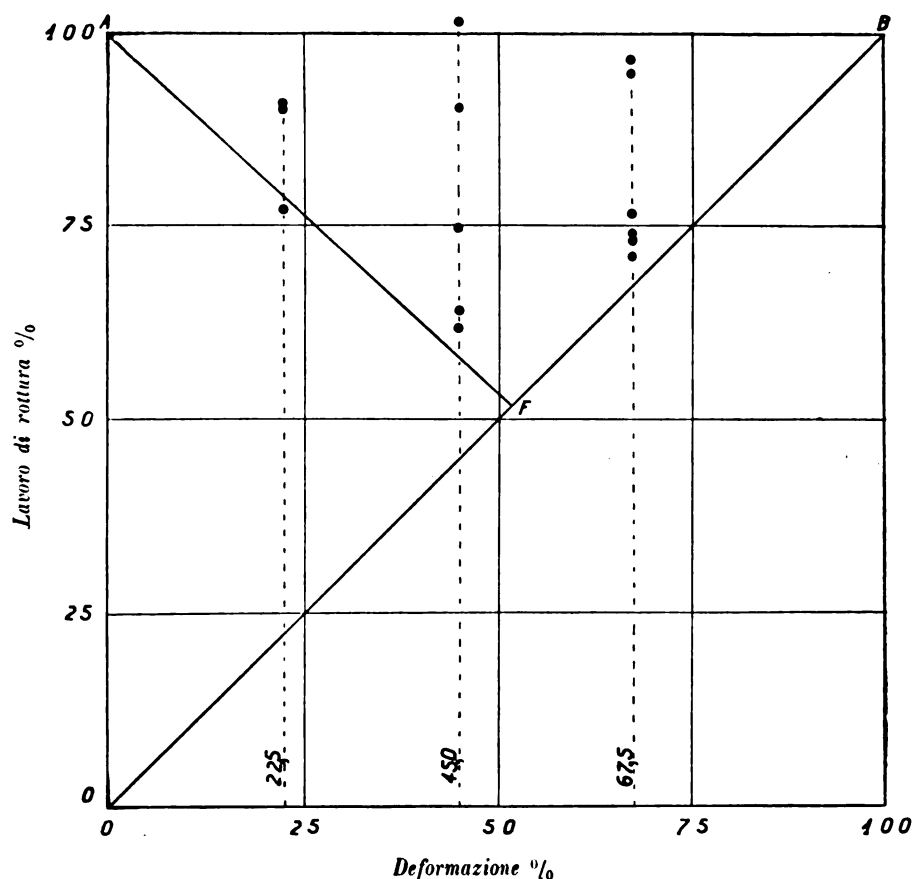


Fig. 4. — Diagramma d'invecchiamento; acciaio A — Lavoro iniziale di rottura 17,76 kgm. — Tempo d'invecchiamento 20'' — Temperatura di prova 20°.

c) la struttura chimico-fisica dell'acciaio: eosì per materiali poco sensibili all'invecchiamento per $T = 20''$ i punti sono quasi raggruppati attorno alla AB (cfr. nota ⁽¹⁾ a pag. 278 e per $T = \infty$ la linea di transizione è molto più inclinata alla verticale di quella della Fig. 2.

d) La forma della barretta e in particolare il tipo di intaglio.

⁽¹⁾ È questo il caso del secondo acciaio di cui è parola nella nota citata a pag. 277, ⁽¹⁾.

Riassumendo:

1° — Si è esposto un terzo modo di presentarsi della zona critica per il lavoro d'urto, il quale si differenzia da quelli noti essenzialmente per due caratteristiche

la linea di transizione ha luogo essendo variabile indipendente la deformazione,

si verifica inoltre una dispersione tra tale linea di transizione e la linea dei bassi valori del lavoro d'urto.

2° — Tale fenomeno si può presentare nel diagramma d'invecchiamento (ottenuto col metodo del colpo preliminare che deforma la barretta) in particolari circostanze, tra le quali quelle di un tempo d'invecchiamento molto grande e di una temperatura di prova non inferiore all'intervallo critico.

3° — La struttura chimico-fisica dell'acciaio ha naturalmente una grande influenza sul fenomeno.

4° — È di particolare interesse pratico il fatto che è possibile la dispersione anche per deformazioni molto piccole: così un colpo eguale al 3 % solamente di quello capace di spezzare la barretta, seguito da un invecchiamento infinito, è stato sufficiente a ridurre al 17 % il lavoro necessario a spezzare la barretta (compreso il 3 % del primo colpo).

5° — Sono in corso ulteriori esperienze collo scopo specialmente di mettere in chiaro l'influenza di alcune circostanze sull'andamento del fenomeno esaminato.

TABELLA I. — *Lavoro totale di rottura. Acciaio A : tempo T = ∞*

Fig. 2.

1° Colpo L ₀ Kgm.	LAVORO TOTALE DI ROTTURA L ₀ + L									
	in Kgm.					in % del valore iniziale 17,76				
0,5	14,50	14,37	14,37	3,02		81,7	81,0 (*)	81,0	17,0 (*)	
1,0	14,87	10,17	—	—		83,7	57,3 (*)	—	—	
2,0	8,07	7,56	4,52	3,99		45,5	42,5 (*)	25,4	22,5 (*)	
4,0	4,75	4,61	4,47	—		26,7	25,9	25,2 (*)	—	
6,0	6,41	6,41	—	—		36,1	36,1 (*)	—	—	
8,0	8,93	8,41	—	—		50,2	47,4	—	—	
10,0	10,28	—	—	—		57,9	—	—	—	
12,0	12,41	12,28	—	—		70,0	69,1	—	—	

(*) Barrette fotografate, V. Fig. 3.

TABELLA II. — *Lavoro totale di rottura. Acciaio A : tempo T = 20"*

Fig. 4.

1° Colpo L ₀ Kgm.	LAVORO TOTALE DI ROTTURA L ₀ + L											
	in Kgm.						in % del valore iniziale 17,76					
4	16,09	15,95	13,67	—	—	—	90,5	89,9	77,0	—	—	—
8	17,95	16,02	13,27	11,37	10,98	—	101,5	90,2	74,7	64,0	61,8	—
12	17,16	16,83	13,57	13,11	12,96	12,60	96,6	94,8	76,5	73,8	73,0	71,0

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE NEL VOLUME LXXXIII

(1929 - 1930)

	PAG.
Cariche accademiche	3
Elenco dei Presidenti dell'Accademia	4
Elenco dei Soci	5
Accademici defunti nell'anno LXXXII	10
Elenco delle Accademie e degli Istituti scientifici in corrispondenza ed elenco delle pubblicazioni periodiche che riceve la Biblioteca . . .	11
Sessione 29 dicembre 1929	33
» 19 gennaio 1930	79
» 16 febbraio »	111
» 16 marzo »	147
» 13 aprile »	204
» 18 maggio »	225
» 19 giugno »	257
Riunioni dell'Accademia in Comitato Segreto	84-115-151-205-228
Relazione del concorso a premio sul tema « Dissertatio critica circa <i>theoriam quantorum</i> in physica » in occasione del Giubileo Sacer- dotale di S. S.	53-216
Inserzioni nelle pubblicazioni Accademiche di lavori di estranei. 115-147-151- 205-228	
Delega del Corpo Accademico al Comitato per i lavori pervenuti durante le ferie estive	260
Pubblicazioni venute in dono 36-41-46-80-81-82-111-112-113-114-147-148-150-203- 204-226-227-258-259	
Annunci di morte	36-147

COMUNICAZIONI.

A. ANILE S. O.	— Comunicazione sulle « Nuove ricerche del S. O. Caronia sull'etiologia della scarlattina »	37
» » »	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Dr. M. Giordano	84 A

	PAG.
A. ANILE S. O. — Presentazione di pubblicazioni di estranei in omaggio	148
A. ANILE e G. GIORGI SS. OO. — Presentazione di una Memoria dell'estraneo Dr. Cremonese	149
E. BARBADO S. C. — Presentazione di una sua pubblicazione in omaggio	258
G. BOCCARDI S. O. — Invio di una sua Memoria	45
» » » — Invio di una sua Memoria	226
G. CARONIA S. O. — Presentazione di pubblicazioni di estraneo in omaggio	147
G. COLONNETTI S. O. — Invio di due Note dell'estraneo Ing. Pugno	226
G. DE ANGELIS D'OSSAT S. C. — Comunicazione su « La Geologia e le Catacombe Romane.	43
» » » » — Presentazione di una sua Nota e omaggio di sue pubblicazioni	82
» » » » — Presentazione di una sua Memoria e omaggio di una sua pubblicazione.	114
» » » » — Presentazione di una sua Nota.	204
» » » » — Presentazione di una sua Memoria e omaggio di una pubblicazione dell'Arch. Fornari della Commiss. Archeol. Cristiana.	258
E. DERVIEUX S. O. — Presentazione di una sua pubblicazione e comunicazione sulla medesima (<i>letta dal Segretario</i>)	36
P. EMANUELLI S. C. — Omaggio di una sua pubblicazione	80
G. FRANCHINI S. C. — Presentazione di una sua Nota e comunicazione su una Nota dell'estraneo Dr. Giordano.	84 A
G. GIANFRANCESCHI S. O. — Presentazione di due sue Note	46
» » » — Comunicazione sulle Note pres. nella precedente seduta	79
» » » — Comunicazione sul valore della costante nella legge di Winn.	259
G. GIORGI S. O. — Vedi ANILE e GIORGI SS. OO.	
» » » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Dr. de Finetti	149
» » » — Invio di due Note dell'estraneo Dr. de Finetti.	226
C. GORINI S. C. — Presentazione di una sua Nota.	43

	PAG.
C. GRAFF S. C.	— Invio di una sua Nota 80
G. HAGEN S. O.	— Presentazione di una sua Nota. 36
» » »	— Presentazione di una Nota del S. C. Graff, di una Memoria dell'estraneo Dr. J. Hopmann e omaggio di pubblicazioni 80
» » »	— Presentazione di una Nota del S. C. Wirtinger e omaggio di pubblicazioni 111
E. HOFBAUER S. C.	— Invio di una sua Nota 149
C. HUMBERT S. C.	— Presentazione di una sua Nota. 39
G. KAAS S. O.	— Comunicazione su di un caso singolare di fulminazione. 225
G. LEPRI S. O.	— Presentazione di una sua Nota. 225
T. LEVI-CIVITA S. C.	— Omaggio di una sua pubblicazione . . . 114
» » »	— Presentazione di una sua Nota. 150
L. LOMBARDI S. O.	— Comunicazione sull'opera scientifica delle Miss. cattol. in Estremo Oriente 84 A
» » »	— Presentazione di pubblicazioni di estranei in omaggio 113
» » »	— Osservazioni sulla comunicazione Gianfran- ceschi sul « valore della costante nella legge di Winn ». 259
P. LUIGIONI S. O.	— Presentazione di una sua Nota. 37
» » »	— Presentazione di una sua Nota e omaggio di pubblicazioni di estranei 203
G. MARTINELLI S. O.	— Presentazione di una Nota del Dr. A. Bel- luigi. 37
» » »	— Commemorazione del S. C. L. Marini . . 79
F. NAPOLI S. O.	— Commemorazione del S. C. Bresadola . . 147
L. NAVÁS S. O.	— Invio di una sua Memoria 45
» » »	— Invio di una sua Memoria 149
A. NEVIANI S. O.	— Presentazione di una sua Memoria . . . 38
» » »	— Presentazione di una sua Memoria . . . 149
» » »	— Presentazione di una sua Memoria . . . 258
U. NOBILE S. C.	— Presentazione della pubblicazione « Rendi- conti scientifici della spedizione dell'Italia » 41
» » »	— Commemorazione di F. Nansen 225
L. PALAZZO S. O.	— Omaggio di sua pubblicazione 80
» » »	— Omaggio di pubblicazione del R. Ufficio Centr. di Meteor. e Geofisica 112

	PAG.
L. PALAZZO S. O.	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Dr. A. Belluigi 203
P. PASQUINI S. C.	— Comunicazione sui « Nuovi risultati di esperimenti nel trapianto dell'occhio in Axototi » 41
» » »	— Omaggio di pubblicazioni proprie e di estranei 81
» » »	— Omaggio di pubblicazioni proprie e in collaborazione col S. C. Ranzi 113
» » »	— Omaggio di una sua pubblicazione . . . 150
» » »	— Omaggio di pubblicazione 226
S. RANZI S. C.	— Comunicazione sulle « Ricerche sulla fisiologia dell'embrione dei Cefalopodi » (<i>letta dal Segretario</i>) 40
» » »	— Presentazione di sue pubblicazioni in omaggio 258
A. SILVESTRI S. O.	— Invio di una sua Memoria 44
» » »	— Invio di una sua Memoria 204
P. TEOFILATO S. O.	— Presentazione di una sua pubblicazione in omaggio 80
A. TULLI S. C.	— Commemorazione di F. Nansen 225
G. VANNI S. C.	— Presentazione di sua pubblicazione in omaggio 204
» » »	— Presentazione in omaggio del « Boll. Radiograf. del R. Esercito » 226
W. WIRTINGER S. C.	— Invio di una sua Nota 111
V. ZANON S. C.	— Presentazione di una sua Nota. 38

SESSIONE PONTIFICIA.

Indirizzo del Presidente al S. Padre.	33
Inaugurazione dell'Anno Accademico e discorso del Presidente . . .	35
Comunicazioni scientifiche	36
Presentazione dei Volumi XII e XIII della 2ª Serie delle Memorie e del Volume LXXXII degli Atti	45
Presentazione di pubblicazioni venute in omaggio	46
Relazione del Concorso a premio bandito dall'Accademia in occasione del Giubileo Sacerdotale di S. S.	53
Discorso del S. Padre	54

COMUNICAZIONI DEL PRESIDENTE.

	PAG.
Indirizzo al S. Padre nella seduta inaugurale	33
Discorso inaugurale	35
Annunci di morte	36-147
Presentazione dell'Annuario per l'anno LXXXIII.	205
Presentazione di nuovi Soci.	79-205
Ringraziamenti ai SS. OO. Anile e Gemelli per i discorsi tenuti nella tornata del 14 giugno in onore di Federico Cesi	260

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO.

Presentazione di Note e Memorie di Soci	36-40-44-149-204-226
Presentazione da parte di Soci di lavori di estranei	226
Relazione sul Concorso a premio.	53
Presentazione di pubblicazioni	46-82-114-150-204-226-259
Presentazione di Volumi degli Atti e delle Memorie.	45
Relazione dei lavori pervenuti nelle ferie estive (1929) e inseriti negli Atti per deliberazione del Comitato Accademico	83
Partecipazione della Sanzione Sovrana a nomine e promozioni	227
Partecipazione di lettere di ringraziamento per nomine e promozioni	83-151- 205-228
Partecipazione di inviti pervenuti all'Accademia, adesioni etc.	205

COMITATO SEGRETO.

Nomina di SS. CC.	115-151-205
Promozione di SS. CC. a SS. OO.	151
Candidature di nuovi Soci	84-115-152-228
Cambio di pubblicazioni	84-152-228

MEMORIE E NOTE.

G. HAGEN S. O. — Gli esperimenti col Pendolo libero	59
G. FRANCHINI S. C. — Sulla riproduzione sperimentale della lebbra nella scimmia	62

	PAG.
C. GORINI S. C.	— Sulle chimasi batteriche 66
A. BELLUIGI	— Norme per ottenere un buon rendimento termico dei variometri magnetici Schmidt (pres. dal S. O. Martinelli). 70
M. GIORDANO	— Leishmaniosi interna in un marinaio reduce dalla Cina (pres. dal S. O. Anile). 76
G. MARTINELLI S. O.	— Ludovico Marini Socio corr. 85
G. GIANFRANCESCHI S. O.	— I fenomeni luminosi della Grotta azzurra. 92
» » »	— Il principio di causalità nei fenomeni della microstruttura 94
G. DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Sulla presenza dell'Alios nella zona litoranea romana. 99
K. GRAFF S. C.	— Ueber die Periodenänderung des Bedeckungsveränderlichen W Delphini 104
W. WIRTINGER S. C.	— Ueber einige bestimmte Integrale, welche mit der Riemann'schen Zetafunction zusammenhängen 120
P. HUMBERT S. C.	— Les fonctions de Bessel du troisième ordre 128
F. NAPOLI S. O.	— L'abate Giacomo Bresadola (1847-1929) (con tav. fuori testo) 153
H. HOFBAUER S. C.	— Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter 172
T. LEVI-CIVITA S. C.	— Pulviscolo cosmico e distribuzione maxwelliana. 176
B. DE FINETTI	— L'equilibrio stabile in un campo di velocità (pres. dal S. O. Giorgi) 190
P. LUIGIONI S. O.	— Secondo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo - Una nuova specie di Chrysochloa dell'Italia centrale - Coleoptera (fam. Chrysomelidae) (con tav. fuori testo). 206
G. DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Rocce adoperate nella cupola del Pantheon 211
G. VANNI S. C.	— Sulla propagazione delle onde hertziane e sulle recenti esperienze del Marconi. 216
A. TULLI S. C.	— Fridjof Nansen 229
G. M. PUGNO	— Sulla determinazione dell'unità di misura per la valutazione delle ordinate delle linee di influenza delle sollecitazioni (con tav. fuori testo). (pres. dal S. O. Colonnetti). 233

	PAG.
G. M. PUGNO	— Contributo alla trattazione dell'arco elastico incastrato alle estremità (<i>con tav. fuori testo</i>) (<i>pres. dal S. O. Colonnetti</i>) . . . 236
B. DE FINETTI	— Sul concetto di « numero delle dimensioni » di un sistema lineare (<i>pres. dal S. O. Giorgi</i>) 241
B. DE FINETTI	— Spazi astratti metrici (D) (<i>pres. dal S. O. Giorgi</i>). 248
A. BELLUIGI	— Considerazioni intorno ad un rilievo geofisico minerario con metodi magnetico e elettrico (<i>pres. dal S. O. Palazzo</i>) . . . 261
G. LEPRI S. O.	— Sopra una nuova sottospecie del genere <i>Ammotragus</i> — Nota preliminare. . . . 269
G. MARTINELLI S. O.	— Determinazione di profondità ipocentrali . 272
R. ZOJA	— Su di un modo particolare di presentarsi della zona di transizione del lavoro d'urto su barrette intagliate (<i>pres. dal S. O. Colonnetti</i>) 276

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIII

(1929-1930)

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE PERVENUTE NELLE FERIE ESTIVE

MEMORIE E NOTE.

	PAG.
G. LEPRI S. O. — Sopra una nuova sottospecie del genere <i>Amotragus</i> — Nota preliminare.	269
G. MARTINELLI S. O. — Determinazione di profondità ipocentrali . .	272
R. ZOJA — Su di un modo particolare di presentarsi della zona di transizione del lavoro d'urto su barrette intagliate (<i>pres. dal S. O. Colonnelli</i>)	276
Indice delle materie contenute nel Volume LXXXIII	285

106.5
R7
A23a

ATTI

DELLA

PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE I DEL 21 DICEMBRE 1930



ROMA

SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X

VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1931

ADUNANZE
dell'Anno Accademico LXXXIV
1930-1931

1930.	21 Dicembre	ore 16
1931.	18 Gennaio	» 16
»	15 Febbraio	» 16
»	15 Marzo	» 16
»	19 Aprile	» 17
»	17 Maggio.	» 17
»	21 Giugno.	» 17

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

TOMO LXXXIV - ANNO LXXXIV
(1930-1931)



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
1931

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

770.10.100
770.10.100
171

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE PONTIFICIA - 21 DICEMBRE 1930

PRESIDENZA: Sua Santità PIO XI

Accademici presenti. — *Onorari:* E^{mo} Card. Francesco EHRLE.

Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — GIORGI — KAAS — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — PISTOLESI — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — NOBILE — PASQUINI — RANZI — SCATIZZI — SCIOLETTE — STEIN — UGOLINI — VANNI.

Erano altresì presenti il Cav. di Gr. Cr. Serafini, Governatore dello Stato della Città del Vaticano, il March. Pacelli, Consigliere dello Stato, il March. Marconi, Presidente dell'Accademia d'Italia, Mons. Ruffini, Segretario della S. Congregazione degli Studi, Mons. d'Herbigny, e varie altre distinte persone.

Il Santo Padre Pio XI, accompagnato dalla sua Nobile Corte, giunse nell'Aula Accademica alle 15.45, ricevuto ed ossequiato dal Presidente Gianfranceschi, dal Segretario De Sanctis, e dal Vice Segretario Martinelli.

Il Presidente GIANFRANCESCHI, chiesto a Sua Santità il permesso di parlare, lesse il seguente indirizzo:

Beatissimo Padre,

Per la benignità con la quale Vi degnate venire tra noi e presenziare la seduta inaugurale dei nostri lavori Accademici non abbiamo che una parola da corrispondere, Padre Santo: Grazie; questa parola ci sgorga spontanea sul labbro perchè ci sale dal cuore.

21. 12. '30.

La presenza Vostra qui costituisce il più ambito dei premi alle povere nostre fatiche intellettuali, ed è insieme conforto ed ammirazione. Ammiriamo che nella Vostra Augusta Persona, insieme alla sollecitudini del Padre comune di tutti i fedeli, per tutte le Chiese del mondo, è anche sempre viva la fiaccola dello studioso; ci conforta il vedere qual conto faccia la Santità Vostra del progresso scientifico. Anche quest'anno che tramonta, registra negli annali della Chiesa nuove opere nel campo intellettuale volute e promosse dal Papa: basta ricordare il grande Seminario di Venegono per l'Archidiocesi di Milano; l'ampliamento della Biblioteca Vaticana, la nuova magnifica sede dell'Università Gregoriana, e nel campo delle applicazioni scientifiche, la nuova grandiosa centrale elettrica, la modernissima centrale telefonica, per cui il Vostro piccolo, ma grandioso Stato, è il più ricco del mondo in percentuale di apparecchi telefonici, e la potente stazione Radio, vero modello con i più recenti progressi della Scienza.

Così la scienza serve alla Fede, e il tributo dell'intelletto umano sale a lodare l'Altissimo nelle opere della Sua infinita sapienza.

E noi siamo ben lieti, e questa è la nostra gloria, che in questo mirabile ordine della divina economia dell'universo si inquadri giustamente anche la nostra modesta Accademia, che fin dalla sua prima origine a questo ha mirato, a lodare Iddio nelle sue opere e a guidare le scienze al servizio di Lui. Giustamente lo hanno fatto rilevare i nostri Accademici nella commemorazione di Federico Cesi, quando celebriamo il terzo centenario dalla morte di questo fervido fondatore, e principe dei Lincei.

In questo spirito profondamente cattolico dei primi Lincei noi vogliamo stabilmente persistere e progredire.

Degnatevi, Beatissimo Padre voler confortare il nostro proposito con la Vostra Benedizione Apostolica.

Ed ora permettetemi di inaugurare il nuovo Anno Accademico.

Il *Presidente*, avuto l'assenso di Sua Santità, dichiarò inaugurato l'anno accademico 84° (ottantaquattresimo) dalla restaurazione Piana, 328° (trecentoventottesimo) dalla prima fondazione dei Lincei.

Quindi, il *Presidente* proseguì:

Il primo, mesto ricordo, si volge alla memoria degli assenti. L'anno che si chiude è stato grave di molti lutti per noi.

Il Decano del Sacro Collegio dei Cardinali, l'Emo Card. Vincenzo Van-
nutelli, era anche il decano di questa Accademia a cui apparteneva fin dal 1878,

ossia fin dalla morte del P. Secchi, di cui era stato uno dei primi alunni nel 1850. L'Eminentissimo Vincenzo Vannutelli ha sempre seguito con singolare affetto le vicende della nostra Accademia ed ha presenziato le solenni tornate anche in quest'ultimo anno della sua vita. Non ho bisogno di ricordare le sue virtù: la sua memoria è nel cuore di noi tutti.

L'Emo Card. Raffaele Merry del Val era socio onorario fin dal 1903. Egli lascia in mezzo a noi l'ammirazione della sua vita ricca di opere di carità e di santificazione.

Tra i soci ordinari deploriamo la perdita del P. Giovanni Hagen che tutti abbiamo imparato ad amare e venerare, anche in questa stessa aula. La Santità Vostra volle degnarsi d'onorare i meriti dell'illustre astronomo nella celebrazione del suo ottantennio. L'umile ritiratezza del compianto Padre non toglierà che i suoi poderosi lavori restino nella storia dell'astronomia tra i più pregiati in quest'ultimo cinquantennio. L'Accademia lo commemorerà in una delle prossime sedute.

Anche tra i Soci corrispondenti l'Accademia ha perduto preziosi collaboratori. Mons. Angelo Candeo era conosciuto per i suoi studi di scienze naturali, e per le molteplici applicazioni scientifiche da lui ideate. Il Conte Almerico da Schio, oltre agli studi di meteorologia di cui si occupò fin dal 1868, fu uno dei primi assertori della navigazione aerea col suo dirigibile « *Italia* » del 1905; il P. Giuseppe Alguè e il P. Stanislao Chevalier sono entrambi benemeriti, specialmente per la loro attività negli osservatori dell'estremo oriente, a Manilla il primo, a Zi Ka Wei di Shanghai il secondo, i due grandi osservatori così benemeriti per il servizio di annunzio dei tifoni, che ha salvato la vita a tante migliaia di uomini.

La memoria di questi nostri è veramente in benedizione.

I nostri lavori Accademici dell'ultimo anno, sono pubblicati e raccolti nei due volumi degli Atti e delle Memorie, che umiliamo oggi ai piedi della Santità Vostra. Il volume delle Memorie è il 14^{mo} della serie, perchè l'anno scorso, insieme al volume annuale delle Memorie, l'Accademia pubblicò un tredicesimo volume che raccoglie il grandioso lavoro di classificazione dei Coleotteri in Italia del nostro Accademico Luigioni. Quest'opera, frutto di un trentennio di lavoro è stata accolta con vero plauso da tutti i principali centri di studi entomologici del mondo.

In quest'anno 1930 ricorreva il terzo centenario della morte del Principe Federico Cesi fondatore e principe dei Lincei, e l'Accademia nostra lo ha commemorato in una solenne tornata nell'aula massima della Cancelleria Apo-

stolica, nella quale i colleghi Anile e Gemelli hanno illustrato la bella figura del Cesi e l'opera sua personale e Accademica. La celebrazione fu onorata dalla presenza di alcuni Eminentissimi Porporati, di molti Prelati e di una larga accolta delle più note personalità del campo intellettuale di Roma.

È di questo ultimo anno anche la determinazione presa dal Corpo Accademico di aumentare il numero degli Estratti che si offrono agli Autori delle Note e delle Memorie: determinazione che è riuscita sommamente gradita a tutti i collaboratori.

Per il nuovo anno Accademico abbiamo in mente di organizzare una Settimana Accademica, e di assegnare il premio biennale per un concorso sopra un tema di scienze biologiche, concorso che sarà bandito con circolare dall'apposito Comitato a tutti i centri di studio scientifici con i quali siamo in corrispondenza in tutto il mondo.

E senz'altro diamo principio ai lavori scientifici.

Domando alla Santità Vostra che possano prendere la parola i soci Accademici conforme all'ordine del giorno.

All'assenso del S. P. seguirono le comunicazioni:

Il S. O. MARTINELLI presentò all'Accademia due Memorie del Sig. PAGNINI « Osservazioni sull'atomo ondulatorio » e « I parametri dinamici dell'Atomo ondulatorio ». L'A. esamina nella prima il problema cinematico e nella seconda quello dinamico della struttura dell'atomo di fronte alle nuove ipotesi della meccanica ondulatoria. Quanto al problema cinematico trova che, dati i postulati fondamentali, per i quali l'atomo ondulatorio si differenzia da quello corpuscolare, e le ipotesi funzionali accessorie, la cinematica procede secondo le vedute dell'ottica ondulatoria classica. Le difficoltà del problema sono di carattere matematico e prevalentemente aritmetico e si riferiscono alla scelta di numeri indici per i livelli o per le frequenze. Il problema dinamico si presenta invece più complesso, non nella impostazione dello schema fondamentale, ma nei riguardi della scelta delle costanti e dei parametri, che devono tutti potersi derivare dalle costanti e dai parametri di quell'unico mezzo elastico elementare detto etere.

L'A. si limita ad esaminare alcune ipotesi più semplici che gli permettono di stabilire alcune relazioni fondamentali che presentano delle coincidenze singolari tra i risultati delle due teorie corpuscolare ed ondulatoria. Così me-

rita di essere segnalata l'espressione che deduce la massa elettrica dell'elettrone dalla costante universale C e la costante di Plank da quella della gravitazione.

Presentò anche una nota del Rev. Prof. LUSCIA « *Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche* ». In esso, l'Autore enuncia l'ipotesi ardita che l'elettrizzazione per strofinio sia dovuta ad elettrizzazione di contatto ed elevazione di potenziale per allontanamento degli elettrodi. L'A. discute poi l'azione dei collettori e del conduttore diametricale nelle macchine a induzione ed il funzionamento di queste macchine, descrivendo esperienze che ha eseguito in proposito.

Presentò poi in omaggio da parte del Prof. MATHIAS dell'Istituto di Francia, la serie completa dei suoi lavori sul fenomeno del fulmine, che invia all'Accademia ricordando il contributo portato a questo tema dalle numerose memorie del nostro Socio defunto il Prof. Galli.

Il S. O. LUIGIONI presentò una Memoria dal titolo: *Contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Lazio*, e pronunciò le seguenti parole:

Quale contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo, ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati delle ricerche e dei miei studi compiuti in questi ultimi anni nella zona del Parco medesimo per quanto riguarda l'ordine dei Coleotteri. — La zona finora esplorata è quella lungo il fiume Sangro, le valli e i monti tra Pescasseroli ed Opi, i boschi di Val Fondillo ed in particolar modo il Monte Marsicano, alto oltre i 2000 metri, località tutte ricche di erbosi pascoli, di vetuste foreste che ricoprono i dorsali e le vette delle montagne, veri rifugi di orsi e di aquile. — Tale meravigliosa regione alla quale la solitudine e la verginità han conservato ancora quella selvaggia grandiosità che altre parti del nostro Appennino hanno da tempo perduto, è oggi divenuta Parco Nazionale dove flora e fauna, mercè il provvido e tempestivo intervento dello Stato, hanno avuto ed avranno la dovuta difesa. — L'elenco allegato alla presente nota compendia oltre 1000 specie di Coleotteri, numero certamente non molto elevato per una regione così interessante per le sue particolari condizioni; però è da ritenere che ulteriori ricerche in altre zone del Parco, non ancora esplorate, rendano possibile, tra qualche tempo, una più completa e precisa conoscenza della sua fauna entomologica.

Il S. O. NEVIANI presentò una Memoria intitolata: *Il primo elenco dei fossili di Monte Mario*, e pronunciò le seguenti parole:

Questo primo elenco di fossili del ricchissimo giacimento di Monte Mario presso Roma venne pubblicato nel 1782 dai Padri Schillag, Riccomanni e Benigni della Compagnia di Gesù. Trovasi in appendice del grosso volume *Rerum Naturalium Historia* del P. Battarra che è da considerarsi come una lontana e postuma edizione del *Musaeum Kircherianum* del P. Bonanni, pubblicato nel 1709. Detto elenco non ebbe la fortuna che si meritava. Nel 1814 il Brocchi nel suo discorso sui progressi dello studio della Conchiologia fossile in Italia, giudicò assai severamente quel lavoro dicendo fra l'altro « ho buoni fondamenti per credere che questo catalogo sia in gran parte chimerico e foggiato a capriccio ». Tale giudizio, dato da un uomo veramente superiore, quale il Brocchi fu causa prima del silenzio che circondò l'opera dei nostri autori; e col silenzio l'oblivione quasi completa.

Esaminato attentamente il catalogo composto di 124 indicazioni specifiche mi persuasi che valeva qualche cosa di più di quello che non apparisse dalle parole del Brocchi. Studiai le singole specie, risalii il più che mi fosse possibile alle fonti, procurai di comprendere quali potevano essere state le cause di errori e per quasi tutte le specie riuscii a trovare le corrispondenti denominazioni della nomenclatura moderna; trovai persino che una ventina di specie vennero date come nuove per il giacimento di Monte Mario più che un secolo dopo che erano state segnalate nel catalogo del 1782. Nella mia memoria espongo specie per specie, tutte le difficoltà nelle quali mi sono imbattuto; ho corredato la mia esposizione di una bibliografia tratta da oltre 160 memorie antiche e moderne, ben controllate; bibliografia breve ma sufficiente a far comprendere la evoluzione subita nel tempo dalla nomenclatura delle singole specie. Precede una introduzione e segue un breve riassunto sopra gli studi paleontologici dei vari gruppi di organismi che furono tralasciati, o solo sommariamente indicati dai nostri Autori. — Completo il mio lungo studio con alcuni dati statistici dai quali risulta che per 104 specie si ha l'esatta corrispondenza fra la vecchia e la nuova nomenclatura, per 17 sussistono ancora dei dubbi, tre sole mi sono per ora rimaste del tutto ignote. Sistematicamente si hanno cinque scafapodi, 60 gasteropodi, 33 lamellibranchi, 1 brachiopodo, 4 vermi tubicoli, 2 cirripedi, 10 echinidi ed un foraminifero. Chiudo la monografia con un quadro comparativo tra le varie nomenclature e con l'elenco

di tutte le opere citate. Un indice alfabetico agevolerà la ricerca dei più che mille nomi specifici contenuti nel testo.

Il S. O. PISTOLESI presentò una sua Nota: *Intorno ad un nuovo sistema di misura*, ed una Nota dell'estraneo POGGI: *Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione*.

Il S. C. STEIN presentò una Nota intitolata: *La distribuzione delle stelle doppie nello spazio*.

Il S. C. RANZI presentò una Nota: *La determinazione nello sviluppo dei Cefalopodi*.

Il S. C. PASQUINI fece la seguente comunicazione:

Ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati delle seguenti mie ricerche sull'origine della lente in *Rana catesbiana*.

Studiando il comportamento dell'abbozzo lentogeno, in *Rana catesbiana*, si sono presentate alla presente indagine le seguenti possibilità basate sui risultati concreti dei vari tipi d'esperimento:

a) casi nei quali l'abbozzo oculare, prelevato dalla sua sede normale, e trapiantato altrove induce il differenziamento della lente in epidermide estranea al territorio presuntivo;

b) casi in cui, asportato l'abbozzo lentogeno proprio ed impiantato, in sua sede, ectoderma banale, questo può essere indotto a differenziarsi in lente, senza che tale possibilità di reazione lentogena, sia limitata ad ectoderma prelevato in territorio presuntivo;

c) casi in cui asportate le cellule primarie dell'abbozzo lentogeno proprio, una nuova lente si forma a spese dell'ectoderma di cicatrizzazione che giunge a ricoprire l'abbozzo oculare;

d) casi in cui all'asportazione dell'ectoderma lentogeno fa seguito la formazione secondaria di un lentoide dal margine del calice ottico, il che si compie, talora, in occhi trapiantati eterotopicamente;

e) Non si riscontrano casi nei quali, come è descritto in *Rana esculenta*, dopo l'asportazione della vescicola ottica, restituendo alla sua sede normale l'ectoderma lentogeno, questo si autodifferenzia in lente, s'intende in una lente

normale; lo stesso accade quando ectoderma lentogeno, trapiantato in altra sede, viene ad essere allontanato dall'influenza dinamica dell'abbozzo oculare.

Dalle condizioni riscontrate nello sviluppo della lente in *Rana catesbiana*, si può dedurre che questa specie, presentando un periodo di induzione di tale abbozzo ancor più esteso di quello stabilito per *Rana fusca*, rappresenta un anello di congiunzione fra Anuri e Urodeli nei riguardi della dipendenza d'origine del cristallino.

Il S. C. NOBILE pronunciò le seguenti parole:

Ho l'onore di presentare all'Accademia uno studio teorico sulle possibilità di sviluppo dei dirigibili e degli aeroplani nel futuro. Per quanto riguarda particolarmente i dirigibili ebbi già ad occuparmi estesamente dell'argomento in una nota originale pubblicata alcuni anni or sono; ma qui più che ad altro ho avuto di mira un raffronto fra le caratteristiche dell'uno e dell'altro tipo di aeromobili. Precede lo studio un esame analitico delle caratteristiche medie dei dirigibili e degli aeroplani, sia terrestri che marini, fin'oggi costruiti, esame che conduce alle ben note conclusioni: essere cioè i dirigibili aeromobili a grande autonomia, capaci di trasportare grandi carichi utili su grandi distanze, con velocità relativamente moderate, che raggiungono oggi i 130 chilometri all'ora. D'altra parte gli aeroplani attuali, mentre sviluppano, nella loro media, velocità molto maggiori (generalmente comprese fra i 200 ed i 300 chilometri all'ora) non sono capaci di trasportare che carichi utili relativamente modesti e su distanze relativamente piccole. Una caratteristica differenza si presenta poi anche nella spesa di trazione, che per gli aeroplani è di gran lunga più elevata, mentre per i dirigibili si avvicina sensibilmente a quella occorrente per la trazione ferroviaria.

Premessa questa analisi, si passa ad un'indagine d'indole puramente teorica sulla possibilità di sviluppo dell'uno e dell'altro tipo. Specialmente si è voluto indagare come varino le caratteristiche, quando si accrescano le dimensioni dell'aeromobile. Bisogna notare che a base di questo studio sono poste alcune ipotesi semplificatrici, le quali certamente non hanno riscontro nella pratica costruttiva, e di ciò deve tener conto nell'interpretare i risultati. Come punto di partenza delle indagini si sono considerati gli aeroplani giganti recentemente costruiti e particolarmente il Do X e l'Junkers G. 39 ed il Caproni 6000 cavalli, ed in confronto di essi i grandi dirigibili ultimamente costruiti in Germania ed Inghilterra. Ammesso quindi che, con grossolana approssimazione alla realtà

e sotto determinate condizioni ristrettive, il peso proprio dell'aeromobile possa per una data velocità esprimersi in funzione delle dimensioni dell'aeromobile stesso, si deducono le formule che danno i carichi utili, i coefficienti d'utilizzazione ed i raggi d'azione in funzione delle dimensioni. Queste formule nel caso dell'aeroplano portano a concludere che il raggio di azione, e quindi anche il carico utile, può considerarsi variabile in proporzione del coefficiente d'utilizzazione, il quale, entro i limiti considerati e nelle ipotesi semplificatrici fatte, diminuisce quando crescono le dimensioni. Naturalmente l'abilità inventiva del costruttore, l'impiego dei nuovi materiali, i progressivi miglioramenti dei motori etc. portano nella pratica a migliorare quasi sempre il coefficiente predetto, per cui con il crescere delle dimensioni si può ottenere un raggio di azione ed un carico utile più elevato. Tuttavia le semplici formule provate, sia pure che ad esse debba attribuirsi un valore puramente indiziario, fanno vedere quanto sia arduo per il costruttore il problema di accrescere l'autonomia dell'aeroplano.

Le formule anzidette applicate invece al caso del dirigibile portano a considerare l'autonomia come variabile in proporzione del rapporto fra il carico utile ed il prodotto della potenza $^{2/3}$ della cubatura per il quadrato della velocità. Questo rapporto, con il crescere delle dimensioni del dirigibile oltre i limiti fin'oggi raggiunti, cresce anch'esso, e per un'intervallo molto esteso, il che fa concludere essere relativamente assai facile per il costruttore accrescere l'autonomia, e quindi la distanza percorribile ed il carico utile trasportabile. Sicchè da questo punto di vista può ben dirsi, senza timore di errare, che la differenza, già oggi assai grande, esistente nei carichi utili e nei raggi d'azione fra dirigibili ed aeroplani è destinata nelle costruzioni future a divenire ancora più profonda. Onde ben a ragione il Dr. Fckener, con il quale tempo fa discutevo questo argomento, ebbe a concludere, assentendo alle mie considerazioni, con una frase molto efficace: « Quando l'aeroplano fa un passo in avanti, il dirigibile ne fa due ».

Nell'ultima parte dello studio è stato fatto un cenno al problema della sicurezza del volo, mettendo in evidenza che nulla provano contro l'impiego dei dirigibili le recenti dolorose catastrofi, come parimenti nulla provano contro l'impiego degli aeroplani le disgrazie altrettanto dolorose, sebbene, data la loro frequenza, assai meno clamorose, che cotidianamente si hanno da deplorare. La sola conclusione legittima che possa trarsi da esse è che il dominio dell'atmosfera da parte dell'uomo non ancora è perfetto. Grande progresso è stato

certamente fatto negli ultimi anni, e nei dirigibili non meno che negli acroplani; ma ancora lungo ed aspro è il cammino da percorrere per giungere alla meta. Molto ancora si deve sperimentare e conoscere. E per l'appunto, in queste improvvise, impreviste e quasi sempre imprevedibili catastrofi, si trae un grande conforto dalla certezza che esse con i loro insegnamenti varranno ad evitarne altre nel futuro.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT fece la seguente comunicazione sulla *Carta geologica della Città del Vaticano*:

Per illuminata e opportuna iniziativa di S. E. il Cardinale Ehrle, S. E. il Governatore mi ha conferito l'onorifico incarico di rilevare la carta geologica della città del Vaticano. I grandiosi lavori che vi fervono hanno squarciato pur profondamente il suolo, per cui è stato possibile osservare direttamente parecchi fatti nuovi che controllano, precisano e modificano le conoscenze dei geologi precedenti.

Per quanto il rilevamento non sia ancora terminato, pure posso presentare la seguente accertata successione degli strati.

Inferiormente giace una potente pila di marne che si deposero, durante l'epoca piacentina, nel mare largo ed aperto; racchiudendo la ricca e nota fauna Vaticana.

Nel mare sottile, eteropicamente sulle marne, si sovrapposero prima le sabbie e poi queste con le ghiaie discoidali di spiaggia: mentre correivano i tempi calabrian.

Non ho rintracciato i sedimenti del Maremmano, tanto abbondanti negli altri colli romani. Costituiscono il ciglio N. E., i tufi antichi, granulari e pomicei, per il quale spesso mantello vulcanico il suolo romano, nel quaternario, si trasformò in asciutto bassopiano.

Sicura è una zolla isolata, sotto al Giardino Belvedere, di netti depositi fluvio-lacustri, con mammiferi fossili.

Nel piano vallivo si distendono le alluvioni recenti del Tevere.

Coronano e ricoprono la serie di scariche, ruderi ed il terreno agrario.

Lo studio della notomia del M. Vaticano mi ha condotto a riconoscere l'origine delle acque sotterranee locali; la sorgiva nota dal 367 (Damasiana), la fonte delle Api del Bernini (1636), la fonte delle Grazie scoperta nel 1697 da Frate Beffa. Non meno istruttivi sono i risultati delle terebrazioni eseguite

a Via del Mascherino, ed a P. del Risorgimento per la progettata metropolitana. Una ricerca geo-idrologica diligente e prolungata, sulla falda freatica, sul velo profondo alluvionale, sul livello idrico che scorre in collo ai tufi antichi e su quello che circola alla superficie delle marne piacentine, potrebbe fruttare, con fondata speranza, un approvvigionamento idrico proprio alla città del Vaticano.

Il *Segretario* DE SANCTIS presentò una Memoria del S. O. SILVESTRI dal titolo: *Sal modo di presentarsi di alveoline eoceniche in loro giacimento secondario.*

Lo scritto va considerato come il seguito di altro comparso sulle Memorie. Mentre nel primo l'A. contemplava una fauna ad Alveoline eoceniche in giacimento primario, in questo secondo egli si occupa di altra simile fauna, ma in giacimento secondario, ponendo in evidenza i netti contrasti tra l'uno e l'altro, pei quali emerge quanto da tempo l'A. medesimo recisamente ha affermato, ossia di non doversi fare affidamento, nelle conclusioni attinenti alla paleontologia stratigrafica, sulla determinazione dei fossili, senza il correttivo critico derivante dall'osservazione delle peculiari condizioni in cui i fossili stessi presentansi nel giacimento preso in considerazione.

Nel caso particolare, preso come esempio, trattasi d'un giacimento delle vicinanze di Caltanissetta. presso il fiume Imera, in Sicilia, interessantissimo pel rimaneggiamento multiplo subito, e non rilevabile a prima vista.

Presentò quindi una Memoria del S. O. SAUVE: *Ricerche sui polilateri, con un saggio di geometria sperimentale.*

Questo lavoro è diviso in due parti. la prima contiene un sunto di alcune ricerche intorno a certe classi di polilateri. La seconda è un saggio di geometria sperimentale. Questa espressione può sembrare paradossale, ma è soltanto insolita. Se l'esperienza è sufficiente a dimostrare una legge fisica, può esserlo ugualmente a dimostrare la verità di un teorema di geometria. In altri termini, se esiste una fisica sperimentale, può esistere anche una geometria sperimentale. In questo saggio sono enunciate varie proprietà dei polilateri trovate sperimentalmente, tra le quali un teorema generale, a forma di serie alternata, il quale permette di generalizzare per un polilatero qualunque alcune proprietà principali del triangolo e del quadrilatero. La seconda parte di questa memoria è quindi una raccolta di teoremi da dimostrare, ossia di enigmi da risolvere.

Il *Segretario* presentò poi una Nota del S. C. HOFBAUER: *Einige merkwürdige verhältnisse in der Tonleiter*, e lesse la seguente comunicazione inviata dal S. C. GORINI sul *Bacillus lactis thermophilus* G.

« Quando nel 1894 io descrissi questo nuovo bacillo nessun bacillo termofilo del latte era ancora conosciuto, e come bacillo termofilo obbligato si conosceva soltanto quello del Miguel trovato nell'acqua di fogna e nel suolo nel 1888.

Per oltre un ventennio nessun simile bacillo termofilo fu ritrovato nel latte. Solo recentemente Hussong e Hammer hanno isolato nel latte un bacillo termofilo obbligato che a differenza degli altri termofili conosciuti è un bacillo sporigeno termofilo stretto, e produce nel latte le stesse modificazioni dei fermenti lattici.

Dal confronto delle colture del nuovo *B. Calidolactis* di Hussong e Hammer, con quella del mio *Bacillus lactis thermophilus*, sembra potersi arguire, se non la identità, almeno la stretta affinità dei due germi.

In ogni modo conviene rilevare che questa sorte di bacilli termofili ad energica azione sul latte sembra meno rara di quanto emergerebbe dalle ricerche della maggioranza di Autori. Ciò ha importanza non solamente scientifica ma altresì pratica per l'influenza dannosa che siffatti germi sono capaci di esercitare su certi prodotti durante la cui preparazione fatta a temperatura elevata i termofili, a differenza dei mesofili hanno agio non solamente di sopravvivere ma anche di moltiplicarsi in guisa da pregiudicarne la riuscita e la serbevolezza. E infatti, come Hussong-Hammer ascrivono al loro *B. calidolactis* insuccessi di lavorazione del latte in polvere così nel 1894 io attribui al mio *B. lactis thermophilus*, l'alterazione di un latte sterilizzato del commercio e recentemente ho potuto spiegare la precoce coagulazione di alcuni campioni di latte pastorizzato con la presenza di batteri consimili rispondenti ai caratteri essenziali comuni al *B. lactis thermophilus* e al *B. calidolactis*, cioè di fermenti lattici poriferi termofili obbligati ».

Il *Segretario* presentò i volumi pubblicati dall'Accademia Pontificia nel suo LXXXIII anno di vita, e cioè il volume XIV della Seconda Serie delle Memorie, il quale contiene:

A. SILVESTRI S. O. — Forme insufficientemente o poco conosciute del Devoniano, del Carbonifero e del Permiano (con 2 tavole fuori testo).

A. NEVIANI S. O. — Appunti bibliografici sopra antiche opere relative allo studio di animali marini inferiori.

G. CREMONESE — Radiazioni della materia vivente e loro fotografia (con tavole fuori testo) (*pres. dai SS. OO. Anile e Giorgi*).

G. BOCCARDI S. O. — La rotazione dei satelliti.

V. ZANON S. O. — Diatomee del Permiano e del Carbonifero (con 1 tavola fuori testo).

G. DE ANGELIS d'OSSAT S. C. — La Geologia e le catacombe romane — Memoria prima.

J. HOPMANN. — Der Kugelförmige Sternhaufen M 92 in Hercules (*pres. dal S. O. Hagen*).

A. NEVIANI S. O. — Adarce seu Porus Anguinus.

A. SILVESTRI S. O. — Di alcune Orbitoline della Grecia (con 1 tavola fuori testo).

G. DE ANGELIS d'OSSAT S. C. — La geologia e le catacombe romane — Memoria seconda.

G. BOCCARDI S. O. — Norme per la retta applicazione della teoria delle probabilità.

A. NEVIANI S. O. — L'opera scientifico-filosofica di Lamarck. Una questione squisitamente morale.

III Centenario della morte del Principe Federico Cesi fondatore dell'Accademia dei Lincei in Roma (1630-1690). Conferenze commemorative:

A. ANILE S. O. — Federico Cesi nella scienza e nella vita.

A. GEMELLI S. O. — Nel III centenario della morte di Federico Cesi fondatore dei Lincei.

L. NAVÁS S. O. — Insecta Nova. Series XV.

— Insecta Orientalia. VIII Series.

G. COLONNETTI S. O. e G. M. PUGNO. — Su l'isteresi elastica dell'alluminio e delle sue leghe.

ed il volume LXXXIII degli Atti, il quale contiene ventotto Note di Soci e di estranei.

Il Prof. DE SANCTIS presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

FAUVEL, P. S. O. — *Annelides Polychètes de la Nouvelle Calédonie*.

GUTHNICH, P. S. C. — *Plan der Errichtung einer deutschen Sternwarte in Widhunk*.

— *Der einsprismensternspektrograph und das lichtelektrische sternphotometer am 125 cm. Reflektor der sternwarte Berlin. Babelsberg.*

NEGRO, C. S. O. — *Commemorazione del Conte A. Cittadella Vigodarzere.*

— *Alcuni dati sulla temperatura di Valpeltine.*

e le seguenti di estranei:

ARCANGELI, A. — *Musconiscus Romanorum. Nuovo genere e nuova specie di Isopodo terrestre della Cirenaica.*

— *Isopodi.*

— *Due nuove specie del genere « Rhyscotus » B. C. Isopodi terrestri.*

— *Osservazioni sopra l'apparato copulatore degli Isopodi terrestri.*

— *Specie nuove o poco note del genere « Periscyphis » Gerst. ed osservazioni sulle cavità incubatorie degli Isopodi terrestri.*

— *Isopodi terrestri raccolti in Cuba dal Prof. F. Silvestri.*

— *Isopodi terrestri raccolti nell'Estremo Oriente dal Prof. F. Silvestri.*

— *Isopodi terrestri raccolti nelle Isole Canarie dal Prof. F. Silvestri.*

— *Pseudoalbinismo in Isopodi e fattori dello stesso.*

— *Contributo alla conoscenza del « Microgonten » di Costarica.*

— *Un metodo per colorare elettivamente il tessuto connettivo fascicolare.*

— *Osservazioni sopra fibre muscolari striate della lingua di « Vesperugo Noctula » Schr. e di « Lacertamuralis » Laur.*

— *Capillari sanguigni in epiteli.*

— *Isopodi terrestri raccolti nel 1925 in Italia dal Dr. E. Dudich ed esistenti nel Museo Nazionale Ungherese (Budapest).*

AURINO — *Sopra talune peculiarità della curva di luce di W Ursae Maioris.*

BECKER, F. — *Spektral-durchmusterung der Kapteyn-eichfelder des Südhimmels. II Teil. Zone-60 Grad.*

BEMPORAD, A. — *Osservazioni pireliometriche eseguite a Capodimonte nell'anno 1914.*

— *L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri.*

— *L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione coll'altezza.*

— *Sopra un nuovo sviluppo singolarmente convergente per l'integrale della estinzione secondo la teoria di Bouguer.*

— *Sul modo di variare della radiazione solare.*

- *Sulla riduzione fotometrica delle lastre della fotografia stellare.*
- *L'Astronomia in Sicilia.*
- *Die astronomische und terrestrische Strahlenbrechung.*
- *Die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre.*
- *Misure assolute e misure differenziali della estinzione atmosferica.*
- BEMPORAD, G. — *Posizione fotografica del pianetino (1036).*
- BEMPORAD, A.; GENOVESE, L. — *Ricerche sugli errori sistematici del « Draper Catalogue ».*
- BEMPORAD, A.; PUISEUX, P. — *Refraction et extinction.*
- BEMPORAD, A.; MELDOLA, L. — *L'assorbimento selettivo delle radiazioni calorifiche.*
- CALLEGARI, G. V. — *Introduzione allo studio delle antichità americane.*
- CONTARINO, F. — *Media aritmetica, media probabile, e media più probabile.*
- CURUPI, C. — *Medizinisches aus der Ursage der Arier.*
- *Cheiron, das Urbild des Arztes.*
- GUERRIERI, E. — *A proposito di due straordinarie meteore luminose.*
- GENOVESE, L. — *Saggio di confronto fra le grandezze fotografiche di varie zone del Catalogo Astrografico.*
- HOEL, A. — *The Novergian Svalbard expeditions, 1906-1926.*
- KLOTZ, L. — *Le Moniteur de l'Exportation Juin 1930.*
- » » » » *Juillet 1930.*
- » » » » *Août 1930.*
- LAZZARINO, O. — *Risultati delle osservazioni fotometriche eseguite durante l'anno 1914.*
- LEROY E, ET TH: — *L'Observatoire de Capodimonte à Naples.*
- LEUZZI, M. — *Studio biografico e critico sul Gr. Uff. Avv. Carmelo Grassi, Pres. Onorario della « Alliance Scientiphique Universelle ».*
- MARCONCINI, F. — *Profilo di Giuseppe Toniolo, economista.*
- MENOZZI, C. — *Insetti dannosi alla barbabietola.*
- MEROLA, M. — *Osservazioni fotometriche di Mira Ceti.*
- *Sulle variazioni di luce della variabile ad eclisse U Cephei.*
- MICHIELI, A. A. — *Per una maggiore conoscenza del nostro paese e l'apprendimento razionale della Geografia.*
- *La carta del mondo al milionesimo.*
- *I più recenti progressi della Alaska.*
- *Il flagello delle frane ed i mezzi per difendersene.*
- *La navigazione interna quale retrovia dei porti adriatici.*

- *Lo sfruttamento razionale del Globo.*
- *Il canale del Raj e la Repubblica Veneta.*
- *Per la storia della biologia marina.*
- *(Bollemo P.) Concetto e compito della Geografia economica. Recensione.*
- *Per un istituto internazionale di geografia alpina.*
- *Il milione di Marco Polo ed un cronista del 1300.*
- *Il carattere morale di Marco Polo.*
- *L'opera e la figura di Marco Polo.*
- *Chi fu e che cosa fece Rusticano da Pisa.*
- *Un fisiografo americano (Ralph Stockmann Tarr).*
- *Un fitogeografo finlandese (Pehr Hjalmar-Seffer).*
- *Bernardino Frescura.*
- *Enrico Gannett.*
- *Gli studi geografici di Horace-Benedict De Saussure.*
- *Francesco Salmoiraghi.*
- *Un naturalista geografo: Italo Giglioli.*
- *Jean Brunhes e l'opera sua.*
- *William Morris Davis e l'opera sua.*
- *Torquato Taramelli.*
- *Giuseppe Ricchieri.*
- *Lucio Mazzuoli.*
- *Un maestro di didattica geografica.*
- *Albert de Lapparent.*
- *Henri Cordier*
- *Giuseppe Pennesi.*
- *Di alcuni sussidi per l'insegnamento della geografia.*
- *Il fiume Piave.*
- *Il Sile nel passato e nel presente.*
- *Le prealpi Feltrine e il Gruppo del Grappa.*
- *Il colle del Montello e le sue vicende.*
- *La Galleria del Sempione ed i nuovi transiti internazionali.*
- *Il Reno e la pace di Versailles.*
- *Il tunnel della Manica.*
- *Un nuovo atlante di Geografia Commerciale.*
- *Per una mostra colombiana ed americana.*
- *Le proiezioni luminose nell'insegnamento della Geografia ed in particolare in quello della Geografia economica.*

- *Le proiezioni luminose all'Istituto tecnico di Treviso.*
- *Su la sfera d'influenza dei porti e le carte destinate a rappresentarla*
- *L'importanza degli studi poleografici.*
- *Per una sezione geografica nel Museo pedagogico nazionale.*
- *Per la fondazione di un corso geografico estivo.*

OLIVERO, F. — *La Teoria poetica del Reuman.*

PAGLI, G. — *Contributo allo studio dei rapporti fra le acacie e le formiche.*

POGGI, T. — *Manuale dei concimi.*

VIOLA, G. — *Curva di luce e periodo di « W Ursae maioris ».*

— *Elementi ellittici del sistema di « W Ursae maioris ».*

VITO, F. — *I sindacati industriali.*

ZAPPA, G. — *Valori normali delle coppie di Battermann.*

— *Studio del micrometro e delle livelle del zenitale di Capodimonte.*

— *Lo studio fotometrico delle variabili a corto periodo e ad eclissi.*

Reale Accademia d'Italia. Vol. I delle Memorie della Classe di Scienze fisiche, matem. e naturali.

R.^o Osservatorio di Capodimonte. Napoli. Catalogo astrografico 1900.0
Zona di Catania fra $+46^{\circ}$ e $+55^{\circ}$. Voll. 1-4.

Accademia Fascista d'Educazione fisica. Rivista; Maggio-Giugno 1930.

Associazione Naz. Fascista inventori. Scienza e Vita, Giugno 1930.

Istituto Botanico « Giovanni Briosi ». Atti, Vol. I, Serie IV, A. 1930.

Istituto Internaz. della cinematografia educativa. Rivista, Giugno 1930.

» » » » » *Rivista, Maggio 1930.*

Istituto Italiano di Numismatica. Atti e Memorie, vol. VII.

Sindacato Provinciale Fascista. Ingegneri. Bollettino; Fasc. VI.

Real Sociedad Geográfica. Boletín; Anno 1929 e 1 e 2 trim. 1930.

Il Segretario annunciò che nell'anno Accademico LXXXIV la Pontificia Accademia delle Scienze bandisce un concorso ad un premio di lire diecimila sul tema: *Leggi di Mendel e cromosomi.*

Esaurite le comunicazioni Accademiche, il Sommo Pontefice pronunziò un discorso:

Il Santo Padre iniziava il Suo dire premettendo che non a Lui si dovevano i ringraziamenti di quei diletteggissimi figli ed accademici, ma da parte Sua essi erano a loro dovuti, perchè

è sempre con grande desiderio e ancor più grande soddisfazione e piacere che Egli si ritrovava, purtroppo a così lunghi intervalli, in mezzo a loro e con loro.

Diceva « purtroppo a così lunghi intervalli », perchè lunghi essi Gli sembravano davvero, e a malincuore li lasciava così prolungare, mentre avrebbe voluto, invece, essere con loro molto più frequentemente. Ogni volta infatti che il Papa si trova fra i Suoi accademici, Gli sembra di trovarsi non proprio in più spirabil aere, giacchè, grazie alla Divina Bontà, sempre spirabilissimo è l'aere in cui si svolge la Sua vita e attività; ma esso è pur diverso da quell'aere di puri splendori scientifici, di amore per la scienza, di cura e di interesse per la scienza quale è quello degli accademici; un amore e un interesse però che non possono assolutamente escludersi da un ministero quale è quello del Papa: tutto per le anime. Che cosa sarebbe infatti l'amore per le anime senza l'amore per la scienza, per quella scienza che non è la pura scienza, ma la scienza per la verità, la scienza che illumina (seppure così può dirsi) la verità, la scienza che tanti aiuti potenti riceve dalla Fede e tanti sussidi, quasi a ricambio, offre alla Fede stessa, come sa anche chi per poco intende, come sa, soprattutto, chi, come quegli scienziati, ha tanto studiato? Questo essi ben dovevano particolarmente comprendere, giacchè alle loro investigazioni più infinita si rivela la sapienza di Dio creatore, di Dio legislatore: quella immensa sapienza egualmente mirabile, sia che tracci la traiettoria agli astri, ai mondi immensi, sia, e forse ancor più, che celi, nel mistero degli atomi infinitamente piccoli, le meraviglie di così grandi, così precise, così costanti leggi, tali per cui veramente può dirsi che nulla di quello che noi vediamo e che si impone alla nostra vista per imponenza di mole, nulla di quello che alla nostra vista sfugge per la sua infinita piccolezza e abituale insondabile na-

scondimento, nulla sfugge ad una mirabile legge, anzi ad una rete di leggi che basterebbe da sola ad illustrare non solo l'esistenza, ma anche l'infinita sapienza del Legislatore.

Perciò allorchè l'Augusto Pontefice si trovava in mezzo a quei Suoi figli, Gli sembrava veramente di essersi potuto togliere, per un momento, dalle occupazioni quotidiane e di fare una qualche nuova grande ascensione, tanto essi Lo conducevano in alto, in un'atmosfera elevata, splendida, incommensurabile. Dicendo ciò voleva esprimere quanto intimamente gradito Gli riusciva di stare periodicamente fra quegli studiosi, seguendo per quanto Gli era dato di fare, i loro lavori, apprezzando i sentimenti che Gli vengono espressi dalla loro, anzi Sua Accademia. Ciò attestava altresì con quale partecipazione Egli divideva i loro lutti, le loro gioie, le loro glorie: lutti gravi e veramente (in qualche parte almeno) irreparabili, ma che la Divina Bontà ha voluto compensare, come ad esempio, per mezzo del caro Padre Stein andato subito là a continuare l'opera di quel suo amato, diletto confratello, di così cara memoria, il Padre Hagen, ed a restituire attività e voce (era stato annunciato poco prima) all'Osservatorio Astronomico Vaticano. Nè quindi Sua Santità dubitava che altri acquisti ancora, sempre più belli e più preziosi, abbiano a farsi dalla Sua apprezzata Accademia.

Il Suo caro Padre Gianfranceschi si era felicitato col Papa per quello che la Divina Bontà Gli aveva concesso di fare nell'una direzione o nell'altra: e il Papa era veramente pieno di riconoscenza per questa Divina Bontà che Gli aveva concesso di dare, in qualche modo nuova e degna sede agli studi, alle investigazioni scientifiche, in questo Suo piccolo o grande Stato, come dir si voglia, e di aver potuto dotarlo di qualche cosa veramente profittevole nel campo della scienza, come la nuova rete telefonica, come la nuova stazione radio. Era, anzi,

a questo proposito, tanto più lieto di poter in quel giorno additare all' Accademia il gradito ospite di quella seduta inaugurale: voleva dire il marchese Guglielmo Marconi, agli studi, alle cure, all'impegno tutto particolare del quale, si doveva quella bellissima Stazione radio. Di essa non solo il Papa ha ragione di particolarmente rallegrarsi per i servizi squisiti ed importanti che potrà rendere alla Santa Sede e proprio nel governo della Chiesa Cattolica, ma anche di quelli che potrà rendere all' Accademia ed all'attività scientifica, giacchè il Padre Stein e il Padre Gianfranceschi già si rallegrano largamente pensando alla felicità con cui la voce della Specola astronomica vaticana potrà farsi sentire alle altre specole e partecipare alla comune operosità mondiale.

Queste bellissime constatazioni facevano ben comprendere a quei diletti figli con quali sentimenti l' Augusto Pontefice vedeva schiudersi quel nuovo anno della loro scientifica attività, un'attività la quale offre al Santo Padre così sensibili e preziosi frutti, anche locali, come quelli che Gli presentava e prometteva il prof. De Angelis d'Ossat, in quella analisi geologica del sottosuolo della Sua Città del Vaticano, ed in quelle speranze così cautamente e autorevolmente espresse di poter il Papa, quando che sia, trovarsi in possesso di una buona provvista idrica anche locale; ciò che risponde ad uno dei Suoi desideri ed a ricerche finora non fruttifere, ma che Egli farà riprendere con rinnovata energia.

Il Santo Padre concludeva il Suo discorso esprimendo sentimenti e voti di ogni benedizione per i nobili lavori scientifici per il nuovo anno della Sua Accademia e per tutto quello che gli accademici preparano e si accingono a compiere. Egli li accompagna sempre, ripromettendosi da essi frutti sempre egualmente preziosi. È perciò di tutto cuore che passava ad impartire la Sua Benedizione Apostolica sugli accademici e

sugli altri presenti, e su tutto quello che essi desideravano, sui loro lavori, sulle loro famiglie e su tutte quelle care cose e care persone, che essi in quel momento portavano nel pensiero e nel cuore.

Il Santo Padre impartì quindi l'Apostolica Benedizione, e, dopo avere amabilmente salutato gli accademici, alle 17, accompagnato dalla Sua Nobile Corte, lasciò la Casina Pio IV.

MEMORIE E NOTE

Per un nuovo sistema di misura

Nota di E. PISTOLESI, S. O.

Sommario. — Messi in evidenza gli inconvenienti e le irrazionalità dell'attuale sistema tecnico di misura avente il *kg-forza* come una unità fondamentale e criticati altri sistemi proposti o adottati, come il sistema M. T. S., l'A. propugna l'adozione del sistema M. K. S. (già proposto nel 1901 dal Giorgi per i problemi dell'elettromagnetismo) avendo come unità fondamentali il *metro*, il *kg-massa* e il *secondo*. Si propone il nome *vis* per l'unità di forza che ne deriva, rilevando come le unità di lavoro e di potenza risultano essere il *joule* e il *watt*.

L'opportunità di sostituire l'attuale sistema tecnico di misura, basato sull'assunzione del *kg-forza* come unità fondamentale, con un sistema più razionale, nel quale al *kg* (o ad un suo multiplo o sottomultiplo) sia restituita la naturale funzione di unità di massa, è sentita da tempo.

Sono noti gli inconvenienti del sistema attuale, che possono brevemente riassumersi come segue:

a) l'unità di forza (*kg-forza*) è definita come il peso di una data unità di massa, ma essendo l'accelerazione della gravità variabile nello spazio e nel tempo, in realtà l'unità di forza non è rigorosamente definita. A tale inconveniente non rimedia che parzialmente lo stabilire le condizioni « normali » nelle quali si intende considerare il peso (al livello del mare e alla latitudine di 45°), il che d'altra parte annulla l'unico vantaggio (se così può chiamarsi) che potrebbe attribuirsi al sistema, cioè di abolire in taluni calcoli e in talune formule il fattore accelerazione della gravità;

b) l'unità di massa, che in tutti i problemi della fisica e della meccanica si presenta come unità veramente fondamentale, diviene unità derivata e per di più di dimensioni complesse (*kg. sec²/m*), complessità che si trascina

nelle grandezze derivate dalla massa, come i momenti, i momenti d'inerzia, le densità ecc. In tal modo, com'è stato acutamente osservato, il sistema attuale introduce il fattore g ove non ha alcun significato concreto per sopprimerlo (salvo quanto si è detto al capoverso a) dove l'intervento fisico di questa grandezza è manifesto;

c) il passaggio dal sistema assoluto C. G. S. in uso nella fisica al sistema tecnico risulta, non solo numericamente, ma anche concettualmente difficile ed è sorgente di confusione e di errori, come sa chiunque abbia qualche pratica dell'insegnamento tecnico superiore;

d) il sistema attuale conduce ad unità di lavoro e di potenza diverse da quelle, ormai diffusissime, dell'elettrotecnica, (*joule, watt*).

Sono stati perciò proposti varie volte altri sistemi di misura « assoluti » da adottarsi nella tecnica e fra questi uno, il sistema M. T. S. (*metro, tonnellata-massa, secondo*) è stato ufficialmente adottato in Francia con la legge 2 aprile 1919 e il successivo decreto 26 giugno 1919.

Questo sistema ha evidentemente tutti i pregi che derivano dall'essere un sistema assoluto, in cui le unità sono multiple secondo una potenza del 10 delle corrispondenti unità C. G. S.; ma presenta l'inconveniente assai grave che tali unità sono troppo diverse delle attuali e poco maneggevoli, il che, a parte ogni altra considerazione, ne rende molto problematica l'effettiva introduzione nella pratica.

In tale sistema l'unità di massa è la *tonnellata*, l'unità di forza (forza che imprime ad 1 *tonnellata* l'accelerazione di 1 m/sec^2) è lo *sthène*, che è all'incirca 100 *kg-forza*, l'unità di lavoro è il *kilojoule*, l'unità di potenza il *kilowatt*.

Da tale sommaria esposizione si vede come nel sistema M. T. S. non è neppure perfetta la saldatura col sistema elettrotecnico, nel quale l'unità di lavoro o di energia è il *joule* e l'unità di potenza è il *watt*.

La ragione per cui il sistema M. T. S. ha scelto una così grande unità di massa deve ricercarsi nel proposito di conservare per l'acqua la densità 1. La stessa preoccupazione si ritrova in altri sistemi, ancora meno convenienti, che sono stati pure proposti, come il sistema *dm, kg-massa, secondo*.

Ora tale preoccupazione non mi pare abbia seria consistenza, giacchè nessun reale inconveniente può derivare dall'essere la densità dell'acqua espressa da un numero diverso da 1 (ad es. 1000), specialmente ove si tenga presente che, definiti il *kg* ed il *metro* per mezzo dei campioni internazionali,

la densità dell'acqua a 3°,9 ecc. non risulta rigorosamente uguale ad 1 neppure nel sistema C. G. S. o nel sistema M. T. S.

Può anzi essere opportuno che la densità dell'acqua risulti notevolmente diversa da 1, per evitare possibili confusioni fra la *densità assoluta* e la *densità relativa* (o *peso specifico relativo*), da definirsi, come il consueto, quale rapporto fra la densità (o il peso specifico) di un dato corpo e la densità (o il peso specifico) del corpo campione (acqua).

Ciò premesso, un sistema di misura atto a soddisfare ogni più ragionevole esigenza è il sistema *metro, kg (massa), secondo* (sistema M. K. S.). Esso conduce ad un'unità di forza che è 1/g (circa 1/10) dell'attuale *kg-forza*, il che non parmi costituisca inconveniente apprezzabile, non essendovi fra le due unità la grande sproporzione che si osserva in altri sistemi, compreso il sistema M.T.S. A tale unità è senza dubbio conveniente dare un nome ed io proporrei di chiamarla latinamente « *vis* » e di designarla col simbolo *v*.

Si ha:

$$1 \text{ vis} = 10^5 \text{ dyne} = \frac{1}{g} \text{ kg-forza}.$$

L'unità di lavoro è 1 *vis-metro*; ma non occorre crearle un nome, coincidendo essa col *joule*, così come l'unità di potenza coincide col *watt*.

Per potenze rilevanti servirebbe naturalmente il *kW*, da sostituire all'irrazionale, inutile e da tutti deprecato *cavallo vapore*.

Il raccordo del nuovo sistema con le unità di energia e di potenza dell'elettrotecnica è dunque perfetto.

Nel sistema proposto il peso, considerato come forza che l'attrazione terrestre esercita su di un corpo, è dato dal prodotto della massa (espressa in *kg*) per l'accelerazione della gravità *g* e sarà espresso in *vis*; così il peso di 1 *kg* sarà 9.81 *vis*.

Il sistema M. K. S. non è una novità. Esso fu proposto fino dal 1901 dal nostro illustre consocio Prof. Giorgi (che però non dette un nome all'unità di forza) e sostenuto successivamente da altri scienziati, fra i quali piacemi ricordare il Dr. G. A. Campbell, che ne fece oggetto di una comunicazione al Congresso Internazionale di Toronto nel 1924.

Il Giorgi mostrò con grande chiarezza come il sistema M. K. S. sia atto, non soltanto a rimpiazzare il sistema tecnico attuale nelle applicazioni della meccanica (specialmente della dinamica), ma sia addirittura un sistema assoluto

sotto molti rispetti più conveniente dello stesso sistema C. G. S. al quale sarebbe opportuno sostituirlo, unificando per mezzo di esso i vari sistemi di misura dell'elettromagnetismo (sistema elettrostatico, elettromagnetico assoluto, elettromagnetico pratico). Il Giorgi espone infatti tutto un progetto di riforma delle misure elettromagnetiche, conducente alla creazione di un sistema « razionalizzato » avente come unità fondamentali il *metro*, il *kg-massa* e il *secondo*.

Sotto questo punto di vista il nuovo sistema viene ad assumere una portata ed una universalità notevolmente superiori a quelli che mi mossero inizialmente a proporre il sistema M. K. S. come un sistema « tecnico » più comodo e razionale dell'attuale. Ed invero il Campbell nella comunicazione succitata chiama il sistema M. K. S. un sistema di « unità definitive » proposto per uso universale.

« Unità — egli asserisce — che possano venire adottate non solamente da tutti gli scienziati e da tutti i tecnici, ma anche dall'operaio, dal bottegaio, ecc ».

Il fatto che, non ostante i suoi evidenti pregi, riconosciuti anche di recente in una pregevolissima comunicazione di A. E. Kennelly all'American Institute of electrical Engineers (27-31 gennaio 1930), il sistema M. K. S. non abbia fatto finora se non pochi proseliti è piuttosto scoraggiante. Io credo peraltro che a vincere il misonismo che regna sovrano anche nel campo della scienza e della tecnica possa giovare il cominciare ad usare senz'altro il nuovo sistema nelle comunicazioni scientifiche e specialmente nell'insegnamento universitario. Come fu già osservato dal Campbell, esso può essere usato senza inconvenienti dai singoli, giacchè la maggior parte delle unità che ad esso appartengono sono note nella pratica e di uso corrente.

Tuttavia credo che qualche piccola riforma in questo campo delle unità di misura sia urgente.

Credo infatti che, introdotto il sistema M. K. S., *assoluto e razionale*, si debba coraggiosamente abolire l'attuale cosiddetto sistema tecnico, conservandone per certe applicazioni alcune unità *pratiche*, ma senza avere la pretesa di farne un sistema, così come si usano *l'atmosfera* o *l'altezza della colonna barometrica* come unità pratiche di pressione senza preoccuparsi di inserirle in sistemi coerenti di misura.

È stato osservato, p. esempio, che nei problemi della statica (scienza delle costruzioni) è comodo adottare il *kg-forza* come unità di forza. Ebbene, si conservi pure il *kg-forza* per queste particolari applicazioni, fermo restando che $1 \text{ kg-forza} = 9.81 \text{ vis}$ e senza, per questo, creare un'unità di massa uguale a 9.81 kg-massa , la cui introduzione non è necessaria, nè utile.

Ma allora diviene urgente distinguere il *kg-forza* dal *kg-massa* nelle notazioni, per evitare una confusione troppo evidente.

Penso che si potrebbe conservare il simbolo *kg* per l'unità di massa e adoperare il simbolo *kgf* o *kf* o anche semplicemente *Kg* per l'unità *pratica* di forza.

Sebbene la mia proposta non abbia, come ho detto, il pregio dell'originalità se non in qualche punto particolare, ho creduto conveniente, dato l'interesse dell'argomento, farne oggetto di comunicazione a questa Pontificia Accademia che, per la sua importanza e per il suo carattere di universalità, può col suo alto appoggio facilitare l'introduzione di una riforma di indiscutibile utilità per la scienza e per la tecnica.

Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter.

(2. Folge)

Nota 2^a del S. C. P. HERMANN HOFBAUER C. SS. R.

Der goldene Schnitt und die Intervalle der Tonleiter.

Bei weiterer Untersuchung der merkwürdigen Verhältnisse in der Tonleiter, die ich früher dargelegt habe (siehe: Atti della Pont. Accad. delle Scienze Nuovi Lincei, Anno LXXXIII Sess. IV, 16 Marzo 1930), kam ich auf eine interessante Beziehung des **goldenen Schnittes**, der proportio divina, wie man ihn auch genannt hat, zu den Intervallen der Tonleiter oder, genauer ausgedrückt, zu den Logarithmen derselben.

Der Bequemlichkeit halber setzen wir die Log. des grossen ganzen Tones (T), des kleinen ganzen Tones (*t*), des grossen halben Tones (Δ) und des kleinen halben Tones (δ) nach der gewöhnlichen Messung hieher. Es ist

$$\begin{aligned}\log T &= \log \frac{9}{8} = 0.05115, & \log t &= \log \frac{10}{9} = 0.04576 \\ \log \Delta &= \log \frac{16}{15} = 0.02803, & \log \delta &= \log \frac{25}{24} = 0.01773 .\end{aligned}$$

Teilen wir nun den $\log t$ nach dem goldenen Schnitte, so ist die maior desselben $= 0.02828$, die minor $= 0.01748$. Bekanntlich erhält man die maior des goldenen Schnittes, indem man die zu teilende Grösse mit $0.61803\dots$

multipliziert (es ist $\frac{1}{2} \sqrt[5]{5} - \frac{1}{2} = 0.61803\dots$), die Differenz zwischen der ganzen Grösse und der maior ist die minor. Wir wollen den Koeffizienten $0.61803\dots$ mit m bezeichnen. Man sieht nun leicht, dass die berechnete maior und minor nahezu mit den oben angegebenen Werten für $\log \Delta$ und $\log \delta$ übereinstimmen.

Ferner ist $\log T$ fast genau $= \frac{\log t}{2} + m \log t$. Es ist nämlich $\frac{\log t}{2} = 0.02288$, $m \log t = 0.02828$, weiters $0.02288 + 0.02828 = 0.05116$, $\log T = \log \frac{9}{8} = 0.05115$.

Die Uebereinstimmung ist sicher auffallend. Darnach könnte man sehr nahe $\log T = \log \left(t^{m + \frac{1}{2}} \right)$, also $T = t^{m + \frac{1}{2}}$ oder $= t^{\frac{1}{2} \sqrt[5]{5}}$ setzen. Ferner ist dann $\frac{\Delta}{\delta} = \left(\frac{T}{t} \right)^2$, $\Delta = t^{\frac{1}{2} \sqrt[5]{5} - \frac{1}{2}}$, $\delta = t^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt[5]{5}}$.

Soll das Intervall der Oktav ganz rein sein, so muss nach der c — Dur Tonleiter $T^3 \cdot t^2 \cdot \Delta^2 = 2$ oder

$$3 \left(m + \frac{1}{2} \right) \log t + 2 \log t + 2m \log t = \log 2 = 0.30103$$

sein. Hieraus ergäbe sich aber:

$$\begin{aligned} \log T &= 0.05107, & \log t &= 0.04568 \\ \log \Delta &= 0.02823, & \log \delta &= 0.01745. \end{aligned}$$

Nehmen wir das viergestrichene a zu 8×435 , also zu 3480 Schwingungen, so ergeben sich für das viergestrichene g nach unserer Rechnung 3132.6 Schwingungen, nach der gewöhnlichen Messung 3132, das viergestrichene h hätte 3914.3 statt 3915, das fünfgestrichene c endlich hätte 4177.2 statt 4176.

Die Unterschiede sind also sehr gering. Die Intervalle der c — Dur Tonleiter lassen sich als Funktion von t , wie folgt, darstellen:

C	D	E	F	G	A	H	c
t	$t^{m + \frac{1}{2}}$	$t^{m + \frac{3}{2}}$	$t^{2m + \frac{3}{2}}$	$t^{3m + 2}$	$t^{3m + 3}$	$t^{4m + \frac{7}{2}}$	$t^{5m + \frac{7}{2}}$

Die Logarithmen der Intervalle wären :

nach unserer Rechnung	nach der üblichen Messung
$\log C = 0$	$\log C = 0$
$\log D = 0 \cdot 05107$	$\log D = 0 \cdot 05115$
$\log E = 0 \cdot 09675$	$\log E = 0 \cdot 09691$
$\log F = 0 \cdot 12498$	$\log F = 0 \cdot 12494$
$\log G = 0 \cdot 17605$	$\log G = 0 \cdot 17609$
$\log A = 0 \cdot 22173$	$\log A = 0 \cdot 22185$
$\log H = 0 \cdot 27280$	$\log H = 0 \cdot 27300$
$\log C = 0 \cdot 30103$	$\log C = 0 \cdot 30103$

N.B. Noch könnten wir anhangsweise einige weitere interessante Relationen namhaft machen. Als Grundlage dienen die Seite 31 gegebenen Zahlen. Es ist $\log \delta = m \log \Delta$, also (wie sich das ja aus dem Wesen des goldenen Schnittes leicht erklärt) ist der Log des kleinen halben Tones gleich der maior des nach dem goldenen Schnitte getheilten grossen halben Tones.

Weiters ist

$$\frac{1}{2} \log \Delta + \log \delta = m \log T .$$

Ferner

$$\frac{1}{2} \log \Delta + m \log \Delta = m \log T .$$

Endlich

$$m \log T + \frac{1}{2} \log \Delta = \log t .$$

La distribuzione delle stelle doppie nello spazio

Nota del S. C. GIOVANNI STEIN S. J.

Sommario. — Supponendo una distribuzione uniforme delle stelle doppie nello spazio, si trova che il numero delle stelle doppie con distanza apparente q'' è inversamente proporzionale a q^4 . Il fatto che questo aumento, con il decrescere di q , è troppo rapido in confronto alle statistiche, si spiega almeno parzialmente qualora si pensi che le grandezze numeriche m (e quindi anche la distanza r dalla terra delle stelle doppie osservate) non oltrepassano un certo limite. Probabilmente fra le stelle doppie con $m \leq 9$ e $q \leq 1''$ il numero delle coppie realmente strette predomina.

Assumendo, come suggeriscono Hertzsprung e Luyten, la distribuzione delle stelle doppie nelle vicinanze del Sole, Gaussiana riguardo a $\log P$, come rappresentativa per l'intero spazio, è stato calcolato, per $q = 1''$, la frequenza delle stelle doppie per diversi valori di a . Come limite della grandezza è stato posto $m = 14$ secondo la nuova formola di Aitken: $\log q'' = 2.8 - 0.2 m$. Da questo calcolo risulta che, se le supposte condizioni non si allontanano troppo dal vero, la grandissima maggioranza delle stelle doppie con $q = 1''$ ed $m = 14$ hanno periodi di migliaia d'anni.

La massa totale di una stella doppia fu supposta in media eguale a 2 volte la massa del Sole, la grandezza assoluta della stella principale eguale a quella del Sole; fu trascurata l'eccentricità delle orbite.

1) — Nel Lick Observatory Bulletin n. 196, (1910), Aitken ha richiamato l'attenzione sul fatto che nella rassegna sistematica delle stelle doppie fino alla grandezza 9.0 B.D., fatta all'Osservatorio di Lick, il numero delle coppie strette era di molto superiore a quello delle coppie con distanza apparente moderata. Più del 70 per cento delle 3500 coppie fino allora scoperte, avevano distanze angolari di $2''$ o meno, e quasi il 50 per cento era di $1''$ o meno.

Questo fatto, come dice Aitken, si spiega, in gran parte, per il modo sistematico con cui la rassegna fu fatta con il grande equatoriale dell'Osservatorio. Sorse tuttavia la questione se le coppie strette non siano realmente più numerose delle larghe, anche tenendo conto della parallasse. E in una nota egli aggiunse: « è chiaro che dobbiamo aspettarci di trovare un numero

di coppie strette assai più grande di quello delle larghe, se, supponendo una distribuzione approssimativamente uniforme delle stelle doppie nello spazio, trascuriamo la parallasse ».

2) — Ma oltre che dalla parallasse, l'angolo ϱ'' sotto il quale si vede la distanza reale fra le due componenti dipende anche dall'orientazione del raggio vettore rispetto alla linea visuale. Inoltre quella orientazione si cambia continuamente con il moto orbitale. Ma facciamo astrazione da questo moto, e supponiamo semplicemente che, in un dato momento, i raggi vettori delle diverse stelle doppie non abbiano una generale preferenza alcuna per una determinata orientazione. Facciamo pure astrazione dall'eccentricità delle orbite.

3) — Supponiamo innanzi tutto che il numero n (per unità di volume) delle stelle doppie, con semi-asse di a unità astronomiche sia costante per l'intero spazio; ci domandiamo: quanti di quei sistemi binari si vedono dalla Terra sotto un angolo fra ϱ'' et $\varrho'' + \Delta\varrho''$?

Consideriamo un'unità di volume alla distanza di r parsecs dalla Terra, e figuriamoci tutte le n stelle doppie collocate con la stella principale in un medesimo punto. Allora, tutti i satelliti saranno distribuiti uniformemente su una superficie sferica, con raggio di a unità astronomiche. I raggi della sfera che si vedono dalla Terra sotto un angolo fra ϱ'' e $\varrho'' + \Delta\varrho''$ fanno con la linea visuale un angolo fra φ e $\varphi + \Delta\varphi$, determinato dall'equazione $\frac{a}{r} \sin \varphi = \varrho$, e per conseguenza $\frac{a}{r} \cos \varphi \Delta\varphi = \Delta\varrho''$. I satelliti corrispondenti si trovano in due zone con superfici eguale a $\sin \varphi \Delta\varphi \times$ la superficie della sfera. Dunque il numero delle stelle doppie con semi-asse a , per unità di volume, che si vedono nella distanza r sotto un angolo fra ϱ'' e $\varrho'' + \Delta\varrho''$, sarà:

$$n \sin \varphi \Delta\varphi = n \frac{r}{a} \operatorname{tg} \varphi \Delta\varrho'' \quad \left(\sin \varphi = \frac{r}{a} \varrho \right)$$

Nello strato sferico fra r e $r + dr$ il numero sarà:

$$4\pi n \frac{r^3}{a} \operatorname{tg} \varphi \Delta\varrho \cdot dr$$

e il numero totale nella sfera con raggio $r = \frac{a}{\varrho}$:

$$4\pi n \frac{\Delta\varrho}{a} \int_0^{\frac{a}{\varrho}} r^3 \operatorname{tg} \varphi dr \quad (1)$$

Scegliendo φ come variabile indipendente, l'integrale si trasforma in:

$$4\pi n a^3 \varrho^{-3} \frac{\Delta \varrho}{\varrho} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^4 \varphi d\varphi.$$

Essendo

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^4 \varphi d\varphi = \frac{3}{8} \varphi - \frac{1}{4} \text{sen } 2\varphi + \frac{1}{32} \text{sen } 4\varphi$$

e conseguentemente

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^4 \varphi d\varphi = \frac{3}{16} \pi,$$

si trova per il numero totale delle stelle doppie con semi-asse reale $= a$ unità astronomiche e con distanza apparente fra ϱ'' e $\varrho'' + \Delta \varrho''$:

$$\frac{3}{4} \pi^2 n \frac{a^3}{\varrho^3} \cdot \frac{\Delta \varrho}{\varrho}$$

Sia n una funzione $f(a)$ di a ; il numero delle stelle doppie con semi-asse fra a e $a + \Delta a$ sarà $= f(a) \Delta a$. Dunque per il numero totale di tutte le stelle doppie fra ϱ'' e $\varrho'' + \Delta \varrho''$ si può scrivere:

$$\frac{3}{4} \pi^2 \varrho^{-3} \cdot \frac{\Delta \varrho}{\varrho} \int_{a_0}^{a_1} a^3 f(a) da \quad (2)$$

a_1 e a_0 sono gli estremi valori di a .

Finalmente il numero fra i limiti ϱ''_1 e ϱ''_2 si è:

$$\frac{3}{16} \pi^2 \left(\frac{1}{\varrho^3_1} - \frac{1}{\varrho^3_2} \right) \int_{a_0}^{a_1} a^3 f(a) da$$

4) — Vediamo dalla formola (2) che nelle semplici supposizioni fatte, la frequenza delle stelle doppie con distanza ϱ'' è inversamente proporzionale a ϱ^4 , e per conseguenza arriva ad un valore molto grande per piccoli valori di ϱ , troppo grande davvero in confronto ai numeri risultanti dalle statistiche

delle stelle doppie osservate. E questo porterebbe a concludere senz'altro che l'ipotesi di una distribuzione uniforme delle stelle doppie nello spazio non sia approssimativamente giusta. Ma bisogna notare che nella formola (1) abbiamo integrato fra i limiti 0 e $\frac{a}{\varrho}$ di r ; orbene, essendo la maggior parte delle stelle doppie osservate relativamente vicine, il limite $\frac{a}{\varrho}$ per piccoli valori di ϱ può oltrepassare di molto la distanza dentro cui si trovano le stelle doppie catalogate. Limitandoci, p. e., come fece Aitken, l. c., alle stelle fino alla 9^a grandezza, senz'altro mettiamo un limite ad $\frac{a}{\varrho}$. Supponiamo che la componente principale delle stelle doppie visuali abbiano in media la grandezza assoluta (5.0) del nostro Sole. La distanza delle stelle doppie di grandezza apparente 9^a sarà allora di 63 parsecs. Delle stelle doppie con $\varrho = 1''$, solamente quelle con $a \geq 63$ unità astr. si trovano tutte dentro una sfera con raggio di 63 parsecs, mentre fuori di questa sfera si trovano ancora molte coppie con $\varrho = 1''$, ma con $a > 63$ unità astr. Con quanta rapidità la funzione:

$$J = \int_0^{\varphi} \sin^4 \varphi \, d\varphi$$

cominci ad abbassarsi quando il limite superiore φ dell'integrale scende un poco al di sotto di $\frac{\pi}{2}$ si vede dalla seguente tabellina.

φ	$r : \frac{a}{\varrho} = \sin \varphi$	J	%
$\frac{\pi}{2}$	1.000	0.5890	100
$\frac{5\pi}{12}$	0.916	0.3388	58
$\frac{\pi}{3}$	0.866	0.1601	27
$\frac{\pi}{4}$	0.707	0.0455	7.7
$\frac{\pi}{6}$	0.500	0.0069	1.2
$\frac{\pi}{12}$	0.259	0.00023	0.04
0	0.000	0.0000	0.00

Così una sfera con raggio di 63 parsecs contiene solamente il 4% delle stelle doppie con $q = 1$ e $a = 100$ unità astr., mentre essa contiene tutte le stelle con $q \geq 1''6$ e $a = 100$ unità astr. L'aumento delle stelle doppie (con $m \leq 9$) mentre q va diminuendo sarà dunque molto meno rapido di quello che segue dalla formula (2). E il numero delle stelle doppie con semi-asse a molto grande sarà relativamente esiguo.

Della funzione $f(a)$ ovvero della frequenza delle stelle doppie con semi-asse a nell'unità di volume, non si sa quasi niente. «Conosciamo — così scriveva Hertzsprung nel 1922 (1) — 15000 stelle doppie, ma solamente una cinquantina di orbite sicure (2); un migliaio mostrano le prime tracce di movimento orbitale; il resto è praticamente fisso. Probabilmente il periodo medio è di migliaia di anni. Tuttavia, se consideriamo le vicinanze del Sole come rappresentative dello spazio intero, si giunge ad un risultato meno vago. Ci sono 21 stelle doppie dentro una distanza di .0 parsec dal Sole. Il valore medio del logaritmo del periodo P è 1.9, e la distribuzione è praticamente Gaussiana con una deviazione media di ± 1 ». Hertzsprung mette dunque, con grossolana approssimazione, $\log P = 2 \pm 1$ nelle vicinanze del Sole.

5) — In un articolo recente: *On the mean period of double stars in space* (Proceedings Nat. Ac. of Sc. U. S. A. 16. 1930. 257) il Professore Luyten dà un elenco di 47 stelle doppie dentro una distanza di 10 parsecs, e ne deduce un valore probabile di 2.5 per $\log P$, con una deviazione media meno di 1.7; onde la metà delle coppie nello spazio avrebbero periodi fra 20 e 4500 anni.

Supponiamo che la massa totale dei singoli sistemi binarii sia eguale a due volte la massa del Sole; allora si ha:

$$a^3 = 2 P^2$$

$$\log a = 0.1 + \frac{2}{3} \log P.$$

Per conseguenza anche la distribuzione dei $\log a$ sarà Gaussiana, e partendo dalla formola: $\log P = 2.5 \pm 1.7$ la frequenza relativa di $\log a$ si può rappresentare con la funzione:

$$F_1 = e^{-\frac{1}{5.78} \left(\frac{3}{6} \log a - 2.25 \right)^2} \quad (3)$$

(1) E. Hertzsprung. — On the median period of binary systems near our Sun B. A. N. I. (1922) 119.

(2) Presentemente, forse un centinaio di più.

Da queste formule risulterebbe: (N il numero totale delle stelle doppie per unità di volume)

per $\frac{1}{2}$ N stelle doppie : $a > 60$ unità astr. $P > 300$ anni

$\frac{1}{4}$ N » » : $a > 270$ » » $P > 4500$ »

$\frac{1}{20}$ N » » : $a > 740$ » » $P > 14000$ »

6) — Per la seconda edizione del Catalogo di Burnham, Aitken ⁽¹⁾ per fissare i limiti della grandezza m della stella principale, per diversi ϱ , ha adottato la formola

$$\log \varrho'' = 2 \cdot 8 - 0 \cdot 2 m$$

Così per $\varrho = 1''$, il limite $m = 14$.

Supponendo la grandezza assoluta $M = 5$, si ha $m = 5 \log r$; quindi per $m = 14$ sarà $r = 631$ parsecs.

Poichè mediante la formula (3) si può calcolare $f(a)$, l'integrale

$$\int_{a_0}^a a^3 f(a) da$$

è teoricamente noto, onde si potrebbe anche calcolare il numero a_0 delle stelle doppie con $\varrho = 1''$ e $a_2 > a > a_1$.

Dentro lo spazio della sfera con raggio = 631 parsecs, la frequenza F delle stelle doppie con $\varrho = 1''$ e con semi-asse $a \leq 631$ unità astron. sarà proporzionale a $a^3 f(a)$. Onde, ponendo $f(27) = 1$, troviamo:

a			F	P
60	u.	$a.$	$60^3 \times 1$	300 anni
270	»	»	$270^3 \times 0.796$	4500 »
631	»	»	$631^3 \times 0.121$	11220 »

⁽¹⁾ Cfr. R. H. Curtiss. — On the separation limits of double stars and the relative numbers of optical and physical pairs. Journ. R. A. S. Canada XXIII (1929) 429.

e per conseguenza

$$F_{60} : F_{270} : F_{631} = 1 : 72 : 140$$

Naturalmente questi numeri sono sommamente ipotetici; ma almeno pare certo che per le stelle doppie con $\varrho = 1''$ e con $m \leq 14$ il numero dei sistemi con periodi di migliaia d'anni sarà assai grande in confronto al numero delle stelle doppie con periodi di lunghezza moderata.

Se invece ci limitiamo, p. e., fino a $m \leq 9$, il numero delle stelle doppie ($\varrho = 1''$) con $a = 100$ unità astr. e $P = 800$ anni sarà solamente $\frac{1}{7}$ di quello dei sistemi con $a = 63$ unità astr. e $P = 355$ anni: il numero delle stelle con periodi moderati sarà predominante.

Per una discussione più dettagliata della distribuzione delle stelle doppie nello spazio, le statistiche sono ancora troppo incomplete ⁽¹⁾, e troppo scarso il numero delle orbite e delle parallassi note.

⁽¹⁾ Quanto poco secure siano p. e. le statistiche delle stelle doppie cavate dai cataloghi astrografici, appare dal fatto che il catalogo di Greenwich contiene 41 stelle doppie con $\varrho < 10''$ nella zona 64° - 65° , mentre il catalogo Vaticano ne contiene 69 nella medesima zona. E di quest'ultime, 25 soltanto sono identiche con altrettante stelle doppie del catalogo di Greenwich. Dunque appena il 30 % del numero totale (85) delle coppie trovate è comune ad ambedue i cataloghi.

Nel catalogo fotografico Vaticano non più del 40 per cento delle stelle doppie (con $\varrho \leq 15''$) occorrono in due lastre, mentre tutte dovrebbero trovarsi in su due lastre almeno.

La determinazione nello sviluppo dei Cefalopodi

Nota di SILVIO RANZI S. C. ⁽¹⁾

Sommario. — In base alla cattura di un embrione mostruoso di *Sepiula intermedia* che presentava *duplicitas cruciata*, al caso di *duplicitas posterior* descritto da NAEF in un embrione di *Sepia officinalis* e ai reperti sullo sviluppo di parti dell'embrione tagliate dal resto, l'A. cerca trarre conclusioni sul tempo della determinazione e sul meccanismo di questa nello sviluppo dei Cefalopodi.

Uno dei principali problemi riguardanti lo sviluppo animale è quello della determinazione, di poter cioè stabilire a quale stadio in un embrione siano determinati i diversi organi, a quale stadio cioè le diverse parti dell'embrione hanno acquistato la potenza di formare la parte che nel normale sviluppo debbono produrre ed hanno perduto la potenza di formare anche altre parti.

Quasi un cinquantennio di ricerche, condotte intorno a questo problema da una falange di ricercatori, ha permesso, da un lato di osservare interessanti aspetti della determinazione, quale la determinazione dipendente per effetto di organizzatori, ben studiata nei Vertebrati dalla scuola di SPEMANN ⁽²⁾ e che possiamo ritenere si effettui pure in invertebrati (Insetti: SEIDEL) ⁽³⁾, dall'altro di fornire dati circa l'epoca della determinazione dei diversi organi nei diversi animali.

Quando nel 1923 intrapresi le mie ricerche sui Cefalopodi ⁽⁴⁾, nessun dato si aveva sull'epoca di determinazione in questi animali e solo poco tempo fa apparvero le prime notizie al riguardo.

⁽¹⁾ Letta nella Sessione Pontificia del 21 dicembre 1930.

⁽²⁾ Vedi: SPEMANN, H. Organizers in Animal Development: *Proc. R. Soc. London S. B* Vol. 102, 1927.

⁽³⁾ SEIDEL, F.: Untersuchungen über das Bildungsprinzip der Keimanlage im Ei der Libelle *Platynemis pennipes* I-V: *Arch. f. Entw.-Mech. Bd. 119*, 1929.

⁽⁴⁾ Ricerche eseguite nella Stazione Zoologica di Napoli.

OKADA (1927) ⁽¹⁾ sottraendo un po' di vitello a un uovo di *Loligo* in via di sviluppo vide formarsi un embrione più piccolo e, in base a questo reperto, egli crede poter affermare che l'uovo dei Cefalopodi abbia una certa capacità di regolazione.

NAEF (1928) ⁽²⁾ dice di essere riuscito, costringendo un uovo di *Sepia* allo stadio di blastoderma, ad ottenere un embrione, normale alla sua estremità anteriore, ma con due imbuti, quattro branchie e tentacoli soprannumerari, sventuratamente non fornisce altri particolari.

Questi dati sembra apparissero incerti a PRZIBRAM ⁽³⁾ il quale, nel suo trattato, partendo dal mio reperto ⁽⁴⁾ di embrioni mostruosi ottenuti per azione di cloruro di litio costituiti da solo pochi organi, dice che lo sviluppo dei Cefalopodi è a mosaico facendosi forse suggestionare dall'opinione comune che indica gli altri Molluschi come animali con uova a mosaico.

In una pescata eseguita nel giugno 1927 catturai un uovo di *Sepiolo intermedia* Naeef contenente un embrione mostruoso che, all'esame fattone ⁽⁵⁾, apparve essere un mostro doppio, un caso di *duplicitas cruciata* nel quale le due parti ventrali dell'embrione erano ben sviluppate e opposte e avevano tra loro le due parti anteriori, anch'esse opposte, ma con tutti gli organi fortemente ridotti (occhi e gangli ottici assenti, *stomodaeum* estroflesso, gangli cerebrali ridotti).

Poichè da tutti i particolari della sua anatomia e dall'aspetto stesso dell'uovo non sembrava che l'embrione di *Sepiolo*, da me trovato, provenisse da fusione di due uova, si può pensare, tenendo anche conto dell'affermazione di NAEF, che *molto verisimilmente il blastoderma dei Cefalopodi è nei primissimi stadi dello sviluppo isotropo*.

Se allo stadio XII di NAEF si taglia un embrione di *Sepia officinalis* L., già sollevato sul vitello, in due parti; le due parti, quella attaccata al sacco vitellino esterno e quella da esso separata, continuano a svilupparsi senza ri-

⁽¹⁾ OKADA, Y. K.: Versuche über die Wirkung der Dotterwegnahme am meroblastischen Ei: *Anat. Anz.* Bd. 73, 1927.

⁽²⁾ NAEF, A.: Die Cephalopoden 3.: *Fauna e Flora del Golfo di Napoli Mon.* 35, 1928.

⁽³⁾ PRZIBRAM, H.: *Experimental Zoologie* 6.: *Deutsche Leipzig und Wien* 1929.

⁽⁴⁾ RANZI, S.: Inibizione differenziale nello sviluppo dei Cefalopodi: *Pubbl. Staz. Zool. Napoli*, Vol. 9, 1928.

⁽⁵⁾ RANZI, S.: *Duplicitas cruciata* in embrioni di Cefalopodi: *Pubbl. Staz. Zool. Napoli*, Vol. 11, 1931.

generare la parte mancante. *Le diverse parti dell'embrione sono cioè allo stadio XII di N. irreversibilmente determinate.*

Già questo reperto di sviluppo di una parte, anche piccola, dell'embrione isolata dal resto dimostra che *i singoli organi, dopo lo stadio XII di NAEF, sono autodifferenziabili*, e questa conclusione si accorda molto bene con quanto mi è stato dato osservare (op. cit.) circa l'anatomia dei mostricon grande inibizione costituiti da solo pochi organi.

Nel corso delle ricerche su sviluppo di parti di embrioni separate dal resto mi è stato anche possibile dividere un organo in due parti e non ho mai visto rigenerarsi la parte mancante, onde sembra che *i singoli organi, dopo lo stadio XII di NAEF, siano dei sistemi a mosaico* con tutte le parti completamente determinate.

È stato posto in evidenza da SPEMANN⁽¹⁾ e WESSEL⁽²⁾ che la produzione dei mostri con *duplicitas cruciata* negli Anfibi è determinata dall'influenza del centro organizzativo. A me sembra che il reperto di *duplicitas cruciata* nei Cefalopodi *faccia sospettare l'esistenza di un centro organizzativo* presente anche negli embrioni di questi animali ed a questa ipotesi anche per altra via si può giungere. La elevata percentuale di mostri unilaterali che si ottengono per azione di agenti inibitori su blastodermi costituiti da parecchie cellule (op. cit.) fa, come dissi, balenare il sospetto di una correlazione tra i diversi organi di una parte dell'embrione, correlazione che esiste pure negli Anfibi ed è da attribuire all'organizzatore di SPEMANN (VOGT 1927)⁽³⁾.

(¹) SPEMANN, H.: Experimentelle Forschungen zum Determinations- und Individualitätsproblem: *Naturwiss. Bd. 7, 1919.*

(²) WESSEL, E.: Experimentell erzeugte Duplicitas cruciata bei Triton: *Arch. f. Entw. Mech. Bd. 107, 1926.*

(³) VOGT, W.: Ueber Hemmung der Formbildung aus einer Hälfte des Keimes: *Verh. Anat. Ges. 36. Vers. Kiel, 1927.*

Azioni aerodinamiche su di una elissoide di rotazione investito da un vortice con l'asse posto sul suo piano equatoriale, e da una corrente traslatoria parallela al suo asse.

Nota dell'Ing. LORENZO POGGI, presentata dal S. O. PISTOLESI

Riassunto. — Determinato il campo di velocità relativo alle suddette condizioni se ne è dedotto il diagramma di carico che si ha sull'asse dell'elissoide, considerato come un trave, e da questo si è dedotto lo sforzo totale cui è soggetto l'elissoide. Infine si sono fatti alcuni esempi numerici.

Considereremo un elissoide di rotazione investito da una corrente traslatoria parallela all'asse e da un vortice con asse rettilineo e posto nel piano equatoriale dell'elissoide stesso.

La velocità nei diversi punti del campo ed in particolare sui punti dell'elissoide, sarà ottenuta per sovrapposizione delle velocità che si avrebbero considerando separatamente la velocità traslatoria od il vortice. Il calcolo della prima parte, che del resto non è che un caso particolare della seconda, è noto; ci occuperemo in particolar modo della seconda.

Ottenute le velocità nei vari punti dell'elissoide, calcoleremo le pressioni e in definitiva i diagrammi di carico cui resta sottoposto l'elissoide stesso considerato come un trave, e ciò per diversi valori della circuitazione del vortice in rapporto alla velocità e diverse posizioni del vortice stesso.

1. Campo di velocità attorno all'elissoide, dovuto alla presenza del solo vortice.

Per determinare detto campo calcoleremo prima le velocità normali V_n che si avrebbero alla superficie dell'elissoide qualora questo non disturbasse affatto la corrente del vortice; determineremo poi un tal campo di velocità di velocità che presenti alla superficie dell'elissoide velocità normali $-V_n$ e cioè

uguali e contrarie alle precedenti, per il quale le velocità all'infinito siano nulle, e che sia regolare in tutto il campo esterno all'elissoide.

La sovrapposizione di detto campo al primo ci darà evidentemente il campo di velocità richiesto.

Posti gli assi come in figura, ed essendo l'asse del vortice Γ parallelo all'asse y e distante da esso della grandezza d , la velocità dovuta al vortice isolato ha le componenti:

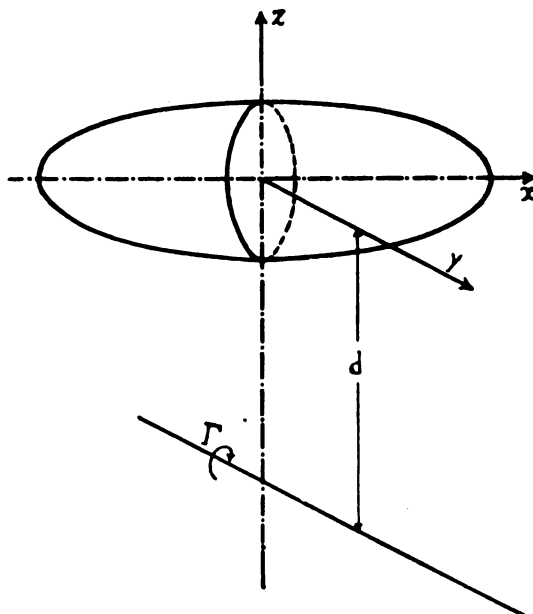


Fig. 1.

$$\begin{aligned} V_{1x} &= -\frac{\Gamma}{2\pi} \left(\frac{d+z}{(d+z)^2 + x^2} \right) \\ V_{1y} &= 0 \\ V_{1z} &= -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{x}{(d+z)^2 + x^2} \end{aligned} \quad (I)$$

I coseni direttori della normale all'elissoide sono invece, considerando come direzione positiva quella diretta verso l'esterno (trascuriamo β_n che non ci serve):

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{x}{a^2 \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2 + z^2}{b^4}}} \\ \gamma_n &= \frac{z}{b^2 \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2 + z^2}{b^4}}} \end{aligned}$$

Avremo quindi:

$$\begin{aligned}
 V_n &= V_{1x} \alpha_n + V_{1z} \gamma_n = \\
 &= \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{d+z}{(d+z)^2 + x^2} \frac{x}{a^2 \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}} - \frac{x}{(d+z)^2 + x^2} \frac{z}{b^2 \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}} = \\
 &= \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{b^2 dx - (a^2 - b^2) zx}{((d+z)^2 + x^2) a^2 b^2 \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}} . \quad (II)
 \end{aligned}$$

Trasformiamo ora quest'espressione introducendo le coordinate ellittiche v. LAMB, *Hidrodynamics* 4 edizione p. 133 e seg.).

Poniamo cioè:

$$\begin{aligned}
 x &= k \cosh \eta \cos \vartheta &= k \xi \cos \vartheta \\
 y &= k \sinh \eta \sin \vartheta \cos \omega &= k (\xi^2 - 1)^{1/2} \sin \vartheta \cos \omega \\
 z &= k \sinh \eta \sin \vartheta \sin \omega &= k (\xi^2 - 1)^{1/2} \sin \vartheta \sin \omega
 \end{aligned}$$

avendo posto:

$$\cosh \eta = \xi .$$

Le superfici $\xi = \text{cost.}$ o, ciò che è lo stesso, $\eta = \text{cost.}$, sono elissoidi di rotazione confocali: l'elissoide dato corrisponde in particolare all'equazione: $\xi = \xi_0$.

Sarà quindi:

$$k \xi_0 = a ; \quad k (\xi_0^2 - 1)^{1/2} = b$$

e perciò:

$$k = (a^2 - b^2)^{1/2} .$$

Determiniamo ora gli incrementi di linea ds_ξ ; ds_ϑ ; ds_ω che si hanno quando le variabili ξ , ϑ , ω , variano separatamente; essi ci serviranno in seguito.

Abbiamo sull'elissoide dato

$$\begin{aligned}
 ds_\vartheta &= k (\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2} d\vartheta &= (b^2 \cos^2 \vartheta + a^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2} d\vartheta \\
 ds_\xi &= \frac{k}{(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} (\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2} d\xi &= \frac{(b^2 \cos^2 \vartheta + a^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2} d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \quad (III) \\
 ds_\omega &= k (\xi^2 - 1)^{1/2} \sin \vartheta d\omega &= b \sin \vartheta d\omega .
 \end{aligned}$$

Indicando ora con Φ_1 il potenziale di velocità che ci definisce la velocità da aggiungere al campo dato dal vortice indisturbato per ottenere il campo voluto dovremo avere:

$$\frac{d\Phi_1}{dn} = -V_n$$

ma poichè variando ξ il punto generico si muove ortogonalmente alla superficie degli elissoidi $\xi = \text{cost.}$, si può scrivere:

$$\frac{d\Phi_1}{dn} = \frac{d\Phi_1}{d\xi} \frac{d\xi}{ds_1}$$

e quindi:

$$\left[\frac{d\Phi_1}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} = \left[\frac{d\Phi_1}{dn} \frac{ds_1}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} = -V_n \frac{(b^2 \cos^2 \vartheta + a^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2}}{(\xi_0^2 - 1)^{1/2}}$$

e cioè avremo sull'elissoide dato:

$$\frac{d\Phi_1}{d\xi} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{bd \cos \vartheta - (a^2 - b^2) \sin \vartheta \cos \vartheta \sin \omega}{\{ (d + b \sin \vartheta \sin \omega)^2 + a^2 \cos^2 \vartheta \} (\xi_0^2 - 1)^{1/2}} \quad (\text{IV})$$

Osserviamo ora che la risoluzione generale dellequazione $\Delta^2 \Phi = 0$ (alla quale come è noto deve soddisfare la funzione Φ_1) quando detta funzione debba essere regolare in tutto il campo esterno all'elissoide e debba dare velocità nulla all'infinito, può porsi sotto la forma:

$$\Phi_1 = \sum A_n \cdot P_n(\cos \vartheta) Q_n^*(\xi) \frac{\sin \omega}{\cos \omega}$$

(v. LAMB elipsoidal harmonics. pag. 104 e seg.) essendo:

$$P_n(\cos \vartheta) = P_n(\mu) = \frac{(2n)!}{2^n (n-s)! n!} (1 - \mu^2)^{1/2s} \left\{ \mu^{n-s} - \frac{(n-s)(n-s-1)}{2(2n-1)} \mu^{n-s-2} + \frac{(n-s)(n-s-1)(n-s-2)(n-s-3)}{2 \cdot 4 (2n-1)(2n-3)} \mu^{n-s-4} - \dots \right\}$$

$$Q_n^*(\xi) = (\xi^2 - 1)^{1/2s} \frac{d^s}{d\xi^s} \left({}^{1/2} P_n(\xi) \log \frac{\xi + 1}{\xi - 1} - Z_n \right)$$

dove:

$$Z_n = \frac{2n-1}{1-n} P_{n-1} + \frac{2n-3}{3(n-1)} P_{n-3} + \dots$$

Dalla soprascritta espressione di Φ_1 derivando rispetto a ξ si ottiene:

$$\left[\frac{d\Phi_1}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} = \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda_n \left(\frac{d}{d\xi} Q_n(\xi) \right)_{\xi=\xi_0} \cdot P_n(\cos \vartheta). \quad (V)$$

Il nostro problema si riconduce dunque a ridurre l'espressione (IV) della grandezza $\frac{d\Phi}{d\xi}$ sulla superficie dell'elissoide nell'espressione (V) tenendo conto del fatto che l'unica parte dell'espressione (V) variabile sulla superficie della stessa è la funzione $P_n(\cos \vartheta)$. Ciò possiamo fare per approssimazione sviluppando in serie l'espressione (IV).

Eseguito lo sviluppo in serie di Taylor e ritenendo solo i termini di ordine $\geq \frac{b^2}{d^2}$ oppure $\geq \frac{a^4}{d^4}$ otteniamo:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\Phi}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} &= \frac{-\Gamma}{2\pi} \frac{bd \cdot \cos \vartheta - (a^2 - b^2) \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega}{((d + b \sin \vartheta \sin \omega)^2 + a^2 \cdot \cos^2 \vartheta)(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} = \\ &= \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} ((a^2 - b^2) \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega - bd \cdot \cos \vartheta) \left(\frac{1}{((d + b \sin \vartheta \sin \omega)^2 + a^2) - a^2 \sin^2 \vartheta} \right) = \\ &= \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} ((a^2 - b^2) \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega - bd \cdot \cos \vartheta) \cdot \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{d^2 + a^2} + \frac{a^2 \cdot \sin^2 \vartheta - 2db \cdot \sin \vartheta \sin \omega}{(d^2 + a^2)^2} \right) = \\ &= \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} \left\{ -\frac{bd}{d^2 + a^2} \cos \vartheta + \frac{a^2 - b^2}{d^2 + a^2} \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2b^2 \cdot d^2 \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega}{(d^2 + a^2)^2} - \frac{bda^2}{(d^2 + a^2)^2} \sin^2 \vartheta \cos \vartheta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(a^2 - b^2) a^2}{(a^2 + d^2)^2} \sin^3 \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega - \frac{2db(a^2 - b^2)}{(d^2 + a^2)^2} \sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega \right\} = \\ &= \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} \left\{ \frac{bd}{(d^2 + a^2)^2} (-d^2 - 3a^2 + b^2) \cos \vartheta + \frac{(2a^2 - b^2) bd}{(d^2 + a^2)^2} \cos^3 \vartheta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{d^2 b^2 + d^2 a^2 + 2a^4 - 2a^2 \cdot b^2}{(d^2 + a^2)^2} \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \omega - \right. \\ &\quad \left. - a^2 \cdot \frac{a^2 - b^2}{(d^2 + a^2)^2} \cos^3 \vartheta \sin \vartheta \cdot \sin \omega + \frac{db(a^2 - b^2)}{(d^2 + a^2)^2} \sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \cos(2\omega) \right\}. \end{aligned}$$

Infine avremo:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\Phi_1}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} = & \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2-1)^{1/2}} \left\{ \frac{b \cdot d}{(d^2+a^2)^2} \left(-\frac{9}{5} a^2 + \frac{2b^2}{5} - d^2 \right) \cos \vartheta + \right. \\ & + db \frac{2a^2-b^2}{(d^2+a^2)^2} (\cos^3 \vartheta - \frac{3}{5} \cos \vartheta) + \frac{\frac{11}{7} a^4 - \frac{11}{7} a^2 \cdot b^2 + d^2 \cdot a^2 + d^2 \cdot b^2}{(d^2+a^2)^2} \sin \vartheta \cos \vartheta \sin \omega + \\ & + \frac{(b^2-a^2) a^2}{(d^2+a^2)^2} (\cos^3 \vartheta - \frac{3}{7} \cos \vartheta) \sin \vartheta \sin \omega + \\ & \left. + \frac{(a^2-b^2)}{(d^2+a^2)^2} db \cdot \sin^2 \vartheta \cos \vartheta \cos (2\omega) \right\}. \end{aligned}$$

L'espressione precedente può mettersi sotto la forma:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\Phi_1}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_0} = & \frac{\Gamma}{2\pi(\xi_0^2-1)^{1/2}} \{ C_1 P_1(\mu) + C_2 P_2(\mu) + C_3 P_2^1(\mu) \cdot \sin \omega + \\ & + C_4 P_4^1(\mu) \sin \omega + C_5 P_3^2(\mu) \cos (2\omega) \}. \end{aligned} \quad (VI)$$

Confrontando l'espressione VI) con la V) abbiamo:

$$\begin{aligned} A_{1 \cdot 0} &= C_1 : \left[\frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} & A_{2 \cdot 0} &= C_2 : \frac{d}{d\xi} \left[Q_2(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} \\ A_{2 \cdot 1} &= C_3 : \left[\frac{d}{d\xi} Q_2^1(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} & A_{4 \cdot 1} &= C_4 : \frac{d}{d\xi} \left[Q_4^1(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} \\ A_{3 \cdot 2} &= C_5 : \left[\frac{d}{d\xi} Q_3^2(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} \end{aligned}$$

Possiamo allora brevemente scrivere:

$$\begin{aligned} \left[\Phi_1 \right]_{\xi=\xi_0} = & C_1 B_1 P_1(\cos \vartheta) + C_2 B_2 P_2(\cos \vartheta) + C_3 B_3 P_2^1(\cos \vartheta) \sin \omega + \\ & + C_4 B_4 P_4^1(\cos \vartheta) \sin \omega + C_5 B_5 P_3^2(\cos \vartheta) \cos (2\omega) \end{aligned}$$

avendo posto :

$$\begin{aligned} C_1 &= bd \left(-\frac{9}{5} a^2 + \frac{2}{5} b^2 - d^2 \right) & C_2 &= \frac{db (2a^2 - b^2)}{(d^2 + a^2)^2} \\ C_3 &= \frac{-\frac{11}{7} a^4 - \frac{11}{7} a^2 b^2 + d^2 a^2 + d^2 b^2}{(d^2 + a^2)^2} & C_4 &= \frac{-a^4 + a^2 b^2}{(d^2 + a^2)^2} \quad (\text{VII}) \\ C_5 &= \frac{d \cdot b (a - b)}{(a^2 - b^2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \left[\frac{Q_1(\xi)}{\frac{d}{d\xi} Q_1(\xi)} \right]_{\xi=\xi_0} & B_2 &= \frac{1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \left[\frac{Q_2(\xi)}{\frac{d}{d\xi} Q_2(\xi)} \right]_{\xi=\xi_0} \\ B_3 &= \frac{1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \left[\frac{Q_2'(\xi)}{\frac{d}{d\xi} Q_2'(\xi)} \right]_{\xi=\xi_0} & B_4 &= \frac{1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \left[\frac{Q_4'(\xi)}{\frac{d}{d\xi} Q_4'(\xi)} \right]_{\xi=\xi_0} \\ B_5 &= \frac{1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \left[\frac{Q_3^2(\xi)}{\frac{d}{d\xi} Q_3^2(\xi)} \right]_{\xi=\xi_0} \end{aligned}$$

Da notare che mentre il valore dei coefficienti C dipende oltre che dai parametri dell'elissoide anche dalla posizione del vortice, i coefficienti B dipendono unicamente dai sopradetti parametri.

2. Determinazione delle velocità.

Consideriamo in ogni punto della superficie dell'elissoide le componenti della velocità secondo il meridiano e secondo il parallelo.

Dette componenti si avranno ovviamente sommando le corrispondenti componenti delle velocità dovute al vortice indisturbato ed alla funzione Φ_1

a) Velocità lungo il meridiano.

La parte dovuta al vortice isolato sarà (essendo $V_{1y} = 0$):

$$V_{1m} = \alpha_m V_{1x} + \gamma_m V_{1x}$$

essendo:

$$\alpha_m = \frac{-1}{b^2} \frac{(y^2 + z^2)^{1/2}}{\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)^{1/2}} - \frac{-a \sin \vartheta}{k(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}},$$

$$\gamma_m = \frac{-zx}{a^2} \frac{1}{\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)^{1/2} \cdot (z^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{b \cdot \cos \vartheta \sin \omega}{k(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}}$$

e le V_{1x} V_{1z} essendo date dalla (I).

Avremo:

$$V_{1m} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{a \cdot b}{((d+z)^2 + x^2) k(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \left\{ \frac{d}{b} \sin \vartheta + \sin^2 \vartheta \sin \omega + \cos^2 \vartheta \sin \omega \right\}$$

e posto:

$$\frac{1}{(d+z)^2 + x^2} = \sim \frac{1}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} - \frac{2a \cdot d \cdot \sin \vartheta \sin \omega}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2}$$

si ottiene:

$$V_{1m} = \frac{+\Gamma}{2\pi d} \left[\frac{d}{k(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \right] \left[\frac{-a \cdot d}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} \sin \vartheta - \right. \\ \left. - \left(\frac{a \cdot b}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} - \frac{2abd^2 \sin^2 \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} \right) \sin \omega + \right. \\ \left. + \frac{2dab^2 \sin \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} \sin^2 \omega \right].$$

La parte corrispondente alla funzione Φ_1 sarà invece:

$$\frac{d\Phi_1}{ds_0} = \frac{1}{k(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \cdot \frac{d\Phi}{d\vartheta} = \\ = \frac{d}{2dk(\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \left[\left\{ -C_1 B_1 \sin \vartheta + B_2 C_2 \left(-3 \cos^2 \vartheta \sin \vartheta + \frac{3}{5} \sin \vartheta \right) \right. \right. \\ \left. \left. + C_5 B_5 (2 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta - \sin^3 \vartheta) \right\} + \left\{ C_3 B_3 \cos(2\vartheta) + C_4 B_4 \left(-3 \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos^4 \vartheta - \frac{3}{7} \cos(2\vartheta) \right) \right\} \sin \omega - 2C_5 B_5 \{ 2 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta - \sin^3 \vartheta \} \sin^2 \omega \right].$$

Riassumendo possiamo scrivere:

$$V_{mv} = \frac{\Gamma}{2\pi} (L + M \sin \omega + N \sin^2 \omega)$$

essendo:

$$L = \frac{d}{k} \frac{1}{1/\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta} \left[-C_1 B_1 \sin \vartheta + C_2 B_2 (-3 \cos^2 \vartheta \sin \vartheta + \frac{3}{5} \sin \vartheta) + \right. \\ \left. + C_4 B_4 (2 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta - \sin^3 \vartheta) - \frac{ad}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} \sin \vartheta \right]$$

$$M = \frac{d}{k} \frac{1}{1/\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta} \left[C_3 B_3 \cos(2\vartheta) + C_4 B_4 (-3 \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta + \cos^4 \vartheta - \right. \\ \left. - \frac{3}{7} \cos(2\vartheta) - \frac{ab}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} - \frac{2abd^2 \sin^2 \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} \right]$$

$$N = \frac{d}{k} \frac{1}{1/\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta} \left[-2C_5 B_5 (2 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta - \sin^3 \vartheta) + \right. \\ \left. + \frac{2dab^2 \sin \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} \right].$$

b) *Velocità lungo il parallelo.*

I coseni direttori del parallelo sono:

$$\alpha_p = 0 \quad \beta_p = \sin \omega \quad \gamma_p = \cos \omega$$

otteniamo quindi:

$$V_{1p} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{a \cos \vartheta \cos \omega}{((d+z)^2 + x^2)} = \frac{\Gamma}{2\pi d} \frac{d}{b} \left(-\frac{ba \cos \vartheta}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} \cos \omega + \right. \\ \left. + \frac{2dab^2 \cos \vartheta \sin \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} \sin \omega \cos \omega \right).$$

In quanto alla seconda parte abbiamo:

$$V_{2p} = \frac{d\Phi_2}{ds_\omega} = \frac{1}{b \sin \vartheta} \frac{d\Phi_2}{d\omega} = \frac{\Gamma}{2\pi d} \frac{d}{b} (C_3 B_3 \cos \vartheta \cos \omega + \\ + C_4 B_4 (\cos^3 \vartheta - \frac{3}{7} \cos \vartheta) \cos \omega - 2B_5 C_5 \sin \vartheta \cos \vartheta \cdot \sin(2\omega)).$$

Potremo scrivere:

$$V_p = \frac{\Gamma}{2\pi d} \{P \cos \omega + Q \sin (2\omega)\}$$

essendo:

$$P = \frac{d}{b} \left[-\frac{ba \cdot \cos \vartheta}{d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta} + C_3 B_3 \cos \vartheta + C_4 B_4 \left(\cos^3 \vartheta - \frac{3}{7} \cos \vartheta \right) \right]$$

$$Q = \frac{d}{b} \left[\frac{dab^2 \cos \vartheta \sin \vartheta}{(d^2 + a^2 \cos^2 \vartheta)^2} - 2 A_5 B_5 \sin \vartheta \cos \vartheta \right]$$

3. Velocità dovute alla corrente assiale di velocità assintotica V_0 .

L'espressione di dette velocità si può ottenere come condizione limite dell'espressione corrispondente relativa ad un vortice, posto come il precedente quando sia fatto:

$$d = \infty \text{ e } \frac{\Gamma}{2\pi d} = V_0.$$

Con tale operazione i coefficienti M ed N si annullano. Si ha allora:

$$V_{0m} = V_0 L_0$$

essendo:

$$L_0 = \lim_{d \rightarrow \infty} L = -\frac{1}{k \sqrt{\xi_0^2 - \cos^2 \vartheta}} \left(b B_1 + \frac{a}{d} \right) \sin \vartheta.$$

Distribuzione delle pressioni.

Avremo:

$$\begin{aligned} \frac{p_0 - p}{\rho/2} = V_m^2 + V_p^2 = & \left[\frac{\Gamma}{2\pi d} \{L + M \sin \omega + N \sin (2\omega)\} + V_0 L_0 \right]^2 + \\ & + \left[\frac{\Gamma}{2\pi d} \right]^2 [P + Q \sin (2\omega)]^2 - V_0^2. \end{aligned}$$

4. Diagramma di carico sull'asse dell'elissoide.

Per ottenere il diagramma di carico sull'asse dell'elissoide, considerato come un trave, calcoleremo il rapporto tra la risultante delle azioni aerodinamiche parallele al piano equatoriale su di un'anello compreso tra due paralleli di ascissa x ed $x + dx$, e l'incremento dx .

Scriveremo cioè:

$$\frac{dT}{dx} = b \sin \vartheta \int_0^{2\pi} (p - p_0) \sin \omega \cdot d\omega .$$

Posto per $p - p_0$ il valore sopra calcolato ed eseguendo le integrazioni si ottiene:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{2} \varrho b \cdot \sin \vartheta \left((2L + \frac{3}{2} N) \cdot M + P \cdot Q \right) \frac{V_0 \Gamma}{2\pi d} + 2L_0 M \left[\frac{\Gamma}{2\pi d} \right]^2$$

od anche, con annotazioni evidenti:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{2} \varrho a \left(R \left(\frac{\Gamma}{2\pi d} \right)^2 + S \frac{\Gamma}{2\pi d} V_0 \right) .$$

5. Esempio numerico.

Applicheremo i risultati della precedente trattazione al caso di un elissoide in cui il rapporto tra gli assi $\frac{a}{b}$ sia circa 7.

Più precisamente porremo:

$$\xi_0 = 1,01$$

e quindi:

$$\frac{a}{k} = 1,01 ; \quad \frac{b}{k} = 0,142 ; \quad \frac{a}{b} = 7,1 .$$

Lasciamo dapprima indeterminato il valore della costante K e della velocità V_0 come pure della circuitazione Γ . Considereremo valori di $\frac{d}{k}$ uguali rispettivamente a 2,2; 2,8; 4 e 5.

In ultimo fisseremo un valore anche per la grandezza k , ciò che equivale a fissare le dimensioni dell'elissoide, e delle velocità e circuitazioni per ottenere in dimensioni pratiche il diagramma di carico.

Coefficienti B.

Diamo senz'altro il valore di questi coefficienti, calcolati dalle loro espressioni già date a suo tempo. (v. pag. 49).

Risulta:

$$\begin{aligned} B_1 &= -0,248 \\ B_2 &= -0,143 \\ B_3 &= -0,0455 \\ B_4 &= -0,128 \\ B_5 &= -0,0685 \end{aligned}$$

Coefficienti L, M, P, Q, N, R, S.

Per il valore $\frac{d}{k} = 2,2$ daremo il valore di tutti i coefficienti soprascritti, allo scopo di mostrare il contributo dei singoli coefficienti al risultato finale, mentre per gli altri valori di $\frac{d}{k}$ ci limiteremo a dare il valore degli ultimi due di detti coefficienti.

Ricordiamo in particolare che mentre i coefficienti M, N, L, sono relativi alla velocità lungo il meridiano, i coefficienti P e Q sono invece relativi alle velocità lungo il parallelo.

TABELLA I. — Coefficienti L, M, N; P, Q. per $\frac{d}{k} = 2,2$.

	1000 M	1000 L	1000 N	1000 P	1000 Q
10°	— 329,0	— 805	9,5	— 485	6,70
20°	— 162,0	— 896	10,3	— 472	12,90
30°	— 85,1	— 930	9,5	— 445	17,90
40°	— 34,2	— 972	8,8	— 410	21,00
50°	5,4	— 982	7,6	— 360	21,70
60°	38,4	— 1001	6,8	— 392	19,80
70°	64,0	— 1030	6,2	— 206	15,20
80°	81,0	— 1040	5,8	— 108	8,20
90°	85,5	— 1045	5,7	000	0,00

Come si vede i coefficienti N e Q sono piccoli in confronto agli altri; in una prima approssimazione si potrebbe trascurare N nell'espressione di quella parte del carico unitario dovuta alle velocità lungo il meridiano, e così pure

si potrebbe trascurare la parte dovuta alle velocità lungo il parallelo e dipendente dal prodotto PQ .

Questa sproporzione tra i diversi coefficienti aumenta con l'allontanarsi del vortice.

TABELLA II. — Coefficienti 1000. R:

$d/k =$	2,2	2,8	4,0	5,0
10°	36,6	34,2	26,9	21,6
20°	39,0	36,2	27,8	22,0
30°	30,8	26,9	19,5	15,6
40°	15,6	12,2	8,3	6,8
50°	— 6,5	— 6,8	— 5,8	— 4,9
60°	— 30,8	— 27,5	— 19,9	— 16,0
70°	— 56,0	— 46,9	— 32,3	— 25,3
80°	— 72,8	— 60,0	— 40,8	— 32,3
90°	— 78,5	— 65,3	— 43,9	— 35,0

TABELLA III. — Coefficienti 1000. S:

$d/k =$	2,2	2,8	4,0	5,0
10°	43,6	38,9	28,2	23,6
20°	48,9	41,4	29,1	24,0
30°	38,5	31,0	21,2	16,1
40°	20,3	14,8	9,2	6,8
50°	— 3,7	— 5,6	— 5,5	— 5,0
60°	— 30,4	— 27,5	— 20,0	— 16,2
70°	— 55,0	— 46,6	— 32,3	— 25,8
80°	— 73,0	— 60,0	— 40,6	— 32,6
90°	— 78,2	— 65,2	— 43,9	— 34,8

I dati delle tabelle II e III sono riportati anche nei grafici della figura 2.

Diagramma di carico sull'asse dell'elissoide per il caso $d/k = 2,2$.

Come è già stato visto questo diagramma di carico è facilmente deducibile dai valori delle grandezze R ed S quando si conosca la velocità dell'elissoide e la circuitazione del vortice.

Precisamente si ha:

$$dT/dx = \frac{1}{2} \rho a \left[R \left(\frac{\Gamma}{2\pi d} \right)^2 + S \frac{\Gamma}{2\pi d} V_0 \right].$$

La velocità relativa dell'elissoide rispetto all'aria circostante è mediamente $V_0 + \frac{\Gamma}{2\pi d}$; ponendo come valore massimo, in senso assoluto di tale velocità 30 m/s, e ponendo lo stesso limite per il valore di $\frac{\Gamma}{2\pi d}$ si sono considerati diversi valori di V_0 e della circuitazione.

Precisamente si sono considerate le seguenti combinazioni:

V_0	m/s	20	10	0	— 30	— 60
$\frac{\Gamma}{2\pi d}$		10	20	30	30	30

Dai grafici della fig. 3 appare come la terza e l'ultima condizione, e cioè dell'elissoide che corra con la massima velocità contravento e nella direzione stessa del vento siano le più svantaggiose, mentre quella che dà minori sollecitazioni è la terza corrispondente al fatto che l'elissoide si lasci trasportare dalla corrente.

Per la compilazione di detti grafici si è considerato un valore di $a = a$ 100 metri il che corrisponde ad un aeromobile di circa 200 metri di lunghezza e 228,5 di diametro e quindi con una cubatura di circa 85.000 metri cubi e un peso totale di circa 110.000 kg.

6. Risultante delle azioni aerodinamiche.

La risultante delle azioni aerodinamiche è espressa dalla formula:

$$F = \left(\left(\frac{\Gamma}{2\pi d} \right)^2 F_r + \frac{\Gamma}{2\pi d} V_0 F_s \right) 1/2 \cdot \rho a^2$$

essendo:

$$f_r = \int_{+a}^{-a} R dx \quad f_s = \int_{+a}^{-a} S dx$$

(numeri puri)

le aree dei diagrammi delle R e delle S considerati per l'intera lunghezza dell'elissoide.

Riportiamo i valori f_r ed f_s ottenuti per integrazione grafica dai diagrammi delle R e delle S riportati in figura 2.

TABELLA IV.

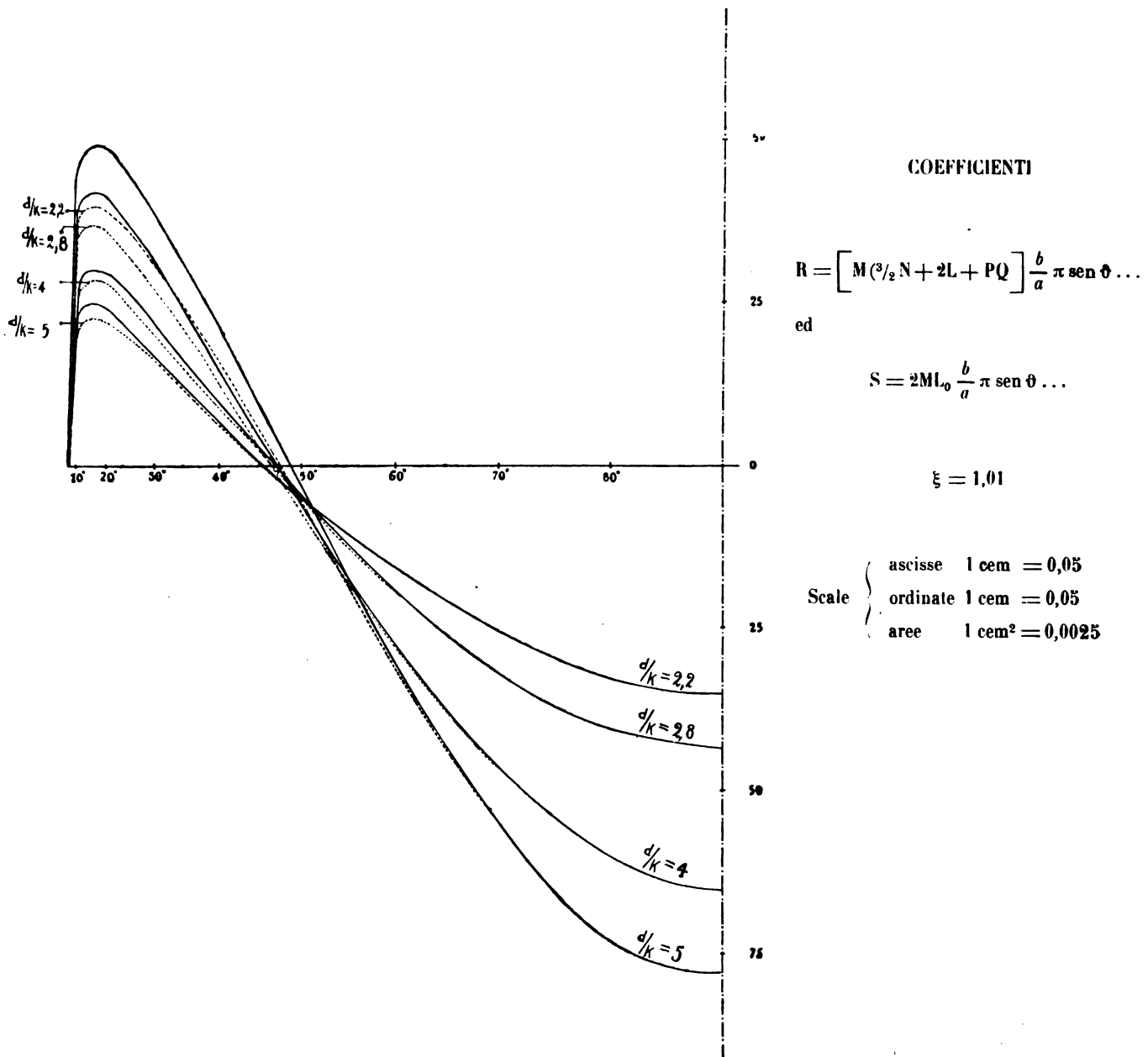
$d/k =$	2,2	2,8	4,0	5,0
$f_r =$	0,0519	0,0432	0,0289	0,0231
$f_s =$	0,0469	0,0409	0,0280	0,0225

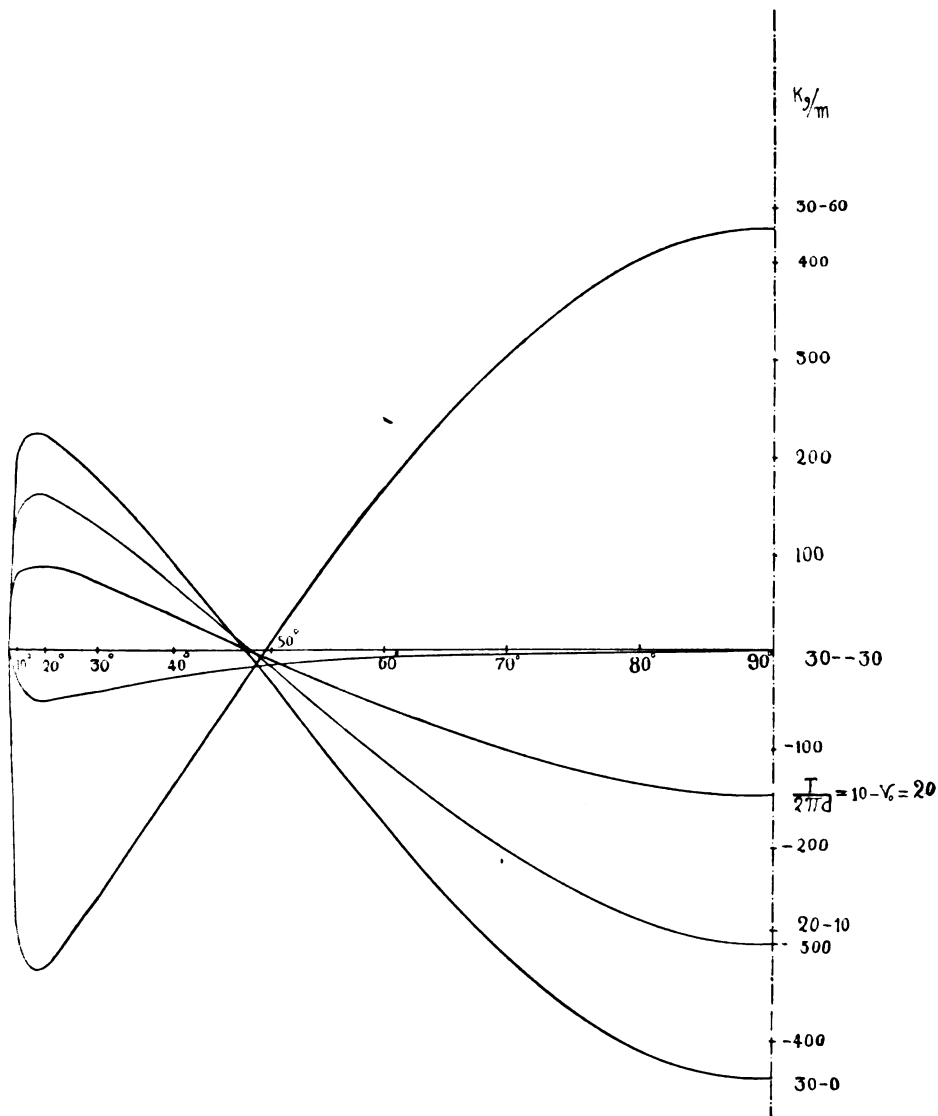
Nella seguente tabella sono dati i valori della forza F per i valori delle velocità e circuitazioni già considerati e sempre per $a = m. 100$.

TABELLA V. — Risultanti delle azioni aerodinamiche (in kg.) a m. 100.

$d/k =$	2,2	2,8	4,0	5,0
$\frac{\Gamma}{2\pi d}$ $/ V_0$				
$m/s \begin{matrix} 10 \\ 20 \end{matrix} \}$	9100	7830	5310	4280
$\text{» } \begin{matrix} 20 \\ 10 \end{matrix} \}$	18780	15930	10710	8600
$\text{» } \begin{matrix} 30 \\ 00 \end{matrix} \}$	29200	24300	16800	13000
$\text{» } \begin{matrix} 30 \\ 30 \end{matrix} \}$	2900	1300	500	300
$\text{» } \begin{matrix} 30 \\ 60 \end{matrix} \}$	— 23700	— 2180	— 15200	— 12000

Il presente lavoro è stato eseguito presso il laboratorio aerodinamico di Aquisgrana (Germania) sotto la guida del ch/mo prof. von Kármán a cui l'autore esprime la sua riconoscenza.





DIAGRAMMI DI CARICO

$$dT/dx = 1/2 \rho \left[R \frac{T}{2\pi d} V_0 + S V_0^2 \right]$$

$$\xi = 1,01$$

$$d/k = 2,2$$

$$a = 100 \text{ m}$$

Scale } ascisse 1 : 500
ordinate 1 cm = 40 Kg pm.
aree 1 cm² = 200 Kg

Fig. 3. — Elissoide investito da vortice ecc.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE I DEL 21 DICEMBRE 1930

	PAG.
Adunanze dell'Anno Accademico LXXXIV (1930-1931) — In copertina.	
Accademici presenti	3
Indirizzo del Presidente a S. S.	3
Inaugurazione dell'Anno Accademico da parte del Presidente	4
MARTINELLI S. O. — Presentazione di due Memorie dell'estraneo Sig. Pagnini, dal titolo: <i>Osservazioni sull'atomo ondulatorio e I parametri dinamici dell'atomo ondulatorio</i>	6
» » — Presentazione di una Nota del Rev. Prof. Luscia dal titolo: <i>Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche</i>	7
» » — Presentazione di una serie di lavori sul fenomeno del fulmine inviati in omaggio dal Prof. Mathias	7
LUIGIONI S. O. — Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>Contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Lazio</i>	7
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>Il primo elenco dei fossili di Monte Mario</i>	8
PISTOLESI S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Intorno ad un nuovo sistema di misura</i>	9
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Ing. Poggi dal titolo: <i>Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione</i>	9
STEIN S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>La distribuzione delle stelle doppie nello spazio</i>	9
RANZI S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>La determinazione nello sviluppo dei Cefalopodi</i>	9
PASQUINI S. C. — Lettura di una sua Comunicazione su <i>L'origine della lente in Rana catesbiana</i>	9

	PAG.
NOBILE S. C.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Sulle possibilità di sviluppo dei dirigibili e degli aeroplani nel futuro</i> 10
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Lettura di una sua Comunicazione sulla <i>Carta geologica della Città del Vaticano</i> 12
DE SANCTIS, Segr.	— Presentazione di una Memoria del S. O. SIL- VESTRI dal titolo: <i>Sul modo di presentarsi di alveoline eoceniche in loro giacimento secondario</i> 13
» »	— Presentazione di una Memoria del S. O. SAUVE dal titolo: <i>Ricerche sui polilateri con un saggio di geometria sperimentale.</i> 13
» »	— Presentazione di una Nota del S. C. HOFBAUER dal titolo: <i>Einige merkwürdige verhältnisse in der Tonleiter</i> 14
» »	— Lettura di una Comunicazione inviata dal S. C. GORINI <i>Bacillus lactis thermophilus G.</i> 14
» »	— Presentazione di Volumi Accademici 14
» »	— Presentazione di pubblicazioni 16
» »	— Annuncio di un concorso a premio di lire 10.000 sul tema: <i>Leggi di Mendel e cromosomi.</i> 19
Discorso del S. Padre	19

MEMORIE E NOTE.

PISTOLESI S. O.	— Per un nuovo sistema di misura 25
HOFBAUER S. C.	— Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter. 30
STEIN S. C.	— La distribuzione delle stelle doppie nello spazio 33
RANZI S. C.	— La determinazione nello sviluppo dei Cefalo- podi. 40
POGGI L.	— Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione (<i>pres. dal S. O. Pi- stolesi</i>). 43

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE II DEL 18 GENNAIO 1931

SESSIONE STRAORDINARIA DEL 12 FEBBRAIO 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
1931

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE II - 18 GENNAIO 1931

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCOHI

Accademici presenti. — *Ordinari:* ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCOHI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — NOBILE — PASQUINI — SCATIZZI — STEIN — TULLI — UGOLINI — VANNI.

La seduta venne aperta alle 16.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 19 giugno 1930, ed il verbale della seduta Pontificia del 21 dicembre 1930. I due verbali furono approvati senza osservazioni.

Il S. C. STEIN pronunciò un discorso commemorativo del defunto S. O. HAGEN.

Il S. O. ANILE presentò una Nota dell'estraneo SORRENTINO, intitolata: *Una nuova flosculina in un affioramento di argille scagliose nel Vallone del Naro (Agrigento)*.

Il Prof. Anile presentò poi in omaggio, da parte del Prof. LAMBERTINI una raccolta di lavori sulla *Morfogenesi*.

Il S. O. LOMBARDI presentò in omaggio due sue pubblicazioni: 1. *Corrispondenze preliminari, e riassunto dei lavori attinenti alla elettrotecnica*.

(Congresso mondiale di ingegneria di Tokio). 2. Conferenza mondiale dell'energia. (Relazione del Prof. Lombardi al Congresso di Tokio).

Il S. C. NOBILE fece la seguente comunicazione intorno ad alcuni giudizi recentemente apparsi nella letteratura scientifica sull'opera scientifica della spedizione dell'« Italia » :

« Ritengo di far cosa gradita all'Accademia e particolarmente al nostro amato Presidente, comunicando alcuni giudizi recentemente apparsi nella Letteratura scientifica sull'opera scientifica della spedizione dell'« Italia ».

Quest'opera, pubblicata oltre un anno fa da Justus Perthes di Gotha negli annali geografici di Petermanns, fu favorevolmente accolta nei circoli scientifici. Fra gli altri giudizi, mi sembra particolarmente degno di nota quello che il professore O. Baschin ha premesso alla sua recensione nella sezione « letteratura geografica » dell'ultimo fascicolo dei « Petermanns Mitteilungen ». Il prof. Baschin dice :

« L'opera fornisce la prova che la spedizione, pur tanto sfavorevolmente giudicata per la sua fine tragica, ha raggiunto nel campo scientifico risultati considerevoli. Il rapporto di Nobile dimostra che l'organizzazione dell'impresa avvenne in modo perfetto in tutti i suoi punti, e che furono prese tutte quelle disposizioni che si potevano ragionevolmente pretendere ».

Quasi contemporaneamente nella rivista geografica svedese Ymer è comparsa una lunga recensione di un illustre scienziato svedese, il professore Gerard De Geer, il quale termina la recensione stessa con le seguenti parole :

« Non vi è alcun dubbio che Nobile ed i suoi uomini, con la piena coscienza dei pericoli insiti nell'impresa, e con il rischio della loro vita, fossero animati dal vivo desiderio di compiere una gesta che tornasse ad onore del loro Paese. Ma, benchè le Autorità e le persone private che sovvenzionarono la spedizione non potessero prevedere quanto sia tuttora ineguale la lotta fra le nostre complicate macchine volanti e la strapotente capricciosa natura artica, tuttavia la responsabilità della catastrofe dovrebbe essere ricercata per l'appunto in questa sproporzione e non già in alcuno di quegli uomini che erano stati già duramente colpiti dalla disgrazia loro toccata ».

Ed infine il professore De Geer conclude con la seguente proposta che sarà certamente cara ad ogni cuore italiano :

« In memoria della coraggiosa spedizione italiana che col suo stesso naufragio dimostrò l'esistenza di una corrente polare ad oriente delle Spitsbergen,

questa corrente merita con buonissime ragioni d'essere chiamata corrente dell'« Italia ».

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT presentò due sue Note: 1. *Lastre flessibili di marmo trovate nella nave imperiale di Nemi*. 2. *Quaternario Marino presso Anzio*.

Il Segretario presentò una Nota del S. C. GHERZI: *Alcuni cenni sul regime ciclonico dei mari della Cina*, una Nota dell'estraneo MASOTTI: *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, e da parte dell'estraneo STRANEO, la Memoria: *Intorno alla teoria dei Quanti*, premiata al Concorso Accademico.

Il Segretario partecipò che sono pervenuti all'Accademia, nel periodo delle ferie, i seguenti lavori:

MARTINELLI, S. O.: *Determinazione di profondità ipocentrali*.

ZOJA: *Su di un modo particolare di presentarsi della zona di transizione del lavoro d'urto su barrette intagliate*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

CARRELLI: *Dissertazione critica sulla Teoria dei Quanti*, lavoro presentato e premiato al concorso indetto dall'Accademia sulla teoria dei Quanti.

COLONNETTI, S. O. e PUGNO: *Sull'isteresi elastica dell'alluminio e delle sue leghe*.

PAGNINI: *Osservazioni sull'atomo ondulatorio*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

PAGNINI: *I parametri dinamici dell'atomo ondulatorio*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

LUSCIA: *Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

POGGI: *Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione*, presentato dal S. O. PISTOLESI.

Il Prof. DE SANCTIS partecipò che il Comitato, valendosi delle facoltà concesse dal Corpo Accademico, ha autorizzato l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei lavori degli estranei: Zoja, Pagnini, Luscia, Poggi.

Il Presidente dette il triste annuncio della morte del S. C. Pietro TERMIER.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio dal
S. O. NAVÁS:

- *Descrizione di una nuova « Mantispilla ».*
- *Reseña científica de Historia Natural (1930 - Primer Semestre).*
- *Excursión a Ribera de Cardós, Pallars (Lérida).*
- *Neurópteros del Ecuador.*
- *Insectos Neotrópicos (6ª Serie).*
- *Algunos insectos de Guayaquil (Ecuador).*
- *Excursiones por Aragón durante el Verano de 1929.*
- *Discurso leído en el acto de su recepción por el Señor D. Alfonso Osorio-Rebellón. Contestación del R. P. Longinos Navás.*
- *Quelques insectes névroptères et voisins du Musée de Bale.*
- *Description d'une espèce nouvelle de Trichoptère des Pyrénées françaises.*
- *Insectes du Congo Belge (Série IV).*

e le seguenti di estranei:

- Acc. Reale delle Scienze di Stoccolma. Les Prix Nobel en 1929.*
- BETTANINI A. — *Benedetto XIV e la Repubblica Veneta.*
- CAPETTI A. — *Contributo allo studio dell'equilibramento delle masse rotanti.*
- *Il saggio meccanico dei lubrificanti.*
 - *Elementi per il calcolo di Turbocompressori.*
 - *Alcune recenti sistemazioni per le prove sui motori leggeri nel Laboratorio di Aeronautica del R. Politecnico di Torino.*
 - *Contributo allo studio del flusso nei cilindri dei motori veloci.*
 - *Considerazioni sul bilancio termico della motrice a vapore e sulla influenza del surriscaldamento del vapore.*
 - *Osservazioni sul comportamento meccanico di alcune miscele di combustibili a base di alcool.*
 - *Nota sul calcolo della resistenza alla flessione delle bielle dei motori velocissimi.*
 - *Fenomeni dovuti alla inerzia nella alimentazione dei motori aeronautici.*
 - *Enrico Bernardi.*

— *Considerazioni sui propulsori a reazione ed a turbina a combustione interna.*

— *Motori aeronautici.*

— *L'influenza della tubazione aspirante sul rendimento volumetrico dei motori a combustione interna.*

DEBYE P. — *Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem material.*

— *Interferenz von Rontgen Strahlen und Wärmebewegung.*

— *Ueber die Konstitution von Graphit und amorpher Kohle.*

— *Atombau.*

— *Die van der Waalsschen Kohäsionskräfte.*

— *Molekularkräfte und ihre elektrische Deutung.*

— *Eaue-Interferenzen und Atombau.*

— *Zerstreuung von Röntgenstrahlen und Quantentheorie.*

— *Zur Theorie der Elektrolyte.*

— *De moderne ontwikkeling van de elektrolyt-theorie.*

— *Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker Elektrolyte.*

— *Molekulare Kräfte und ihre Deutung.*

— *Einige Bemerkungen zur Magnetisierung bei tiefer Temperatur.*

— *Dispersion von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante bei starken Elektrolyten.*

— *Ueber elektrische Momente.*

— *Einige Resultate einer Kinetischen Theorie der Isolatoren.*

ROCCASOLANO A. — *Tratado de Bioquímica.*

Société de Géographie. Fascicolo 1-2 del Tomo LIV della pubblicazione « La Géographie » (luglio-agosto 1930).

R. Osserv. Astron. di Roma. Calendario.

Specola Vaticana. Catalogo astrografico della Specola Vaticana (Appendice III).

Specola Vaticana. Miscellanea astronomica della Specola Vaticana (Parte V, Articoli 69-86).

La seduta venne tolta alle 18.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta nominò *Censore*, in sostituzione del defunto S. O. Hagen, e sino al 1° dicembre 1932, il S. O. LOMBARDI.

Acclamò poi la candidatura a Socio Ordinario del March. Guglielmo MARCONI.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di due nuovi Soci Corrispondenti.

Infine il Corpo Accademico approvò il cambio degli *Atti*, con la rivista *L'Universo*, dell'Istituto *Geografico Militare* di Firenze.

MEMORIE E NOTE

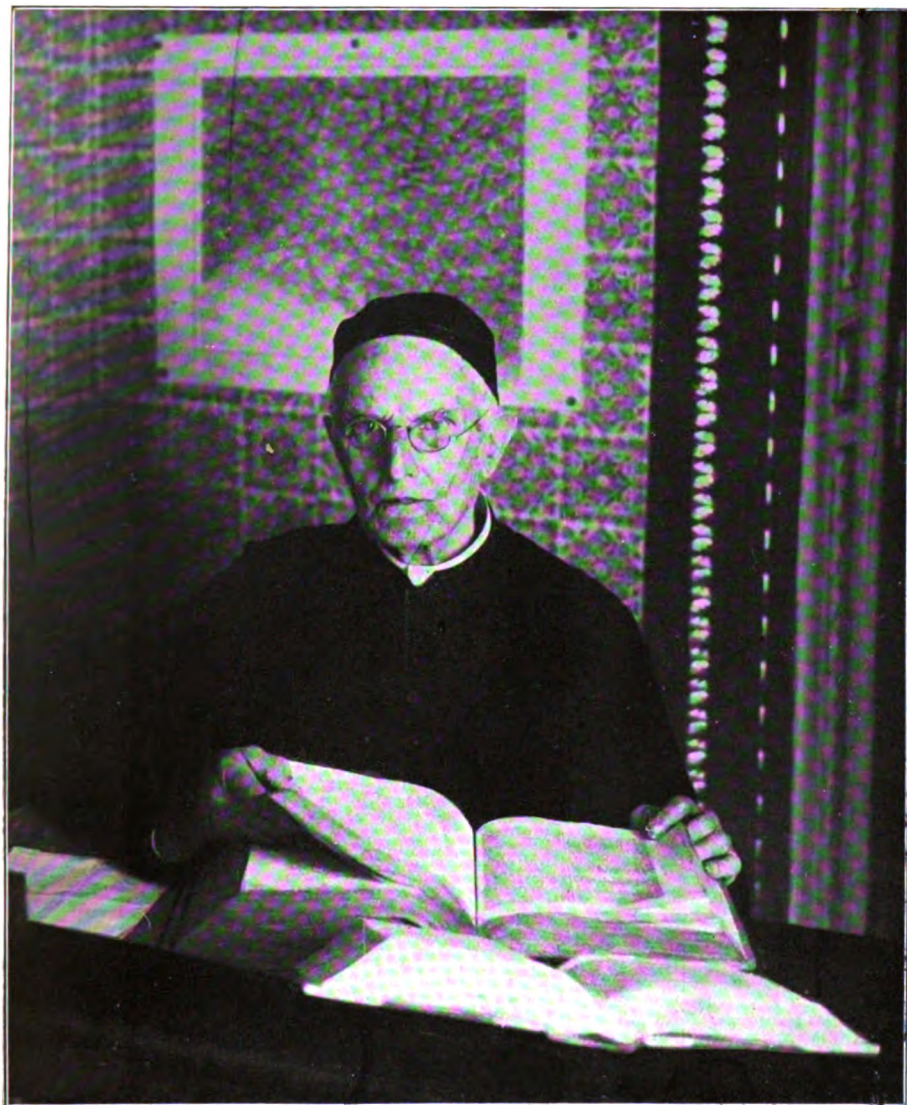
P. Giovanni Giorgio Hagen S. I.

Commemorazione fatta dal S. C. STEIN nella Sessione del 18 Gennaio 1931

Nacque il Padre Giovanni Giorgio Hagen il 6 Marzo 1847 a Bregenz sul lago di Costanza. Suo padre, Martino Hagen, dal 1813 maestro nella vicina Lochau, si trasferì nel 1823 a Bregenz, ove esercitò il medesimo ufficio fino al 1857, nel quale anno, all'età di sessanta anni venne pensionato, conservando il salario di un fiorino al giorno. Dal matrimonio con Teresa Schick nacquero tre figli e tre figlie, due delle quali morirono nella prima infanzia. I tre figli si diedero tutti allo stato ecclesiastico. Il primogenito, Teodoro, fu professore di storia e letteratura nel Vicenziano Vescovile di Brixen, Giovanni e il più giovane, Martino, entrarono ambedue nella Compagnia di Gesù. Giovanni sopravvisse a tutti.

La madre Teresa, rimasta vedova nell'anno 1873, moriva ottantenne nel 1901. Il P. Hagen in una nota biografica la dipinse in pochi tratti come la donna prudente e forte, la quale per la sua energia, il suo buon umore e la sua capacità malgrado lo scarso salario del marito, sapeva tanto bene dirigere l'andamento domestico, che la famiglia si riteneva fra le agiate della città e che tutti i tre figli poterono fare gli studi a Feldkirch. A chi si meravigliava della sua laboriosità, il P. Hagen soleva dire che questa l'aveva ereditata da sua madre, la quale non soltanto faceva ella stessa i vestiti per la famiglia, ma nell'età di 43 anni imparò persino il mestiere del calzolaio per l'uso domestico.

Dal 1853 al 1858 Giovanni frequentò la scuola elementare e durante un anno la scuola tecnica. Fu poi mandato al collegio « Stella Matutina » della Compagnia di Gesù a Feldkirch, e lì approfittò della sua maggiore libertà come esterno, per esercitarsi nell'alpinismo. Non ci fu nei dintorni un rudero di



J. J. Hagen S. J.

castello, che egli non avesse raggiunto. E nella sua giovanile inconsideratezza alle volte si avventurò non senza serio pericolo di vita, mentre peraltro la sua salute si rinvigoriva in forza di questi esercizi.

Nel 1863, sedicenne, entrò nella Compagnia di Gesù. Dopo i due anni di noviziato a Gorheim (presso Sigmaringen), dal 1865 al 1867 studiò Umanità e Retorica nella Friedrichsburg a Münster, e per tre anni Filosofia in Maria Laach. Finito il corso filosofico, dietro sua domanda, nel 1870, fu mandato dai Superiori all'Università di Münster, dove seguì i corsi di matematica e di astronomia del prediletto suo maestro Heis. L'anno seguente studiò matematica e fisica all'Università di Bonn. Intanto era scoppiata la guerra con la Francia. Hagen si offrì come infermiere, ma dopo una settimana egli stesso si ammalò di tifo. Poi vennero le leggi del Maggio di Bismarck, le quali lo costrinsero a terminare prematuramente i suoi studi universitari e a rifugiarsi in Austria. Per tre anni (1872-75) insegnò la matematica nelle quattro classi inferiori del ginnasio di Feldkirch. Uno dei suoi antichi scolari scrisse nel 1927: « Il P. Hagen era un professore ideale di matematica, affabile, benigno, indulgente sotto ogni rispetto. Affascinava tutti gli scolari con l'incanto delle sue lezioni, facendo gustare anche la parte gaia della materia arida e ordinando l'insegnamento in tal modo da tener sempre viva l'attenzione di tutti ». Nel 1875 passò in Inghilterra, a studiare teologia per quattro anni a Ditton Hall presso Liverpool, dove fu consacrato sacerdote il 26 febbraio 1878. Dopo un anno passato nella casa degli Esercizi di Portico, fu mandato al Collegio del S. Cuore di Prairie du Chien, Wisconsin, e insegnò per otto anni la matematica. Nella Rivista Americana: *The Sidereal Messenger*, del Marzo 1884, troviamo un articolo del P. Hagen: *The Lunar Eclipse of Flavius Josephus, a Problem for College Students*, da cui appare, quanto s'insegnasse anche qui a rendere ameno e interessante il suo insegnamento. Egli mostra, come il problema di una tale eclisse storica si possa trattare anche nelle classi inferiori con l'algebra elementare. Avendo sperimentato l'utilità pratica di tali problemi astronomici, li raccomanda ai professori di algebra. Infatti egli faceva calcolare dagli scolari tutte le eclissi solari e lunari, a misura che occorreivano, e i transiti di Mercurio (1881) e Venere (1882), e l'interesse da loro mostrato era la migliore prova del successo ottenuto. — Vicino al Collegio egli costruì un piccolo osservatorio affatto primitivo, una baracca di legno, in cui cominciò ad osservare le stelle variabili più lucide, con un canocchiale di tre pollici di Merz. I doveri del suo ufficio limitarono il tempo ordinario delle sue osservazioni dalle ore 8 alle 10 di sera. Si intende, che

le prime osservazioni fecero scorgere la mancanza di esperienza nella loro disposizione come anche nella scelta acconcia delle variabili e delle stelle di paragone; ma appunto le difficoltà nell'osservare recarono frutti abbondanti col mostrargli la necessità di un Atlante delle stelle variabili e col fargliene concepire e maturare il progetto. Limitavasi il P. Hagen quasi esclusivamente alle variabili meridionali che non potevano tanto bene osservarsi negli osservatori più boreali. In questo fatto già si palesa uno dei grandi principi, ai quali rimase fedele durante tutta la sua vita. Esortando nel 1928 un astronomo dell'emisfero sud a osservare le nebulose oscure, si esprimeva così: « Generalmente il mio principio è di non fare ciò che fanno altri in condizioni migliori... Per Lei il grande vantaggio sta nel cielo del Sud. Se Lei fa ciò che non può farsi nel Nord, farà un lavoro utile... Il far simili stime delle nebulose oscure al Sud dell'equatore sarebbe un lavoro che nessun altro fa. Io ho sempre preferito un tale lavoro. Ci sono altri astronomi, senza idee, i quali spendono tutte le loro energie a portare acqua nell'Oceano ».

Nell'anno 1888 Hagen fu nominato direttore dell'osservatorio di Georgetown College presso Washington. Qui ebbe l'opportunità di mostrare il suo talento di organizzazione nel suo pieno vigore. Fondato nel 1841, dietro l'incitamento del Padre Curley, Professore di fisica, l'osservatorio fu originalmente destinato a dare agli studenti di talento l'opportunità di ottenere qualche pratica nell'osservare. In seguito, durante quasi un mezzo secolo, esso era rimasto piuttosto un appendice del laboratorio fisico. Ma nel 1888 la direzione decise di farne un osservatorio realmente scientifico, e il venerabile Padre Curley, più che novantenne, tramandò l'incarico della riorganizzazione al suo energico successore. Lasciando l'osservazione di pianeti, stelle doppie e altri oggetti interessanti, il P. Hagen si teneva strettamente al suo programma delle variabili e ne pubblicava i risultati regolarmente nell'*Astronomical Journal*. Queste manifestazioni di nuova vita scientifica eccitarono l'interesse degli amici del Collegio, e nel 1890 un dono importante mise il Padre in grado di comprarsi un rifrattore di 12 pollici di apertura, il quale fu montato nel 1893. Con questo egli aveva tutto quanto potesse desiderare per la completa esplicazione delle sue grandi doti intellettuali: una ricca biblioteca nel vicino Osservatorio Nautico di Washington, Congressi di Associazioni Scientifiche, conversazioni con astronomi esperti. Specialmente apprezzava l'amicizia di Edoardo Pickering, l'illustre direttore del Harvard Observatory.

Il 1° Ottobre del 1893 egli cominciò col nuovo cannocchiale le osservazioni per l'Atlante delle Stelle Variabili, e le continuò in Georgetown fino al 23

Novembre 1903. Anche qui mostrò come sapeva scegliere la propria via, senza farsi sconcertare da consigli pure ben intenzionati. L'astronomo Holden gli scrisse: « lasci fare questo lavoro dalla gente di Harvard », e il P. Hedrick, astronomo anche lui: « ogni astronomo si fa la sua propria carta ». « Eppure », aggiunge il P. Hagen, ricordando questi detti, « la mia riputazione fu fatta appunto per l'Atlante ». Le tre prime serie dell'Atlante furono pubblicate prima della sua partenza da Georgetown, le 4^a, 5^a e 6^a negli anni 1906-8 e la 7^a in collaborazione col Prof. Graff e Dr Esch S. J. nel 1927 in Roma. Nel 1916 apparve ancora un supplemento di 142 piccole carte, mentre una serie 8^a è in preparazione. Non ho bisogno di dilungarmi sui meriti di quella opera monumentale, la quale coi suoi elenchi di grandezze fotometriche, basati su più di 40.000 stime luminose, è divenuta un sussidio di valore inapprezzabile per lo studio del cambiamento della luce delle stelle. Basterà citare le parole del Turner, uno dei più competenti fra i recensori: « Certamente il P. Hagen può fare assegno sulle congratulazioni cordiali da parte dei coastronomi, e sulla viva riconoscenza di coloro per cui ha penato tanto. E aggiungo, che non soltanto gli osservatori delle stelle variabili sono debitori verso l'autore dell'Atlante: ci sono altri, chi ha da consultare osservazioni antiche, chi trova le carte scambiate l'una coll'altra, con sola evidenza interna dello scambiamiento; o si trovano due osservatori, che usavano la stessa carta e danno delle letture contrarie, o un solo osservatore che si è servito di non meno di 16 carte differenti. Coloro che hanno fatto sperienze tali conoscono il valore dell'opera del P. Hagen, se da qui innanzi gli osservatori vogliono pure servirsene universalmente; e con rammarico pensano al lavoro e all'imbroglione che si sarebbe risparmiato, se il Pogson avesse potuto effettuare un simile lavoro cominciato un mezzo secolo fa ».

Nell'istesso tempo fu recato ad effetto un altro grande progetto, già concepito in Maria-Laach, al quale Hagen fu fortemente incoraggiato dal Professor Heis, la: *Synopsis der höheren Mathematik*. Il primo volume fu pubblicato nel 1891, un in quarto di 400 pagine, trattando dell'analisi aritmetica e algebrica. Nell'introduzione l'autore espone lo scopo dell'opera, che vuol essere una rivista, una rassegna della matematica superiore, un repertorio, una guida che dia un prospetto di come le diverse parti della scienza si adattano all'insieme, e di quanto sia avanzata la struttura delle singole parti; in una parola: una specie di piccola Enciclopedia. Il secondo volume: *La Geometria delle figure algebriche*, apparve nel 1894, con la collaborazione del

Professore F. Meyer a Clausthal, e nel 1905 il terzo: *Il calcolo differenziale e integrale*.

Certamente un'opera così comprensiva, che, secondo le parole dello stesso autore, è quasi superiore alle forze di un solo uomo, non può essere perfetta sotto ogni rispetto, e i critici vi hanno rilevato delle lacune e dei difetti. Ma questo non impedisce che i grandi meriti di essa siano stati altamente apprezzati dai competenti: « L'œuvre entreprise par le R. P. Hagen, così scrisse Gilbert, socio defunto della nostra Accademia, dopo la pubblicazione del primo volume, est à la fois colossale dans le travail qu'elle réclame, d'une importance considérable par son utilité indiscutable, enfin véritablement neuve comme conception... Tout homme qui s'adonne aux sciences mathématiques finit par se concentrer dans un cercle assez étroit, science pure ou applications. Mais il arrive à chaque instant qu'il rencontre, dans son propre domaine, des questions dont l'étude réclame des éléments qui lui sont étrangers, soit parce que ces éléments n'étaient pas classiques au temps de ses études, soit parce qu'ils appartiennent à une partie élevée de la science. Alors pour se mettre au courant, que de recherches et de temps perdu !

« L'ouvrage que nous annonçons remédie à ce mal. Tous les résultats acquis dans les hautes mathématiques, jusqu'à une certaine limite... sont ici groupés avec ordre, de façon qu'on s'y oriente avec une grande facilité. Les définitions sont données et expliquées, les théorèmes énoncés; il ne manque que les démonstrations, et d'abondantes indications bibliographiques permettent au lecteur de les trouver à bonne source. Partout le fil logique reste apparent ce qui distingue cet ouvrage d'un pur dictionnaire ou recueil de formules. Une foule de notes critiques ou historiques en rendent la lecture plus intéressante ».

Il Professore Mansion (anche lui socio defunto), nella sua recensione del 1° volume, citando le dette parole del Gilbert, dice: « Cette appréciation donne une idée générale très exacte de l'Encyclopédie publiée par le P. Hagen » e conclude: « La Synopsis est le résultat d'un travail colossal d'assimilation et de coordination que l'on ne peut donc trop recommander aux géomètres, à cause des renseignements sûrs vraiment innombrables qu'elle contient et des recherches et tâtonnements qu'elle leur épargnera ».

« Un lavoro colossale di assimilazione »: un tale lavoro era soltanto possibile a una mente chiara e metodica come era quella del P. Hagen. « Io sono nato sinottico », diceva di se stesso. Possediamo ancora il suo « Diario della Synopsis », un libretto in cui ha notato regolarmente le date, in cui comin-

ciava e finiva di percorrere e compendiare la serie interminabile delle opere classiche matematiche.

Con tutto ciò non era ancora contenta la sua operosità insaziabile. Animato di entusiasmo per il grande matematico Eulero aveva progettata l'edizione completa delle sue opere. Nell'anno 1896 presentò al Congresso dei Matematici tedeschi in Francoforte sul Meno il suo « Index operum Leonardi Euleri », poco prima pubblicato. Però questo progetto, forse troppo grandioso per un solo uomo, naufragò per mancanza dei fondi necessari. Le opere dell'Eulero vengono ora pubblicate dalla Schweizerische Naturforschende Gesellschaft, e il P. Hagen ebbe più tardi a Roma a ringraziare la Divina Provvidenza, di avergli rifiutati i mezzi per l'edizione di quei 43 volumi, il cui lavoro avrebbe richiesto quasi tutto il suo tempo e quasi tutta la sua attività.

Il P. Hagen già stava nel 60° anno della vita, quando da Pio X di s. m. fu chiamato al direttorato della Specola Vaticana, l'apogeo della sua carriera astronomica. Come è noto, la Spécola fu fondata nel 1888 da Leone XIII e in un *Motu proprio* del 14 Marzo 1891 la fondazione fu solennemente confermata e stabilito lo scopo. Come fine principale il documento espressamente menziona la fotografia e la catalogazione della zona celeste da 55 a 64 gradi di declinazione, affidata al Vaticano dal Comitato Internazionale della Carta del Cielo. La fotografia della zona fu eseguita dal P. Lais con uno zelo e uno spirito di sacrificio ammirabile fino agli ultimi giorni della sua vita, e condotta a buon fine. Ma la misurazione delle lastre e la catalogazione non progredivano di pari passo: anzi, fino al 1905 niente di importante era stato fatto. Mancava l'uomo con lo spirito di organizzazione richiesto per iniziare e avviare vigorosamente quel lungo lavoro.

Per l'onore della Specola la nomina a Preside della medesima dell'Arcivescovo di Pisa, Pietro Maffi, poi Cardinale, fu una fortuna e un principio di vita novella. Dopo aver consultate gli astronomi più rinomati: Schiaparelli, Newcomb, Pickering, egli propose che il P. Hagen fosse nominato Direttore. (25 Marzo 1906). Hagen arrivò il 22 Aprile a Roma. Per mettersi pienamente al corrente del nuovo compito, egli visitò nell'estate del medesimo anno diversi Osservatori, partecipanti al lavoro della Carta celeste. In seguito ordinò due apparecchi di misurazione alla ditta Repsold, e li affidò alle Suore della beata Capitanio, le quali con destrezza e zelo lodevoli disimpegnarono il loro compito faticoso e ingrato. La misurazione ebbe termine nel 1921; e mercè alla collaborazione del Prof. Turner, il quale si incaricò del calcolo delle costanti e tabelle per la trasformazione delle coordinate, i dieci volumi del ca-

talogo, contenenti quasi 500,000 stelle, erano stampati nell'Ottobre del 1928. Così nell'immenso lavoro della fotografia del cielo, la Specola veniva in quinto luogo (dopo Oxford, Greenwich, Capo di Buona Speranza e Algeri), fra quelli che avevano per primi assolto l'impegno assunto.

Giunto in Roma il P. Hagen si occupò subito della riorganizzazione e dell'ampliamento della Specola. La meteorologia, che finora aveva una grande parte nel programma, fu interamente soppressa. La sede dell'osservatorio fu trasferita dalla Torre Gregoriana al Villino di Leone XIII, generosamente ceduto a quel fine da Pio X. La torre più che millenaria, a cui si addossa il villino, gemella della torre fotografica, fu destinata a contenere un equatoriale visuale di 40 cm. di apertura e di oltre 6 metri di distanza focale.

Mentre si stava costruendo la nuova cupola, il P. Hagen si occupò di un'altra opera, che mostra la versatilità e la vasta comprensione del suo ingegno. In un volume « *La Rotation de la Terre* », apparso nel 1911, egli espose la storia e la teoria di tutti gli esperimenti meccanici ideati per dimostrare la rotazione della Terra. Inoltre egli stesso eseguì nuovi esperimenti con metodi affatto originali e con una esattezza non mai raggiunta prima. È vero che già nel 1851 il Poincot aveva proposto di usare la legge dei settori per provare la rotazione della Terra. Il principio era eccellente, ma la realizzazione! Che distanza immensa fra il teorico « ressort coudé », non mai realizzato, del Poincot e l'isotomeografo, colle sue masse pesanti, del P. Hagen! Con gran successo gli esperimenti furono fatti negli anni 1910 e 1911, nel pianterreno della torre fotografica, e nel 1919 furono ripetuti con una esattezza dieci volte più grande. Come è noto, lo strumento si compone essenzialmente di una trave orizzontale con sospensione bifilare, sulla quale due carrelli carichi di masse eguali di piombo si possono muovere simmetricamente su guide, dal mezzo alle estremità e vice versa. Nel primo caso la trave inizia una rotazione nel senso delle lancette dell'orologio; nel secondo in senso contrario. Proprio a questa reversibilità degli esperimenti si deve la grande esattezza della velocità angolare della terra (sino alla terza decimale) ottenuta dagli esperimenti.

Non meno ingegnosa era l'esecuzione dell'idea, suggerita dall'Ing. Mannucci di servirsi dell'apparecchio di Atwood, per dimostrare la deviazione orientale dei corpi cadenti. In tal modo egli era in grado di diminuire ad arbitrio la grande accelerazione, la quale nella caduta libera è causa di tante perturbazioni. Gli esperimenti furono fatti nel 1912 nella scala triangolare prossima alla grande nicchia dell'edificio di Bramante nel giardino della Pigna. Con una

altezza di 23 metri e una accelerazione di $1/25g$ si ottenne una deviazione di circa 0.9 mm. con un errore di appena 1 %. In tal modo gli esperimenti con caduta libera furono definitivamente scartati.

Nel medesimo tempo il P. Hagen si occupò di una nuova edizione dei *Colori Stellari*, osservati negli anni 1844-1846 dal P. B. Sestini, assistente del P. de Vico nell'Osservatorio del Collegio Romano. Non si contentò però di esporre il catalogo in nuovo ordine, ma egli stesso riosservò tutte le 2881 stelle col piccolo equatoriale di 4 pollici, montato sulla « mezzatorre » della Specola, e aggiunse le sue stime all'elenco di Sestini, insieme con quelle di Krüger e di Osthoff. Nell'introduzione egli dà una rassegna storico-critica delle diverse scale cromatiche, fin allora usate, e sul fine propone la sua scala lineare di 9 gradi. Dietro domanda del P. Hagen anche Krüger, Osthoff e Franks hanno pubblicati nella serie Vaticana i loro cataloghi di stelle colorate.

Non ostante tutti questi lavori, Hagen trovò ancora tempo per iniziare la sua grande opera tecnico-storica « *die Veränderlichen Sterne* », un capolavoro, nel quale tratta successivamente dei prerequisiti alle osservazioni — delle osservazioni stesse — della riduzione di esse — degli elementi del cambio di luce. Più di ogni altro egli era la persona adatta per scrivere un tal lavoro. Mentre studiava a Münster e a Bonn, aveva conosciuto personalmente i grandi maestri nell'arte di osservare le stelle variabili: Heis, Argelander, Schönfeld; aveva conosciuta la scienza delle variabili nei suoi primi esordi, come un tenero rampollo sul vecchio tronco dell'astronomia, sviluppatosi man mano come un ramo maestoso dell'astrofisica pratica e teoretica, e egli stesso aveva contribuito valorosamente a promuovere quel grandioso sviluppo. Nessun articolo riguardante le variabili era sfuggito ai suoi occhi lincei, e la letteratura accumulandosi sempre, non solamente era collezionata con regola, ma stava anche metodicamente ordinata nella sua mente. In tal modo, non gli costava grande sforzo il redigere ciò che aveva concepito e il dare in luce una opera, che si segnala per la grande chiarezza, dell'esposizione e della disposizione dell'ingente materia, piena di freschezza e di originalità; un preziosissimo repertorio non solo per l'esordiente ma anche per il più provetto nell'arte di osservare le variabili. E tutta la materia è esposta distesamente, in modo che la lettura si fa senza fatica, anzi con gusto. « Forse Lei non si è accorto », mi scrisse « che io cerco di imitare lo stile di Eulero. La sua prolissità Ome-rica è pure assai apprezzata, perchè la lettura diviene un piacere. Però è appena possibile di imitare un maestro di prima classe ».

Dopo che l'equatoriale di 16 pollici fu montato, il P. Hagen avendo speso un anno (1910-11) per ampliare le carte dell'Atlante delle Stelle variabili fino a un limite di grandezza inferiore, risolvette di lasciare la continuazione dell'Atlante a forze più giovani e di adibire la sua grande esperienza nello stimare differenze di luminosità su un terreno più importante e non ancora coltivato. Nello stimare e notare la luminosità più o meno grande delle nebulose gli astronomi si erano contentati di darne una descrizione verbale. Il P. Hagen invece si propose di introdurre anche per le nebulose una scala numerica analoga a quella delle grandezze stellari. A tal uopo si decise di riosservare tutti gli oggetti del New General Catalogue di Dreyer, e di catalogarne le luminosità numeriche.

Tutte le altre considerazioni, specialmente la scoperta di nebulose nuove, sarebbero rigorosamente escluse per non mettere a rischio il compimento del lavoro. I risultati di questa indagine, ordinati secondo zone, furono pubblicati in tre fascicoli nel 1922, 1923 e 1927, sotto il titolo: *A Preparatory Catalogue for a Durchmusterung of Nebulae*, nel 1928 seguì il *General Catalogue*, ordinato secondo le ascensioni rette dal dott. Friedrich Becker.

Al Prep. Cat. precede una considerazione magistrale sul carattere di una genuina *Durchmusterung*, specialmente delle Nebulose, sui requisiti e sui limiti di essa, necessari per renderla completa e adempibile insieme; poi segue una discussione delle esistenti scale di luminosità delle nebulose, e finalmente sono definite la scala numerica con 10 gradi di luminosità delle nebulose lucide e quella con 5 gradi di densità per le nubi oscure. Le nubi oscure sarebbero osservate e notate solamente per quanto si presentano nell'istesso campo con le nebulose lucide di Dreyer.

La discussione dei risultati della rassegna non è ancora ultimata; però l'astronomo Hellerich non esitava di dichiarare che essa rappresenta un lavoro di osservazione di prima classe e che il tentativo di fissare numericamente l'intensità delle nebulose è riuscito pienamente.

Siamo pervenuti all'ultimo gran lavoro astronomico del P. Hagen: la rassegna delle nubi oscure. Ci porterebbe troppo lungi, se vorremmo tesserne tutta la storia; però non fa d'uopo questo, perchè l'Accademia fu regolarmente tenuta al corrente del progresso e delle vicende di quelle importanti indagini. Basta ricordare brevemente, che le nebulose oscure avevano per la prima volta richiamata la sua attenzione una quarantina di anni fa, quando stava osservando il cielo per le carte dell'Atlante. Alcuni campi sembravano sempre avvolti in una leggera nebula, indipendentemente dal tempo dell'anno e dell'altitudine

celeste; dunque la causa era necessariamente di natura cosmica. Da osservatore esatto notava quel fenomeno sulle carte, senza però farci molta attenzione. Ma durante la rassegna delle nebulose del N. G. C., specialmente negli anni della guerra, quando tutta Roma era tenuta al buio, Hagen si accertò, che, fuori della Via Lattea, il cielo è quasi interamente coperto di nubi oscure. Intanto notava solamente quelle che occorreivano nella vicinanza delle lucide di Dreyer, proponendosi di farne dopo una rassegna separata e completa, dal Polo Nord fino a 20° di declinazione australe. Già nel 1920 lo vediamo occupato in questo lavoro. Si può dire che negli ultimi anni della sua vita aveva un solo desiderio, una sola passione: di poter compiere la sua rassegna. « Oggi io ho 73 anni », così mi scrisse il 6 marzo 1920. « Non può durare molto ancora. Certamente io ringrazio Iddio, di poter ancor lavorare per la Sua Gloria. Se mi sarà concesso di condurre a buon termine il lavoro iniziato, ciò sarà la mia ultima felicità sulla terra ». E nel marzo 1923, convalescente da una malattia: « Sono di nuovo capace di osservare, ma man mano mi avvicino alla fine... Adesso io sono il più vecchio osservatore di tutti gli astronomi del mondo. Io stesso mi meraviglio di poter lavorare ancora con tanto agio al cannocchiale. La Provvidenza, come pare, vuole che prima della mia partenza da questo mondo sia stabilita incrollabilmente la via nubi ». Molto soddisfatto scriveva nel settembre del 1927: « Per tre mesi non ci fu pioggia, tutto è inaridito e pieno di polvere; ma la *Durchmusterung* è avanzata bene. Io potrei terminarla in un anno ». Però nel settembre del 1928 scriveva di nuovo: « Io sarò contento, se potrò finire la rassegna nell'anno prossimo, dopo di che chiuderò il mio conto col cannocchiale. *Vivat sequens!* ». Ma l'anno 1929 recò un nuovo disinganno: « La Luna nuova dell'aprile mi diede una sola notte chiara. Speriamo che maggio e giugno siano più propizi ». Non fu vana la speranza: « Per la Rassegna nel maggio e giugno ho almeno finita la zona equatoriale da -20° a $+20^\circ$ di declinazione, la più grande e più soggetta al tempo. Il resto sarà fatto comodamente nella prossima primavera ». Venne l'anno 1930. « Adesso cominciano le mie ultime osservazioni della Rassegna », così scrisse il 3 febbraio. « Preghiamo, affinchè le notti di aprile siano belle. Altrimenti io dovrei ancora colmare le lacune nel 1931 ». E al 13 marzo: « Nella festa di S. Giuseppe, dopo il plenilunio, comincia il mio lungo lavoro per la Rassegna, la quale sarà forse terminata nell'estate, se il tempo sarà propizio nel cattivo aprile... ».

Purtroppo, nella vigilia di S. Giuseppe, egli lasciava la Specola, per non più ritornarvi.

La Rassegna rimase incompleta.

« Sarebbe già terminata da un pezzo », così scriveva già nel 1926, Prof. Cerulli, « se Hagen non avesse avuto da lottare con l'ingrato cielo di una grande città... Per fortuna di Hagen, la Specola Vaticana è prossima ad un estremo di Roma, l'estremo occidentale... In quella parte ha dovuto quindi Hagen circoscrivere il suo lavoro, aspettare cioè, a perlustrare le singole regioni celesti man mano che esse arrivavano all'occidente di Roma. Gli è occorso perciò molto più tempo che se avesse potuto far scorrere liberamente il telescopio sopra tutto il cielo ».

Fortunatamente il P. Hagen non ha aspettato il compimento della Rassegna per far note le sue scoperte al mondo astronomico. A tal uopo pubblicò fin da, 1920 diverse note negli Atti della nostra Accademia e nelle riviste astronomiche, note, le quali furono dal principio quasi universalmente accolte con scetticismo. Si negava la realtà delle nebulose oscure, si cercava di spiegarle come allucinazioni, come fenomeni puramente soggettivi, causati dal contrasto fra regioni celesti più o meno ricche di stelle, o dal fondo più o meno illuminato del cielo. Crebbe lo scetticismo, quando fu provato che quelle nebulose misteriose non assorbivano sensibilmente la luce delle stelle e che dopo molte ore di esposizione non lasciavano alcuna traccia sulla lastra fotografica. Ma il P. Hagen aveva sempre pronta la risposta, nella convinzione incrollabile della realtà di ciò che aveva visto col suo occhio acuto e esperto. E i versi Oraziani, applicati dal Riccioli al sistema Copernicano

« Per damna, per caedes, ab ipso
Sumit opes animumque ferro »,

valsero anche per la Via Nubila del P. Hagen. Così negli anni 1926-28, riosservando i ben noti 52 campi di nebulosità di Herschel e i 349 oggetti oscuri di Barnard, poté constatare, che tutti questi avevano la medesima natura e medesimo aspetto delle nebulose oscure. Più grande sensazione forse fece l'esempio della nebulosa di Baxendell, su cui il Dott. Becker richiamò l'attenzione nel 1925. Fu scoperta nel 1881 dal Baxendell, osservata dal Dreyer e dal P. Hagen come nebulosa oscura, vista senza difficoltà da Becker, Wolf, O'Connor e altri, ma si è vanamente cercato di fotografarla negli osservatori di Mount Wilson, di Hamburg, di Harvard, di Helwan, di Digne. Il fatto è dunque innegabile: ci sono delle nebulose che si vedono, ma che non possono fotografarsi coi mezzi esistenti.

Dato il fatto, anche non tardò la spiegazione. « Perchè le nebulose di Hagen non si lasciano fotografare » ? domandò il Prof. Hopmann nelle *Astron. Nachr.* Avendo comparata la sensibilità dell'occhio per superfici debolmente lucide con quelle della lastra fotografica, Hopmann conchiude che in determinate circostanze l'occhio può essere cento volte (equivalente a 5 grandezze) più sensibile della lastra. E il Professore Hartmann congelò, che le nubi cosmiche di Sodio, la cui esistenza si rivela nelle linee stazionarie degli spettri stellari, siano identiche con le nebulose di Hagen.

Così il P. Hagen ha potuto vedere, nell'ultimo anno della vita, il trionfo almeno parziale, delle sue idee.

Sarebbe prematuro il giudicare della portata cosmogonica delle scoperte del P. Hagen. Egli stesso considerava le nubi cosmiche come la materia primordiale da cui le stelle si sono condensate o stanno condensandosi. La verifica di quella ipotesi piena di conseguenze, lasciamo all'avvenire, quando la rassegna di tutto il cielo sarà completa e la natura fisica delle nubi cosmiche maggiormente schiarita.

Pare incredibile, che nella sua età avanzata, fra tanti lavori, trovasse ancora tempo e forza per redigere la parte IV della *Synopsis der höheren Mathematik*. Il manoscritto fu cominciato nel 1923 anno 77° della sua età. Questa opera era per lui un gradito cambiamento e compimento del lavoro astronomico. « Io mi godo di un cielo coperto per l'uno », diceva, « e di un cielo chiaro per l'altro ». Già più di 400 pagine erano stampate; mancava soltanto una parte dell'Indice della materia, quando la morte gli fece cadere la penna dall'instancabile mano.

Con una sola parola facciamo finalmente menzione degli articoli, in cui si è occupato del problema fisico delle stelle variabili del tipo di δ Cephei. Era avversario pronunciato dell'ipotesi delle pulsazioni *pure*, e propugnava, al contrario, la sua teoria binaria, secondo la quale la stella principale sarebbe una massa cometaria gigantesca, cui intorno gira in un'orbita molto eccentrica un satellite relativamente piccolo, causando nella vicinanza del periastron delle esplosioni e quindi delle pulsazioni periodiche. Hagen emette il parere che generalmente tutte le variazioni della luce, anche delle variabili con periodo lungo, si potrebbero forse ridurre a una stessa causa; come pure propone l'ardita ipotesi che una stella nuova sia una nebula cometaria giunta temporaneamente nella vicinanza prossima di una stella o pure in contatto con essa.

Con grande speranza il P. Hagen stava aspettando il fine del plenilunio di Marzo dell'anno passato, quando verso la metà del mese contrasse una infreddatura, cui tennero dietro catarro e febbre. Con tutta l'energia della sua volontà di ferro lottava contro la crescente debolezza, che minacciava di prostrarlo. Ma il 18 Marzo la febbre si alzò talmente, che bisognava trasportarlo estenuato nel Collegio Germanico. Di là e dietro suo desiderio fu trasferito il 12 Giugno nel noviziato di Galloro in Ariccia, e qui nell'aria fresca di montagna cominciò a sentirsi meglio. « In questo mese ho ricominciato a dire la Messa e l'Uffizio », così scrisse il 17 Luglio. « Dunque va meglio. In questa casa sono curato bene. Sto correggendo le bozze della Synopsis IV. Nell'Agosto ritornerò nella Specola ».

L'Agosto venne, ma insieme ritornò la febbre, in un grado allarmante. Una grave nefrite si manifestò, e il 19 Agosto bisognò trasportare il malato al Sanatorio Quisisana in Roma. Presto ogni speranza svanì. Il 21 Agosto gli furono amministrati gli ultimi Sacramenti, e il 3 Settembre alle ore 22 e 35 minuti il P. Hagen placidamente rese l'anima al suo Creatore. Fino all'ultimo momento aveva conservata la lucidità della mente. Negli ultimi giorni una sola cosa gli dava qualche apprensione: la Rassegna restava incompleta! Ma quando il Dott. Becker lo assicurò per lettera, che egli assumeva come un debito di onore il compito di terminarla, Egli morì coll'animo pienamente rasserenato e contento.

Dotato di un ingegno di possente comprensione, il P. Hagen associava a un talento straordinario di osservazione e di organizzazione, una attività meravigliosa e un insaziabile ardore al lavoro. Era un maestro nell'arte di progettare programmi sempre nuovi e originali, e perfettamente accomodati ai mezzi disponibili. Lavorare fino all'esaurimento totale delle sue forze per il progresso della scienza, alla maggior gloria di Dio — ecco la sua unica passione alla quale sacrificava ogni altra soddisfazione o conforto personale.

A buon diritto l'illustre direttore dell'Osservatorio di Harvard, Shapley, scriveva al nostro Presidente nell'occasione delle onoranze fatte dall'Accademia all'Ottuagenario:

« His valuable astronomical work... has been a credit not only to your Academy and to the Church, under whose aspicces he has labored ».

Gli auguri cordiali, che in quest'occasione affluirono da tutte le parti del mondo, hanno messo in evidenza, quanto il P. Hagen era universalmente stimato come scienziato e come uomo di carattere. Le onoranze culminarono nella

consegna della medaglia d'oro, appositamente coniatà, fatta al venerabile vegliardo dalla mano augusta di Sua Santità Pio XI.

Il P. Hagen era dal 1906 socio ordinario dell'Accademia Pontificia delle Scienze, la quale gli conferì nel 1926 la medaglia d'oro per l'astronomia. Era membro associato della Royal Astronomical Society di Londra, membro della Kais. Leop. Carol. Akademie, socio straniero della Reale Accademia dei Lincei, membro dell'Academy of Sciences di Washington, e di molte altre società scientifiche.

L'Università di Bonn gli conferì il grado di doct. phil. h. c., quella di Münster il grado di doct. theol. h. c.

Elenco delle sue pubblicazioni.

Atlas stellarum variabilium. (Sette Serie sono pubblicate).

Synopsis der Höheren Mathematik:

Bd I: *Arithmetische und Algebraische Analyse.* Berlin 1891.

II: *Geometrie der Algebraischen Gebilde.* Berlin 1894.

III: *Differential-und Integralrechnung.* Berlin 1905.

In corso di stampa:

[IV: *Metrische Differentialgeometrie der Ebene und des Raumes.* Berlin 1931].

Index Operum Leonardi Euleri, Berlin (1896).

Beobachtungen Veränderlicher Sterne von E. Heis aus den Jahren 1840-1877, und von A. Krüger aus den Jahren 1853-1892, herausgegeben von J. G. Hagen S. J. Berlin 1903.

Nelle Pubblicazioni della Specola Vaticana, Serie II:

Colori stellari osservati a Roma negli anni 1844-1846 da Benedetto Sestini, S. J., esposti in nuovo ordine e riosservati. Roma (1911).

La Rotation de la Terre, ses Preuves mécaniques anciennes et nouvelles. Rome (1911).

La Rotation de la Terre, continuation des Expériences. Rome (1912).

Aggiunte al Catalogo dell'Atlas stellarum variabilium. Roma (1916).

Aggiunte alle Carte dell'Atlas stellarum variabilium. Roma (1916).

Die veränderlichen Sterne. Geschichtlich-technischer Teil. Freiburg im Breisgau, Baden (1921).

The Letter and Number-Scales of visual Star Colours. Roma (1923). In collaborazione con W. F. Franks.

A Preparatory Catalogue for a «Durchmusterung» of Nebulae. The Zone Catalogue. Edinburgh (1927).

Nelle Pubblicazioni del Georgetown College Observatory:

- Preliminary Light Curve of Nova Persei 1901.*
First Chart and Catalogue for observing Nova Persei. (1901). Second chart etc. (1901).
Observations of variable stars, made in the years 1884-1890. — Part I. — The Observations. (1901).
Supplementary Notes to the Atlas stellarum variabilium. I. — The new star in Perseus; II. — Some engraved charts of Pogson's proposed Atlas. (1901).
Chart and Catalogue for observing Nova Geminorum. (1903).

Nell' « Astronomical Journal » :

- The variable star μ Cephei. 9 (1889) 15.*
Observations of some suspected Variables. 9 (1889) 118.
Observations of variable Stars. 9 (1890) 157.
Variations of S Persei and T Arietis, 1883-1888. 10 (1890) 115.
Southern variable stars, observed in 1889 and 1890. 10 (1891) 177.
Observations of the new Star in Auriga. 11 (1892) 172.
Observations of solar Eclipse of 1892 Oct. 20. 12 (1892) 117.
Variations of S Persei and T Arietis. 12 (1892) 47.
Meteor Shower of 1892 Nov. 23. 12 (1892) 145.
Observations of Transit of Mercury, 1894. 14 (1894) 144.
Note on U Geminorum. 17 (1897) 127.

Nell' « Astrophysical Journal » :

- Report on a New Edition of the Northern Durchmusterung Charts. 7 (1898) 145.*
The Northern Durchmusterung. 7 (1898) 295.
A Specimen Chart from the Atlas Stellarum Variabilium. 8 (1898) 160.
Observations of the Eclipse of May 28, 1900, by the Georgetown College Party. 12 (1900) 101.
Second Chart and Catalogue for observing Nova Persei. 13 (1901) 233.
Discussion of a Questionable Type of Temporary Stars. 17 (1903) 281.
Variable Stars in Nebula of Orion in connection with Chart for T Orionis. 19 (1904) 344.
The Atlas Chart for T Orionis extended. 20 (1904) 351.
Various scales for color-estimates. 34 (1911) 261 e 35 (1912) 359.
Correlation between the color-scales of one and of two dimensions. 49 (1919) 282.
On the Geometrical Classification of Long-Period Variables. 53 (1921) 179.
Definition of a Nova. 54 (1921) 229.

Nella « Popular Astronomy » :

- Deflection of the level. Sidereal Messenger. 3 (1884) 75, 107.*
Lunar eclipses as problems for students. Sidereal Messenger. 3 (1884) 46.
Laws of falling bodies. Sidereal Messenger. 4 (1884) 15.

Kepler's correspondence. Sidereal Messenger. 6 (1887) 109, 133, 212.
Atlas of variable Stars. 5 (1897-8) 20; 7 (1899) 85.
Chart and Catalogue for observing Nova Persei. 9 (1901) 191, 279.
The VIIth Series of the Atlas stellarum variabilium. 35 (1927) 314.
Nebulosities near the Galactic Pole. 37 (1929) 284 e 395.
The Free-Pendulum experiment photographed. 38 (1930) 381.

Nelle « Astronomische Nachrichten »:

On the Deflection of the Level due to solar and lunar attraction. 107 (1884) 373.
Der Photochronograph angewandt auf Doppelsternmessungen. 128 (1891) 177.
Photographische Rectascensionsbestimmungen des Sirius. 132 (1893) 23.
Messungen von Doppelsternen mittelst Photographie. 136 (1894) 303.
Bessels « Verdacht gegen die Unveränderlichkeit der Polhöhe ». 136. (1894) 207.
Ueber einen möglichen systematischen Fehler des Zenithteleskops. 138 (1895) 289.
Ueber die Bedeutung der Sterngrößen im Atlas stellarum variabilium. 145 (1898) 33.
Probekarte aus dem Atlas stellarum variabilium. 149 (1899) 309.
Anzeige des Todes von Miss C. W. Bruce. 152 (1900) 243.
Zirkular betr. First chart and catalogue for observing Nova Persei 2. 155 (1901) 62.
Confirmation of variability of 68. 1901 Y Persei. 156 (1901) 335.
Ueber Ceraskis Begleiter der Nova Persei 2. 157 (1902) 321.
Ueber die Periode des Veränderlichen S Persei. 157 (1902) 303.
Vermutete Veränderlichkeit eines Begleiters von W Andromedae. 164 (1904) 79.
Telescopic Observations of Nova Persei 2. 165 (1904) 75.
Notiz betr. var. 190. 1904 Cassiopeiae. 168 (1905) 11.
Notiz betr. BD + 16° 354, 360. 188 (1911) 206.
Einige Literaturangaben über Neue Sterne. 195 (1913) 219.
Mitt. betr. atmosphärische Störung. 203 (1917) 405.
Ein erster Vergleich zwischen dem Astrographischen Katalog und dem Atlas Stell. Var. 204 (1917) 173.
Zweiter Vergleich zwischen Astrogr. Katalogen und Atlas Stellarum Var. 205 (1917) 35.
Dritter Vergleich u. s. w. ibd. 247.
Anfrage über einen Kometen von 1917. 206 (1918) 179.
Verbesserungen zur BD. 207 (1918) 23.
Die ältere Literatur über einen Neuen Stern in Aquila und die Bezeichnung der Novae. 208 (1919) 67, 72.
Das Blinksternproblem. 209 (1919) 33.
Ueber eine Einteilung der langperiod. Veränderlichen. 209 (1919) 257.
Scheinbare und wirkliche Periodenlängen veränderlicher Sterne. 210 (1920) 217.
Zur Geschichte des Veränderlichen Y Scorpii. 210 (1920) 5.
Vierter Vergleich zwischen Astrogr. Katalogen und Atlas Stellarum Var. 210 (1920) 1.
Die Hauptphasen Veränderlicher Sterne berechnet mit Pogson's Schneidender Kurve. 210 (1920) 221.
Unbekannte δ Cephei und ζ Gemin. Sterne. 210 (1920) 247.
Das Sternsystem unserer Sonne. 211 (1920) 367.

Geometrische u. physik. Erklärungsversuche des Blinksternproblems. 211 (1920) 413.
Beob. der Nova Cygni von 1920. 211 (1920) 403.
Dunkle Nebel und Sternentleeren. (Jubiläumsnummer 1821-1921).
Bemerk. betr. einen Stern bei γ Lyrae. 212 (1921) 63.
Die dunkeln kosmischen Nebel. 213 (1921) 351.
The local cluster. 213 (1921) 231.
Stufenschätzungen dunkler Nebel. 214 (1921) 449.
Die Lage der Milchstrasse nach Heis. 217 (1923) 291.
Kurze Farbenschwankungen. 218 (1923) 175.
Beobachtungen von Sternbedeckungen 218 (1923) 159.
Die Dunkelwolke beim Amerikanebel. 224 (1925) 421.
Erklärungen zu den Abhandl. des Herrn Wirtz über kosmische Wolken. 225 (1925) 129.
Dunkelwolken um den Veränd. X Cancri. 225 (1925) 383.
Bemerk. zum δ Cephei-Problem. 225 (1925) 175.
Nebelflecke und Nebelwolken 227 (1926) 391.
Bestätigung der 52 Nebelfelder W. Herschels. 229 (1927) 303, 319.
Einige bemerkenswerte Sternentleeren. 230 (1927) 325.
Interstellares Kalzium. 232 (1928) 173.
Nochmals die Beobachtungen am galakt. Pol. 235 (1929) 313.
Die atmosphär. Störung durch den Vesuv-Ausbruch. 236 (1929) 31.

In « Scientia » :

The Problem of the Variable Stars in its present State. 29 (1921) 341.
The nebular Envelope of our stellar System. 31 (1922) 185.

Nelle « Publications of the Astron. Soc. of the Pacific » :

A new observatory (Valkenburg, Holland). 9 (1897) 121.
The new Atlas of variable Stars. 10 (1898) 100.
Explanatory Notes to the Article by Dr Lundmark in n. 200 of this Journal. 34 (1922) 320
Further Elucidations on Cosmic Clouds. 39 (1927) 167.

Nella « Vierteljahrsschrift der Astron. Gesell. » :

Ueber einen in Angriff genommenen Atlas der veränderlichen Sterne. 31 (1896) 278.
Ein Lehrbuch der veränderlichen Sterne. 43 (1908) 282, 308.
Ein neuer mechanischer Beweis für die Umdrehung der Erde. 45 (1910) 323.
Jahresbericht der Vatikansternwarte für 1909 (1910), 1919 (1920), 1921-1929 (1922-1930).

Nelle « Monthly Notices » :

Note on Pogson's manuscripts relating to his proposed Atlas of Variable Stars. 59 (1899) 57.
Note on some engraved charts of Pogson's proposed Atlas of Variable Stars. 61 (1901) 399.
Letter to Prof. Turner on the comparison stars for $\bar{U}$ Geminorum. 67 (1907) 330.

- Note on Y Cephei.* 68 (1908) 676.
Missing B. D. Stars. 77 (1917) 517.
On Barendell's diagram for the variable S Vulpeculae. 78 (1918) 64.
On the nomenclature of U Bötis and χ Cygni. 78 (1918) 64.
Observations of Nova Aquilae, 1918. 79 (1919) 168.
On the light curves of long-period variables. 79 (1919) 572.
The astrophysical problem of variable Stars. 81 (1921) 226.
A Map showing obscure nebulae and their situation towards the Milky Way. 81 (1921) 449.
Notes on W. Herschel's observations of extended nebulous fields. 86 (1926) 144, 146, 349, 439, 548, 642; 87 (1927) 106.
On the significance of Barendell's Nebulosity. 90 (1930) 331.

Nelle « Memorie » della Società Astronomica Italiana :

- Via Latta e Via Nubila.* 1 (1920) 9.
Teoria cometaria delle stelle tipo δ Cephei. 1 (1920) 173.
Prefazione all'« Isaac Roberts' Atlas of 52 Regions, A Guide to Herschel's Fields ». 4 (1927) 411.

Negli « Atti » della Pont. Acc. delle Scienze :

- Mesures de précision exécutées avec l'Isotomeographe.* 73 (1919-1920) 236.
The obscure Cosmic Cloud south of ζ Orionis. 75 (1921-1922) 83.
A Durchmusterung of the Heavens for Obscure Cosmic Clouds. 75 (1921-1922) 71.
On W. Herschel's Nebulous Regions. 76 (1922-1923) 200.
A Durchmusterung of the Heavens for Obscure Cosmic Clouds. 76 (1922-1923) 89.
The Zodiacal Cloud. 76 (1922-1923) 31.
Uniform Notation and Designation in Astronomy. 77 (1923-1924) 127.
Nota sopra una scoperta del Prof. Plaskett. 77 (1923-1924) 159.
A special type of bright Nebulae. 77 (1923-1924) 33.
A Durchmusterung of the Heavens for Obscure Cosmic Clouds. 77 (1923-1924) 131.
On the Extension and Appearance of NGC 6822. 77 (1923-1924) 135.
Notes on the δ Cephei Problem. 78 (1924-1925) 161.
Sui campi nebulari di Herschel. 79 (1925-1926) 35.
Eugenio Spee. 79 (1925-1926) 188.
Die begleitenden Flächen einer Raumkurve. 80 (1926-1927) 97.
The Nebulosity Herschel V 34 (GC 1193) NGC 1390. 80 (1926-1927) 94.
Visual and photographic surveys of W. Herschel's nebulous regions. 80 (1926-1927) 51.
Ueber die Symmetrie der Flächenparameter. 80 (1926-1927) 239.
Comunicazione sulla rivista fotografica del dott. Roberts sui campi nebulari di Herschel. 80 (1926-1927) 37.
Calcium interstellare. 81 (1927-1928) 50.
Necrologio del P. Fényi. 81 (1927-1928) 122.

First note on the Dark Objects in Barnard's Photographic Atlas. 81 (1927-1928) 204, 210;
Second note, ibd. 372; *Third note, ibd.* 393; *Fourth note, ibd.* 397; *Fifth note, 82*
(1928-1929) 47.

Das bewölkte Orionfeld. 81 (1927-1928) 343.

A Durchmusterung of the Heavens for Obscure Cosmic Clouds. 82 (1928-1929) 263.

Sulle macchie nere nell'Atlante fotografico del Barnard. 82 (1928-1929) 52.

Gli esperimenti col Pendolo libero. 83 (1929-1930) 59.

VARIA.

— *Zeitschr. Math. Phys.* Ueber die Stabilität des Gleichgewichtes einer auf einem dreiaxigen Ellipsoid mit kleinen Excentricitäten ausgebreiteten Flüssigkeit welche der Anziehung des ellipsoidischen Kernes, sowie der ihrer eigenen Masse unterworfen ist. 22 (1877) 65-86.

Zur Theorie der drei ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren frei rotirender homogener Flüssigkeiten. 24 (1879) 104-115.

Ueber die Verwendung des Pendels zur graphischen Darstellung der Stimmgabel-curven. 24 (1879) 285-303.

— *American Journ. of Mathematics.* On Division of Series. 5 (1882) 236.

— *American Phil. Soc. Proceed.* On the inclination of the apparent to the true horizon and the errors rising thereof in transit, altitude, and azimuth observations. 20 (1883) 206-223.

— *Versamml. der deutschen Naturf. und Aerzte, Münster 1912:* Ein neuer Beweis der Erddrotation mittelst der Fallmaschine.

— *International Congr. of Math. Cambridge Aug. 1912:* How Atwood's Machine shows the rotation of the Earth even quantitatively.

— *Zeitschr. für Instrumentenkunde.* Der Isotomeograph als Präzisionsinstrument. 40 (1920).
Die Fallmaschine als Beweismittel für die Erddumrehung. 43 (1923).

— *The Observatory.* The Vatican Observatory. 46 (1923) 54.

— *Probleme der kosmischen Physik: Die Nebelstrasse.* Anhang zu: Die Milchstrasse, von Prof. Dr. J. Plassmann. Hamburg IV (1924) 79.

— *Sitzungsberichte der Preuss. Ak. der Wiss., phys.-math. kl.:* Die Geschichte des Nebels « Barnard 86 » (1928). XXVII. 482.

Weiteres zur Geschichte des Nebels « Barnard 86 » (1929). XXVI. 543.

— *Mr. I. Roberts' Atlas: A Guide to Herschel's Fields* (1928): Preface.

— *Die Himmelswelt: Über G. Bigourdans « Observations de Nébuleuses et d'Amas Stellaires ».* XXXIX. (1929). 195.

— *Die Naturwissenschaften.* Milchstrasse und Nebelstrasse. IX. (1921)

Die zwei unabhängigen Beweise der Erddrehung beim Foucaultschen Pendelversuch XVIII. (1930). 505.

— *Atti R. Accad. Lincei.* Oscillazioni del pendolo libero fotografate 11 (1930). 633.

— *Festschrift Stella Matutina* (1931) I: Die doppelte Erklärung der Pendelversuche. II. Das photographische Problem der Nebelwolken.

Lastre flessibili di marmo trovate nella nave imperiale di Nemi

Nota del S. C. G. DE ANGELIS D'OSSAT ⁽¹⁾

Sommario. — Si presenta una microfotografia del marmo bianco — trovato nella nave imperiale di Nemi — il quale presenta una notevole flessibilità, facendone conoscere la struttura che spiega il fatto.

Alcune lastre di marmo bianco, dallo spessore intorno a cm. 1,5, trovate nella nave imperiale di Nemi, presentano una notevole flessibilità, in grado certamente superiore alle note arenarie del Brasile, *itacolumite*, e di Delhi in India. Sulle proprietà elastiche, specialmente di flessione, presso di noi si occuparono: Sella A., Spezia, Tuccimei, Gamba, Oddone, ecc.

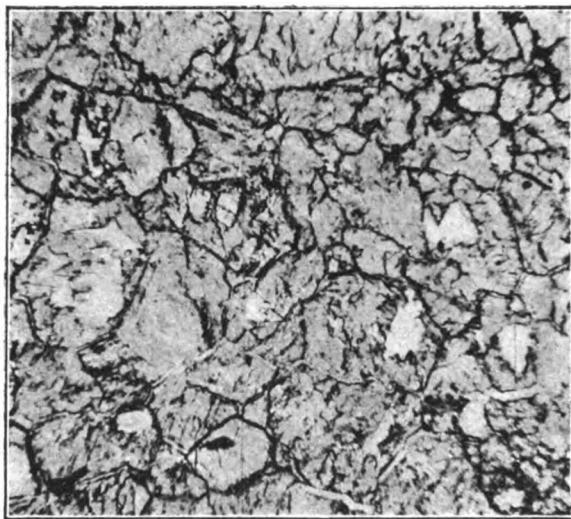
Da un piccolo frammento del marmo flessibile — gentilmente offertomi dal prof. Antonielli, direttore del prezioso recupero navale — ho ottenuto, con le cautele del caso, una sezione sottile; dalla quale gentilmente il prof. Silvestri A. ha ripreso la riuscita microfotografia ($\times 37$) che presento. Da essa, all'evidenza, si apprende la spiegazione dell'eccezionale fenomeno, specialmente se si pone a confronto con una sezione microscopica di marmo non flessibile. In questa i grani di calcite, a struttura polisintetica, sono contigui e senza interposizione alcuna; in quella invece le distanze quasi sempre sono sensibili ed il vuoto è in parte occupato dai residui della soluzione subita dalla superficie dei grani. La soluzione, avvenuta coi secoli, si deve all'acqua lacustre del bacino vulcanico, certamente scarsa in sali di calcio e probabilmente acida per anidride carbonica, ecc. proveniente dallo strato melmoso ricco di sostanza organica in decomposizione.

È risaputo che l'umidità della roccia influenza i processi di deformazione elastica e quella residua aumentandone il grado (Gamba, 1899). Con appa-

⁽¹⁾ Presentata nella sessione del 18 Gennaio 1931.

rente contraddizione, l'acqua nelle lamine marmoree di Nemi abbassa sensibilmente la flessibilità, riempiendone gli interstizi vuoti ed imbevendo la sostanza interposta fra i granuli. Solo allo stato di secchezza i granuli possono riavvicinarsi dalla parte della superficie concava, durante la flessione.

La compagine del marmo sussiste sino a quando i mutui contatti sono almeno parzialmente mantenuti e quando la sostanza interposta funziona co-



munque da cemento o legante. Verso la superficie esterna delle lastre il marmo ha raggiunto lo stadio di frollezza ed i granuli si distaccano al minimo sforzo. Tali granuli al microscopio presentano un arrotondamento degli spigoli e dei vertici, quale non si riscontra nella parte interna del marmo.

Non ho potuto, come avrei desiderato, approfondire l'interessante studio per mancanza del necessario materiale a disposizione.

Quaternario marino presso Anzio

Nota del S. C. G. DE ANGELIS D'OSSAT ⁽¹⁾

Sommario. — Alcune nuove osservazioni geologiche, eseguite nella zona litoranea Anziata, autorizzano la proposta di un completo e particolareggiato quadro cronologico delle formazioni della regione.

In questi ultimi anni, ho avuto occasione di recarmi più volte al litorale di Anzio e Nettuno e di rilevarvi fatti che, se non chiariscono completamente la non troppo semplice costituzione geologica locale, certo ne fanno intravedere prossimo il definitivo riconoscimento. La presente comunicazione preventiva rende conto delle nuove osservazioni.

Parecchi geologi, con discordanti pareri, si sono occupati direttamente della stratigrafia e della paleontologia della zona litoranea fra Tor Caldara e Torre Astura: tra questi meritano di essere ricordati: Meli R. (1880-1904, con bibl.), Verri A. (1893), Portis A. (1896), Neviani A. (1895-98), Checchia-Rispoli G. (1923), ed indirettamente: Ponzi G. (1866), Tiltoni T. (1885), Terrigi G. (1889), Sabatini V. (1900) ecc.

Per quanto ardua sia l'impresa di riportare la successione degli strati, con il loro relativo valore cronologico, a causa delle diverse interpretazioni dei geologi nominati; pure è a ritenersi che la seguente serie sommaria rappresenti lo stato attuale delle conoscenze geologiche del litorale Anziata.

E. — Terreni agrari	Recente
D. — Sabbie gialle, ocracee	} Quaternario
C. — Tufo vulcanico con fossili marini	
B. — <i>Macco</i> Astiano (Calabriano)	} Pliocene
A. — Marne Piacentino	

Al lume dei nuovi fatti si passano in rassegna gli elementi della serie stratigrafica in ordine ascendente.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 18 Gennaio 1931.

*
**

A. — Il complesso marnoso, con interstratificazioni sabbiose, anche presso Anzio è stato riconosciuto, come si mostra presso Tor Caldara, di notevole spessore, per quanto non del tutto riconosciuto. Una terebrazione ha raggiunto, sotto al *macco*, le marne a m. 14 sotto il livello marino ed in esse si è arrestata a m. (— 56). Nello spessore di m. 42, sono stati perforati due strati di sabbie od arenarie con poco materiale argilloso, a diversa potenza (m. 5 e m. 0,20). Anche le indagini geo-idrologiche sulla regione assicurano, sotto al *macco*, il proseguimento delle marne dall'affioramento delle fornaci di Anzio con quello delle Grottacce.

B. — Intorno al *macco* posso assicurare che esso non solo si manifesta lungo la spiaggia; ma appare, in più località, risalendo la valle del Fosso Quinto, sino alla distanza di circa Km. 3 dall'abitato. Le sorgive infatti che pullulano in questa valle emergono appunto in relazione con la formazione del *macco*.

Inoltre nella Cava Tontini presso Anzio, ho riconosciuto la superficie superiore del *macco* evidentemente erosa e ricoperta prima da uno strato irregolare coatico, alla sua volta, ricoperto da una *crosta* irregolare, tartarosa e marnosa, che prende pure la forma di fungo, immerso nel complesso sabbioso soprastante e chiamato *lehm* dal Meli.

L'elemento litologico *macco*, sinora ritenuto unico nella genesi e per valore cronologico, deve si adunque dividere, dacchè, fra il *macco* e la *crosta*, intercede un notevole periodo di tempo, testimoniato dall'erosione e più dal materiale coatico interposto. L'arrivo del grossolano materiale allotigeno assume un distinto significato quando si riflette che la formazione del *macco* rappresenta un deposito neritico, corrispondente alle odierne praterie marine a *zoo-stere* non lontane dalla spiaggia. La natura litologica dei ciottoli e la forma diversa dalla discoidale rafforzano la legittima ipotesi della loro provenienza dai circonvicini monti calcarei subappenninici (Verri).

In verità, non ho avuto ancora il tempo per eseguire sulla località menzionata l'esame particolare che l'importanza del fatto richiede; tuttavia mi sento sicuro dell'asserzione, del resto caldamente confortata dall'analogia sorprendente con quanto si osserva, a nord dello stesso litorale, presso Palo e specialmente nelle cave del *macco* ai Monteroni. Segni, tanto evidenti quanto indelibili, del periodo erosivo riconosciuto sono noti in più località. La costa spianata presenta come fondamento non solo il *macco*, ma pure le marne ed anche rocce più antiche, come quelle dell'Eocene presso Civitavecchia. Il Fosso Sassetara,

appena a nord della stazione di Furbara, dopo le forti piene, scopre, quasi sotto al terreno agrario, la pianura erosa sugli strati sconcordanti dell'Eocene.

Se ora si vuole attribuire alla *crosta* un valore cronologico, in attesa di uno studio accurato della fauna che racchiude, possiamo valerci per apprezzarlo — con le dovute riserve — dell'altimetria e riferirla senz'altro al noto livello quaternario marino, che prende, nel bacino Mediterraneo, il nome dallo *Strombus* e che, secondo il Gignoux M. (1913) ecc., segue nel tempo il Siciliano.

Alla stessa *crosta* corrispondono cronologicamente le sabbie con fossili marini che, a sud di Nettuno, sono riferite dal Meli (1896, 1904) al quaternario. Tali sabbie ho trovato più volte sotto ai tufi con fossili marini e per essere, più o meno concrezionate, le riporto alla *facies* di panchina degli strati a *Strombus*.

La constatazione, rilevata alla cava Tontini, rimane confermata dagli strati incontrati dalla perforazione eseguita nella collina soprastante. La trivella infatti incontrò la *crosta*, con il sottostante ciottolame, all'altitudine di m. 27.

È dovere però avvertire che i criteri altimetrici, in una regione tanto funestata e sconvolta dal parossismo dei prossimi distretti vulcanici, non godono di un assoluto valore cronologico. In seguito sarà messo a punto un argomento negativo di notevole significato per la cronologia.

C. — Sulla *crosta* marina si trovano le sabbie gialle ed ocracee (*lehm*) che affiorano alle Grottacce sopra i tufi vulcanici a conchiglie marine. Nella stessa località i tufi ricoprono le sabbie e le marne e portano molti e svariati ciottoli, i quali nella parte inferiore si riuniscono a puddinga. Il Verri vi riconobbe i calcari cretaccici dei Monti Lepini e li trovò «con spigoli appena smussati». La fauna fossile contenuta nelle sabbie e nei tufi vulcanici, già riconosciuta e determinata dal Meli, non conviene senz'altro a quella che stabilisce il livello a *Strombus*; però non contraddice il riferimento. La differenza nell'Alobios può spiegarsi colla eteropicità dell'ambiente. Tanto per la *crosta*, quanto per il tufo vulcanico a conchiglie marine, vale per il riferimento al piano a *Strombus* l'argomento negativo che loro deriva dal fatto di essere le ultime formazioni marine della regione.

Per quanto non condivida senza riserve le asserzioni del Verri sull'origine e sul riferimento dei tufi a conchiglie marine e con ciottoli, pure ritengo che i suoi apprezzamenti siano i più vicini alla verità. I tufi vulcanici, comunque pervenuti, trovarono la regione già litoranea ed erosa, come avveniva alla formazione della *crosta*, con la quale è giustificato il sincronismo, non inteso però in senso rigorosissimo. Uno studio più particolareggiato, tanto sulla stratigrafia come sulle faune fossili, potrebbe stabilire, con certezza e rigore, il

sincronismo proposto od apprezzare l'intervallo di tempo fra le due formazioni, il quale fin da ora si prevede ben limitato.

D. — Sabbie gialle ed ocracee (*lehm*): esse riposano sulle formazioni precedenti. Nella lunga trincea aperta per la nuova stazione ferroviaria di Nettuno è comparso un netto strato, festonato, di *alios* (*alio*), allargando l'estensione della funesta formazione anche nella regione litoranea Anziate. La presenza dell'*Elephas antiquus* nelle sabbie non autorizza riferimenti cronologici, dacchè questa specie, comparsa durante il Siciliano marino, ha poi attraversato i tempi del livello a *Strombus*. Con quasi assoluta certezza si possono ritenere le sabbie come prodotti eolici ed accumulati in dune, come le note presso Monte Mario. Queste ultime però risalgono a tempi anteriori trovandosi sottoposte ai primi tufi vulcanici antichi, granulari, e con strati di pomici; mentre le sabbie di Anzio e Nettuno giacerebbero sopra il tufo litoide da costruzione (Verri), il quale rappresenta l'ultima grande manifestazione vulcanica laziale. Nella Campagna Romana adunque si debbono almeno annoverare due ben distinti livelli di sabbie di duna, oltre il recente. Tale distinzione non sarà difficile allargare nella regione romana, dopo l'inaspettato rinvenimento che ho fatto dei tufi più antichi nella Tenuta Bonriposo, presso Carroceto (1927).

*
**

Le brevi considerazioni ora preventivamente esposte possono subire modificazioni, sia a causa delle osservazioni non ancora eseguite col dovuto rigore, sia per la deficienza di uno studio accurato, esteso e comparato delle faune marine italiane del giovine Pliocene e del Quaternario. Frattanto si ritiene che la successione delle formazioni ed il loro relativo riferimento cronologico, per la zona costiera Anziate, possa essere riassunto come nel seguente quadro.

RECENTE	Azione pedologica Alluvioni	Superficie e clima Corsi d'acqua	h) Terreni agrari autoctoni e trasporto. g) Sottosuolo alluvionale.
QUATERNARIO . .	Zona a <i>Strombus</i>	Litogale, dune	f) Sabbie (<i>lehm</i>) ad <i>Elephas antiquus</i> .
		Spiaggia	e) Tufi vulc. a conch. mar. e ciottoli. d) Crosta calcarea, sabbiosa e marnosa.
		Siciliano	c) Mater. caot. (Anzio).
PLIOGENE	Astiano Calabriano Piacentino	Mare sottile	b) Macco con interstrati marnosi, ecc.
		Mare largo	a) Marne e marne sabbiose.

Nella Campagna Romana e specialmente lungo la presente zona costiera, a causa degli accidenti stratigrafici che occasionarono i poderosi distretti vulcanici che abbracciano il territorio, non si distinguono facilmente i movimenti positivi e negativi — dovuti all'epirogenesi, all'orogenesi ed al vulcanismo locale — che hanno spostato i depositi pliocenici e quaternari. Ciò rimane confermato dalle diverse altezze raggiunte dalle stesse formazioni intorno al Vesuvio ed all'Etna. In tesi generale però si può ammettere che i movimenti abbiano subito attenuazione attraverso i tempi quaternari e che quindi le differenze altimetriche per gli ultimi depositi marini della stessa regione siano poco o punto apprezzabili. L'ampio e sentito fenomeno erosivo che ha intaccato pure il *macco*, riferito da alcuni all'Astiano e da altri sincronizzato col Calabriano, può riportarsi ai tempi del Siciliano. La *crosta*, multiforme, sopravvenuta corrisponderebbe al distinto periodo, riconosciuto nel Mediterraneo, col nome di Zona a *Strombus*. Contemporaneo od a breve distanza di tempo si sarebbe composto il tufo vulcanico a conchiglie marine.

Allo stato presente delle cognizioni non si possono collegare con sicurezza gli eventi svoltisi presso la zona litoranea in rapporto a quelli verificatisi nella bassa ed interna valle Tiberina: siamo ancora nello stadio delle cronache e non in quello della storia generale particolareggiata per la Campagna Romana.

Alcuni cenni sul regime ciclonico dei mari della Cina

Nota di E. GHERZI, S. C. ⁽¹⁾

Il regime ciclonico dei mari della Cina, di cui si occupa da 36 anni l'Osservatorio di Zi-ka-wei (presso Shanghai) si presenta sotto un doppio aspetto. Regime ciclonico *estratropicale* e regime ciclonico *tropicale*.

I. *Regime ciclonico estratropicale.*

Appartengono a questo regime le numerose *depressioni* che si formano sulle regioni della Cina e quelle che arrivano dalla Siberia Occidentale, passando al sud del Lago Baikal dopo avere probabilmente attraversato l'Europa, facendo rotta verso Est.

Cominciando colle *depressioni* sviluppate in Cina, bisogna distinguere due zone dove esse si formano.

La *prima zona* è quella della pianura del Honan e del Hopei (antico Chihli). Essa si stende lungo il Fiume Giallo ai piedi delle montagne del Shansi e penetra indirettamente anche nel Shensi orientale malgrado una catena di montagne dell'Honan. Ciò almeno spiegherebbe certi dati meteorologici ottenuti alla Stazione dei RR. PP. Francescani Italiani a Tung-Yuen-Fang presso Sian.

La *seconda zona* si estende sul *sud ovest* della Cina, Szechuen, Hunan ed Kiangsi.

Le *depressioni* che arrivano dalla Siberia Occidentale si mostrano subito ben costituite, con fronte polare ed equatoriale. Esse generalmente passando al sud del Lago Baikal fanno rotta verso ESE fino a che il centro arrivi sulla Manchuria o sul Mare del Giappone. Allora il centro inclina verso Est e

⁽¹⁾ Inviata dall'Osservatorio Meteorologico di Zi-ka-wei (dicembre 1930) e presentata nella sessione del 18 Gennaio 1931.

sparisce rapidamente sulle isole Aleutiennes e le Kurile, avanzando verso ENE e NE.

Tempeste di neve, « blizzard » e forti colpi di vento di NW seguono il passaggio dei centri.

È all'occasione di queste depressioni che si formano quelle della *prima zona* di Cina. Esse sono dunque generalmente centri secondari, che non manifestano violenza che giungendo sul Shantung e traversando la Corea.

Questi centri ciclonici sono generalmente seguiti da « venti gialli ». La sabbia finissima dell'altipiano dell'Ordos o quella della pianura dell'Honan, strascinata dal vento diventa così spessa che sovente, ed a volte durante lunghe ore, copre tutto il cielo e necessita l'uso della luce artificiale in quelle pianure e nelle città di Pekino e di Tientsin.

Ciò causa una siccità fenomenale dell'atmosfera che si carica pure di alto potenziale elettrico. Il Reverendo Padre H. Pollet S. J. che a nostro consiglio fece uno studio speciale di questo fenomeno rapporta che benchè il « potenziale medio » durante giorni di calma, a Tientsin, sia di $+ 5,8$ volts, durante questi venti gialli ottenne i valori seguenti:

- 140 volts, il 20 Novembre 1927 (24 volte il valore medio)
- 94,5 volts, il 27 Novembre 1927 (16 volte il valore medio)
- 130 volts, il 6 Febbraio 1928 (23 volte il valore medio)
- 385 volts, il 22 Febbraio 1928 (66 volte il valore medio)

Le antenne della radio telegrafia si caricano allora in modo pericoloso. Per esempio l'aereo « en nappé » di una stazione militare di Tientsin durante una giornata di « vento giallo » poteva produrre una scintilla di 20 cm. ogni 20 minuti secondi.

Su un aereo di 15 metri di lunghezza e 500 ohms di resistenza si ottenne una volta una corrente 152 microampères.

Le *depressioni* formate nelle Provincie di Cina, finchè stanno ancora sul continente non si mostrano molto chiaramente costituite; solo le due parti fredde e calde sono subito chiare. Nella parte SE e NW della zona di basse pressioni prevale temperatura alta ed anormale, accompagnata da temporali o piogge temporalesche. Al NE e NW del centro fa freddo od almeno la temperatura normale continua.

Nel settore caldo abbiamo nebbia e calma di vento; nel settore freddo pioggia e vento che mano a mano diventa violento.

Il centro si sposta subito verso Est o ENE ed a volte NE aumentando di velocità e diventando più profondo mentre si avvicina ai mari lungo le coste di Cina.

Lo sbalzo di temperatura dopo il passaggio del settore caldo all'arrivo della fronte fredda giunge a volte a 10°C . ed anche 15°C . in poche ore.

La calma di vento è seguita in cinque o sei ore da un colpo di vento che a volte sale alla forza di 8 e 11 della scala di Beaufort.

I sondaggi aerologici fatti prima dell'arrivo del centro indicano che lo strato di aria equatoriale, che dà vento di SE, è spesso a volte di circa 3 km. Più il centro si avvicina più essa diminuisce. Nel settore freddo il vento è di NW e lo spessore di tale strato atmosferico va fino al limite di sondaggi fatti: 6000 e 8000 metri.

Tali sondaggi fino ad ora non hanno mostrato che *uno* strato caldo in contatto con *uno* strato freddo. La velocità dell'aria nello strato caldo è debole; 5 a 10m per secondo e diminuisce nell'alto. La componente verticale è ancora ignota, ma deve esistere.

La velocità dello strato freddo è molto più grande. Una volta p. e. essa ebbe circa 100km per ora all'altezza di 1000m. Il velivolo che potette servirsi venendo da Nanchino a Shanghai, guadagnò un ora sull'orario e disse che il vento non aveva troppe raffiche.

Queste *depressioni* formate sulla Cina del SW sono in generale centri primari, senza compagni sulla pianura del nord della Cina. Infatti le depressioni formate sulle provincie settentrionali cinesi (Hopei Honan) sono in generale come abbiamo già detto centri secondari che seguono una rotta parallela a quella della *depressione* arrivata dalla Siberia Occidentale.

È forse da notare che prima dell'arrivo del centro di queste depressioni formate sul SW della Cina, specialmente quando si tratta di centri profondi, sulla componente verticale del sismografo fotografico (registrazione galvanometrica) Galitzine, abbiamo parecchie volte notato oscillazioni lente di cinque o sei minuti primi, che abbiamo osato attribuire ad oscillazioni dello strato atmosferico del settore caldo che, sollevandosi prima dell'arrivo del settore freddo, alleggerirebbe il suolo. Altre ricerche sono ancora necessarie. Formole dovute al Prof. D. Brunt del Meteorological Office di Londra ed al Prof. Lamb utilizzate dal Prof. Sano indicano il periodo di 4 minuti e mezzo come quello di onde verticali in una atmosfera isoterma (nel caso calcolato da loro T sarebbe 0°C).

A causa della composizione del vortice con aria fredda o « polare » ed aria calda od « equatoriale »; la ricezione radio è molto disturbata al passaggio del centro. Con un radiogoniometro si può benissimo seguire lo spostamento della depressione.

Nella maggioranza dei casi osservati, l'aria « equatoriale » di queste depressioni fu fornita dalla zona di basse pressioni che regna quasi di continuo sull'Indocina e che dal Tonchino avanza lentamente verso ENE sopra la vallata del fiume Ynagtsékiang. Questo sperone poco a poco si distacca ed avvolto dall'aria più fredda d'origine Tibetana o della Cina del NW, forma come un centro ciclonico e produce la depressione.

I mesi durante i quali si presentano queste depressioni sono soprattutto i mesi di Novembre, Dicembre, Gennaio, Febbraio, Marzo, Aprile, Maggio e Giugno.

II. *Regime ciclonico tropicale.*

I cicloni tropicali chiamati in Estremo Oriente « tifoni » hanno un aspetto caratteristico che li distingue dalle depressioni di cui abbiamo parlato.

A causa di ciò nella pratica di questo Osservatorio il nome di « depressione » non è mai applicato ai tifoni. Tale distinzione assoluta ha una ragione meteorologica ed è di molta utilità ai naviganti che sanno subito come manovrare e giudicare del pericolo. Il fatto che gli Osservatori del Giappone chiamano « depressioni » anche i tifoni ha parecchie volte causato quasi il naufragio di piroscafi maggiori (tedeschi, italiani, inglesi).

In un ciclone tropicale (tifone) non vi hanno due specie di aria; tutto il vortice è composto di aria equatoriale, cioè a dire non vi ha settore caldo ne freddo. Ogni punto intorno al centro e ad eguale distanza da questo ha una temperatura in pratica uguale. Non havvi linea di discontinuità termica. I meteorologi giapponesi hanno anche essi concesso questo fatto.

Cosicchè in un tifone non si incontra nebbia; nessun settore ha calma di vento; la pioggia, in mare è ugualmente distribuita o quasi intorno al centro; le manifestazioni elettriche sono eccezione in modo tale che anche per gli indigeni il colpo di fulmine od il tuono è segno che il tifone o passa lontano od è già passato.

Il vento è quasi ugualmente violento, benchè da un lato, soffiando in senso opposto al movimento del centro, sia utile per sfuggire il centro (semicerchio maneggevole).

La calma di vento nel centro stesso non può paragonarsi ad un *settore* del ciclone.

Inoltre ogni vero tifone (non parlo di centri secondari formati al passaggio di un tifone) avanza anzitutto verso Ovest; le depressioni (cicloni estratropicali) avanzano sempre verso Est (E. ENE e NE).

Tali fatti spiegano come mai il passaggio del centro di un tifone non disturba la recezione radio; non essendovi discontinuità termica non vi è quasi nessuna scarica statica. Un radiogoniometro non può localizzare tali cicloni.

La velocità del corpo del tifone, quando esso si sposta verso Ovest (W), (WNW: NW: NNW ed anche SW) ha una certa relazione colla latitudine del momento in cui si considera. Se per esempio il centro sta presso latitudine 20° la sua velocità, nel senso Ovest, sarà in pratica uguale alla metà dei gradi di latitudine aumentata da qualche unità; nel nostro caso sarebbe circa 12 miglia marittime all'ora. Una volta che il centro avrà girato verso N e NE, come per le depressioni, non havvi regola sufficientemente sicura per i naviganti per calcolare la velocità media di spostamento del centro.

Cosa particolare per i tifoni (almeno a quanto sappiamo) essi solo a volte tracciano un « loop » o cerchio completo nel senso contrario delle lancette dell'orologio, nel nostro emisfero. Non abbiamo mai avuto casi di centri di depressione che abbia fatto tale cosa.

La velocità del vento raggiunge quasi sempre (prima del centro stesso) i 150 e 200km all'ora. Casi di 250km sono certamente veri.

La distruzione prodotta da tale bufera è spiegabile se si ricorda che tale vento esiste *sempre* (cf. dati delle navi) con pioggia fittissima. È questa massa di acqua proiettata con tanta velocità che fa opera di martello. La violenta corrente verticale che noi ammettiamo nel centro spiega lo sradicamento dei tetti etc. senza che i muri siano distrutti. Questa pulsazione verticale, secondo la nostra teoria avrebbe un periodo di circa 6 secondi (esigente un'altezza del vortice di circa 4 o 6 km). Essa produrrebbe il mare lungo che ha tale periodo e le registrazioni caratteristiche microsismiche in gruppi, così note ai sismologi. Nondimeno anche le depressioni estratropicali secondo noi, avrebbero tale oscillazione verticale di simile periodo benchè di intensità inferiore.

Beninteso vi sono dei tifoni più larghi e più profondi degli altri, ma nondimeno le caratteristiche che abbiamo notato esistono per tutti. Il famoso tifone che nel 1906 fece tanta strage nel porto di Hongkong era un « piccolo » tifone.

Benchè il raggio fosse di qualche 10 o 20 miglia o meno, la violenza del centro e della zona intorno al centro fu enorme.

Anche questo anno (1930) abbiamo avuto due casi simili. Per fortuna i naviganti avevano avuto i segnali a tempo.

La zona dove si formano in maggioranza questi cicloni tropicali è stesa al Sud del Tropico del Cancro. Nondimeno il luogo geografico più secondo in queste formazioni sembra essere la striscia delle isole Caroline fino alle Marshall dalla Long. E 132° a 160° E compresa fra le latitudini 3° N e 10° N.

Queste centinaia di isole formano una zona più calda dell'oceano che le circonda. Il vento è molto debole. Due correnti opposte marine ed atmosferiche, l'una dall'Est ad Ovest (latitudine 10° N e sopra) l'altra da Ovest ad Est (sotto la latitudine 3° N) corrono parallelamente a questo strato di aria calda, molto umida, tranquilla e che ha quasi unicamente una componente verticale di ascensione. Per ragioni ancora sconosciute le alte pressioni dell'Australia Settentrionale (allora in inverno) oltrepassando l'equatore geografico vengono ad urtare la corrente atmosferica e marina che va da Ovest ad Est facendola irrompere in questo « muro » caldo ed umido sopra le isole. Tale corrente combinandosi colla corrente che va da Est ad Ovest lungo la latitudine 10° N (e sopra) avvolgerà facilmente una parte della zona calda e tranquilla distesa sopra le isole, producendo un vortice in cui il vento girerà nel senso contrario delle lancette dell'orologio. Il vortice formerà un tifone che seguendo la corrente più stabile che va da Est ad Ovest avanzerà verso Ovest, seguendo la corrente marina che produce il Kuroshivo. Così il ciclone arriverà presso le Filippine e continuando la sua rotta della corrente marina urterà Formosa o la Cina od il Giappone mentre poco a poco salendo le latitudini più alte tratterà la pseudo-parabola verso NE per andare a finire nella zona di basse pressioni presso l'Alaska.

Altre volte, per ragioni ancora sconosciute attraverserà il Canale Ballintang o le Filippine per andare a finire sulla penisola dell'Indocina o Sud della Cina continuando verso Ovest od WNW.

I dettagli che abbiamo utilizzato per tale descrizione della formazione di un tifone sono dati certi ottenuti da bottiglie gettate in mare per la conoscenza delle correnti e dalle osservazioni meteorologiche fatte nelle isole Caroline e Marshall (1) come pure nel nord dell'Australia.

(1) Giova citare qui i RR. PP. Gesuiti Spagnoli P. Pajaro ed altri Missionari nelle Marshall (Faluìt) e nelle Caroline (Truck) che ci inviano fedelmente i basogrammi mensili.

Resta nondimeno ancora molto da fare e cercare per conoscere i valori degli elementi meteorologici necessari per tale movimento delle altre pressioni ed avvolgimento dello strato di aria calda, tranquilla ed umida che ricopre la zona delle isole. Nondimeno un passo abbastanza importante è stato fatto che può servire ad altre ricerche più decisive.

Cicloni tropicali secondari si formano a volte sul Mare della Cina ed anche sul Pacifico all'Est delle Filippine. I primi partono a volte direttamente verso ENE ed NE senza aver fatto rotta ad Ovest come ciò avviene alla maggioranza. Sembrano attirati verso NE dal tifone principale che sta sul Pacifico e che dopo aver avanzato verso Ovest ha girato e fugge rapido verso NNE o NE.

Nondimeno anche molti (una buona metà di questi cicloni tropicali secondari) soprattutto quando il tifone principale è molto lontano, fanno rotta verso Ovest (W o WNW o NW o SW) e vanno a colpire le coste dell'Indocina. A volte certuni continuano e giungono fino sul Golfo del Bengal e vanno a finire in India.

La distribuzione di tifoni sulle regioni di Cina esce dallo scopo di questi « Cenni ». Aggiungiamo una cartina colle relative frequenze sulle diverse provincie di Cina, sia per le *depressioni* che per i *tifoni*.

Depressioni distinte in sei rotte con totale mensile ed annuale per ciascuna rotta.

— 1^o Du Kwangsi vers le Fukien et le Canal de Formose.

Janv.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Année
10	13	18	12	11	4	1	1	1	2	2	7	82

— 2^o Du Hunan et le Kiangsi au Fukien :

17	12	14	10	9	7	2	4	1	5	3	4	88
----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

— 3^o Du Szechuan et le Kiangsi au Chekiang :

21	19	21	19	14	9	1	1	4	4	6	8	127
----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	-----

— 4^o De la Vallée du Yangtse à Changhai :

13	5	15	16	14	13	2	4	4	7	8	10	113
----	---	----	----	----	----	---	---	---	---	---	----	-----

— 5^o De la Chine centrale au Kiangsu et au Santung (au sud Chefoo).

14	14	21	26	24	26	8	3	4	10	16	17	180
----	----	----	----	----	----	---	---	---	----	----	----	-----

— 6^o De la Chine centrale ou du Kansu au Golfe du Petcheli :

20	10	18	19	16	12	8	3	4	6	11	12	139
----	----	----	----	----	----	---	---	---	---	----	----	-----

Lista dei Tifoni abbattutisi sulla Cina dal 1893 al 1924.

	<i>Kwangtung</i>	<i>Fukien</i>	<i>Chekiang</i>	<i>Kiangsu</i>	<i>Shantung</i>	<i>Liaotung</i>
Avril	1	0	0	0	0	0
Mai	5	1	2	0	0	0
Juin	7	1	2	1	0	0
Juillet	28	13	7	11	6	7
Août	26	16	14	22	8	6
Septembre	24	15	9	7	2	1
Octobre	10	1	1	2	0	0
Novembre	2	4	0	0	0	0
Décembre	1	0	0	0	0	0
TOTAL	104	51	35	43	16	14

ERRATA-CORRIGE

degli *Atti* - Sessione I del 21 dicembre 1930

pag. 7, riga 16.

Invece di: *della fauna entomologica del Lazio.*

Si legga: *della fauna entomologica del Parco Nazionale di Abruzzo.*

pag. 37, ultima riga.

Invece di: $\left(\frac{3}{6} \log a - 2 \cdot 25\right)^2.$

Si legga: $\left(\frac{3}{2} \log a - 2 \cdot 25\right)^2.$

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE STRAORDINARIA PONTIFICIA

12 FEBBRAIO 1931

PRESIDENZA: Sua Santità PIO XI

Accademici presenti. — *Onorari:* E^{mo} Card. Pietro GASPARRI, Protettore della Accademia — E^{mo} Card. Francesco EHRLE.

Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — LEPRI — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — BIANCHI — BORGHESANI — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — NOBILE — PASQUINI — SCIOLETTE — STEIN — TULLI — UGOLINI — VANNI.

Erano altresì presenti: le Loro Eminenze Reverendissime i Signori Cardinali Granito Pignattelli di Belmonte, Decano del Sacro Collegio, e Pacelli, Segretario di Stato; le Loro Eccellenze Rev.me i Monsignori: Pizzardo, Arcivescovo di Nicea, Segretario della S. Congregazione degli Affari Ecclesiastici Straordinari; Ottaviani, Sostituto della Segreteria di Stato; Ruffini, Segretario della S. Congregazione dei Seminari e delle Università degli Studi. Era anche presente l'Eccellentissima Famiglia di Sua Santità, alcuni Membri dell'Ecc^{mo} Corpo Diplomatico; il Cav. di Gran Croce Camillo Serafini, Governatore dello Stato della Città del Vaticano, il Marchese Guglielmo Marconi con la Marchesa, e varie altre distinte persone.

Il Santo Padre Pio XI, nel pomeriggio del 12 febbraio inaugurò solennemente la Stazione Radio della Città del Vaticano, e si recò poi alla Casina di Pio IV, ove giunse alle 17,15, accompagnato dalla sua Nobile Corte, ricevuto ed ossequiato dal Presidente Gianfranceschi, dal Segretario De Sanctis, e dal Vice Segretario Martinelli.

Il Presidente GIANFRANCESCHI, chiesto a Sua Santità il permesso di parlare, lesse il seguente indirizzo:

Beatissimo Padre,

Risuona ancora su tutta la terra l'eco della Vostra Augusta Parola, forse le onde eteree modulate dalla voce del Sommo Pontefice si propagano ancora attraverso gli spazi. Ma la Vostra voce risuona ancora meglio nel petto di tutti i fedeli che hanno avuto la fortuna di ascoltarla. Vibra ancora il loro cuore, come vibra il nostro, per la emozione con cui hanno ascoltato il Vostro augurio di pace celeste, trema ancora il ginocchio che si è piegato a ricevere la Benedizione del Padre Comune di tutti i fedeli, il Vicario di Gesù Cristo.

Padre Santo, i Vostri figli devoti di tutto il mondo vorrebbero in questo momento esprimerVi la gioia che hanno provato nell'udire la Vostra Parola, vorrebbero dirVi la parola di ringraziamento che sgorga dal loro cuore, ma che non può giungere fino a Voi, se non nell'eco che essa desta nel Vostro Cuore Paterno. Permettetemi, Padre Santo, che la dica io per tutti questa parola di devozione e di gratitudine: grazie, Padre Santo, grazie per tutti i figli Vostri, e il Signore compia l'augurio della Vostra Carità; permettetemi che all'unisono col cuore di tutti i fedeli io elevi all'Altissimo la preghiera della Chiesa: *Oremus pro Pontifice nostro Pio, Dominus conservet Eum et virificet Eum, et beatum faciat Eum in terra*, nella terra che è la vigna del Signore, e faccia il Signore che intorno alla Cattedra di Pietro *fat unum ovile et unus Pastor*.

La Stazione che or ora avete inaugurato sia strumento di questa conquista; e serva sempre alla gloria di Dio, al bene delle anime, ed alla ampliamente del Regno pacifico di Cristo.

All'uomo illustre che col suo genio seppe concepire questo possente mezzo di comunicazione tra i popoli, e col suo studio e con la sua forte volontà seppe condurlo a questa perfezione, permettete, Padre Santo, che a nome di questa Vostra Accademia delle Scienze io esprima la nostra ammirazione.

Noi Vi preghiamo, Beatissimo Padre, a volere di Vostra Sovrana benignità associare Guglielmo Marconi alla nostra famiglia Accademica.

Il M.se MARCONI pronunciò il seguente discorso :

Con sincera e profonda commozione prendo la parola alla Vostra Augusta Presenza, Beatissimo Padre.

La gioia che mi ha procurato il momento veramente storico in cui la Santità Vostra si è degnata di servirsi per la prima volta delle onde elettriche per rivolgere attraverso lo spazio ai fedeli di tutto il mondo la parola di pace e di benedizione, e il pensiero di aver procurato a tutti i credenti la grande consolazione da essi oggi provata, costituiscono il maggior compenso del mio lavoro.

Non io debbo essere ringraziato, ma sono io che debbo ringraziare umilmente la Santità Vostra per avermi accordato l'alto onore di dirigere l'impianto della nuova Stazione Radio dello Stato della Città del Vaticano.

Per l'illuminata volontà di Vostra Santità, gran parte del mondo ha potuto oggi ricevere direttamente quella paterna benedizione che, or sono nove anni, la Santità Vostra, presagendo forse i grandiosi avvenimenti che si sono poi maturati, si degnava impartire dall'esterno della Basilica di San Pietro come primo glorioso atto del Suo Pontificato.

Ringrazio il Presidente della Pontificia Accademia dei Lincei e Direttore della Stazione Radio, per le sue tanto gentili espressioni e gli Accademici tutti per avermi voluto membro della Pontificia Accademia dei Lincei che da Galileo Galilei ha accolto tanti scienziati fra i quali mi sento altamente onorato di essere accolto.

Quindi il Santo Padre pronunciò un discorso :

Sua Santità iniziava il suo dire ricordando che più volte aveva ripetuto come la Sua Accademia delle Scienze Gli è carissima, ma la nuova acquisizione che essa fa nella persona del Marchese Marconi, Gliela rendeva anche più cara.

Tutti hanno pensato, tutti pensano ancora a una parola di ringraziamento con soddisfazione, e un senso di gratitudine tutti hanno nel cuore: e lo sentiva anche Egli. Di ringraziamento aveva parlato il caro Padre Gianfranceschi, l'illustre e glorioso Marchese Marconi; ma era al Papa so-

prattutto che quel sentimento, quella parola di ringraziamento apparteneva e si imponeva.

Ringraziamento a Dio e agli uomini che si erano fatti strumenti così diligenti, accorti, devoti, geniali della Sua bontà. E veramente — continuava Sua Santità — Egli non aveva parole sufficienti per ringraziare Iddio, che sentiva vicino in quella forma e figura quale ce lo presenta la parola stessa divina: « Datore dei doni perfetti ».

Egli ci ha dato dei doni perfetti: passiamo infatti dinanzi a una meravigliosa esposizione di tali favori.

Un perfetto, nel suo genere, impianto di forze elettriche, che si vuole modestamente chiamare « Centrale elettrica » — che il Papa aveva testè inaugurato — e che forse è la più potente nel genere suo, nel genere cioè dei motori da non esservene, di tale natura, in tutte le parti d'Italia; un impianto telefonico che, — lo assicurava a Sua Santità la parola dei più competenti — è il più perfetto che ora esista e si possa adoperare; oggi, a corona di tutto, ecco la Stazione radiotelegrafica e radiotelefonica che — lo assicurava la voce la più autorevole al riguardo — esprime l'ultima parola della tecnica e della scienza. Con quella frase infatti il Suo Marchese Marconi aveva annunziata al Santo Padre quella Stazione Radio, quella animosa promessa che egli Gli aveva fatto, un giorno, di poterGli dare, cioè, quell'ultima parola della tecnica e della scienza. La promessa è stata magnificamente mantenuta: così splendidamente mantenuta che, dal di là dell'Oceano, è stato domandato a questo magico inventore e suscitatore, che cosa egli abbia aggiunto alle precedenti sue scoperte per fare della Stazione Vaticana una cosa così perfetta, così unica, così completa.

Siano dunque rese grazie a Dio, Datore di doni così perfetti. Nessuno — proseguiva l'Augusto Pontefice — vorrà

trovare sorprendente che, in questo primato — così, a prima vista, lontano dai primati propri della Sede Apostolica — il Papa si compiaccia di ciò: e con Lui si compiacciano quelli che ne furono i principali autori, specialmente il Marchese Marconi. È invero, questo, il privilegio del piccolo e grande luogo ove trovasi la Sede Apostolica; è il privilegio di questo centro dell'unità religiosa, della Fede e della Cristianità, che tutto quello che ivi si fa di importante, di avente tratto ed efficacia nell'esercizio proprio e caratteristico del Primato di Pietro, nella funzione caratteristica di questo centro di unità e di fede, non è più umano, terreno e mondano, ma è ultra-terreno, ultramondano e molto vicino a Dio, giacchè serve, così evidentemente, proprio alla gloria di Dio, alla efficacia sempre maggiore della Santa Religione, alla salute delle anime. È un privilegio, questo, di cui Sua Santità godeva, continuamente, tutta la preziosità e che somiglia veramente ad una ricompensa inestimabile per quel qualsiasi lavoro, fatica e sacrificio che, a così alto scopo, si possa fare.

Il Santo Padre aveva sentito, aveva condiviso profondamente i nobilissimi sentimenti tanto nobilmente espressi dal principale autore di quella meraviglia. È dunque non soltanto Iddio che Egli ringraziava, ma anche gli uomini che si sono fatti strumenti della sua infinita bontà.

Il Marchese Marconi aveva già parlato, e sino al di là dei mari, di questa onnipotenza divina, e quanto immensa essa sia nel porre a disposizione degli uomini tanti tesori incommensurabili. Sua Santità ringraziava perciò di cuore lui e tutti quelli che con lui avevano così intelligentemente, così fedelmente, così devotamente collaborato a preparare quella potenza, quella perfezione benefica di cose, quella letizia e gioia di un'ora, tanto bella come quella che era ormai trascorsa.

Che la benedizione di Dio — concludeva l'Augusto Pontefice — accompagni i Nostri ringraziamenti e li renda efficaci di tutti quei beni che Noi desideriamo a tutti quelli che sì grande tesoro hanno preparato a Noi e a questa Apostolica Sede.

Impartita la Benedizione Apostolica il Santo Padre consegnò al M.^{se} Marconi il diploma di Socio Ordinario della Pontificia Accademia delle Scienze da Lui stesso firmato e racchiuso in una artistica cartella.

In pari tempo il Santo Padre gli consegnò la Gran Croce dell'Ordine Piano ed un Suo ritratto con un prezioso autografo, e donò vari ricordi ai collaboratori del Marconi.

Il Santo Padre dopo aver amabilmente salutato gli Accademici, alle 18, accompagnato dalla Sua Nobile Corte, lasciò la Casina di Pio IV.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE II DEL 18 GENNAIO 1931

	PAG.
Accademici presenti	61
STEIN S. C. — <i>Commemorazione del S. O. G. G. Hagen</i>	61
ANILE S. O. — Presentazione di una Nota dell'estraneo Sorrentino, dal titolo: <i>Una nuova flosculina in un affioramento di argille scagliose nel Valone del Naro (Agrigento)</i>	61
» — Presentazione in omaggio di varie pubblicazioni	61
LOMBARDI S. O. — Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni	61
NOBILE S. C. — Comunicazione intorno ad alcuni giudizi recentemente apparsi nella letteratura scientifica sull'opera scientifica della spedizione dell'« Italia »	62
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Lastre flessibili di marmo trovate nella nave imperiale di Nemi</i>	63
» — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Quaternario marino presso Anzio</i>	63
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Nota del S. C. Gherzi dal titolo: <i>Alcuni cenni sul regime ciclonico dei mari della Cina</i>	63
» — Presentazione di una Nota dell'estraneo Massotti, dal titolo: <i>Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana</i>	63
» — Presentazione della Memoria dell'estraneo Straneo dal titolo: <i>Intorno alla teoria dei Quanti</i> , premiata al Concorso Accademico	63
» — Presentazione delle Note giunte all'Accademia durante le ferie	63
GIANFRANCESCHI, Pres. — Annuncio della morte del S. C. Pietro Termier	63
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni inviate in omaggio	64

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Nomina di nuovo Censore	65
Acclamazione della candidatura di un nuovo S. O.	65
Candidatura di due nuovi SS. CC.	65
Cambio di pubblicazioni	65

MEMORIE E NOTE.

STEIN S. C.	—	Cominemorazione del S. O. Giovanni Giorgio Hagen	66
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	—	Lastre flessibili di marmo trovate nella nave imperiale di Nemi	85
	»	» — Quaternario marino presso Anzio.	87
GHERZI S. C.	—	Alcuni cenni sul regime ciclonico dei mari della Cina	92
Errata-corrige del fasc. prec.			100

SESSIONE STRAORDINARIA DEL 12 FEBBRAIO 1931

Accademici presenti.	101
Indirizzo del Presidente a Sua Santità.	102
Parole del M.se Guglielmo Marconi.	103
Discorso del S. Padre	103

A T T I
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE III DEL 15 FEBBRAIO 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N 7-9

1931

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE III - 15 FEBBRAIO 1931

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici presenti. — Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — SAUVE — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — DE ANGELIS D'OSSAT — LEVI-CIVITA — PASQUINI — RANZI — STEIN — TULLI — VANNI.

La seduta venne aperta alle 16.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 18 gennaio, ed il verbale della seduta straordinaria Pontificia del 12 febbraio. I due verbali furono approvati senza osservazioni.

Il S. O. PALAZZO pronunciò un discorso commemorativo del defunto S. C. Conte Almerigo DA SCHIO.

Il S. O. NEVIANI pronunciò le seguenti parole:

Il Rñdo P. Vito Zanon, nostro Accademico Ordinario, mi ha inviato il manoscritto di una Memoria, che ho l'onore di presentare. Essa porta per titolo: *Diatomee dell'« Olga Strait » — Secondo contributo alla conoscenza delle Diatomee delle Isole Svalbard*. È inutile che io dica come questo lavoro sia assai accurato per le note bibliografiche e per le copiose ed interessanti osservazioni morfologiche e biologiche, trovandosi insieme specie di vario habitat, per un numero di oltre 120 forme. I lavori del nostro Accademico,

sono già universalmente noti ed apprezzati. Ciò che mi interessa porre in rilievo, è la condizione nella quale fu raccolto il materiale diatomologico del sig. dott. Bonola Augusto, che, nella primavera del 1930, prese parte alla spedizione « Albertini » per la ricerca dei naufraghi del dirigibile « Italia ». Si tratta di una sostanza mucosa di color bianco sporco, trovata aderente alla superficie inferiore di blocchi di ghiaccio galleggianti, e mancante completamente di ogni traccia di fango o di sabbia; in tale condizione, simile sostanza mucosa diatomeifera fu anche raccolta dal Nansen. Il P. Zanon attribuisce il fenomeno al distacco di materiale da regioni più o meno profonde, e venuto a galla; analogamente a quello, egualmente diatomeifero, che nell'Adriatico determina piuttosto frequentemente il così detto « mare sporco », che, in relazione alle diatomee venne, nel 1872 e nel 1880, studiato dal fu Mons. Conte Castracane degli Anteminelli, illustre Presidente della nostra Accademia. Il P. Zanon ha poi usato nuovi mezzi di tecnica per la preparazione delle diatomee, e ne rende conto con molta chiarezza in modo che gli studiosi potranno ripeterne facilmente le più minute particolarità.

Il S. O. LOMBARDI presentò una sua Nota intitolata: *Il bilancio retrospettivo del grande terremoto del 1923 in Giappone.*

Il S. C. PASQUINI presentò in omaggio all'Accademia una sua recente pubblicazione: *Intorno ad alcuni fenomeni della radiosuscettibilità differenziale nelle uova di Rana esculenta, e sull'origine di alcune malformazioni*; nonché una pubblicazione del suo allievo D. G. REVERBERI: *Sulla formazione della lente dal margine del calice ottico nell'embrione di pollo*, della quale mise in rilievo gl'interessanti risultati.

Il S. C. RANZI lesse la seguente relazione sul *XI Congresso internazionale di Zoologia*, tenutosi a Padova dal 4 all'11 Settembre 1930:

L'Accademia inviò a questo Congresso quali rappresentanti ufficiali i S. C. A. Ghigi Rettore dell'Università di Bologna, U. Pierantoni e S. Ranzi. Il prof. Ghigi fu eletto Vice Presidente del Congresso.

I rappresentanti dell'Accademia trovarono in Padova altri cinque consoci: Fauvel, Navás, Arrigoni degli Oddi, Paoli e Zirpolo onde l'Accademia fu rappresentata da un notevole numero di soci.

Il Congresso rappresentò un vero trionfo ed una vera affermazione dell'Italia, il cui merito spetta al Presidente del Congresso prof. P. Enriques, che rese indimenticabili per tutti i convenuti i giorni trascorsi a Padova.

I risultati scientifici del Congresso furono notevoli, anche per la felice innovazione del Presidente, che riunì in una medesima seduta tutte le comunicazioni di argomento affine, innovazione che ha facilitato la discussione dei singoli problemi.

Il Congresso con le sue numerose comunicazioni e discussioni ha dimostrato che l'attenzione del mondo zoologico è oggi specialmente rivolta a tre problemi: al problema della evoluzione, al problema del sesso, alla meccanica dello sviluppo.

L'evoluzione è stato indubbiamente l'argomento che ha attratto il maggior interesse e le maggiori discussioni ed il Congresso ha dimostrato, ancora una volta, che nell'evoluzione tendono oggi ad imporsi le teorie ortogenetiche ed ologenetiche sulle altre.

Particolarmente notevole è stato il discorso di G. Colosi, che ha mostrato come i dati della distribuzione geografica dei viventi conducano ad ammettere un'evoluzione ologenetica.

Interessantissimi discorsi hanno fatto A. Ghigi sull'incrocio come fonte di nuove specie e M. Caullery sull'inquadramento dei dati della genetica nella evoluzione, mentre, da una magistrale comparazione di dati forniti dalla genetica con quelli forniti dalla evoluzione, P. Enriques, in una comunicazione, riuscì a formulare una quarta legge della eredità.

Sul problema del sesso M. Hartmann — in un discorso sulle forme più primitive di sessualità nei Protozoi, nelle Alghe e nei Funghi — e O. Riddle — in un altro discorso sulle differenze del ricambio nei due sessi — hanno prospettato taluni interessanti aspetti del problema, mentre su questioni particolari hanno fatto discorsi e comunicazioni: Bantha, Caroli, Chatton, Padoa, Perez e molti altri.

Sulla meccanica dello sviluppo, vicino ai discorsi di E. Just sulla fecondazione e — di H. Przibram sull'organizzazione del suo laboratorio specializzato per ricerche di zoologia sperimentale, furono fatte numerose comunicazioni:

Sulla rigenerazione, Bertolini riferì circa la rigenerazione dell'epitelio intestinale delle Oloturie a spese del connettivo. Terni riferì sulla formazione di code multiple nei tritoni. Marcucci sulla capacità rigenerativa degli arti dei rettili. Salfi sul differenziamento e sdifferenziamento nelle ascidie. Benazzi sulla rigenerazione degli arti degli insetti.

Tra le numerose comunicazioni di embriologia sperimentale basterà ricordare quelle di Terni sull'autodifferenziamento degli abbozzi branchiali del pollo trapiantati nell'allantoide, di Moore sui ponti protoplasmatici tra i blastomeri, di Reverberi e Schmidt, che riferirono su due diversi aspetti del problema dello sviluppo di frammenti di uova di ascidie. Pasquini inviò dagli Stati Uniti di America i risultati di alcune sue ricerche. Ranzi presentò una sintesi dei risultati delle ricerche, cui da tempo attende, sullo sviluppo dei Cefalopodi.

Sono questi i principali discorsi e comunicazioni intorno ai problemi generali che maggiormente attrassero l'attenzione dei convenuti, ma altre non meno importanti comunicazioni e discorsi furono fatti su altri campi tra cui quelle di Dohrn, Beccari, Issel, Iucu, Pierantoni, D'Ancona, Sereni, Sella, Bodenheimer, Borri, Brien, Dulzetto, Fage, Fauvol, Gravier, Montalenti, Navás, Schreiber, Sewertzoff, Zirpolo.

La parte mondana del Congresso riuscì brillantemente, grazie all'attività del Presidente Prof. P. Enriques, coadiuvato dal Segretario Prof. F. Bertolini. Bellissime le gite, riuscitissimi i banchetti. In una delle gite i congressisti visitarono la Stazione sperimentale di Pollicultura fondata e diretta dal Prof. A. Ghigi, e la collezione ornitologica del Conte Arrigoni degli Oddi che offrì nella sua villa un sontuoso rinfresco.

Il S. C. RANZI presentò inoltre in omaggio cinque sue pubblicazioni: *Condizioni determinanti lo sviluppo delle branchie*; *Ulteriori ricerche sulle correlazioni tra organi di senso e centri nervosi in via di sviluppo*; *Considerazioni morfologiche sul labirinto dei Ciclostomi*; *Studi giovanili di Sparidi del Golfo di Napoli*; *La distribuzione della vita nel Golfo di Napoli*.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT presentò, in omaggio all'Accademia, a nome del Colonnello Prof. Alberto PELLOUX della R. Università di Genova, trenta pubblicazioni mineralogiche, facendo rilevare l'importanza scientifica degli argomenti e l'esattezza del metodo.

- *Sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano (Siena). 1901.*
- *La Valle d'Aosta.*
- *La collezione mineralogica Traverso. Museo Civico Genovese. 1907.*
- *Spangolite di Arenas e Polibasite del Sarrabus in Sardegna. 1909.*
- *I minerali del gruppo del Gran Paradiso.*
- *Connellite in Arenas in Sardegna. 1912.*

- *Variscite del Sartabus (Sardegna).*
- *Sopra alcuni minerali dell'arcipelago della Maddalena (Sardegna).*
- *Sulla Brucite, Idromagnesite ed altri minerali della miniera di Monte Ramazzo, presso Borzoli (Liguria). 1913.*
- *Nuove forme della Romeina di S. Marcel in Valle Aosta.*
- *Sulla Senarmontite di Su Suergiu (Gerrei) e di Su Leonargiu (Sarrabus).*
- *Sopra alcuni minerali dei dintorni di S. Vincent e Chatillon in Valle d'Aosta.*
- *Nota preliminare sulla Fosfosiderite della miniera di S. Giovanneddu, presso Gonnessa.*
- *Anastasio dell'Alpe Pirlo in Val Malenco. 1914.*
- *Cenni descrittivi sulla Morfolite di Castiglioncello. 1919.*
- *La Sellaite del marmo di Carrara.*
- *I minerali italiani di tungsteno e la miniera di Scheelite della Bedorina in Val di Fiemme.*
- *Minerali della regione marmifera Carrarese. 1920.*
- *La zona metallifera del Bottino e della Valle di Castello. 1922.*
- *Miniere di Manganese della Liguria.*
- *Miniere e minerali manganesiferi della Valle d'Aosta.*
- *Tetraedrite ed altri minerali della miniera del Bottino (Seravezza). 1923.*
- *La regione ofiolitica del Bracco e la miniera di rame di Deiva nella Liguria orientale. 1926.*
- *Sferocobaltite ed altri minerali della Valle del Nova. 1927.*
- *The minerals of Vesuvius.*
- *Giacimenti a minerali di ferro della regione del Monte Tambura e dell'alta Valle di Forno nelle Alpi Apuane. 1928.*
- *Sopra alcuni minerali della regione marmifera del Massese nelle Alpi Apuane. 1929.*
- *Alessandro Roccati 1872-1928.*
- *Luigi Brugnatelli 1859-1928.*
- *Sulla lava di Lazzaria in territorio di Velletri e sui suoi minerali secondari. 1930.*

Presentò inoltre le proprie pubblicazioni dell'anno passato, richiamando specialmente l'attenzione sul discorso che esamina la presente decadenza degli studi naturalistici; sul catasto delle acque dell'Agro Romano, iniziato colla Valle

dell'Arrone, emissario del lago di Bracciano e sulle conferenze, tenute al Circolo di cultura del Sindacato Fascista Ingegneri, intorno alle basi naturalistiche della bonifica integrale e specialmente dell'irrigazione.

- *Geologia, bonifica integrale ed irrigazione*. Sind. Fasc. Ingegneri. Roma.
- ~ — *Catasto delle acque dell'Agro Romano. Valle dell'Arrone*. N. Ann. Agr. Roma.
- *Storia geologica della Campagna Romana. Puntata IIIª*. Rivista «Roma».
- *Geologia nostra. Discorso inaugurale del precedente XLIII Congresso Soc. Geol. Ital.* Roma.
- *Osservazioni sopra costruzioni marittime e la geologia*. Boll. S. G. I. Roma.
- *Le escursioni del XLIII Congresso della Soc. Geologica It. nel Lazio*. Boll. S. G. I. Roma. (Collaborazione Prof. Grand. Uff. E. Clerici).
- *Per un più grande Ufficio geologico*. «Miniera ital.». Roma.
- *Physikalische Grundbegriffe in der Bodenkunde*. «Die Ernährung d. Pflanzen.». Berlino.

Il Segretario DE SANCTIS presentò le seguenti pubblicazioni, inviate in omaggio da Accademici:

- COLONNETTI, S. O. — *Nuovi impianti sperimentali destinati allo studio delle proprietà meccaniche degli acciai ad elevate temperature*.
- *L'influenza dell'invecchiamento su la fragilità degli acciai (in collaborazione con Zoja)*.
- MARTINELLI, S. O. — *Materia ed elettricità*.
- PAOLI, S. C. — *Relazione sull'attività del R. Osservatorio di Fitopatologia per la Liguria nel 1º decennio dalla sua fondazione*.
- *Un mimaride nuovo della Somalia*.

e le seguenti di estranei:

- BATALLER J. — *Notes sobre el triasic de Barcelona i Tarragona (in collaborazione a Guerin)*.
- *Nuevos datos sobre el cretacico superior de la cuenca de Tremp — Lerida — (in collaborazione con Martin)*.

— *Sobre el oligoceno inferior de Santa Coloma de Queralt (Tarragona).*

— *Una nueva « Ostrea » del cretácico español.*

— *Els comatulits fossils ibèrics.*

— *Excursion a los Pireneos centrales y orientales.*

— *Centenario de la Sociedad Geologica de Francia.*

DESPOTT G. — *Malacological and conchological notes.*

— *Herpetological notes.*

— *Ichthyological notes.*

— *Ornithological notes.*

— *Echinological notes.*

REYES C. — *Comunicazione al 6° Congresso Medico siciliano.*

— *Sulla vitalità del bacillo della difterite fuori dell'organismo.*

— *Intorno a tre casi di sifilide ignorata e molto strana.*

SATTA S. — *Contributo alla dottrina dell'arbitrato.*

WILLIAM K. G. — *The Bashford dean memorial volume Archaic Fishes. Observatoire de Zi-ka-Wei. Revue Mensuelle Mai-Août 1930.*

Il *Presidente* propose alla discussione del Corpo Accademico il progetto della pubblicazione di un giornale scientifico parlato, emanazione di questa Pontificia Accademia, da trasmettersi per mezzo della Radio Vaticana.

Sul tema presero la parola vari Soci, e la proposta, messa ai voti, fu approvata per acclamazione.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, l'inserzione negli *Atti* dei seguenti lavori di estranei:

SORRENTINO: *Una nuova flosculina in un affioramento di argille scagliose nel Vallone di Naro (Agrigento)*, presentato dal S. O. ANILE, nella seduta del 18 gennaio.

MASOTTI: *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, presentato dal S. O. DE SANCTIS, nella seduta del 18 gennaio.

Il S. O. LOMBARDI, anche a nome dei Colleghi, presentò al *Presidente* felicitazioni per l'inaugurazione della Stazione Radio, della quale il Gianfranceschi è Direttore.

Gli Accademici plaudirono calorosamente alle parole del Lombardi.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, nominò Soci Corrispondenti: il Prof. Alfredo DENIZOT, della Università di Poznan, il Prof. Paolo STRANEO, della Università di Genova, ed il Prof. Pietro DEBYE, della Università di Leipzig.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di due nuovi Soci Corrispondenti.

La seduta venne tolta alle 17.45.

MEMORIE E NOTE

Il Conte Almerico da Schio

Parole del S. O. LUIGI PALAZZO

Il S. O. prof. L. Palazzo, nella seduta del 15 febbraio 1931, ha commemorato il defunto S. C. Conte Almerico da Schio rivolgendo ai Soci le parole seguenti:

Consoci Accademici,

Nella solenne sessione inaugurale dell'anno accademico, e che fu onorata dall'Augusta presenza del Santo Padre, il nostro caro Presidente, leggendo l'annuale relazione, ricordò mestamente i Soci deceduti nell'annata scorsa, e così Voi già aveste notizia della morte del Socio corrispondente Conte Almerico da Schio, che era avvenuta appena tre settimane innanzi.

• È un pio rito della nostra Accademia quello di fare speciale commemorazione dei Soci che man mano scompaiono, e trattandosi del Conte da Schio, io ho desiderato che il pietoso ufficio di commemorarlo fra Voi fosse a me riservato. Questo mio desiderio sorse per due motivi: il Conte da Schio svolse gran parte della sua attività nel campo della meteorologia pratica, e pertanto ebbe stretti rapporti con me e coll'Ufficio Centrale Meteorologico di Roma; altri legami corsero pure fra noi nel dominio dell'aeronautica, giacchè il Da Schio fu uno dei primi in Italia a studiare ed a dare una buona soluzione al problema della dirigibilità degli aerostati, e perciò il suo nome spicca come fulgida gemma nell'albo dei « Pionieri d'Aeronautica » ⁽¹⁾, sodalizio a cui io pure sono onorato di essere iscritto.

Vi dirò dunque brevi parole sul Da Schio, cercando di rendere omaggio, in quel modesto modo che oggi posso, alla memoria dello Scomparso, col quale in certo modo mi sentivo collega.

⁽¹⁾ È la *Fratellanza* che, sotto l'Alto Patronato di S. E. Mussolini, si è costituita in ente morale fra i piloti italiani d'aeronautica, brevettati prima del 2 agosto 1914.

*
* *

La morte del Conte Almerico Da Schio è avvenuta a Vicenza il 28 novembre u. s. Con Lui Vicenza perdeva un cittadino dei più illustri, grandemente benemerito ed altamente onorato; l'aeronautica italiana perdeva il « pioniere dei pionieri », il *nestore* degli aeronauti — come qualcuno l'ha definito —. In quel giorno la Pontificia Accademia perdeva, col Da Schio, il decano dei Soci, in quantochè questi aveva raggiunto un'età veramente d'eccezione: la bella età di 94 anni! Decano dunque Egli era certo per ragione dell'età; d'altronde la Sua nomina ad accademico corrispondente risale pur a ben vecchia data, quasi un quarantennio addietro: il 15 maggio 1892. Nessuno dei numerosi Suoi scritti trovasi, per vero dire, pubblicato negli Atti o nelle Memorie della nostra Accademia, e tuttavia questa si è sempre onorata di annoverare fra i suoi membri il Conte Da Schio.

Egli, nato da nobilissima famiglia patrizia il 25 novembre 1836 a Costozza in quel di Vicenza, si era addottorato in legge, ma ben presto manifestò passione per la meteorologia. Assunse nel 1868 la direzione dell'Osservatorio dell'Accademia Olimpica, e volle che il Suo osservatorio divenisse punto di partenza e centro per lo studio della meteorologia dell'intera provincia, istituendo fin dal 1874 una fitta rete di stazioni udometriche. Inoltre, trovati volenterosi e diligenti collaboratori, sparsi nel Veneto, il Da Schio, primo fra tutti in Italia, e avanti ancora che sorgesse il servizio meteorologico di Stato, organizzò l'osservazione sistematica dei temporali. Gran numero di note e relazioni Egli scrisse sui più varî argomenti di meteorologia: le registrazioni anemometriche, le piogge, l'altimetria barometrica, le osservazioni fenologiche; tutti preziosi contributi per la conoscenza del clima locale.

Nel 1870 si recò in Sicilia e salì sull'Etna, per l'osservazione dell'eclisse totale di Sole del 22 dicembre del detto anno. Illustrò due antichi astrolabii scritti in caratteri cubici, che erano stati rinvenuti in Valdagno.

Fu grande amico del Padre Francesco Denza, il meteorologo di fama tanto popolare in Piemonte ai tempi della mia giovinezza, e che mi è caro di ricordare qui in Accademia, poichè questa lo ebbe a Presidente negli anni 1893-94. Il Da Schio divenne caldo assertore delle idee di Padre Denza, fiancheggiandone l'opera allorchè il Denza si propose di riunire in un fascio le forze dei privati osservatori e degli *affezionati* della meteorologia, sparsi un po' ovunque in Italia, e che fino allora avevano svolte azioni separate. Si creò così, dapprima un organo di scambio e di raccolta dei dati meteorologici,

col nome di « *Corrispondenza meteorologica italiana delle Alpi e degli Appennini* », e poi nel 1880 si addivenne alla fondazione della Società Meteorologica Italiana, ancora attiva e fiorente al giorno d'oggi. Se il P. Denza ne fu il fondatore, certo il Conte Da Schio ne fu uno dei più validi sostenitori.

Allora alpinismo e meteorologia si davano la mano; assai incitatrici furono le conferenze, tenute dal Denza a Torino e nei convegni alpinistici, sulla meteorologia e le montagne. Anche il Da Schio era appassionato alpinista; fu fondatore e Presidente della Sezione Vicentina del Club Alpino Italiano, capeggiando — posso dire — quel cospicuo gruppo di alpinisti, che si proponevano di unire al diletto delle ascensioni in montagna lo studio della natura, nelle sue manifestazioni più belle.

Io conobbi il Da Schio la prima volta nel settembre 1885, nell'occasione in cui la Società Meteorologica, sorta da pochi anni, si riunì a Firenze per un Congresso, rimasto memorabile nei fasti della Società.

Nel detto Congresso fu particolarmente ammirato il Conte Da Schio per l'ardore con cui sosteneva le discussioni, per il brio della parola; pareva un giovinotto, eppur era già prossimo alla cinquantina.

Ma il massimo onore spetta al Da Schio per essere stato, come già dissi, il primo in Italia a realizzare in forma concreta l'aerostato dirigibile. Ideò e costruì quell'aeronave battezzata « Italia » che nel 1905 compì i primi voli. Il fatidico nome scelto dal Da Schio ci richiama ad un'altra aeronave, all'*Italia* del Nobile, venuta 23 anni più tardi, e che nell'avventurosa spedizione al Polo, sortiva destino tragico e glorioso ad un tempo!

I voli del dirigibile Da Schio, in verità, furono pochi e brevi, e tuttavia procacciarono all'inventore grande rinomanza, e dimostrarono che Egli aveva aperta una buona via alla navigazione aerea. Egli applicò nel Suo dirigibile alcuni principî geniali, come quello della carena elastica, contrattile, la quale permetteva al pallone di cambiare di volume pur rimanendo in forma, senza perdita di gas nell'ascesa. Altro principio era quello dei piani orizzontali adattati alla navicella, e da lui denominati « aeropiani », allo scopo di regolare i movimenti del dirigibile nel senso verticale, servendo anche come timoni di profondità e come superfici portanti; perciò Da Schio chiamava la Sua aeronave *dinamostatica*.

Il Da Schio sosteneva i pregi della Sua invenzione con incrollabile fede, suscitando l'entusiasmo ne' Suoi amici ed ammiratori, fra cui i Reali d'Italia, i quali concorsero alle spese di costruzione dell'aeronave, mentre il Da Schio vi dedicava parte notevole delle Sue sostanze.

A proposito della duplice attività, meteorologica ed aeronautica, spiegata dal Da Schio, mi piace ricordare anche questo. Nel 1902, per iniziativa dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, efficacemente appoggiato dal Genio Militare, si vollero intraprendere anche in Italia, le sistematiche esplorazioni dell'alta atmosfera coll'uso dei palloni sferici liberi, in un giorno determinato d'ogni mese (il primo giovedì), e ciò in conformità di accordi internazionali; ebbene, la serie delle nostre ascensioni da Roma fu inaugurata, con una certa solennità, il giovedì 6 novembre 1902, con l'ascesa simultanea di due sferici dalla Caserma Cavour; in uno di essi come osservatore stava il direttore della Meteorologia, e nell'altro prese posto, per l'appunto, il Conte Da Schio, ormai vecchio d'anni, ma sempre gagliardo di forze ed audace d'animo.

Gli scritti lasciati dal Da Schio sono assai numerosi, poichè, oltre ai già ricordati argomenti di meteorologia e di aeronautica, Egli ne trattò molti altri, di svariate discipline. Aveva agile la mente, versatile l'ingegno; possedeva ottima coltura sì nelle letture che nelle scienze; era brillante conferenziere. A rigore, Egli non fu uno scienziato profondo in alcun determinato ramo del sapere; ma in parecchi di essi riuscì ad eccellere più e meglio di un dilettante.

Egli resse nella Sua Vicenza molti uffici pubblici; fu Presidente per molti anni dell'Accademia Olimpica; prodigò le Sue cure nelle Amministrazioni del Comune, della Provincia, dell'Istituto Tecnico; sostenne aspre lotte per dotare Vicenza di un acquedotto, riuscendo alla fine vittorioso su di un progetto che presentava i maggiori vantaggi per la popolazione. Bene a ragione Vicenza assegna un alto posto d'onore al Da Schio fra i cittadini più benemeriti.

Patriota ardente, il Da Schio mal sopportò il dominio austriaco, durato nel Veneto fino al 1866. Nelle riunioni con gli amici, la Sua calda parola, fremente di sdegno contro l'abborrito straniero, manteneva viva la fiamma patriottica e confortava gli animi a bene sperare nell'avvenire d'Italia. Di lui si racconta qualche caratteristico episodio. Udite solo questo: un giorno Egli ebbe sentore che la polizia austriaca intendeva compiere una perquisizione nella casa di una famiglia patrizia, presso cui solevano riunirsi i patrioti. Il Da Schio trema per gli amici; che fa Egli? Corre alla casa sospettata, raccoglie in un fascio lettere, proclami, emblemi che potevano essere compromettenti, li porta alla Sua specola e caccia ogni cosa nel fondo del tubo di un vecchio telescopio newtoniano. Il polveroso strumento non avrà — penso io — servito mai a scoperte astronomiche, ma quella volta rese salutare servizio ai patrioti vicentini, mandando a vuoto le indagini della polizia. — E ancora echeggia al mio orecchio l'alato messaggio con cui il Da Schio, nel su ricordato

Congresso dei meteorologi a Firenze nel 1883, portò l'augurante saluto degli alpinisti della Venezia Tridentina irredenta, aggiungendo frasi che in quel momento politico parvero assai ardite, eppur non occorre dire con quale uragano d'applausi esse furono accolte da tutti gli astanti nella sala!

Ma il dotto, il patriota, l'uomo di mondo, che con le arguzie e la giovialità del conversare era l'anima dei salotti dei nobili e degli intellettuali vicentini, era pure intimamente religioso. Alla fede cristiana informava ogni suo atto e ne professava apertamente i principi. Convinto che la vita vera comincia oltre la tomba, negli ultimi tempi della avanzata vecchiaia soleva ripetere: « Sento in me non una vita che finisce, ma una immortalità che comincia ».

Noi Accademici Pontifici, che ci sentiamo solidali col Da Schio nell'amore della Scienza e nel fervore della Fede, noi ci inchiniamo riverenti dinanzi a tanto nobile figura d'Uomo!

Terzo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo.

COLEOTTERI.

Nota di PAOLO LUIGIONI S. O. (*)

Sommario. — Risultati delle ricerche entomologiche compiute nella regione del Parco Nazionale d'Abruzzo. — Elenco sistematico e ragionato delle specie di *Coleotteri* ivi raccolte.

Il mio compianto maestro ed amico, Achille Raffray, insigne entomologo, allorquando, dopo oltre quarant'anni di viaggi per esplorazioni scientifiche nei paesi tropicali, venne a stabilirsi a Roma e cominciò ad occuparsi di Coleotteri italiani, rivolse la sua attenzione verso una regione alpestre del nostro Appennino centrale che egli, da persona pratica quale era, aveva intravisto essere un vero eden pel naturalista e specialmente per l'entomologo.

Per vari anni raccolse Coleotteri in varie contrade del Lazio, coadiuvato nelle ricerche dal figlio Pietro, egli pure valentissimo ed appassionato raccoglitore. Nel Giugno del 1914 quest'ultimo, per incarico del genitore, si recò a Pescasseroli e vi restò quasi due mesi, e ricoverandosi spesso la notte nelle capanne dei pastori o nei boschi, riportò dalle sue escursioni larga messe di Coleotteri e di altri rari insetti.

La zona da lui esplorata fu quella lungo il fiume Sangro tra Pescasseroli ed Opi ed i monti circostanti, ma in special modo la valle di Corte ed il Monte Marsicano (m. 2242 s. m.), località tutte ricche di erbosi pascoli, di vetuste foreste di faggi che ricoprono di una ininterrotta coltre di vegetazione i dorsi e le vette delle montagne, veri rifugi di orsi e di aquile.

Tale meravigliosa regione alla quale la solitudine e la verginità han conservato ancora quella selvaggia grandiosità che altre parti del nostro Appen-

(*) Presentata nella sessione del 21 Dicembre 1930.

nino han da tempo perduto, è oggi divenuta Parco Nazionale dove flora e fauna hanno avuto ed avranno la dovuta difesa.

Il provvido e tempestivo intervento del Governo, sollecitato dal perseverante apostolato di un innamorato delle incomparabili bellezze del natio Abruzzo, l'On. Ing. Erminio Sipari, ha salvato in tempo da sicura distruzione il secolare meraviglioso lavoro della natura che l'avidità e l'inconsapevole mano dell'uomo aveva già cominciato a manomettere.

Il ricco materiale entomologico raccolto dal figlio del compianto Raffray, ora acquisito alla mia collezione, comprende parecchie centinaia di esemplari rappresentanti numerose specie, la maggior parte delle quali già studiate o rivedute da valenti specialisti.

Il desiderio di contribuire ad una più ampia conoscenza della fauna entomologica della regione del Parco Nazionale d'Abruzzo m'indusse a recarmi colà verso la fine di Giugno 1927 per farvi ulteriori ricerche. Nei pochi giorni che rimasi a Pescasseroli esplorai le rive del Sangro e varie località nei dintorni immediati del paese, ascesi alcuni monti vicini a questo (Colli Nascosi, Fonte e Valle della Difesa), risalii la Valle Fondillo fin quasi sotto le Camosciare e visitai infine alcune boschive vallette del Monte Roccagenovese verso Gioia Vecchia.

Nelle mie brevi ma proficue escursioni fui coadiuvato nelle raccolte da una intelligente guardia forestale che in seguito, e tuttora, continua a ricercare per mio conto e ad inviarmi copioso materiale. Voglio augurarmi che egli prosegua tali raccolte estendendo le ricerche alle altre zone del Parco ancora inesplorate e mi consenta di poter ancora contribuire, mercè la sua valida collaborazione, ad una più completa conoscenza della fauna coleotterologica della interessante regione.

Anche la Direzione del Parco, che con lodevole intento ha iniziato la formazione di un locale museo zoologico, ha fatto raccogliere e preparare da un dilettante entomologo (Sig. Adolfo Rossi) un certo numero di Coleotteri che ha voluto poi affidarmi per lo studio e la sistemazione.

Nell'elenco che segue sono compendiate anche le specie raccolte dal Raffray, nonchè quelle della collezione del Parco, tutte provenienti da località comprese tra i 1200 ed i 2000 metri sul mare ⁽¹⁾.

Roma, 21 Dicembre 1930.

⁽¹⁾ Il segno ! indica che la specie è stata raccolta da me o dal mio collaboratore nella località citata. Quelle provenienti dalle cacce del Raffray o dal Museo del Parco sono controdistinte con le seguenti abbreviazioni: (Raffr. = Raffray), (M. P. = Museo del Parco).

COLEOPTERA

Fam. CARABIDAE ⁽¹⁾

1. **Cicindela** L. **campestris** L. — Comune nei siti aridi e lungo i sentieri, in tutto il Parco. — Tutti gli esemplari appartengono ad una razza intermedia alla *pontica* Fisch. ma che si avvicina molto alla tipica.
— — **a. protos** D. Tor. — Pescasseroli !
— — **a. conjuncta** D. Tor. — Frequente, insieme col tipo.
— — **a. quadrimaculata** Beuth. — M. le Forche !
— — — 1 esempl.
— — **a. connata** Heer — idem. — 2 esempl.
2. **Cychrus** F. **italicus** Bon. — Non raro sotto le pietre e nelle ceppaie dei faggi morti: M. Tranquillo !, M. Palombo !, Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
3. — **caraboides** L. v. **Costae** Em. — Val Fondillo !, sotto la corteccia di un faggio morto. — 1 esempl.
4. — **attenuatus** F. v. **latialis** Luig. — Nella foresta di M. Tranquillo !, sotto un cumulo di scheggie di faggio. — 2 esempl.
5. **Calosoma** Web. **sycophanta** L. — Pescasseroli (M. P.).
6. **Carabus** L. **Lefebvrei** Dej. v. **molisensis** Born — Raro sotto le pietre nei siti boscosi: Fonte della Difesa !, Colli Nascosi !, M. Palombo !, Cesa Crivello !. — Una ♀ di M. Palombo !, di statura molto grande, (lung. mm. 32 — largh. mm. 12), somiglia assai alla razza *Bayardi* Sol. della Campania, con la quale a prima vista potrebbe confondersi. — Differisce però per la forma delle elitre che è di un ovale più allungato, per gli intervalli meno

⁽¹⁾ L'ordinamento sistematico è fatto in base al mio recente « *Catalogo dei Coleotteri l'Italia* » (Memorie Pontif. Accad. Scienze — Nuovi Lincei — Serie II. Vol. XIII — 1929).

elevati con i primari sensibilmente più evidenti, pe-
torace meno allargato all'indietro e più liscio nel mezzo
ed infine pel colore del margine del torace e delle
elitre che è di un bleu verdastro.

7. **Carabus L. Rossii** Dej. — Riferisco alla forma tipica soltanto tre esempl.
della collez. del Parco, trovati nei dint. di Pescasseroli. Tutti i numerosi esempl. rinvenuti dal mio rac-
coglitore appartengono alle razze seguenti:
 — — **v. Portae** Csiki (**intermedius** Fiori). — Frequente
sotto le pietre nei siti umidi e scoperti, special-
mente nei posti elevati.
 — — **v. Pirazzolii** Géh. — Insieme con la precedente
e nelle stesse località, però più numeroso. — Come
la *v. Portae* è molto variabile di statura ed alcuni
esempl. robusti e con la scultura delle elitre più
elevate formano il passaggio a quest'ultima razza.
8. — **violaceus L. v. piceus** Villa — Frequente in principio
di primavera ed in autunno sotto i tronchi marci
dei faggi e sotto le pietre nei boschi della regione
elevata del Parco.
9. — **convexus F. v. Paganettii** Born — Val Fondillo !, M. Tran-
quillo ! — 2 esempl.
10. **Leistus Fröl. spinibarbis F. v. Fiorii** Lutsh. — Sotto le pietre nei siti
umidi e boscosi, però non frequente: Val Fondillo !,
Colli Nascosi !, M. Tranquillo !
11. — **montanus** Steph. — Due esempl. di M. Tranquillo ! uguali
a quelli da me rinvenuti sui monti Simbruini nel
Lazio, debbono riferirsi ad una razza del *montanus*
che, secondo il compianto K. Daniel, sarebbe nuova.
Tali esempl., oltre ad essere di statura minore hanno
le zampe e le antenne rossastre più chiare, il torace
e le elitre di un azzurro più vivo.
12. — **fulvibarbis** Dej. — Pescasseroli (M. P.).
13. **Nebria Latr. psammodes** Rossi — idem
 — **tibialis** Bon. **v. Doderoi** Bänn. — Frequente nei boschi al
disopra dei 1400 m. — Trovasi nei siti umidi sotto
le pietre ed i tronchi degli alberi morti.

14. **Nebria** Latr. **posthuma** K. J. Dan. — M. Marsicano (Raffr.).
15. — **brevicollis** F. — Ovunque nei siti umidi, specialmente nei dint. di Pescasseroli.
16. **Notiophilus** Dum. **pusillus** Waterh. — Frequente: Pescasseroli !, Terradegna !, M. Marsicano (Raffr.).
17. — **hypocrita** Putz. — Val Fondillo !
18. — **rufipes** Curt. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
19. **Omophron** Latr. **limbatus** F. — Pescasseroli (M. P.).
20. **Clivina** Latr. **fossor** L. — Fonte della Difesa !, Pescasseroli (M. P.).
21. — **collaris** Herbst. — Pescasseroli !
22. **Reicheia** Sauley **Usslaubi** Sauley v. **validicornis** Baudi — M. Marsicano (Raffr.).
23. **Asaphidion** Goz. **caraboides** Schrnk. v. **nebulosum** Rossi — Frequente lungo il Sangro nei dint. di Pescasseroli (M. P.) ed in Val Fondillo !
24. — **Rossii** Schaum. — Pescasseroli (M. P.).
25. — **cyanicorne** Pand. — In riva al Sangro presso Opi ! — 2 esempl.
26. **Bembidion** Latr. **lampros** Herbst. — Frequente nei dint. di Pescasseroli ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
— — v. **properans** Steph. — Colli Nascosi ! — 1 esempl.
27. — **bipunctatum** L. v. **pyritosum** Rossi (**nivale** Heer) — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.) in prossimità dei rigagnoli che scendono dai nevai.
28. — **tibiale** Duft. — Frequente in riva al Sangro ad Opi (Raffr.) e lungo il rio di Val Fondillo !
29. — **Redtenbacheri** K. Dan. — Col precedente, ma più raro.
30. — **tricolor** F. — Rive del Sangro presso Opi (Raffr.).
31. — **conforme** Dej. — Col precedente (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli (M. P.). — Frequente.
32. — **Bugnioni** K. Dan. — Lungo il rio di Val Fondillo ! — Non raro sotto le pietre in prossimità dell'acqua.
33. — **nitidulum** Marsh. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
34. — **dalmatinum** Dej. v. **latinum** Netol. — Comune lungo tutti i corsi d'acqua ed i rigagnoli del Parco.
35. — **praeustum** Dej. v. **Fauveli** Ganglb. — Frequente sotto le pietre lungo il rio di Val Fondillo !

36. **Bembidion** Latr. **ustulatum** L. — Pescasseroli (M. P.).
37. — **occidentale** G. Müll. — idem. — 1 esempl.
38. — **Andreae** F. v. **Bualei** Duv. — idem
39. — **hypocrita** Dej. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
40. — **oblongum** Dej. a. **scapulare** Dej. — Pescasseroli (M. P.).
41. — **testaceum** Duft. — Rive del Sangro presso Opi (Raffr.).
42. — **decorum** Panz. v. **subconvexum** K. J. Dan. — Frequente lungo le rive del rio di Val Fondillo ! e presso il Sangro a Pescasseroli (M. P.).
43. — **pyrenaicum** Dej. v. **glaciale** Heer — Frequente sulla vetta del M. Marsicano (Raffr.) presso i rigagnoli che scendono dai nevai. La maggior parte degli esempl. sono di un color nero bronzato con riflessi bluastri, però non mancano anche individui bronzo-dorati.
44. — **Genei** Küst. — Pescasseroli (M. P.). — 1 esempl.
45. — **laterale** Dej. — In riva al Sangro, presso Opi (Raffr.). — 1 esempl.
46. — **ruficorne** Sturm v. **Solarii** G. Müll. — Raro lungo il rio di Val Fondillo ! e sulle rive del Sangro presso Opi (Raffr.). — Un ♂ di Val Fondillo ha le elitre indistintamente reticolate all'apice, quasi lisce come nel tipo.
47. **Tachys** Steph. **bistriatus** Duft. — Pescasseroli !
48. **Tachyta** Kirby **nana** Gyllh. — Sotto le cortecce dei faggi morti a Terradegna ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
49. **Scotodipnus** Schaum **quadricollis** Ehlers — M. Marsicano (Raffr.).
50. **Anillus** Duv. **frater** Aubé v. **florentinus** Dieck — idem
51. **Perileptus** Schaum **areolatus** Creutz. — In riva al Sangro presso Opi (Raffr.). — 2 esempl.
52. **Trechus** Clairv. **obtusum** Er. — Frequente sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.) ed a Macchia Arvana !
53. — **Fairmairei** Pand. — Non raro sotto le pietre sul M. Marsicano e presso Opi (Raffr.).
54. — **Hummleri** Jeann. — Valle di Corte e M. Marsicano (Raffr.). — 3 esempl.
55. **Callistus** Bon. **lunatus** F. — Macchia Arvana ! e dint. di Pescasseroli (M. P.). — 3 esempl.

56. **Chlaenius** Bon. **vestitus** Payk. — Pescasseroli (M. P.).
57. — **nitidulus** Schrnk. — idem
58. — **chrysocephalus** Rossi — Pescasseroli !
59. **Licinus** Latr. **italicus** Puel — Abbastanza raro sotto le cortecce dei faggi morti e sotto le foglie marcite: Terradegna !, Macchia Arvana !, Cesa Crivello !, M. Palombo !
60. — **cassideus** F. — Fonte della Difesa ! — 1 esempl.
- — **a. latus** Dej. — Insieme col tipo. — 1 esempl.
61. **Anisodactylus** Dej. **binotatus** F. — Pescasseroli (M. P.).
62. **Acupalpus** Dej. **meridianus** L. — M. Palombo ! — 1 esempl.
63. **Stenolophus** Dej. **teutonus** Schrnk. — Pescasseroli (M. P.).
64. **Trichotichnus** Moraw. **laevicollis** Duft. v. **nitens** Heer — Non raro sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.).
65. **Harpalus** Latr. **sabulicola** Panz. v. **columbinus** Germ. — Comune sotto le pietre nei dint. di Pescasseroli !, M. le Forche, !, Fonte della Difesa !, Terradegna !
66. — **ardosiacus** Lutsh. (**rotundicollis** Fairm.). — Terradegna ! — 1 esempl.
67. — **angusticollis** G. Müll. — Pescasseroli (M. P.).
68. — **Melleti** Heer v. **zigzag** Costa — Raro sotto le pietre nei siti aridi: M. la Rocca !, Fonte della Difesa !, Val Fondillo !
69. — **brevicollis** Serv. — Terradegna ! — 2 esempl.
70. — **azureus** F. **a. supremus** Schaub. — Non raro nei dint. di Pescasseroli !
71. — **pubescens** Müll. — Comunissimo sotto le pietre in tutta la regione del Parco.
72. — **aeneus** F. — Come il precedente. — Gli esempl. di un bel verde metallico sono in prevalenza, non mancano però, ma meno abbondanti, esempl. bluastrì (**a. coerulescens** Schils.) e neri (**a. nigrinus** Schils.).
- — **a. semipunctatus** Dej. — Frequente, insieme col tipo.
73. — **oblitus** Dej. — Frequente, talvolta insieme con la specie precedente, nei dint. di Pescasseroli !, M. le Forche !, Macchia Arvana !, Colli Nascosi !
- — **a. diversus** Dej. — Col tipo, ma più raro.

74. **Harpalus distinguendus** Duft. — Pescasseroli (M. P.)
 — — **a. nigricans** Schils. — idem. — 1 esempl.
75. — **cupreus** Dej. — Non raro sotto le pietre nei siti umidi presso Pescasseroli.
76. — **smaragdinus** Duft. — Val Fondillo !, M. le Forche ! — 3 esempl.
77. — **dimidiatus** Rossi — Comune sotto le pietre nei dint. di Pescasseroli (M. P.) e sul M. la Rocca !
 — — **a. Beffae** Lutshn. (**fulvipes** D. Bef.). — Qualche esempl. sul M. le Forche ! e alla fonte della Difesa. Trattasi quasi sempre di individui immaturi qualcuno dei quali ha talvolta la testa ed il torace pure rossastri.
78. — **atratus** Latr. — Macchia Arvana ! — 1 esempl.
79. — **rubripes** Duft. — Raro sotto le pietre in Val Fondillo ! Terradegna ! e sul M. la Rocca !
 — — **a. sobrinus** Dej. — Col tipo, ma assai più frequente.
80. — **sulphuripes** Germ. — Comune sotto le pietre, su tutti i monti vicini a Pescasseroli, insieme con l'**a. decolor** Schaub., parimenti frequente.
81. — **honestus** Duft. — Val Fondillo. — 1 esempl. ♂.
82. — **rufitarsis** Duft. — Terradegna !, Colli Nascosi ! — 2 esempl.
83. — **attenuatus** Steph. — Macchia Arvana !
84. — **anxius** Duft. — Col precedente e nei dint. di Pescasseroli ! — 2 esempl.
85. **Acinopus** Dej. **picipes** Oliv. — Pescasseroli ! (M. P.).
86. **Ditomus** Bon. **clypeatus** Rossi — Pescasseroli ! — 1 esempl.
87. **Zabrus** Clairv. **magellensis** Fiori — Trovasi sotto le pietre, specialmente nei siti aridi, ed è comune nelle regioni elevate e scoperte. Gli esemplari del Parco sono perfettamente identici a quelli della Majella (loc. class.), però ritengo errate le indicazioni dei cataloghi che considerano il *magellensis* come razza del *tenebrioides*. Questo, come è noto, è provvisto di ali mentre l'altro ne manca. Sarebbe stato quindi più naturale riferirlo all'*Orsinii* al quale somiglia moltissimo e che a varii caratteri comuni unisce anche quello della mancanza di ali.

Il Prof. A. Fiori ⁽¹⁾ ha distinto il suo *magellensis* dall'*Orsinii* per la presenza di punteggiatura sulle epimere del metatorace e sul primo segmento addominale. Tale punteggiatura però non è sempre ben evidente e talvolta manca del tutto come nell'*Orsinii*.

È soprattutto la forma dell'organo copulatore che permette di distinguere facilmente il *magellensis* dalle altre specie non alate, e ritengo che tale carattere, oltre quelli della statura più robusta, delle elitre più allargate posteriormente e della striatura più profonda, sarebbe più che sufficiente per considerare il *magellensis* come una valida specie.

Il pene, provvisto di un solo paramero, è nel *magellensis* arrotondato nella parte apicale così come lo è il paramero e questo, nel margine laterale esterno, munito di un forte dente uncinato molto aguzzo. Nell'*Orsinii* invece il pene è appuntito, il paramero più sottile e leggermente smussato all'apice e provvisto, nel margine laterale esterno, di un denticolo ben evidente, ma non uncinato.

La *v. Costae* Heyd. (*elongatus* Costa), pure mancante di ali, di cui vidi due esemplari tipici (M. Mutria), nella collezione Costa del Museo Zoologico Universitario di Napoli, mi è sembrata essere una tenue variazione dell'*Orsinii* distinta da questo soltanto per le elitre più parallele e per la striatura meno marcata. L'esame dell'organo copulatore di questa specie potrà in seguito derimere ogni dubbio.

Le forme italiane del gen. *Zabrus*, non alate, (*Orsinii*, *Costae*, *magellensis*) abitano esclusivamente le sommità delle montagne dell'Appennino centrale, invece quelle alate (*tenebrioides*, *Dejeani*) vivono in pianura.

Il *farctus* Zimm. ed il *graecus* Dej., citati dal Prof. Porta per la Sicilia, sono certamente da escludere dalla nostra fauna. Così pure le indicazioni del Lazio per il *Costae* e quella di Sardegna per l'*Orsinii* sono erronee. Quest'ultimo, oltre il Gran Sasso, abita pure le sommità del M. Terminillo (Abruzzi) dove venne rinvenuto da Raffray.

88. **Amara** Bon. **similata** Gyllh. — Terradegna ! — 2 esempl. di notevoli dimensioni con le parti superiori bluastre e le zampe nere.

(¹) A. FIORI. — Fauna entomologica italiana. — Coleotteri nuovi o poco conosciuti. — (Atti Soc. Naturalisti di Modena, Serie 3^a, Vol. XVI, pag. 156. Modena 1899).

89. **Amara** Bon. **ovata** F. **a. adamantina** Kol. — M. Marsicano (Raffr.) Macchia Arvana !
90. — **convexior** Steph. — La notai nel mio « *Catalogo dei Coleotteri d'Italia* » soltanto del *Canton Ticino*, della *Carnia* e della *Venezia Giulia*. — Raffray la rinvenne sul M. Marsicano ed il mio raccoglitore ne prese pure tre esempl. sul M. la Rocca !
91. — **curta** Dej. — Frequente sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.), nei dintorni di Pescasseroli ! ed ai Colli Nascosi.
92. — **aenea** Dej. — Comunissima ovunque sotto le pietre o vagante sul suolo, specialmente nei siti aridi e soleggiati.
93. — **eurynota** Panz. — Non rara sotto le pietre nei dint. di Opi (Raffr.) e di Pescasseroli !
94. — **cursitans** Zimm. — Anche questa specie non mi era nota che del *Canton Ticino* e dell'*Alto Adige*. — Raffray ne trovò un esempl. sul M. Marsicano.
95. — **samnitica** Fiori — Non dev'essere esclusiva della *Majella* e del *Gran Sasso* perchè Raffray ne raccolse pure diversi esempl. sul M. Marsicano.
96. — **bifrons** Gyllh. — Frequente sotto le pietre sul M. la Rocca !
97. — **apricaria** Payk. — Comune nei siti aridi e soleggiati, specialmente nelle regioni elevate.
98. — **consularis** Duft. — Non rara sul M. Marsicano (Raffr.), sul M. Palombo ! ed in Val Fondillo !
99. — **aulica** Panz. **v. abruzzensis** Schaub. — Nei siti molto elevati, sotto le pietre: M. Marsicano (Raffr.), Macchia Arvana !, M. le Forche !, Terradegna !
100. — **sicula** Dej. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
101. **Pterostichus** Bon. **Koyi** Germ. **v. lossinianus** Fairm. — Pescasseroli !, M. Tranquillo ! — 3 esempl.
102. — **cupreus** L. — Frequente sotto le pietre nei siti umidi presso Pescasseroli ! — Quasi tutti gli esemplari sono in prevalenza di colorazione tipica però alcuni della collezione del Parco, quasi neri con

leggere sfumature bluastre, possono attribuirsi all'**a. calabrus** Flach.

103. **Pterostichus** Bon. **oblongopunctatus** F. — Abbastanza raro nei boschi sotto le pietre e talvolta sotto le cortecce dei faggi putrescenti: Val Fondillo !, Macchia Arvana, Terradegna !, M. Palombo ! — Gli esemplari del Parco, come quelli del Lazio (Monti Simbruini), differiscono dal tipo dell'Europa centrale pel corpo più robusto, pel torace più largo con le fossette punteggiate molto densamente, per la doccia un pò più larga, per le elitre più larghe e più arrotondate ai lati, per la striatura più profonda e più grossa e per le interstrie convesse. Schatzmayr ⁽¹⁾ ritiene tali esemplari costituiscano una razza nuova che però non denomina.
104. — **niger** Schall. — Terradegna ! — 1 esempl. ♀.
105. — **nigrita** F. — Frequente nei dint. di Pescasseroli (M. P.) — Raro invece sui monti: Terradegna !, Colli nascosi !, Macchia Arvana !
106. — **anthracinus** Ill. — Pescasseroli (M. P.).
107. — **melas** Creutz. v. **italicus** Dej. — Comune ovunque sotto le pietre, specialmente nei prati. Tutti gli esemplari esaminati sono di dimensioni molto variabili (12 — 16 mm.), alcuni hanno le strie completamente lisce, altri invece distintamente punteggiate. In due esempl. la base del torace è quasi tutta punteggiata in un altro le interstrie sono cosparse di finissimi punti.
108. — **cristatus** Duf. v. **phaeopus** Chaud. — Frequente sotto le pietre nei boschi della regione montuosa del Parco.
109. — **Amorei** Ganglb. — Abbastanza frequente sotto le pietre nei siti freddi ed umidi delle valli diboscate al disopra dei 1400 m. s. m.

⁽¹⁾ SCHATZMAYR A. — I *Pterostichus* italiani. — (*Memorie Società Entomol. Italiana, Genova*. — Fasc. 2°, Vol. VIII, pag. 212. 1929).

110. **Abax** Bon. **ater** Vill. v. **curtulus** Fairm. — Non raro sotto le pietre ed i tronchi marci di faggio nei siti molto elevati.
111. **Percus** Bon. **billineatus** Dej. v. **Amorei** Ganglb. — Frequente sotto le pietre nelle valli umide e fredde: Fonte della Difesa !, Macchia Arvana !, M. la Rocca !, Cesa Crivello !, Balzo del Caprio !
- — **a. Leonii** D'Am. — Col precedente, ma più raro.
112. — **Dejeani** Dej. — Comune sotto le grosse pietre sui monti più elevati del Parco.
113. **Platyderus** Steph. **canaliculatus** Chaud. v. **neapolitanus** Chaud. — Frequente sotto le pietre ai Colli Nascosi ! e sul M. Marsicano (Raffr.), più raro invece nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
114. **Calathus** Bon. **luctuosus** Latr. v. **sirentensis** D'Am. — M. Tranquillo !
2 esempl.
- — **v. Pirazzolii** Putz. — M. Marsicano (Raffr.).
115. — **fuscipes** Goeze v. **latus** Serv. — Assai comune ovunque.
116. — **erratus** Sahlb. — Val Fondillo !, M. Marsicano (Raffr.) —
3 esempl.
117. — **melanocephalus** L. — Comunissimo sotto le pietre su tutti i monti del Parco.
- — **a. alpinus** Dej. — Col tipo, però meno frequente.
118. **Laemostenus** Bon. **latialis** Leoni — Ne trovai un esempl. immaturo tra il materiale inviatomi dal mio raccoglitore.
119. **Synuchus** Gyllh. **nivalis** Panz. — Raro tra le foglie marcite ed il terriccio al piede dei faggi: Val Fondillo !, M. la Rocca !, Macchia Arvana !
120. **Olisthopus** Dej. **Sturmi** Duft. — M. Marsicano (Raffr.).
121. **Agonum** Bon. **viridicupreum** Goeze **a. austriacum** F. — Pescasseroli (M. P.).
122. — **Mülleri** Herbst **a. unicolor** Leoni — Non raro sotto le pietre lungo il Sangro: Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
123. — **nigrum** Dej. (**Dahli** Borre). — Terradegna ! — 1 esempl., Pescasseroli (M. P.).

124. **Agonum** Bon. **assimilis** Payk. — Sotto le pietre delle sponde del rio di Val Fondillo ! — 2 esempl.
125. — **ruficornis** Goeze — Pescasseroli (M. P.).
126. — **dorsalis** Pontop. — Comune ovunque, sotto le pietre ed al piede degli alberi, in piccole società col *Brachynus explodens*.
127. **Lebia** Latr. **cycanocephala** L. — M. Marsicano (Raffr.).
128. — **crux-minor** L. — Pescasseroli (M. P.).
— — **v. nigripes** Dej. — Frequente in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli !, sui cespugli di *biancospino*.
129. — **trimaculata** Villa — Pescasseroli (M. P.)
130. — **humeralis** Dej. — idem
131. **Dromius** Bon. **linearis** Oliv. — Opi (Raffr.).
132. **Metabletus** Schmd. — Göb. **truncatellus** L. — Valle di Corte (Raffr.).
133. — **foveatus** Geoffr. — Terradegna ! — 1 esempl.
134. **Microlestes** Schmd. — Göb. **luctuosus** Holdh. — M. Marsicano (Raffr.).
135. **Cymindis** Latr. **axillaris** F. — Rara sotto le pietre: M. Marsicano (Raffr.), Colli Nascosi !, Macchia Arvana ! — Tutti gli esempl. esaminati hanno il torace infoscato.
136. — **scapularis** Schaum **v. etrusca** Bassi — Comune sotto le pietre, nei siti scoperti, su tutti i monti del Parco.
137. **Brachynus** Web. **explodens** Duft. — Comune sotto le pietre ed attorno al piede degli alberi nei dint. di Pescasseroli !
— — **a. glabratus** Dej. — Val Fondillo !
— — **a. strepens** Fisch. — Fonte della Difesa !
138. — **crepitans** L. — Comune sotto le pietre insieme con la specie precedente.
— — **a. strepitans** Duft. — Fonte della Difesa !
— — **a fallax** Apflb. — Frequente nei dint. di Pescasseroli ! e presso la Fonte della Difesa !

Fam. **DYTISCIDAE**

139. **Deronectes** Sharp **moestus** Fairm. — Opi (Raffr.).
140. **Agabus** Leach **didymus** Oliv. — Pescasseroli (M. P.).
141. — **biguttatus** Oliv. v. **nitidus** F. — Frequente nelle acque
del rio di Val Fondillo ! e nel Sangro, presso
Pescasseroli (M. P.).
— — **a. nigricollis** Zoubk. — Pescasseroli
(M. P.).
142. — **bipustulatus** L. — idem
143. — **nebulosus** Först. — idem

Fam. **STAPHYLINIDAE**

144. **Pseudopsis** Newm. **sulcata** Newm. — Frequente nel terriccio sotto
le cortecce dei faggi putrescenti sul M. Marsicano
(Raffr.).
145. **Phloeobium** Boisd. **clypeatum** Müll. — Valle di Corte (Raffr.).
146. **Proteinus** Latr. **brachypterus** F. — M. Marsicano (Raffr.).
147. **Anthobium** Steph. **pallens** Heer — idem
148. **Acrulia** Thoms. **inflata** Gyllh. — idem
149. **Phyllodrepa** Thoms. **melanocephala** F. — Frequente sul M. Marsicano
(Raffr.).
150. — **nigra** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.).
151. — **floralis** Payk. — Pescasseroli (M. P.).
152. — **joptera** Steph. — M. Marsicano (Raffr.).
153. **Omalium** Gravh. **italicum** Bernh. — idem
154. — **excavatum** Steph. — Frequente sul M. Marsicano
(Raffr.).
155. **Lesteva** Latr. **longelytrata** Goeze — M. Marsicano (Raffr.), Fonte della
Difesa ! — 2 esempl.
156. — **fontinalis** Kiesw. — Pescasseroli (C. P.).
157. **Geodromicus** Redtb. **plagiatus** F. **a. nigrita** Müll. — Rive del Sangro
presso Opi (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).

158. **Anthophagus** Gravh. **alpinus** Payk. — Frequente sul Marsicano (Raffr.).
159. — **apenninus** Baudi — Frequente sulle foglie dei faggi: M. Marsicano (Raffr.), M. Tranquillo !, Val Fondillo .
160. — **caraboides** L. — Comune, insieme col precedente e nelle stesse località.
161. **Coryphium** Steph. **angusticolle** Steph. **v. italicus** Grid. — M. Marsicano (Raffr.) — 2 esempl.
162. **Deleaster** Er. **dichrous** Gravh. — Sulle sponde del Sangro presso Pescasseroli ! e lungo il rio di Val Fondillo !
163. **Trogophloeus** Mannh. **bilineatus** Steph. — Pescasseroli !
164. **Haploderus** Steph. **caelatus** Gravh. — Frequente nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
165. **Oxytelus** Gravh. **piceus** L. — Pescasseroli (M. P.).
166. — **sculptus** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.).
167. — **inustus** Gravh. — Frequente nei dint. di Pescasseroli (M. P.) e sul M. Marsicano (Raffr.).
168. — **sculpturatus** Gravh. — Comune negli sterchi equini sul M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo !
169. — **nitidulus** Gravh. — Pescasseroli (M. P.).
170. — **tetracarinatus** Block — idem
171. **Platystethus** Mannh. **laevis** Kiesw. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
172. — **nitens** Sahlb. — Pescasseroli !
173. **Stenus** Latr. **bipunctatus** Er. — idem !
174. — **alpicola** Fauv. — M. Marsicano (Raffr.).
175. — **similis** Herbst. — idem
176. — **pallitarsis** Steph. — Opi (Raffr.).
177. — **picipes** Steph. — Pescasseroli (M. P.).
178. — **Erichsoni** Rye — Frequente nei dint. di Pescasseroli ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
179. — **subaeneus** Er. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
180. — **cordatus** Gravh. — Pescasseroli (M. P.).
181. **Paederus** F. **litoralis** Gravh. — Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
182. **Lathrobium** Gravh. **multipunctum** Gravh. — Opi (Raffr.).
183. **Leptacinus** Er. **batychnus** Gyllh. **v. linearis** Gravh. — Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).

184. **Xantholinus** Serv. **punctulatus** Payk. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
185. — **angustatus** Steph. v. **nitidicollis** Reitt. — Pescasseroli (M. P.).
186. — **meridionalis** Nordm. — Val Fondillo ! — 2 esempl. nel terriccio di una ceppaia di faggio.
187. — **procerus** Er. — Pescasseroli (M. P.), M. la Rocca !
188. — **cribripennis** Fauv. — M. Marsicano (Raffr.).
189. — **distans** Rey — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
190. — **linearis** Oliv. — Comune: M. Marsicano (Raffr.), M. la Rocca !
191. **Baptolinus** Kr. **longiceps** Fauv. — Monte Marsicano (Raffr.).
192. — **affinis** Payk. — Comune sotto le cortecce dei faggi morti: M. Marsicano (Raffr.), Cesa Crivello !, M. la Rocca !
193. **Othius** Steph. **punctulatus** Goeze — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
194. — **lapidicola** Kiesw. — Comune sul M. Marsicano (Raffr.).
195. **Neobisnius** Ganglb. **prolixus** Er. — M. Marsicano (Raffr.).
196. **Philonthus** Curt. **intermedius** Lac. — Pescasseroli (C. P.).
197. — **atratus** Gravh. — Pescasseroli !
198. — **rectangulus** Sharp — (*Transact. Entomol. Society — London 1874 pag. 42*). — Di questa interessante specie della Cina e del Giappone, finora rinvenuta, in Europa, soltanto in Italia (Alpi Pennine), ricevetti una diecina di esemplari dal mio raccoglitore che li trovò, non so però in quali condizioni, a Macchia Arvana ed a Terradegna.

Detti esemplari, insieme ad altri due del Friuli (Forni di Sopra-Paularo), avuti dall'Ing. Gagliardi, mi furono identificati dal Dr. E. Gridelli di Trieste che già ebbe ad occuparsi, con la sua ben nota competenza, di detta specie ⁽¹⁾.

La presenza nel Parco d'Abruzzo e nel Veneto del *Ph. rectangulus*, di cui finora non si conosceva

⁽¹⁾ GRIDELLI E. — Nono contributo alla conoscenza degli *Staphlinini* — Una specie di *Philonthus* nuova per la fauna europea (*Boll. Soc. Entom. Ital. LIX p. 118; 1927*),

che la cattura di una cinquantina di esemplari fatta nel Luglio 1927 dal Dodero, presso il Santuario di Oropa (Biella) e di un ♂ preso a Gressoney St. Jean, complica sempre più il mistero della diffusione, soltanto in Italia, di questa interessante specie dell'estremo oriente.

199. **Philonthus** Curt. **concinus** Gravh. — Comune sul M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo !
200. — **gagates** Rey (**apenninus** Fiori)—M. Marsicano (Raffr.).
201. — **debilis** Gravh. — Idem
202. — **fuscipennis** Mannh. — Comune negli sterchi bovini: M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !, Macchia Arvana !, Pescasseroli (M. P.).
203. — **varius** Gyllh. — Frequente negli sterchi bovini e nei detriti vegetali guasti: M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
204. — **bimaculatus** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
205. — **frigidus** Kiesw. — M. Marsicano (Raffr.).
206. — **fenestratus** Fauv. — Pescasseroli (M. P.).
207. — **cruentatus** Gmel. — Macchia Arvana ! — 1 esempl.
208. — **fimetarius** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
209. — **umbratilis** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.).
210. — **fulvipes** F. — Sotto le pietre in riva al Sangro presso Opi (Raffr.).
211. **Gabrius** Steph. **splendidulus** Gravh. — Val Fondillo !
212. — **nigritulus** Gravh. — Frequente nei dint. di Pescasseroli ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
213. **Staphylinus** L. **parumtomentosus** Stein — Pescasseroli (M. P.).
214. — **olens** Müll. — Pescasseroli (M. P.).
215. — **italicus** Arag. — Comune nei boschi sotto le pietre ed i tronchi dei faggi morti distesi al suolo.
216. — **ophthalmicus** Scop. — Frequente sotto le pietre: Pescasseroli (M. P.), M. Tranquillo !, M. la Rocca !
217. — **similis** F. — Pescasseroli (M. P.).

218. **Staphylinus** L. **picipennis** F. v. **fallaciosus** G. Müll. — Frequente sotto le pietre nelle regioni elevate del Parco.
219. — **fulvipennis** Er. v. **confusus** Baudi — Pescasseroli !
220. — **pedator** Gravh. — Sotto le pietre: M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
221. **Ontholestes** Ganglb. **murinus** L. — Comune negli sterchi bovini nei dint. di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
222. **Creophilus** Mannh. **maxillosus** L. — Opi (Raffr.).
223. **Quedius** Steph. **lateralis** Gravh. — Val Fondillo ! — 2 esempl.
224. — **ochripennis** Mén. — Val Fondillo !, Pescasseroli !
225. — **othiniensis** Johans (**talparum** Dev.). — M. Marsicano (Raffr.).
226. — **fulgidus** F. v. **Balianii** Grid. — Val Fondillo ! — 2 esempl.
227. — **cruentus** Oliv. v. **virens** Rottbg. — M. Palombo !
228. — **mesomelinus** Marsh. — Colli Nascosi ! — 1 esempl.
229. — **latialis** Grid. — Raro nei detriti vegetali guasti: Macchia Arvana !, Colli Nascosi !, Cesa Crivello !
230. — **laevigatus** Gyllh. — Comune sotto le cortecce dei faggi morti e nei detriti vegetali guasti: Terradegna !, Macchia Arvana !, Colli Nascosi !, M. le Forche !
231. — **cinctus** Payk. — M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !, Terradegna !
232. — **tristis** Gravh. — Frequentissimo sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli !
233. — **dubius** Heer — M. Marsicano (Raffr.) — 1 esempl.
234. — **obscuripennis** Bernh. — M. Marsicano (Raffr.), Macchia Arvana !, Pescasseroli !
235. — **humeralis** Steph. — Pescasseroli ! — 1 esempl.
236. — **nemoralis** Baudi — Val Fondillo !
237. — **paradisianus** Heer — M. Marsicano (Raffr.).
238. — **collaris** Er. v. **italicus** Grid. — M. Marsicano (Raffr.), M. Tranquillo !
239. — **boops** Gravh. — M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !
240. **Habrocerus** Er. **capillaricornis** Gravh. — Comune tra le foglie marcite al piede dei faggi nella Val Fondillo !

241. **Mycetoporus** Mannh. **longulus** Mannh. — M. le Forche ! — 1 esempl.
242. — **angularis** Rey. — M. Marsicano (Raffr.).
243. — **rufescens** Steph. — Idem
244. **Bolitobius** Mannh. **lunulatus** L. (**atricapillus** F.). — Comune sul
M. Marsicano (Raffr.).
245. — **exoletus** Er. — M. Marsicano (Raffr.).
246. **Conosoma** Kr. **testaceum** F. (**pubescens** Gravh.). Pescasseroli !
247. — **pedicularium** Gravh. v. **lividum** Er. — M. Marsicano
(Raffr.).
248. **Tachyporus** Gravh. **nitidulus** F. — Pescasseroli (M. P.).
249. — **macropterus** Steph. — M. Marsicano (Raffr.).
— **a. Abner** Sauley. — Pescas-
seroli (M. P.).
250. — **atriceps** Steph. — M. Marsicano (Raffr.).
251. — **solutus** Er. — Pescasseroli (M. P.).
252. **Tachinus** Gravh. **rufipes** Deg. — M. Marsicano (Raffr.).
253. — **flavolimbatus** Pand. — Pescasseroli !
254. **Oligota** Mannh. **apicata** Er. — M. Marsicano (Raffr.).
255. **Gyrophaena** Mannh. **fasciata** Marsh. — Comune nei funghi marci dei
faggi: Val Fondillo !, M. Marsicano (Raffr.).
256. — **manca** Er. — M. Marsicano (Raffr.).
257. **Leptusa** Kr. **fumida** Er. (**haemorrhoidalis** Ganglb.). — Frequente
sul M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo ! tra le
foglie morte ed il terriccio al piede dei vecchi faggi.
258. — **ruficollis** Er. — Con la specie precedente e nei dint. di
Pescasseroli. — Parimenti numerosa insieme al-
l'a. **Ludyi** Epp.
259. **Bolitochara** Mannh. **lucida** Gravh. — Frequente nei funghi marci dei
faggi: Val Fondillo !, M. Marsicano (Raffr.).
260. **Autalia** Mannh. **impressa** Oliv. — Comunissima anche questa nei funghi
marci dei faggi nelle stesse località della specie
precedente.
261. — **rivularis** Gravh. — Pescasseroli !
262. **Gnypeta** Thoms. **carbonaria** Mannh. — idem
263. **Sipalia** Muls.-Rey **arazzeccana** Bernh. — Frequente sul M. Marsicano
(Raffr.).

264. **Atheta** Thoms. **italica** Bernh. — Nei muschi e nel terriccio presso i
nevai sulla vetta del M. Marsicano (Raffr.).
265. — **Spurnyi** Bernh. — M. Marsicano (Raffr.) — 6 esempl.
266. — **crassicornis** F. — M. Marsicano (Raffr.).
267. — **oblonga** Er. — M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !
268. — **putrida** Kr. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
269. — **sordida** Marsh. — Val Fondillo, nelle foglie morte dei
faggi. — 2 esempl.
270. — **fungi** Gravh. — Comunissima nelle foglie marcite nei
boschi di Val Fondillo !
271. **Zyras** Steph. **similis** Märk. — M. Marsicano (Raffr.). — 2 esempl.
272. **Ocalea** Er. **picata** Steph. — M. Marsicano (Raffr.).
273. — **rivularis** Mill. — idem
274. **Meotica** Muls.-Rey **pallens** Redtb. (**indocilis** Heer) — idem — 1 esempl.
275. **Oxypoda** Mannh. **opaca** Gravh. — Frequente in Val Fondillo ! nelle
foglie morte dei faggi.
276. — **tirolensis** Grell. — A questa specie, finora nota sol-
tanto delle Alpi trentine (*Stelvio*, *M. Pasubio*), fu-
rono attribuiti dal Sig. Sainte-Claire Deville alcuni
esempl. rinvenuti da Raffray sul M. Marsicano.
277. — **umbrata** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
278. — **alternans** Gravh. — Comune tra le foglie morte e nei
funghi marci al piede dei faggi sul M. Marsicano
(Raffr.) ed in Val Fondillo.
279. — **formosa** Kr. — M. Marsicano (Raffr.) — 1 esempl.
280. — **luctifera** Fauv. **v. rufonitens** Fauv. — Rara tra le
foglie morte ed il terriccio al piede dei faggi sul
M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo !
281. — **amoena** Fairm. — Pescasseroli !
282. — **annularis** Mannh. — Frequente nei detriti vegetali e
nel terriccio al piede dei faggi : M. Marsicano (Raffr.),
Val Fondillo !
283. **Aleochara** Gravh. **curtula** Goeze — Cesa Crivello ! — 1 esempl.
284. — **tristis** Gravh. — Comune negli sterchi equini e
bovini nei dint. di Pescasseroli !
285. — **sparsa** Heer — M. Marsicano (Raffr.).

286. **Aleochara** Gravh. **lanuginosa** Gravh. — Frequente nei dint. di Pescasseroli !
287. — **rufitarsis** Heer — M. Marsicano (Raffr.) — 2 esempl.
288. — **bipustulata** L. — Comunissima insieme con la *tristis*.

Fam. **PSELAPHIDAE**

289. **Plectophloeus** Reitt. **Erichsoni** Aubé — M. Marsicano (Raffr.) — Raro.
290. — **nubigena** Reitt. — M. Marsicano (Raffr.).
291. — **Fischeri** Aubé — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
292. **Euplectus** Leach **brunneus** Grimm. — Ne trovai un ♂ sotto la corteccia di un faggio putrescente presso la Fonte della Difesa ! Tale esempl. differisce dai normali per le tibie intermedie aventi una curvatura apicale molto più pronunciata. (*vidit Doderò*).
293. — **nanus** Reichb. v. **Luigionii** Dod. — Pescasseroli !
294. — **afer** Reitt. — Un ♂ dei dint. di Pescasseroli ! È una specie che nel mio catalogo è notata soltanto per la *Sicilia*.
295. — **Rosae** Raffr. — M. Marsicano (Raffr.). — Esemplari un pò più grandi di quelli delle regioni più basse dell' Italiacentrale e con l'impressione del 6° sternite nel ♂ un pò meno trasversale (*refert Raffray*).
296. **Bibloporus** Thoms. **bicolor** Denny — Frequente sotto le cortecce dei faggi putrescenti sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli !
297. **Amaurops** Fairm. **Luigionii** Raffr. — Rara sotto le pietre profondamente infossate nelle faggete di Valle di Corte (Raffr.).
298. — **exarata** Baudi v. **brevicarina** Raffr. — Frequente nella stessa località della specie predetta e sul M. Marsicano (Raffr.).
299. **Batrisodes** Reitt. **venustus** Reichb. — Non raro sotto le cortecce dei faggi in decomposizione sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli !

300. **Bythinus** Leach **Petril** Raffr. — Nuova specie rinvenuta da Raffray in fine di Giugno sulla sommità del M. Marsicano, sotto le pietre, in prossimità della neve ⁽¹⁾.
301. — **Picteti** Tourn. — Comune nel terriccio e tra le foglie morte al piede dei faggi sul M. Marsicano (Raffr.), in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli !
302. — **Fiorianus** Reitt. — Raro sul M. Marsicano (Raffr.).
— **v. simplicipes** Raffr. — Insieme col tipo, però più raro (Raffr.).
303. **Apobythus** Raffr. **gladiator** Reitt. **v. miles** Raffr. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. SCYDMAENIDAE

304. **Cephennium** Müll. **apicale** Reitt. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
— **v. modestum** Holdh. — M. Marsicano (Raffr.).
305. — **simile** Reitt. — Comune tra le foglie morte al piede dei faggi in Val di Corte, sul M. Marsicano (Raffr.), ed ai Colli Nascosi !
306. **Neuraphes** Thoms. **planiceps** Reitt. — Frequente : M. Marsicano (Raffr.), Fonte della Difesa !
307. **Stenichnus** Thoms. **collaris** Müll. — M. Marsicano (Raffr.), M. Tranquillo !
308. **Euconnus** Thoms. **oblongus** Sturm. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. SILPHIDAE

309. **Bathysciola** Jeann. **sarteanensis** Barg. **v. Paganettii** Jeann. — Sotto le pietre nei siti umidi e boscosi: Valle di Corte (Raffr.) — 6 esempl.
310. **Choleva** Latr. **cisteloides** Fröl. — Pescasseroli !

⁽¹⁾ RAFFRAY A. — Notes sur les *Psylaphides* d'Italie centrale. (Ann. Soc. Ent. France, Vol. LXXXIII, p. 381; 1914).

311. **Nargus** Thoms. **badius** Sturm. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.), ed in Val Fondillo !, tra le foglie marcite ed il terriccio al piede dei faggi.
312. **Catops** Payk. **picipes** F. — Fonte della Difesa ! — 1 esempl.
313. **Necrophorus** F. **humator** Oliv. — Pescasseroli !, in un rospo morto. — 2 esempl.
314. — **interruptus** Steph. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
315. — **vestigator** Hersch. — Pescasseroli (M. P.).
316. **Thanatophilus** Sam. **sinuatus** F. — idem.
317. **Aclypea** Reitt. **undata** Müll. — Frequente: M. Tranquillo !, Macchia Arvana !, Colli Nascosi !, Pescasseroli !
318. **Blitophaga** Reitt. **opaca** L. v. **samnitica** Fiori — M. Marsicano (Raffr.) — 3 esempl.
319. **Silpha** L. **Olivieri** Bed. — Frequente: Terradegna !, Cesa Crivello !, Pescasseroli (M. P.). — Gli esempl. esaminati sono tutti un pò più piccoli dei normali.
320. **Ablattaria** Reitt. **laevigata** F. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. LIODIDAE

321. **Liodes** Latr. **dubia** Kug. — M. Marsicano (Raffr.).
322. **Anisotoma** Ill. **castanea** Herbst — idem
323. — **glabra** Kug. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli ! sotto le cortecce dei faggi morti.
324. — **orbicularis** Herbst — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
325. **Agathidium** Ill. **laevigatulum** Reitt. — Comune sul M. Marsicano (Raffr.).
326. — **badium** Er. — Insieme col precedente e del pari comune (Raffr.).
327. — **mandibulare** Sturm. — M. Marsicano (Raffr.) e sotto la corteccia marcescente di un faggio in Val Fondillo ! — 6 esempl.
328. — **nigrinum** Sturm — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
329. — **Hummleri** Reitt. — idem

Fam. **PTILIIDAE**

330. **Ptenidium** Er. **laevipenne** Ab. — Sono da riferirsi con dubbio a questa specie alcuni esempl. rinvenuti nei dint. di Pescasseroli !
331. **Ptinella** Motsch. **tenella** Er. — M. Marsicano (Raffr.).
332. **Pteryx** Matth. **suturalis** Heer — Comune sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli ! nel terriccio al piede dei faggi morti.
333. **Acrotrichis** Motsch. **intermedia** Gillm. — Con la specie precedente e del pari comune (Raffr.)

Fam. **SCAPHIDIIDAE**

334. **Scaphosoma** Leach. **agaricinum** L. — Sotto le cortecce marcite dei faggi. Comune nei dint. di Pescasseroli !

Fam. **HISTERIDAE**

335. **Plegaderus** Er. **dissectus** Er. — Sotto le cortecce dei faggi morti alla Fonte della Difesa ! — 6 esempl.
336. **Saprinus** Er. **semistriatus** Scriba — Pescasseroli (M. P.).
337. **Micromalus** Lew. **flavicornis** Herbst — idem
338. **Platysoma** Leach **frontale** Payk. — Sotto le cortecce e nell'alburno dei faggi marcescenti: M. Palumbo !, M. Tranquillo !, M. Marsicano (Raffr.). — Frequente.
339. — **compressum** Herbst — Con la specie precedente e del pari comune.
340. **Hister** L. **major** L. — Pescasseroli (M. P.).
341. — **inaequalis** Oliv. — idem
342. — **quadrimaculatus** L. — Frequente negli sterchi equini nei dint. di Pescasseroli !
343. — **terricola** Germ. — Macchia Arvana !

344. **Hister** L. **quadrinotatus** Scriba — Nel letame di pecora sul M. la Rocca ! ed a Macchia Arvana ! — 3 esempl.
 345. — **uncinatus** Ill. — Pescasseroli (M. P.).
 346. — **moerens** Er. — M. la Rocca. — 1 esempl.
 347. — **stercorarius** Hoffm. — Pescasseroli !, Fonte della Difesa ! —
 Un esempl. forma passaggio alla v. **Götzelmanni**.
 348. — **purpurascens** Herbst **a. niger** Schmd. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
 349. — **ventralis** Mars. — M. la Rocca !, Pescasseroli (M. P.).
 350. — **bimaculatus** L. — Pescasseroli (M. P.).
 351. — **12-striatus** Schrnk. — Macchia Arvana !, Pescasseroli (M. P.).
 352. — **corvinus** Germ. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. LUCANIDAE

353. **Lucanus** L. **tetraodon** Thunb. — Ne ebbi dal mio raccoglitore soltanto una ♀ rinvenuta nei dint. di Pescasseroli !; un'altra ♀, pure trovata nei dint. del paese, la vidi nella collezione del Parco.
 354. **Dorcus** Mac. Leay **parallelepipedus** L. — Val Fondillo ! — 1 esempl.
 355. **Platycerus** Latr. **caraboides** L. — Fonte della Difesa !
 356. **Sinodendron** Hellw. **cylindricum** L. — Comune nei boschi nel legno marcio dei faggi, specialmente sul M. Palumbo ! ed a Schiena Cavallo !

Fam. SCARABAEIDAE

357. **Aphodius** Ill. **scrutator** Herbst — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
 358. — **fossor** L. — idem
 359. — **haemorrhoidalis** L. — Fonte della Difesa !
 360. — **rufipes** L. — M. Marsicano (Raffr.).
 361. — **Zenkeri** Germ. — idem
 362. — **quadrinotatus** L. — Pescasseroli ! — 1 esempl.

363. **Aphodius** Ill. **obscurus** F. — Comune negli sterchi bovini ed equini sul M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo !
 — — — **a. purpureus** A Schmid. — Insieme col tipo sul M. Marsicano (Raffr.). — 2 esempl.
364. — **fimetarius** L. — Comune nei dint. di Pescasseroli !, negli sterchi equini.
365. — **rufus** Moll. — Pescasseroli !
366. — **granarius** L. — Terradegna !, Pescasseroli !
367. **Heptaulacus** Muls. **alpinus** Drap. v. **brutius** Luig. — Comune sul M. Marsicano (Raffr.). — Vola numeroso in prossimità degli stazzi di pecore ma in Val Fondillo ne trovai a migliaia in uno sterco bovino.
368. **Chaetonyx** Schaum **robustus** Schaum — M. Marsicano (Raffr.) — 2 esempl.
369. **Geotrupes** Latr. **mutator** Marsh. **a. violaceus** Westh. — Frequente negli sterchi equini nei dint. di Pescasseroli ! e presso la Fonte della Difesa !
370. — **spiniger** Marsh. — Col precedente, però meno comune. — Tutti gli esemplari esaminati sono di dimensioni minori di quelli che si trovano nel Lazio.
371. — **stercorosus** Scriba — M. Marsicano (Raffr.).
372. — **vernalis** L. **a. obscurus** Muls. — Frequente negli sterchi equini e bovini sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
373. **Scarabaeus** L. **laticollis** L. — Pescasseroli !
374. **Copris** Geoffr. **lunaris** L. — Pescasseroli (M. P.).
375. **Oniticellus** Serv. **fulvus** Goeze — Pescasseroli !, negli sterchi equini.
376. **Onthophagus** Latr. **grosse punctatus** Reitt. — Frequente nello sterco bovino in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
377. — **verticicornis** Laich. — Terradegna ! — 1 esempl.
378. — **fracticornis** Preysl. — Col precedente e nei dint. di Pescasseroli (M. P.). — Comune.
379. — **lemur** F. — M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !
380. — **vacca** L. — Comune negli sterchi bovini ed equini nei dint. di Opi (Raffr.) e di Pescasseroli !

381. **Homalopia** Steph. **uricola** F. — Ne presi numerosi esemplari che volavano, in pieno meriggio, sulle erbe di un praticello in Val Fondillo. — Insieme, ma più rari, ne trovai pure alcuni dell'**a. atrata** Geoffr.
382. **Amphimallus** Latr. **solstitialis** L. — Dovrebbe essere una specie molto comune anche nel Parco come lo è sui vicini monti del Lazio, però non ne vidi che un solo esempl. dei dint. di Pescasseroli (M. P.).
383. — **assimilis** Herbst **a. obscurus** Brenske — Pescasseroli !
384. **Melolontha** F. **pectoralis** Germ. — Una ♀, molto depilata, a Cesa Crivello ! in fine di luglio.
385. **Anomala** Sam. **junii** Duft. — Pescasseroli (M. P.).
386. **Hoplia** Ill. **farinosa** L. — idem
387. **Valgus** Scriba **hemipterus** L. — Frequente: Colli nascosi !, Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
388. **Gnorimus** Serv. **nobilis** L. — Cesa Crivello ! sui fiori di *Sambucus ebulus*.
389. **Trichius** F. **fasciatus** L. — Frequente d'estate sui fiori delle *Carduacee* e di *Sambucus*. Insieme con esempl. tipici anche le **a. dubius** Muls. e **Fabricii** Rossi: M. Palombo !, Cesa Crivello !, M. Roccagenovese !, Pescasseroli (M. P.).
390. — **zonatus** Germ. — Pescasseroli (M. P.).
391. **Tropinota** Muls. **squalida** Scop. — Dint. di Pescasseroli !
392. — **hirta** Poda **a. senicula** Mén. — Pescasseroli (M. P.).
393. **Cetonia** F. **aurata** L. v. **pisana** Heer — Comunissima sui fiori di *Sambucus ebulus* nei dint. di Pescasseroli ! Frequenti pure le **a. hispanica** Er., **corsicana** Hell., **semicyanea** Reitt., **lucidula** Heer e **bilucida** Reitt.; molto rare però le **a. castanea** Costa e **violacea** Fieb.

407. **Phloeostichus** Redtb. **denticollis** Redtb. — Fonte della Difesa, sotto la corteccia di un faggio putrescente. — 1 esempl.
408. **Laemophloeus** Steph. **testaceus** F. — Pescasseroli !

Fam. RHIZOPHAGIDAE

409. **Rhizophagus** Herbst **bipustulatus** F. — M. Marsicano (Raffr.).
 410. — **dispar** Payk. — Sotto le cortecce dei faggi morti :
 Val Fondillo !, M. Marsicano (Raffr.).
 411. — **nitidulus** F. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. **CRYPTOPHAGIDAE**

412. **Cryptophagus** Herbst **scanicus** L. — M. Marsicano (Raffr.). — 2 esempl.
— — **a. patruelis** Sturm — M. Marsicano (Raffr.).
413. — — **hirtulus** Kr. — Pescasseroli !
414. — — **dentatus** Herbst — idem
415. **Atomaria** Steph **atricapilla** Steph. — M. Tranquillo !
416. — — **ruficornis** Marsh. — idem

Fam. EROTYLIDAE

417. **Triplax** Payk. **aenea** Schall. — Frequente sotto le cortecce dei faggi morti e nei funghi legnosi a questi aderenti: Macchia Arvana !, Cesa Crivello !, M. Marsicano (Raffr.).
418. — **russica** L. — Insieme con la precedente ed anche comune.
419. **Dacne** Latr. **rufifrons** F. — Ne rinvenni una ventina di esemplari sotto la corteccia di un faggio putrescente ai Colli Nascosi !

Fam. PHALACRIDAE

420. **Phalacrus** Payk. **coruscus** Panz. — M. Marsicano (Raffr.).
421. **Olibrus** Er. **affinis** Sturm **a. discoideus** Küst. — Nei fiori delle com-
posite in Val Fondillo !

Fam. NITIDULIDAE

422. **Brachypterus** Kug. **glaber** Steph. — Pescasseroli (M. P.).
423. — **urticae** F. — Comune alla Fonte della Difesa nei
fiori del *Vincetoxicum officinale*. — Raffray lo
trovò pure sul M. Marsicano. *
424. **Meligethes** Steph. **coracinus** Sturm — Pescasseroli !
425. — **viduatus** Sturm — M. Marsicano (Raffr.).
426. — **punctatus** Bris. — idem
427. **Epuraea** Er. **variegata** Herbst — Frequente nei fiori di *Crataegus*
nei dint. di Pescasseroli !
428. — **depressa** Gyllh. — Pescasseroli (M. P.).
429. — **obsoleta** F. — M. Marsicano (Raffr.).
430. **Ipidia** Er. **quadrinotata** Quens. — M. Palombo ! — 1 esempl.
431. **Cychramus** Kug. **luteus** F. — Qualche esempl. nei fiori di *Sarothamnus*
presso la Fonte della Difesa.

Fam. MONOTOMIDAE

432. **Monotoma** Herbst **picipes** Herbst — M. la Rocca !, Pescasseroli (M. P.).

Fam. BYTURIDAE

433. **Byturus** Latr. **aestivus** L. (**fumatus** F.). — Pescasseroli (M. P.).

Fam. TEMNOCHILIDAE

434. **Tenebroides** Pill. **mauritanicus** L. — Pescasseroli, sui muri delle
case. — 2 esempl.
435. **Zimioma** Goz. **grossum** L. — M. Marsicano (Raffr.).
436. **Thymalus** Latr. **limbatus** F. — Comune sotto le cortecce dei faggi
morti: Cesa Crivello !, M. Tranquillo !, M. Palombo !

Fam. COLYDIIDAE

437. **Orthocerus** Latr. **clavicornis** L. — Pescasseroli ! — 1 esempl.
438. **Endophloeus** Er. **Markwickianus** Pill. — Sotto le cortecce dei faggi morti sul M. Palombo ! — 3 esempl.
439. **Coxelus** Latr. **pictus** Sturm — Frequente tra le foglie morte al piede dei vecchi faggi: Pescasseroli !, M. Marsicano (Raffr.).
440. **Cicones** Curt. **variegatus** Hellw. — Con la specie precedente e del pari comune.
441. **Ditoma** Er. **crenata** F. — Comune sotto le cortecce dei faggi putrescenti sul M. Palombo ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
442. **Colydium** F. **elongatum** F. — Macchia Arvana !, Fonte della Ditesa ! — 2 esempl.
443. **Teredus** Shuck. **cylindricus** Oliv — M. Marsicano (Raffr.).
444. **Anommatus** Wesm. **Diecki** Reitt. — idem — 1 esempl.
445. **Cerylon** Latr. **fagi** Bris. — Frequente sotto le cortecce dei faggi morti sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli !, M. Palombo !
446. — **histeroides** F. — Con la specie precedente e del pari comune.
447. — **ferrugineum** Steph. — Comunissimo sul M. Marsicano (Raffr.) insieme con la specie precedente.

Fam. MYCETOPHAGIDAE

448. **Triphyllus** Latr. **bicolor** F. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
449. **Mycetophagus** Helw. **quadripustulatus** L. — Non raro sotto le cortecce dei faggi morti e nei funghi legnosi a quelli aderenti: Macchia Arvana !, Colli Nascosi !, M. Palombo !, M. Marsicano (Raffr.).
450. — **atomarius** F. — Con la precedente e del pari comune.
451. **Typhaca** Curt. **stercorea** L. — Pescasseroli !

Fam. **CISIDAE**

452. **Cis** Latr. **comptus** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.).
453. — **nitidus** Herbst — Comunissimo nei funghi legnosi aderenti
ai tronchi dei faggi morti: M. Palombo !, M. Tranquillo !,
M. Marsicano (Raffr.).
454. — **Jacquemarti** Mellié — Pescasseroli !
455. — **boleti** Scop. — M. Marsicano (Raffr.).
456. — **micans** F. — idem
457. — **dentatus** Mellié — idem
458. — **bidentatus** Oliv. — Val Fondillo !
459. — **oblongus** Mellié — Pescasseroli !
460. **Ennearthron** Mellié **affine** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. **SPHINDIDAE**

461. **Asphidiphorus** Latr. **orbiculatus** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !

Fam. **ENDOMYCHIDAE**

462. **Sphaerosoma** Leach **Solarii** Reitt. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
463. — **vallombrosae** Reitt. — Frequente tra le foglie morte ed i muschi al piede dei faggi nei dint. di Pescasseroli ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
464. — **aspromontanum** Reitt. — L'ho notata nel mio catalogo dei « *Coleotteri d'Italia* » soltanto per la Calabria e la Basilicata, vedo però che ne ho trovati pure alcuni esemplari nei dint. di Pescasseroli !
465. **Endomychus** Panz. **coccineus** L. — M. Palombo ! — 1 esempl.

474. **Adalia** Muls. **bipunctata** L. — Comune sulle ortiche invase dagli afidi, nei dint. di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
- — **a. sexpustulata** L. — Insieme col tipo e del pari comune.
- — **a. quadrimaculata** Scop. — Pescasseroli (M. P.).
475. **Coccinella** L. **septempunctata** L. — Comunissima ovunque.
476. **Coccinula** Dobzh. **14-pustulata** L. — Pescasseroli !
477. **Synharmonia** Ganglb. **lyncea** Oliv. **a. agnata** Rosh. — Pescasseroli (M. P.).
478. **Thea** Muls. **22-punctata** L. — idem
479. **Vibidia** Muls. **12-guttata** Poda — Frequente sui *Corylus* alla Fonte della Difesa ! ed in Val Fondillo !
480. **Halyzia** Muls. **16-guttata** L. — Pescasseroli (M. P.).
481. **Calvia** Muls. **14-guttata** L. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
482. **Propylaea** Muls. **14-punctata** L. **a. Beffae** Mader. — Pescasseroli !
483. **Chilocorus** Leach. **bipustulatus** L. — Comune sulle piante nel giardino di Pescasseroli !
484. **Exochomus** Redtb. **quadripustulatus** L. — Pescasseroli !

Fam. LATHRIDIIDAE

485. **Dasycerus** Brongn. **sulcatus** Brongn. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
486. **Lathridius** Herbst **nodifer** Westw. — M. Marsicano (Raffr.).
487. **Enicmus** Thoms. **consimilis** Mannh. — Frequente: M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !
488. — **brevicollis** Thoms. }
489. — **testaceus** Steph. } Tra le foglie secche ed il terriccio
490. **Cartodere** Thoms. **elongata** Curt. } al piede dei faggi in Val Fondillo !
491. **Corticaria** Marsh. **serrata** Payk. }
492. **Melanophthalma** Motsch. **transversalis** Gyllb. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. **DERMESTIDAE**

493. **Dermestes** L. **laniarius** Ill. — Pescasseroli !, sui muri delle case. —
3 esempl.
494. — **mustelinus** Er. — Pescasseroli (M. P.).
495. — **lardarius** L. — Frequente, sui muri delle case in Pescasseroli !
496. **Attagenus** Latr. **pellio** L. — Comune sui fiori di *Crataegus* nei dint. Pescasseroli (M. P.) ed in Val Fondillo !
497. **Anthrenus** F. **pimpinellae** F. — } Pescasseroli (M. P.). — Comunis-
498. — **verbasci** L. — } simi nei fiori delle ombrellifere.
499. **Trinodes** Latr. **hirtus** F. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. **BYRRHIDAE**

500. **Simplocaria** Steph. **semistriata** F. — Val Fondillo ! — 1 esempl. sotto una pietra.
501. **Byrrhus** L. **fasciatus** Först. — M. Palombo ! — 1 esempl.
- — **a. inornatus** Reitt. — Frequente sotto le pietre in Val Fondillo !
502. — **pustulatus** Först. — Comune sotto le pietre nei siti aridi: M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !, Fonte della Difesa !
503. — **pilula** L. — M. Marsicano (Raffr.).
- — **a. Dennyi** Curt. — Alcuni esempl. in Val Fondillo !
504. **Curimus** Er. **lariensis** Villa — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).

Fam. **ELATERIDAE**

505. **Adelocera** Latr. **punctata** Herbst — Pescasseroli (M. P.).
506. **Lacon** Cast. **murinus** L. — Comune nei prati e nei boschi dove si rinvieni a volo o posato sulle piante.
507. **Drasterius** Eschh. **bimaculatus** Rossi **a. binotatus** Rossi — Pescasseroli !
508. **Elater** L. **Pomoniae** Steph. — M. Marsicano (Raffr.).
509. — **pomorum** Herbst — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !

310. **Idolus** Desbr. **picipennis** Bach — Non raro battendo i cespugli, specialmente di biancospino, nei dint. di Pescasseroli ! — Raffray lo trovò pure sul M. Marsicano insieme all'**a. scapulatus** Cand.
311. **Hypnoidus** Steph. **dermestoides** Herbst **a. bipustulatus** Schils. — Opi (Raffr.).
312. **Cardiophorus** Eschl. **rufipes** Goeze — Pescasseroli (M. P.).
313. — **cinereus** Herbst — Comune sui cespugli nei dint. di Pescasseroli !
314. **Melanotus** Eschl. **rufipes** Herbst **v. punctaticollis** Bris. (**neopunctaticollis** Buyss.) — Val Fondillo — 1 esempl.
315. — **castanipes** Payk. — Frequente nel legno marcito dei faggi: M. Palombo !, M. Tranquillo !, M. Marsicano (Raffr.).
316. — **niger** F. (**punctilineatus** Pel.) — M. Marsicano (Raffr.).
317. — **tenebrosus** Er. — Comune sui cespugli e sugli steli delle graminacee in Val Fondillo !, sul M. Palombo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
318. **Limonius** Eschl. **pilosus** Leske — Abbonda sui biancospini fioriti e sulle piante nei pascoli elevati del Parco.
— **a. cyanescens** Buyss. — Val Fondillo ! — 1 esempl.
319. — **minutus** L. — Pescasseroli !
320. **Pheletes** Kiesw. **quercus** Oliv. — Pescasseroli (M. P.), io però ne rinvenni pure un esempl. dell'**a. Candezei** Buyss. in Val Fondillo !
321. **Athous** Eschl. **hirtus** Herbst (**porrectus** Thoms.) — Comune sui cespugli e sulle piante nei prati: due esempl. di M. Palombo ! hanno il torace fortemente punteggiato e le elitre molto pubescenti.
322. — **vittatus** F. — Frequente sui cespugli di biancospino e di nocciolo insieme alle **a. Stephensi** Buyss., **impallens** Buyss. ed **angularis** Steph.
323. — **obscurus** Payk. — Frequente sulle foglie di ortica nei siti umidi ed ombrosi nei dint. di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
324. — **subfuscus** Müll. — M. Marsicano (Raffr.).

525. **Corymbites** Latr. **cupreus** F. v. **aeruginosus** F. — Raffray lo trovò molto abbondante sul M. Marsicano. Io ne ebbi dal mio raccoglitore un solo esempl. rinvenuto sul M. le Forche.
526. — **purpureus** Poda — Comune sui fiori delle ombrellifere nei siti ombrosi: Pescasseroli (M. P.), M. Palombo !, Cesa Crivello !, Balzo del Caprio !
527. **Selatosomus** Steph. **amplicollis** Germ. v. **Buyssoni** Szomb. — Raro sotto le pietre nei siti elevati: M. Marsicano (Raffr.), M. la Rocca !, Cesa Crivello !
528. — **latus** F. — Insieme con la specie precedente, però meno raro.
- **a. saginatus** Mén. — M. Marsicano (Raffr.).
529. **Agriotes** Eschh. **turcicus** Cand. — Pescasseroli (M. P.).
- **a. elegans** Schw. — idem
530. — **sputator** L. — Pescasseroli !, Opi (Raffr.).
531. — **lineatus** L. — Pescasseroli !
532. **Dolopius** Eschh. **marginatus** L. — M. Marsicano (Raffr.).
533. **Adrastus** Eschh. **lacertosus** Er. **a. Guillebeaui** Buyss. — Sui *salici* in riva al Sangro presso Opi (Raffr.) ed in Val Fondillo !
534. **Denticollis** Pill. **rubens** Pill. — Sui tronchi marci dei faggi: M. Marsicano (Raffr.), M. Palombo !

Fam. MELASIDAE

535. **Farsus** Duv. **dubius** Pill. — Nel legno marcio dei faggi sul M. le Forche e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).

Fam. THROSCIDAE

536. **Throscus** Latr. **asiaticus** Bonv. — M. Marsicano (Raffr.).

Fam. BUPRESTIDAE

537. **Acmaeodera** Eschh. **taeniata** F. — Pescasseroli (M. P.).
538. **Capnodis** Eschh. **tenebrionis** L. — idem.
539. — **tenebricosa** L. — idem.

540. **Dicerca** Eschh. **aenea** L. — idem.
 541. **Anthaxia** Eschh. **millefolii** F. — idem.
 542. — **manca** F. — idem.
 543. — **nitidula** L. — idem.
 544. **Agrilus** Curt. **sulcicollis** Lac. (**elongatus** Herbst). — Pescasseroli !
 545. — **viridis** L. **a. nocivus** Ratzb. — Val Fondillo ! — 1 esempl.
 546. **Trachys** F. **minuta** L. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. **DASCILLIDAE**

547. **Dascillus** Latr. **sicanus** Fairm. — Un ♂ in Val Fondillo !

Fam. **LYCIDAE**

548. **Platycis** Thoms. **minuta** F. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !

Fam. **LAMPYRIDAE**

549. **Phausis** Lec. **splendidula** L. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
 550. **Lampyrus** Geoffr. **noctiluca** L. v. **Bellieri** Reiche — Frequente ad Opi (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli !
 551. **Luciola** Cast. **lusitanica** Charp. — Comunissima a Pescasseroli !

Fam. **CANTHARIDAE**

552. **Cantharis** L. **fusca** L. — Frequente nei dint. di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.). — Di quest'ultima località anche un esempl. dell'**a. immaculicollis** Cast.
 553. — **Paganettii** Flach — M. la Rocca ! — 1 esempl.
 554. — **rustica** Fall. — Macchia Arvana !
 555. — **tristis** F. — Frequente sui biancospini fioriti sui monti dei dint. di Pescasseroli !
 — — **a. apennina** Fiori — Insieme col tipo e del pari frequente.
 556. — **obscura** L. — Pescasseroli (M. P.).
 557. — **pulicaria** F. — idem

558. **Cantharis** L. **livida** L. **a. inscapularis** Pic — Frequente sul M. la Rocca ! ed a Macchia Arvana !
- — **a. bicolorata** Rag. (Varendorffi) Reitt.). — Comune sui fiori delle *ombrellifere* nei dint. di Pescasseroli ! ed in Val Fondillo !
- — **a. rufipes** Herbst — Insieme con la precedente e nei dint. di Opi (Raffr.).
559. — **rufa** L. — Opi (Raffr.).
560. — **pallida** Goeze — idem
561. — **fulvicollis** F. — Frequente sui cespugli di *biancospino* in fiore nei dint. di Pescasseroli ! ed in Val Fondillo !
- — **a. maculata** Schils. — Pescasseroli (M. P.).
562. **Metacantharis** Bourg. **haemorrhoidalis** F. — Frequente sui fiori del *biancospino* a Pescasseroli (M. P.) ed ai Colli Nascosi !
- — **a. picticollis** Rag. — Insieme col tipo, però più scarsa.
563. **Rhagonycha** Eschh. **lutea** Müll. (**fuscicornis** Oliv.). — M. Marsicano (Raffr.), Fonte della Difesa ! — Rara sui *Corylus*.
564. — **nigrosuta** Fiori — Frequente sulle foglie dei *carpini* e dei *faggi* in Val Fondillo ! ed alla Fonte della Difesa !
565. — **femoralis** Brull. — Comune sui cespugli nei dint. di Pescasseroli (M. P.), in Val Fondillo ! ed a Macchia Arvana !
566. **Pygidia** Muls. — Rey **sicula** Mars. — Non rara battendo i cespugli in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli !
567. **Malthinus** Latr. **deceptor** Baudi — Pescasseroli !
568. — **glabellus** Kiesw. — idem
569. **Malthodes** Kiesw. **simplex** Kiesw. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !
570. — **manubriatus** Kiesw. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. **MALACHIIDAE**

371. **Troglops** Er. **silv** Er. — Pescasseroli (M. P.).
372. **Attalus** Er. **analis** Panz. — Val Fondillo ! — 1 esempl.
373. — **lateralis** Er. — Pescasseroli (M. P.).
374. **Malachius** F. **aeneus** L. — Si trova spesso posato su varie piante, specialmente *graminacee*, nei dint. di Pescasseroli ! e dei Colli Nascosi.
375. — **lusitanicus** Er. — Comune pure nei dint. di Pescasseroli ! ed in Val Fondillo ! insieme all'**a. australis** Muls.
376. — **elegans** Oliv. — Pescasseroli (M. P.).
377. — **ambiguus** Payk. — Riferisco con dubbio a questa specie alcuni esempl. rinvenuti in Val Fondillo ! ed a Schienna Cavallo !
378. **Cyrtosus** Motsch. **ovalis** Cast. — Frequente presso Opi (Raffr.).

Fam. **DASYTIDAE**

379. **Henicopus** Steph. **falculifer** Fairm. — Comunissimo ovunque sulle spighe delle *graminacee*.
380. **Haplocnemus** Steph. **Raffrayi** Pic — Raro sui cespugli nei dint. di Pescasseroli ! e sul M. Marsicano (Raffr.). Gli esempl. di quest'ultima località hanno l'apice dei femori, le tibie ed i tarsi oscuri. Un altro dei Colli Nascosi, di minori dimensioni, è più fortemente punteggiato anche nella declività apicale delle elitre e presenta la peluria eretta di queste più rada.

Il gen. *Haplocnemus*, costituito di specie per la maggior parte mal definite, ha bisogno di una completa revisione basata su criteri diversi da quelli finora adottati.

381. **Divales** Cast. **communimacula** Costa **a. ater** Schils. — Raro nei fiori delle *composite* nei dint. di Pescasseroli !
382. **Dasytes** Payk. **coeruleus** Deg. — Sulle foglie dei *faggi* in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).

583. **Dasytes** Payk. **flavipes** Oliv. — Comunissimo ovunque nei fiori delle *composite*.
584. — **plumbeus** Müll. — Pescasseroli (M. P.).
585. — **subaeneus** Schönh. — Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
586. **Psilothrix** Redtb. **viridicoeruleus** Geoffr. — idem
587. — **aureolus** Kiesw. — idem
588. **Danacaea** Cast. **ambigua** Muls. v. **Luigionii** Pic — Comune sui fiori del biancospino nei dint. di Pescasseroli ! ed in Val Fondillo !

Fam. **CLERIDAE**

589. **Thanasimus** Latr. **formicarius** L. — Pescasseroli !
590. **Trichodes** Herbst **apiarius** L. a. **apicida** Klug — Pescasseroli (M. P.).
591. — **alvearius** F. a. **Dahli** Spin. — idem
592. **Corynetes** Herbst **coeruleus** Deg. — Frequente a Cesa Crivello ! e sul M. la Rocca !

Fam. **DERODONTIDAE**

593. **Derodontus** Lec. **Raffrayi** Grouv. ⁽¹⁾ — Nuova specie finora nota per l'unico esemplare rinvenuto da Raffray sul M. Marsicano. — Il tipo trovasi conservato nella collezione Grouvelle nel museo Nazionale di Storia Naturale di Parigi.

Fam. **ANOBIIDAE**

594. **Hedobia** Sturm **imperialis** Lin. — Pescasseroli (M. P.).
595. **Grynobius** Thoms. **excavatum** Kug. — Pescasseroli !
596. **Ochina** Steph. **ptinoides** Marsh. — Pescasseroli (P. M.).
597. **Episernus** Thoms. **gentilis** Rosh. — M. Marsicano (Raffr.).
598. **Oligomerus** Redtb. **ptilinoides** Woll. — Pescasseroli (M. P.).
599. **Sitodrepa** Thoms. **panicea** L. — idem

⁽¹⁾ GROUVELLE A — Description d'un *Derodontus* nouveau d'Italie — (*Boll. Soc. Entom. de France* — Paris 1916, pag. 296).

600. **Hadrobregmus** Thoms. **costatus** Arag. (**fagi** Muls.). — Comune sui
rami secchi dei *faggi*: M. Marsicano (Raffr.),
Val Fondillo !
601. **Ptilinus** Geoffr. **pectinicornis** L. — Pescasseroli (M. P.).
602. — **fuscus** Geoffr. — Val Fondillo ! — 1 esempl
603. **Xyletinus** Latr. **subrotundatus** Larey. — Pescasseroli !

Fam. **PTINIDAE**

604. **Ptinus** L. **obesus** Luc. — Pescasseroli (M. P.).

Fam. **OEDEMERIDAE**

605. **Asclera** Schmd. **coerulea** L. — Pescasseroli (M. P.).
606. — **cinerascens** Pand. — Fonte della Difesa ! — 1 esempl.
607. **Oedemera** Oliv. **podagrariae** L. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasse-
roli (M. P.).
608. — **flavescens** L. — Pescasseroli (M. P.).
609. — **nobilis** Scop. — idem
610. — **virescens** L. — M. Marsicano (Raffr.).
611. — **caudata** Seidl. — Macchia Arvana !, Pescasseroli (M. P.).

Fam. **PYTHIDAE**

612. **Rhinosimus** Latr. **viridipennis** Latr. — Sotto le cortecce dei *faggi*
morti in Val Fondillo. — 3 esempl.

Fam. **PYROCHROIDAE**

613. **Pyrochroa** F. **serraticornis** Scop. — Rara sui *faggi* morti sul
M. Palombo !, sul M. le Forche !, e nei dint. di Pescas-
seroli (M. P.).

Fam. **ANTHICIDAE**

614. **Notoxus** Geoffr. **trifasciatus** Rossi -- Opi (Raffr.).
615. **Formicomus** Laf. **pedestris** Rossi — Pescasseroli (M. P.).

616. **Anthicus** Payk. **niger** Oliv. — idem
 617. — **fasciatus** Chevr. -- Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).

Fam. **MELOIDAE**

618. **Mylabris** F. **flexuosa** Oliv. v. **aprutia** Luig. — Comune sui fiori delle *scabiose* sul M. Palombo. — Molto variabile per le macchie più o meno confluenti od in parte mancanti.
 619. **Lytta** F. **vesicatoria** L. — Pescasseroli !
 620. **Meloë** L. **violaceus** Marsh. — M. Tranquillo. — 1 esempl. ♂ molto piccolo.
 621. — **brevicollis** Panz. Raro sul M. la Rocca ! ed a Cesa Crivello !

Fam. **MORDELLIDAE**

622. **Mordellistena** Costa **brevicauda** Boh. — Frequente sui fiori delle *ombrellifere* ai Colli Nascosi ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
 623. — **micans** Gorm. — Insieme con la precedente e parimenti comune.
 624. — **humeralis** L. — Pescasseroli !
 625. **Anaspis** Geoffr. **varians** Muls. — Comune sui fiori del *biancospino* in Val Fondillo ! ed a Pescasseroli !
 626. — **flava** L. — Pescasseroli (M. P.).
 627. — **Costae** Em. — Val Fondillo !, sulle *ombrellifere*. — 2 esempl.
 628. — **humeralis** F. (**Geoffroyi** Müll.). — Insieme con la *varians* ed ugualmente comune.
 — — **a. cruciata** Costa — Pescasseroli (M. P.).
 629. — **maculata** Geoffr. — idem

Fam. MELANDRYIDAE

630. **Orchesia** Latr. **undulata** Kr. — M. Marsicano (Raffr.).
 631. **Melandrya** F. **caraboides** L. — M. Palombo !, sotto le cortecce di
 un faggio putrescente. — 1 esempl.
 632. **Osphya** Ill. **bipunctata** F. — M. Tranquillo, sui *faggi*. — Rara.
 — — **a. clavipes** Oliv. — Insieme col tipo. —
 1 esempl.

Fam. LAGRIIDAE

633. **Lagria** F. **atripes** Muls. — Pescasseroli (M. P.).
 634. — **hirta** L. — Frequente sui *salici* presso la segheria di Val
 Fondillo !

Fam. ALLECULIDAE

635. **Gonodera** Muls. **metallica** Küst. — Pescasseroli (M. P.).
 636. — **luperus** Herbst — Sui *nocciuoli* alla Fonte della Di-
 fesa ! e presso Pescasseroli (M. P.) — Rara.
 — — **a. ferruginea** F. — Insieme col tipo, ma
 più frequente.
 637. **Isomira** Muls. **murina** L. — Comune sul *biancospino* in fiore nei dint.
 di Pescasseroli (M. P.), sul M. Palombo !
 ed in Val Fondillo !
 — — **a. maura** F. — Insieme col tipo, però ab-
 bastanza rara.
 638. **Cteniopus** Sol. **sulphureus** L. — Pescasseroli (M. P.).
 639. **Omophlus** Sol. **lepturoides** F. — Comune sui cespugli e sugli alberi :
 M. la Rocca !, Cesa Crivello !, Colli Nascosi !, Pescas-
 seroli (M. P.).
 640. — **dispar** Costa — Pescasseroli (M. P.), Fonte della Difesa !
 641. — **rugosicollis** Brull. — Val Fondillo !
 642. — **rufitarsis** Leske — M. Marsicano (Raffr.), Macchia
 Arvana !, M. le Forche ! — Frequente.

Fam. **TENEBRIONIDAE**

643. **Asida** Latr. **sabulosa** Goeze — Frequente sotto le pietre nei siti aridi e scoperti: M. Marsicano (Raffr.), dint. di Pescasseroli !
644. — **Pirazzolii** Alld. — Come la specie precedente però più comune, specialmente nei siti molto elevati.
645. **Blaps** F. **gibba** Cast. v. **italica** Baudi — Pescasseroli (M. P.).
646. — **mucronata** Latr. Comune sotto le pietre e nei cavi al piede degli alberi nei siti aridi presso Pescasseroli.
647. **Pedinus** Latr. **meridianus** Muls. — M. Marsicano (Raffr.).
648. **Colpotus** Muls. **Ganglbaueri** D'Am. — Raro sotto le pietre nei siti aridi: M. Marsicano (Raffr.), M. le Forche !, Macchia Arvana ! — Sembrami che sostituisca lo *strigosus* Muls. nelle montagne dell'Abruzzo e del Lazio, però lo si distingue facilmente da quest'ultimo per la punteggiatura delle strie elitrali che è meno marcata ma più densa, per la statura normalmente un pò minore, pel terzo articolo delle antenne meno lungo e per la punteggiatura delle interstrie delle elitre più minuta.
649. **Opatrum** F. **melitense** Küst. v. **subdilatatum** Reitt. — Frequente sotto le pietre, nei siti aridi e scoperti, sui monti vicini a Pescasseroli ! — È variabilissimo, oltre per la statura (mm. 6 a 9), anche per la forma del corpo che in alcuni esempl. è più tozza ed in altri più allungata. Anche le granulazioni ed i tubercoli delle elitre presentano spesso notevoli differenze; per esempio sono talvolta opache e densamente granulose oppure lucide con le granulazioni ed i tubercoli levigati. Non sono poi rari anche individui nei quali le costole delle elitre sono alquanto rilevate.
650. **Crypticus** Latr. **quisquilius** L. — Molto raro sotto le pietre: M. Marsicano (Raffr.), Terradegna !, Balzo del Caprio !.

651. **Bolitophagus** Ill. **reticulatus** L. — Frequente nei funghi legnosi aderenti alle ceppaie dei faggi putrescenti: M. Marsicano (Raffr.), M. Palombo !, M. Tranquillo !.
652. **Diaperis** Müll **boleti** L. — Insieme col precedente e del pari comune.
653. **Platydemia** Cast. **violaceum** F. — Nel tronco marcito di un faggio in Val Fondillo ! — 1 esempl.
654. **Uloma** Cast. **culinaris** L. — M. Marsicano (Raffr.).
655. **Hypophloeus** F. **unicolor** Pill. — Comunissimo nella regione dei boschi sotto le cortecce dei faggi marcescenti.
656. **Tenebrio** L. **obscurus** F. — Pescasseroli !.
657. — **molitor** L. — idem
658. **Catomus** Alld. **angustatus** L. — Sui cespugli secchi nei dintorni di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
659. **Helops** F. **coeruleus** L. — Comune nelle ceppaie putrescenti dei faggi e sotto le cortecce di questi: M. Marsicano (Raffr.), M. Palombo !, Cesa Crivello !, M. la Rocca !, Pescasseroli (M. P.).

Fam. **CERAMBYCIDAE**

660. **Aegosoma** Serv. **scabricorne** Scop. — Pescasseroli (M. P.).
661. **Saphanus** Serv. **piceus** Laich. — M. Palombo ! — 1 esempl.
662. **Cerambyx** L. **cerdo** L. — Pescasseroli (M. P.).
663. — **miles** Bon. — idem
664. — **Scopolii** Fösl. — Comune sui cespugli e sui fiori di *biancospino*, *rosa selvatica* e *sambuco* nei dintorni di Pescasseroli !.
665. **Hesperandrius** Reitt. **cinereus** Vill. — Pescasseroli (M. P.).
666. **Axinopalpis** Dup. **gracilis** Kryn. — idem
667. **Vesperus** Latr. **luridus** Rossi — Un ♂ in agosto nei dintorni di Pescasseroli !.
668. **Harglum** Sam. **mordax** Deg. — Pescasseroli (M. P.).
669. **Acmaeopsis** Lec. **collaris** L. — idem
670. **Grammoptera** Serv. **ruficornis** F. — idem
671. **Leptura** L. **livida** F. v. **pecta** K. J. Dan. — idem
672. — **fulva** Deg. — idem
673. — **cordigera** Fösl. — idem

Anaglyptus Muls. **mysticus** L. **a. hieroglyphicus** Herbst — Insieme col precedente e nei dintorni di Pescasseroli (M. P.)

696. **Purpuricenus** Germ. **Kaehleri** L. — Pescasseroli (M. P.).

697. **Dorcadion** Dalm. **arenarium** Scop. **v. marsicanum** D'Am. — Frequente in primavera nei dintorni e sui monti presso Pescasseroli. Le ♀♀ sono più rare dei ♂♂ ed in prevalenza della forma androcroma.

Il Dr. D'Amore Fracassi ⁽¹⁾ dice che il *marsicanum* ha i piedi rosso bruni, io però ho osservato che gli esemplari del Parco, nonchè quelli di Cerchio (loc. class.), avuti dal compianto amico Leoni, hanno invece i piedi del tutto neri come nella *v. latiale*, Dep.

698. **Dorcatypus** Thoms. **tristis** L. — Pescasseroli (M. P.).

699. **Morimus** Serv. **asper** Sulz. — Frequente nei boschi sui vecchi tronchi e nelle ceppaie dei faggi.

700. **Lamia** F. **textor** M. — Pescasseroli (M. P.).

701. **Mesosa** Latr. **nebulosa** F. — idem

702. **Calamobius** Guér. **filum** Rossi — Comune sulle *graminacee* nei dint. di Pescasseroli (M. P.) ed in Val Fondillo !.

703. **Acanthocinus** Steph. **xanthoneurus** Muls. — Sotto le cortecce dei faggi morti sul M. Palombo ! ed a Cesa Crivello !
— Non raro.

704. **Agapanthia** Serv. **Dahli** Richt. — Pescasseroli (M. P.).

705. — **villosoviridescens** Deg. — idem

706. — **cardui** L. idem

707. — **violacea** F. — Cesa Crivello !, Pescasseroli (M. P.).

708. **Saperda** F. **scalaris** L. — Pescasseroli (M. P.).

709. **Phytoecia** Muls. **nigricornis** F. — Pescasseroli !

710. — **coerulescens** Scop. — Pescasseroli (M. P.).

711. **Tetrops** Steph. **praeusta** L. — Comune sul *biacospino* fiorito alla Fonte della Difesa !, in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).

(¹) D'AMORE-FRACASSI A. — Una nuova varietà del *Dorcadion arenarium* Scopoli — (Riv. Coleott. Italiana, III. p. 110; 1905).

Fam. **CHRYSEMELIDAE**

712. **Orsodacne** Latr. **lineola** Panz. — Pescasseroli (M. P.).
 — — **a. coerulescens** Duft. — Sui fiori del *biancospino* in Val Fondillo !
713. **Lema** F. **melanopa** L. — Pescasseroli (M. P.).
714. **Labidostomis** Redtb. **longimana** L. — idem
715. **Clytra** Laich. **quadripunctata** L. — Frequente sui cespugli di *biancospino* nei dint. di Pescasseroli ! e sui *salici* presso il Sangro ad Opi (Raffr.).
716. — — **appendicina** Lac. — Comune sui *salici* presso la segheria di Val Fondillo.
717. **Coptocephala** Lac. **unifasciata** Scop. — M. Palombo !
718. **Chilotoma** Redtb. **italica** Leoni — Pescasseroli !
719. **Gynandrophthalma** Lac. **concolor** F. — Sulle foglie dei faggi in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
720. — — **aurita** L. — Pescasseroli (M. P.).
721. **Cryptocephalus** Geoffr **tricolor** Rossi — Frequente sul *biancospino* : Macchia Arvana !, Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
722. — — **coryli** L. — Raro sui *Corylus* : 1 ♂ a Macchia Arvana, 1 ♀ sul M. le Forche !
723. — — **octopunctatus** Scop. — Sui *salici* presso la foce del rio di Val Fondillo ! — 1 esempl. riferibile all'ab. *a. + d.* di Weise.
724. — — **hypochoeridis** L. — Comunissimo ovunque sui fiori di *Helichrysum*, *Senecio vulgaris* e di altre *Asteracee*.
725. — — **Leonhardi** Breit — Talvolta con la specie prevedente, però abbastanza raro : Val Fondillo !, Macchia Arvana !, M. Palombo !, Pescasseroli !
726. — — **marginellus** Oliv. — Pescasseroli !
727. — — **flavipes** F. — Frequente sui *Corylus* e sul *biancospino* in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).

728. **Cryptocephalus** Geoffr. **chrysopus** Gmel. — Pescasseroli !
729. — **frontalis** Marsh. — idem
730. — **ocellatus** Drap. — Frequente sui *salici* in
Val Fondillo ! ed in riva al Sangro presso
Opi (Raffr.).
731. — **labiatus** L. — Insieme col precedente e pari-
menti comune.
732. — **pygmaeus** F. **a. amoenus** Drap. — Pescas-
seroli (M. P.).
733. **Bromius** Redtb. **obscurus** L. — M. Marsicano (Raffr.).
734. **Chrysochus** Redtb. **asclepiadeus** Pall. — Pescasseroli (M. P.).
735. **Chrysomela** L. **haemoptera** L. **v. corvina** Weise (**unicolor** Suffr.).
— Esempl. molto piccoli — Frequente nei dint. di
Pescasseroli !
736. — **Rossia** Ill. — M. la Rocca ! — 1 esempl.
737. — **limbata** F. **v. Findeli** Suffr. — M. Marsicano (Raffr.).
738. — **lurida** L. — Frequente sotto le pietre nei siti elevati
e scoperti: Terradegna !, Val Fondillo ! Macchia
Arvana !
739. — **marginata** L. — M. le Forche ! — 2 esempl.
— **a. cinctella** Gyllh. — Macchia Arvana ! —
Un esempl. perfettamente uguale a quelli di Sicilia.
740. — **cerealis** L. **a. mixta** Küst. — Comunissima sulle foglie
di una specie di *Mentha* su quasi tutti i monti
del Parco. — Un esempl. presenta le fascie
dorate come nel tipo.
— **a. ornata** Ahr. — Insieme con la precedente,
però meno comune.
741. — **fastuosa** Scop. **v. ventricosa** Suffr. — Frequente nei
siti umidi ed ombrosi, sulle foglie di *Galeopsis*, in
Val Fondillo ! e sul M. la Rocca ! — Molti esempl.
hanno il torace bleu-violetto e dello stesso colore la
sutura e le fascie delle elitre.
742. — **grossa** F. — Pescasseroli !

743. **Chrysochloa** Hope **Siparii** Luig. — Nuova specie che recentemente descrissi ⁽¹⁾ dedicandola in segno di omaggio al nome del benemerito Presidente del Parco Nazionale d'Abruzzo. E' assai comune in fine di Giugno ed in Luglio sui monti dei dint. di Pescasseroli, tra i 1500 ed i 1800 metri d'altezza, dove vive in piccole società e spesso in copula sulle foglie dell'*Adenostyles alpina* di cui corrode il parenchima perforandolo in modo assai caratteristico. — Tutti gli esempl. sono di un bell'azzurro metallico tendente talvolta al verdastro ed al violaceo, ma se ne rinvengono pure, ma raramente individui del tutto verdi.

Sui monti del Parco (M. Tranquillo, Cesa Crivello, M. Palombo) il mio raccoglitore ha rinvenuto pure tre esempl. di un'altra bella *Chrysochloa*, molto simile alla *gloriosa* F. — Essendo però delle ♀♀, non è stato possibile stabilire se trattasi di quest'ultima o di una nuova specie.

744. **Phaedon** Latr. **cochleariae** F. — Frequente sulle foglie di *Nasturtium* negli acquitrini presso la Fonte della Difesa !

745. **Hydrothassa** Thoms. **aucta** F. — Val Fondillo !, nei prati umidi presso la segheria.

746. **Prasocuris** Latr. **juncii** Brahm — Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).

747. **Plagiodera** Redtb. **versicolora** Laich. — Pescasseroli (M. P.).

748. **Melasoma** Steph. **saliceti** Weise — Frequente sui *salici* in riva al Sangro a Pescasseroli ! e ad Opi (Raffr.) presso la confluenza col rio di Val Fondillo !

749. **Phyllodecta** Kirby **tibialis** Suffr. a. **Cornelii** Weise — Non rara sui *salici* presso il rio di Val Fondillo !

750. — **laticollis** Suffr. — Pescasseroli (M. P.).

751. **Timarcha** Latr. **goettingensis** L. v. **Schenklingi** Meier — Colli Nascosi !, M. Turchio (Gagliardi).

(1) LUIGIONI P. — Secondo contributo alla conoscenza della fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo. — Una nuova specie di *Chrysochloa* dell'Italia centrale. — (*Atti Pontif. Accad. Scienze — Nuovi Lincei* — Anno LXXXIII. Sess. V. 206 : 1930).

752. **Galeruca** Geoffr. **tanacetii** L. — Comune lungo i sentieri e nei pascoli, specialmente dei dint. di Pescasseroli !
753. — **interrupta** Ill. v. **circumdata** Duft. — Balzo del Caprio !, Terradegna !
754. — **pomoniae** Scop. a. **anthracina** Weise — Fonte della Difesa !, M. la Rocca !
755. **Lochmaea** Weise **crataegi** Först. a. **binotata** Duft. — Comune sul *biancospino* nei dint. di Pescasseroli (M. P.) ed in Val Fondillo !
756. **Sermylassa** Reitt. **halensis** L. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
757. **Galerucella** Crotch. **lineola** F. — Frequente sui *salici* presso il Sangro ad Opi (Raffr.) ed in Val Fondillo !
758. — **luteola** Müll. — Pescasseroli (M. P.).
759. — **calmariensis** L. — idem
760. **Agelastica** Redtb. **alni** L. — idem
761. **Exosoma** Jacoby **lusitanica** L. — Comunissima ovunque sui fiori di *Senecio vulgaris* e di altre *Asteracee*.
762. **Luperus** Geoffr. **circumfusus** Marsh. -- M. Marsicano (Raffr.).
763. — **longicornis** F. v. **betulinus** Geoffr. (**niger** Goeze). — Frequente sui cespugli, specialmente di *biancospino*, in Val Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
764. — **Fiorii** Weise — Alcuni esempl. del M. Marsicano (Raffr.).
765. — **viridipennis** Germ. — Riferisco a questa specie diversi esempl. trovati sul *biancospino* in Val Fondillo ! e presso Pescasseroli (M. P.) che si differenziano dai tipici dell'Italia settentrionale, per aver le gambe totalmente testacee.
766. **Aphthona** Chevr. **Illigeri** Bed. — M. Marsicano (Raffr.).
767. — **pygmaea** Kutsch. — idem
768. **Longitarsus** Latr. **pinguis** Weise. — M. Marsicano (Raffr.). — 3 esempl.
769. — **luridus** Scop. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo !
770. **Haltica** Müll. **oleracea** L. — Comune ad Opi (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
771. **Crepidodera** Chevr. **transversa** F. — Comune in Val Fondillo !
772. — **ferruginea** Scop. — M. Marsicano (Raffr.), Opi (Raffr.) Pescasseroli (M. P.). — Frequente.

773. **Crepidodera** Chevr. **corpulenta** Kutsch. — Val Fondillo !
 774. **Orestia** Germ. **Pandellei** Alld. v. **apennina** Weise — Frequente sul
 M. Marsicano (Raffr.).
 775. **Chalcoides** Foudr. **aurata** Marsh. — Comune sui salici presso il Sangro
 a Pescasseroli (M. P.).
 776. **Sphaeroderma** Steph. **testaceum** F. — Pescasseroli !
 777. **Mniophila** Steph. **muscorum** Koch — Non rara sul M. Marsicano (Raffr.).
 778. **Psylliodes** Latr. **latifrons** Weise — Comune presso la Fonte della
 Difesa sulle foglie del *Vincetoxicum officinale*.
 779. — **chrysocephala** L. — Pescasseroli !
 780. — **picina** Marsh. v. **obsкуроaenea** Rosh. — Fonte della
 Difesa !
 781. **Hispella** Chap. **atra** L. — Pescasseroli (M. P.).
 782. **Cassida** L. **viridis** L. — idem
 783. — **margaritacea** Schall. — Pescasseroli !

Fam. LARIIDAE

784. **Spermophagus** Stev. **sericeus** Geoffr. — Pescasseroli (M. P.).
 785. **Laria** Scop. **rufimana** Boh. — idem
 786. — **brachialis** Fahrs. — idem
 787. — **luteicornis** Ill. — idem
 788. **Bruchidius** Schils. **bimaculatus** Oliv. — idem
 789. — **imbricornis** Panz. — Pescasseroli !, Val Fondillo !
 790. — **Martinezi** Alld. — Pescasseroli (M. P.).
 791. — **villosus** F. — Frequente nei dint. di Pescasseroli !
 792. — **lividimanus** Gyllb. a. **plumbeus** Luc. — Pescas-
 seroli !
 — — a. **retamae** Vogel — idem

Fam. ANTHRIBIDAE

793. **Platyrhinus** Clairv. **resinosus** Scop. — Frequente sotto le cortecce
 dei faggi morti sul M. la Rocca ! e sul M. Marsi-
 cano (Raffr.).
 794. **Phaenotherion** Friv. **fasciculatum** Reitt. — M. Marsicano (Raffr.).
 795. **Anthribus** F. **albinus** L. — M. Marsicano (Raffr.), M. Palombo !

Fam. CURCULIONIDAE

796. **Otiorrhynchus** Germ. **mastix** Oliv. **v. scabrior** Solari — Frequente sui cespugli, specialmente di *rovo*, nei dint. di Pescasseroli !, in Val Fondillo ! ed a Macchia Arvana !
797. — **consentaneus** Boh. **v. latialis** Solari — Col precedente e sul M. Marsicano (Raffr.), però molto raro.
- — **v. alticola** Solari — Sotto le pietre presso la vetta del M. Marsicano (Raffr.) ed in Val Fondillo ! — Gli esemplari di quest'ultima località hanno le zampe rosse più chiare e le strie delle elitre più marcate.
798. — **perdix** Oliv. **v. brutius** Baudi Frequente sul M. Marsicano (Raffr.) e sui monti nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
799. — **Binaghii** Solari — Nuova specie molto prossima al *transadriaticus* Reitt. dal quale differisce per la forma più slanciata, pel protorace evidentemente meno arrotondato ai lati ed in special modo per la diversa forma dell'*aedeagus*.
- I pochi esemplari che raccolsi nei dint. di Pescasseroli, battendo alcuni cespugli di *rovo*, sono identici a quelli rinvenuti dal Sig. Binaghi a Caramanico (Majella). — La descrizione della nuova specie apparirà in un prossimo Bollettino della Società Entomologica Italiana.
800. — **Luigionii** Solari — Dovrebbe essere comune sul M. Marsicano perchè nella raccolta del Raffray ne trovai molti esemplari, la maggior parte però guasti.
801. — **rugosostriatus** Goeze — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
802. — **croaticus** Stierl. (**sirentensis** D'Am.). Comune sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.) a Terradegna ! e sul M. la Rocca !

803. **Otiorrhynchus** Germ. **alpicola** Boh. v. **strigirostris** Boh. — M. Marsicano (Raffr.).
- — **v. calvus** Fiori — Comune sotto le pietre nei siti elevati e scoperti, specialmente sul M. la Rocca ! ed a Terradegna ! Gli esempl. del Parco sono però un pò diversi da quelli della Majella (loc. class.) perchè hanno traccia di peluria dorata verso la declività apicale delle elitre ed i punti delle strie di queste più o meno marcati.
804. — **lutosus** Stierl. — M. Marsicano (Raffr.).
805. — **porcellus** K. J. Dan. — Rarissimo sotto le pietre presso la vetta del M. Marsicano (Raffr.).
806. — **crataegi** Germ. — Pescasseroli !
807. — **setosulus** (sensu Reitt. nec Stierl.) — Raro sotto le pietre nei dint. di Pescasseroli (M. P.) e sul M. Palombo !
808. **Homorhythmus** Bed. **hirticornis** Herbst — Pescasseroli !
809. **Phyllobius** Schönh. **maculicornis** Germ. — Alcuni esempl. raccolti da Raffray sul M. Marsicano variano un pò dal tipo e formano quasi passaggio alla v. *lucanus* Solari
810. — **romanus** Faust — Comune sulle foglie dei *nocciuoli* sul M. Marsicano (Raffr.) e sui monti dei dint. di Pescasseroli !
811. — **longipilis** Boh. — M. Marsicano (Raffr.).
812. — **etruscus** Desbr. — Pescasseroli ! — Frequente sui cespugli di *biancospino*.
813. — **pyri** L. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
814. — **argentatus** L. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
815. — **oblongus** L. — Pescasseroli (M. P.).
- — **a. floricola** Gyllh. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.) e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
816. — **viridicollis** F. — M. Marsicano (Raffr.).
817. **Eusomus** Germ. **ovulum** Germ. — M. Marsicano (Raffr.), Morrone del Diavolo !, Pescasseroli (M. P.).

818. **Brachysomus** Steph. **echinatus** Bond. — M. Marsicano (Raffr.).
819. **Polydrosus** Germ. **mollis** Ström. — Frequente sui cespugli di faggio in Val Fondillo ! e sul M. Marsicano (Raffr.).
- — **a. rubens** Stierl. — Col tipo, sul M. Marsicano (Raffr.). — 2 esempl.
820. — **auronitens** D'Am. — Raro sui cespugli di faggio in Val Fondillo !
821. — **frater** Rottbg. — Sulle foglie dei *Corylus* in Val Fondillo !
822. — **intermedius** Löden — Frequente sui *salici* presso il Sangro nei dint. di Pescasseroli !
823. — **cervinus** L. — Pescasseroli !, Fonte della Difesa !
- — **a. maculosus** Herbst — idem
824. — **transalpinus** K. Dan. — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
825. — **brevicollis** Desbr. — Comune sui cespugli di *nocciuolo* e di *biancospino* in Val Fondillo e nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
826. **Liophloeus** Germ. **tessulatus** Müll. v. **geminatus** Boh. — Pescasseroli !
827. **Strophosomus** Steph. **melanogrammus** Först. — Frequente sui cespugli di faggio sul M. Marsicano (Raffr.).
828. **Barynotus** Germ. **obscurus** F. — Raro sotto le pietre nei siti scoperti e molto elevati: M. Marsicano (Raffr.), Terra-degna !, Macchia Arvana !
829. **Sitona** Germ. **gressorius** F. — Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
830. — **cambricus** Steph. — Pescasseroli !.
831. — **sulcifrons** Thunb. — Frequente sul *trifoglio* dei prati nei dintorni di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
832. — **gemellatus** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.). — 1 esempl.
833. — **puncticollis** Steph. — Pescasseroli (M. P.).
834. — **callosus** Gyllh. — M. Marsicano (Raffr.).
835. — **crinitus** Herbst — Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
836. — **Ragusae** Reitt. — L'amico Dr. F. Solari riferì a questa rara specie due ♀♀ raccolte da Raffray sul M. Marsicano. La *S. Ragusae*, descritta di Sicilia, è stata finora rinvenuta, sempre però in rari esemplari,

soltanto sul Gran Sasso (*Lepri*) ed a Capugnano nell'Emilia (*Falzone*).

837. **Sitona** Germ. **hispidulus** F. — Pescasseroli !
838. — **humeralis** Steph. — Val Fondillo !.
- — **v. attritus** Gyllh. — Opi (Raffr.). Pescasseroli !
839. **Trachyphloeus** Germ. **spinimanus** Germ. — Frequente sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.).
840. — **bifoveolatus** Beck. — M. Marsicano (Raffr.). 1 esempl.
841. **Tropiphorus** Schönh. **obtus** Bonsd. — idem.
842. **Leucosomus** Poda **pedestris** Poda **a. pasticus** Germ. — Pescasseroli (M. P.).
843. **Cleonus** Schönh. **trisulcatus** Herbst — Terradegna !
844. — **piger** Scop. — Frequente sui *cardi*: M. Marsicano, Opi (Raffr.), Pescasseroli (M. P.).
845. **Lixus** F. **iridis** Oliv. — Comune sugli steli della *Cicuta* e di altre *ombrellifere* nei siti umidi ed ombrosi dei dintorni di Pescasseroli !.
846. — **myagri** Oliv. — Pescasseroli !.
847. — **filiformis** F. — Non raro sui *Cardi* nei dintorni di Pescasseroli ! ed in Val Fondillo !.
848. — **elongatus** Germ. — Pescasseroli !.
849. **Larinus** Germ. **sturnus** Schall. — Comune sulle *Carduacee* nei dintorni di Pescasseroli ! ed a Macchia Arvana.
850. — **turbinatus** Gyllh. — Pescasseroli (M. P.).
851. **Rhytirrhinus** Schönh. **impressicollis** Boh. — Non raro sotto le pietre presso la vetta del M. Marsicano (Raffr.) e sul M. la Rocca !.
852. **Dichotrachelus** Stierl. **variegatus** K. J. Dan. — Raro sotto le cortecce e tra le foglie secche dei faggi sul M. Marsicano (Raffr.) e sul M. Tranquillo !.
853. **Hypera** Schönh. **salviae** Schrnk. — Comune nei prati dei dintorni di Pescasseroli ! e di Opi (Raffr.).
854. — **Brucki** Cap. — M. Marsicano (Raffr.). — 2 esempl.
855. **Phytonomus** Schönh. **Zoilus** Scop. — Pescasseroli (M. P.) — Comune.
856. — **striatus** Boh. — M. Marsicano (Raffr.), Macchia Arvana !.

857. **Phythonomus** Schönh. **nigrirostris** F. — Pescasseroli (M. P.).
 858. — **variabilis** Herbst — Opi (Raffr.).
 859. **Alophus** Schönh. **Kaufmanni** Stierl. — M. Marsicano (Raffr.). — Raro sotto le pietre.
 — — **a. albidus** Fiori — idem — 1 esempl.
 860. — **italicus** Fiori — idem — 1 esempl.
 861. **Lepyrus** Germ. **capucinus** Schall. — Abbastanza raro sui *salici* nei dintorni di Pescasseroli ! e sul M. Tranquillo ! — Gli esemplari di quest'ultima località sono di dimensioni molto piccole (7-8 mm.).
 862. **Liparus** Oliv. **coronatus** Goeze — M. Marsicano (Raffr.), Val Fondillo !
 — — **a. fallax** Baudi — Pescasseroli (M. P.).
 863. **Minyops** Schönh. **carinatus** L. — Pescasseroli !.
 864. **Plinthus** Germ. **granulifer** Boh. (**parthenius** Costa) — Raro sotto le pietre sul M. Marsicano (Raffr.) e sul M. le Forche !
 865. — **Findeli** Boh. — Il Dr. Solari riferì con incertezza a questa specie un esempl. raccolto da Raffray sul M. Marsicano.
 866. **Neoplinthus** Bed. **tigratus** Rossi — Sotto una pietra a Cesa Crivello — Un esemplare ♂.
 867. **Liosoma** Steph. **Baudii** Bed. — Frequente sotto le pietre presso la vetta del M. Marsicano (Raffr.).
 868. **Magdalis** Germ. **cerasi** L. — M. Marsicano (Raffr.), Pescasseroli !.
 869. **Cotaster** Motsch. **cuneipennis** Aubé — Frequente sul M. Marsicano (Raffr.).
 870. **Acalles** Schönh. **Luigionii** Solari — M. Marsicano (Raffr.) — 2 esempl.
 871. — **lemur** Germ. — Pescasseroli !, Val Fondillo !.
 872. — **hypocrita** Boh. — Comune sotto le cortecce dei faggi morti sul M. Marsicano (Raffr.) e nei boschi vicini a Pescasseroli !.
 873. **Zacladus** Reitt. **affinis** Payk. — Opi (Raffr.).
 874. **Stenocarus** Thoms. **fuliginosus** Marsh. — Opi (Raffr.).
 875. **Cidnorrhinus** Thoms. **quadrimaculatus** L. — Frequente sull'*ortica* nei dint. di Pescasseroli !
 876. **Ceuthorrhynchidius** Duv. **horridus** Panz. — Opi (Raffr.).

877. **Ceuthorrhynchus** Germ. **Aubei** Boh. — Colli Nascosi ! — 1 esempl.
878. — **constrictus** Mars. — Pescasseroli (M. P.).
879. — **hirtulus** Germ. — Frequente nei dint. di
Opi (Raffr.) e di Pescasseroli !
880. — **erysimi** F. — Pescasseroli (M. P.).
881. — **contractus** Marsh. — idem
882. — **barbareae** Suffr. — M. Marsicano (Raffr.) —
1 esempl., (determinato dal Sig. Hustache).
883. **Rhinoncus** Steph. **pericarpus** L. — Frequente sui *Rumex* nei dint.
di Pescasseroli !
884. **Baris** Germ. **timida** Rossi — Pescasseroli !
885. — **cuprirostris** F. — Pescasseroli (M. P.).
886. — **lepidii** Germ. **v. monticola** Solari — M. Marsicano (Raffr.).
887. **Limnobaris** Bed. **T-album** L. **v. pusio** Boh. — Opi (Raffr.).
888. **Sphenophorus** Schönh. **striatopunctatus** Goeze — Opi (Raffr.), Pe-
scasseroli !
889. **Balaninus** Germ. **nucum** L. — Sui *noccioli* in Val Fondillo. — 1 esempl.
890. — **glandium** Marsh. — Pescasseroli (M. P.).
891. **Balanobius** Jek. **crux** F. — Opi (Raffr.).
892. — **salicivorus** Payk. — Sui *salici* in Val Fondillo ! e
nei dint. di Pescasseroli (M. P.).
893. **Anthonomus** Germ. **rubi** Herbst **v. rosarum** K. J. Dan. — Frequente
sui *rori* ad Opi (Raffr.) ed a Pescasseroli (M. P.).
894. — **pedicularius** L. — Pescasseroli (M. P.).
895. **Dorytomus** Steph. **taeniatus** F. — In Val Fondillo !, sui *salici*.
896. — **melanophthalmus** Payk. **a. clitellarius** Boh. —
1 esempl., insieme con la specie precedente.
897. — **hirtipennis** Bed. — Varii esempl. di Opi (Raffr.).
898. **Tychius** Germ. **quinquepunctatus** L. — Pescasseroli (M. P.).
899. — **meliloti** Steph. — idem
900. **Miccotrogus** Schönh. **cuprifer** Panz. — idem
901. **Sibinia** Germ. **phalerata** Stev. — Pescasseroli !
902. **Rhynchaenus** Clairv. **rufus** Schrnk. — idem
903. — **fagi** L. — Comunissimo nei boschi sulle foglie
dei faggi.
904. — **decoratus** Germ. — Opi (Raffr.).

905. **Gymnetron** Schönh. **rostellum** Herbst — M. Marsicano (Raffr.).
906. — **tetrum** F. — Pescasseroli (M. P.).
- **a. rufescens** Löden — Pescasseroli ! —
1 esempl.
- **a. subrotundatum** Reitt. (**antirrhini**
Germ.) — Pescasseroli (M. P.).
907. — **bipustulatum** Rossi — idem
908. **Cionus** Clairv. **tuberculosis** Scop. — Pescasseroli !
909. — **hortulanus** Geoffr. — Val Fondillo !
910. — **pulchellus** Herbst — Pescasseroli !
911. **Nanophyes** Schönh. **marmoratus** Goeze — Opi (Raffr.).
912. — **nitidulus** Gyllh. — idem
913. **Apion** Herbst **violaceum** Kirby — Pescasseroli (M. P.).
914. — **nigritarse** Kirby — idem
915. — **assimile** Kirby — idem
916. — **pisi** F. — Val Fondillo !, Pescasseroli !
917. — **virens** Herbst — Val Fondillo !, Pescasseroli (M. P.).
918. — **vorax** Herbst — Pescasseroli (M. P.).
919. — **Gribodoi** Desbr. — Val Fondillo ! — 1 esempl.
920. — **ochropus** Germ. — Pescasseroli (M. P.), Fonte della Difesa !
921. — **aeneum** F. — Pescasseroli (M. P.).
922. — **onopordi** Kirby -- M. Marsicano (Raffr.)
923. — **Damryi** Desbr. — Pescasseroli (M. P.).
924. **Rhynchites** Schnd. **tomentosus** Gyllh. — idem
925. — **aequatus** L. — Frequente sul biancospino in Val
Fondillo ! e nei dint. di Pescasseroli !
926. — **coeruleus** Deg. — Pescasseroli (M. P.).
927. — **auratus** Scop. — idem
928. **Apoderus** Oliv. **coryli** L. **a. avellanae** L. — Val Fondillo !, sui *noc-*
cioli — Raro.

Fam. SCOLYTIDAE

929. **Leperisinus** Reitt. **fraxini** Panz. — Pescasseroli (M. P.).
930. **Hylurgus** Latr. **ligniperda** F. — idem
931. **Hyloterus** Er. **domesticus** L. — M. Palombo !
932. **Anisandrus** Ferr. **dispar** F. — M. Marsicano (Raffr.), Schiena Cavallo !
933. **Xylocleptes** Ferr. **bispinus** Duft. — Opi (Raffr.).

Il bilancio retrospettivo del grande terremoto del 1923 in Giappone

Nota del S. O. LUIGI LOMBARDI ⁽¹⁾

L'Ufficio di ricostruzione, il quale provvide al coordinamento di tutti i lavori inerenti al ripristino delle zone danneggiate dal Grande Terremoto del 1923, ha poco più di un anno fa pubblicato una Relazione organica su le opere compiute e in corso nelle città di Tokyo e Yokohama, ricca di dati statistici attraverso ai quali, meglio che da molte descrizioni già comparse, si profila in tutta la sua grandiosità l'immane disastro; alcuni di quei dati vengono qui brevemente riassunti per la storia del tragico evento, e per l'interesse che essi possono offrire nel nostro Paese, pur troppo non ignaro della potenza di simili cataclismi.

Le vibrazioni telluriche si iniziarono nella zona di Tokyo e Yokohama alle ore 11.58' del 1° settembre, e nelle 24 ore si registrarono 237 scosse, e durante il mese successivo oltre settecento. L'ampiezza delle oscillazioni raggiunse a Tokyo 18 cm. e l'accelerazione orizzontale in alcune regioni 4 e 5 decimi di quella di gravità; la durata delle prime oscillazioni restò compresa fra 1.35 e 4 secondi.

I danni più ingenti vennero causati indirettamente dagli incendi, sviluppatisi in gran numero, molti dei quali non poterono essere domati, e divampando nelle zone circostanti, ricoperte in gran parte di case di legno, ridussero queste in cenere.

L'area devastata si estese così a la metà circa di quella complessiva di Tokyo, e ad un quarto di quella di Yokohama. Morirono a Tokyo 58.000 persone, e 21.000 a Yokohama, oltre 12.000 persone disperse, 11.000 ferite gravemente e 25.000 leggermente. Nelle prefetture contigue morirono altre 12.000 persone e ne furono disperse 1000. Delle 357.000 case di Tokyo, tra cui

⁽¹⁾ Presentata nella Seduta del 15 febbraio 1931.

325.000 erano in legno, rimasero in piedi 142.400, delle quali 135.000 in legno. Della popolazione, che ammontava a Tokyo a due milioni e mezzo ed a Yokohama a poco meno di mezzo milione, oltre la metà rimase priva di abitazione. La perdita complessiva delle proprietà venne stimata cinque miliardi e mezzo di yen, pari a cinquanta miliardi di lire italiane.

I fondi raccolti per sottoscrizioni volontarie ammontarono a 67 milioni di yen, di cui $\frac{2}{3}$ in Giappone e $\frac{1}{3}$ negli altri paesi, segnatamente in China, Inghilterra e America. L'imperatore largì dalla sua cassetta privata 10 milioni di yen.

Per il ripristino delle opere dipendenti dallo Stato venne allestito un programma decennale, con lo stanziamento di 826 milioni di yen; una legge del dicembre 1923 autorizzò il governo a emettere prestiti complessivi per oltre un miliardo di yen.

Il nuovo piano regolatore di Tokyo venne approvato nelle sue linee di massima nell'aprile 1924, ed esteso ad una zona circolare di dieci miglia di raggio, coprente 220 miglia quadrate, di cui 31 sono occupate dalla Città; la popolazione complessiva della zona superava già a quell'epoca quattro milioni di abitanti, con una densità di 18.700 persone per miglio quadrato; nell'interno della Città la densità si elevava a 63.600. Il piano di Yokohama, approvato lo stesso anno, copre un'area di 65 miglia quadrate, con una popolazione di 587.000 abitanti, ed una densità poco superiore a 9.000 persone per miglio quadrato, che nella città propriamente detta si eleva a 9.700.

Il sistema distrettuale forma la base di questi piani regolatori, e giova al progresso e all'espansione suburbana. A Tokyo i distretti di residenza, commercio e industria occupano rispettivamente 54 12 e 32 % dell'area totale; a Yokohama 66 12 e 14 %.

Le vecchie reti stradali vennero completamente riformate, in modo da occupare circa $\frac{1}{4}$ dell'area complessiva, a somiglianza delle più grandi metropoli europee. La necessità di consentire nei primi tempi la costruzione provvisoria di case, atte ad albergare gran parte della popolazione, rese più tardi assai laboriosa la sistemazione definitiva, per la quale un enorme numero di edifici dovette essere spostato dalla sua sede. Nel solo mese di agosto 1925 si conta che oltre quindicimila edifici venissero trasportati, e in complesso oltre duecentomila lo furono in Tokyo e circa diciannovemila in Yokohama, ossia il 96 % di quelli esistenti nelle zone devastate.

Sopra i danni specifici, occasionati dal terremoto agli impianti elettrici, vennero raccolti preziosi elementi, e pubblicata una magnifica monografia il-

lustrativa del Comitato Elettrotecnico locale, la quale contiene non poche osservazioni e suggerimenti, utili anche per le nostre regioni esposte al flagello.

Alla Relazione dell'Ufficio di Ricostruzione è allegato il bilancio consuntivo di tutte le opere già compiute nel 1929, e quello preventivo delle opere da costruire nel 1930-31. Gli stanziamenti all'uopo predisposti dal Governo, e approvati dalla Dieta nel 1923-24, ammontavano a 573 milioni di yen. Di questi 346 furono destinati ai lavori di ricostruzione e sistemazione propriamente detti, affidati all'Ufficio speciale a ciò designato; 68 milioni erano previsti in forma di prestito alle due prefetture di Tokyo e Kanagava, ed ai Municipii di Tokyo e Yokoama, per le opere di loro competenza; 20 milioni in forma di sovvenzioni alle stesse Città per la costruzione di particolari zone a prova di fuoco; 23 milioni e mezzo in forma di sussidii per il pagamento degli interessi sui prestiti da esse contratti altrove.

Nelle opere di ricostruzione propriamente dette per la Città di Tokyo, capitale dell'impero, figurano le strade per 257 milioni e mezzo di yen, i canali per 28 e mezzo, i ponti per 32 e mezzo, i parchi per 12 e la sistemazione dei suoli per nove circa. Nelle opere per la Città di Yokohama figurano le strade per 28 milioni circa, i ponti per 3, i canali per 5,6 i parchi per 2, la sistemazione dei suoli per 4. I prestiti concessi per le ricostruzioni salirono di fatto a più di 72 milioni e mezzo, e i sussidii oltre 200 milioni, sì che la spesa effettiva dello Stato in sede consuntiva risulta poco minore di 650 milioni di yen, e va ripartita in 16 esercizi, dal 1923-24 al 1938-39.

Le spese di ricostruzione a carico delle due Prefetture e Città flagellate ammontano a circa 437 milioni di yen, di cui 174 ottenuti in forma di sussidii, 68 in forma di prestiti e 195 in forma di contributi delle prefetture. In particolare le spese a carico delle due prefetture ammontano a 25 milioni, quelle della Città di Tokyo a 350, e della Città di Yokohama a 61. La massima parte delle spese di ricostruzione venne coperta mediante grossi prestiti ottenuti dal Governo e dalle due amministrazioni municipali in America e in Inghilterra, da estinguersi in 35 anni con un tasso di interesse di $6\frac{1}{2}$ e $5\frac{1}{2}$ %.

Malgrado la immensità del disastro, il Giappone ha saputo rapidamente risollevarsi, e le sue condizioni economiche sono oggi rese più fiorenti mediante la produzione delle sue industrie e gli scambi attivissimi con le altre nazioni. La somma delle transazioni commerciali compiute annualmente su la

piazza di Tokyo si eleva alla cifra imponente di 30 miliardi di yen, poco meno di trecento miliardi di lire italiane.

I rappresentanti della nazione considerano perciò con molta rassegnazione le conseguenze del disastro che l'ha colpita, perchè riconoscono che da esso potè scaturire nel cammino della nuova civilizzazione un potente impulso, ed una somma di vantaggi atti a bilanciare in gran parte, o forse a superare quella dei danni materiali allora sofferti. La somma dei dolori morali non può naturalmente compensarsi mediante benefici economici, ma anche di fronte ad essi l'anima giapponese ha saputo conservare la sua calma imperturbata, che non è da confondere con l'indifferenza, perchè trae le origini da una tradizione millenaria, che conferisce alla educazione dell'individuo un carattere stoico, e lo prepara a sacrificarsi in ogni tempo e sotto qualsiasi forma al bene della collettività.

Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche

Nota del Sac. F. LUSCIA presentata dal Soc. ord. MARTINELLI ⁽¹⁾

Sommario. — Premesso il funzionamento generale di una elettrostatica, l'A. — 1. Dimostra che la triboelettricità fa parte della teoria di contatto, e prova sperimentalmente che in essa si deve tener conto anche della diminuzione di capacità. — 2. Esamina come avviene la dispersione negli induttori, e come vi si rimedia internandoli nel dielettrico. — 3. Discute il caso di un cuscinetto funzionante anche da induttore. — 4. Analizza la distribuzione dei segni secondo il fenomeno Holtz-Righi, rilevando che la macchina a cilindro non manifesta inversione di corrente al conduttore diametrico: constata di qual segno sono carichi gli indotti, mentre l'indicazione della punta può indurre in errore. — 5. Ricorda le esperienze di Musaeus e di Schaffers sul collettore ad inclinazione per proporre dati teorici per questo collettore, e dati pratici per il conduttore diametrico. — 6. Conferma che anche nelle macchine a cilindro, la dissimetria degli spazzolini aumenta l'intensità e facilita l'autoeccitazione, anche se la posizione degli spazzolini efficaci non corrisponde a quella delle macchine a disco. — 7. Spiega in qual modo il rovesciamento iniziale di polarità allunga la scintilla, e perchè sia più utile lavorare a polarità fissa. — 8. Sostiene che ordinariamente non giova isolare il conduttore diametrico. 9. — Termina dimostrando quando si effettua la messa a terra.

Conclusioni.

I. Parte. — Come si ottenga il campo elettrostatico.

Non intendo esaminare i vari mezzi coi quali si ottiene il campo nelle macchine elettrostatiche, ma solo esporre alcune ricerche ed esperienze che possono chiarire punti oscuri o controversi. Devo però, dato che non si usa da tutti la stessa terminologia, premettere uno schema sulla macchina elettrostatica tipica.

Ridotta alle sole parti essenziali essa si compone:

A) Di un *induttore*, corpo elettrizzato e, perciò inducente, che serve per la produzione del campo.

⁽¹⁾ Presentata nella Seduta del 21 dicembre 1930.

- B)* Di un *indotto* (corpo mobile) che condensa su se stesso le cariche indotte, e spostandosi nel campo, le trasporta. Da alcuni è perciò chiamato *portatore*.
C) Di un *collettore*, (corpo conduttore fisso) che raccoglie le cariche per mandarle al circuito esterno.

(V. fig. 1. I I' rappresentano gli induttori: *b b'* i collettori: sono indotti le porzioni di B che sfiorate da *a a'* si spostano nel campo formato da I I').

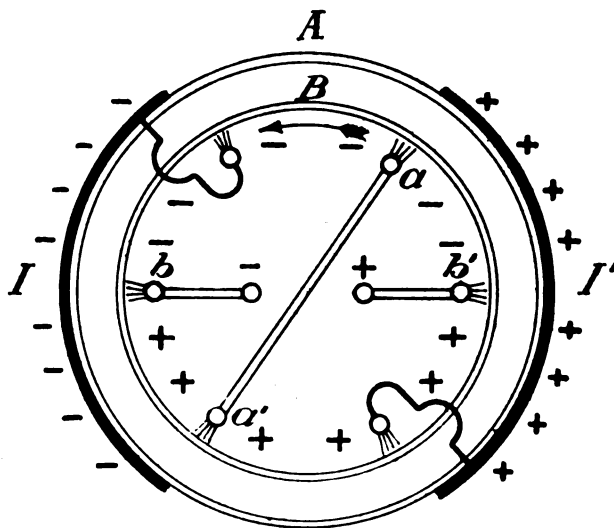


Fig. 1.

Secondo altri le parti essenziali sarebbero:

- a) Il produttore delle cariche.
- b) Il trasportatore, o portatore.
- c) Il collettore.

Chiamare produttore di cariche l'induttore, mi sembra per lo meno improprio, sia perchè l'induttore (unitamente all'indotto) è un moltiplicatore e non un produttore di cariche, sia perchè il produttore delle cariche che si riduce come si vedrà ad una forma di contatto fra due corpi, può mancare in alcune macchine (Holtz), onde per innescarle è necessaria una carica comunicata dall'esterno.

Oltre le parti essenziali è bene tener presente anche il funzionamento per così dire fondamentale.

Non basta muovere l'indotto nel campo creato dall'induttore, per ottenere sull'indotto una carica stabile: allontanato dal campo perderebbe la carica. Nella macchina elettrostatica si approfitta di un caso rimarchevolissimo e particolare di influenza o d'induzione: si procura anzitutto che in un primo tempo l'indotto abbia una grande capacità, il che si ottiene mettendolo momentaneamente in comunicazione con un conduttore di forte capacità o colla terra; in tal modo si avrà un fenomeno di condensazione elettrica sulla parte che costituisce il vero indotto. Fatto ciò, mentre si trova ancora nel campo, l'indotto viene staccato dal corpo con cui prima comunicava e portato fuori del campo, per cedere al collettore le proprie cariche, le quali intanto avranno anche aumentato il voltaggio, essendosi nel distacco diminuita la capacità del sistema. In altri termini, (prescindendo dalla densità elettrica indotta, e dalla diminuzione di capacità) con un indotto formato da un corpo unico, non si otterrebbe che induzione temporanea: dividendo invece le due parti dell'indotto mentre perdura l'influenza, si ha induzione permanente.

E' noto poi che la macchina elettrostatica non è, rigorosamente parlando, un produttore di elettricità; essa trasporta in un campo elettrostatico, una massa elettrica da un livello inferiore ad uno superiore ⁽¹⁾: tale elevazione, che dovrà mantenersi costante fra i due poli, si effettua assorbendo energia meccanica.

La macchina deve perciò utilizzare un dislivello elettrico. Pur conoscendosi come praticamente si producono le prime cariche iniziali che moltiplicate portano al funzionamento normale, restano da discutersi molti punti, soprattutto nelle macchine dette a strofinio: e senza risollevar la famosa e dibattuta questione sull'origine del dislivello elettrico nella teoria del contatto di Volta, intendo vedere ora quali attinenze essa abbia coll'argomento, e proporre un'esperienza che mi sembra dimostrativa.

1. Il campo elettrostatico e la teoria del contatto. — Riassumo per chiarezza quanto voglio provare: «Nella teoria del contatto, la quale si applica anche alle macchine elettrostatiche sia ad influenza sia a strofinio, (essendo la triboelettricità una forma particolare della teoria del contatto) si

⁽¹⁾ Credo superfluo dimostrare come si possa ottenere un aumento di massa elettrica e non solo di potenziale: la macchina non è perciò un trasformatore che eleva la tensione riducendo l'intensità.

deve tener conto non solo del contatto fra i due corpi, ma anche della diminuzione di capacità ». Questo concetto della diminuzione di capacità, che è fondamentale e perciò inseparabile nella legge del sommo fisico, mi sembra trascurato, o non affermato secondo la sua importanza.

Spiego per parti la proposizione che ho enunciato.

Sappiamo che nelle elettrostatiche fornite di spazzolini e di settori metallici (indotti) la prima differenza di potenziale, ⁽¹⁾ che moltiplicata dalle reazioni della macchina determina il campo, è data ordinariamente dal contatto degli spazzolini sui settori o sul dielettrico esistente tra i settori stessi; dico ordinariamente perchè come già osservai, la prima carica può essere prodotta anche da altre cause; cariche residuali sui settori stessi o negli induttori, cariche nell'ambiente ecc.

Nelle macchine a settori è preferibile usare metalli diversi tra gli spazzolini e gli indotti: tuttavia è provato che anche cogli stessi metalli si ottiene l'autoeccitazione: basta che le superfici sieno l'una più o meno ossidata dell'altra o comunque si abbia qualche diversità nella densità, nella struttura ecc., dei metalli stessi.

Per ottenere le prime cariche non è necessario che i due corpi a contatto sieno metallici; anche due isolatori a contatto manifestano segni elettrici, e secondo le conclusioni di A. Coehn, dei due isolanti si elettrizza positivamente quello che ha la costante dielettrica maggiore. Si applica adunque la legge di Volta nella sua forma più ampia e cioè: « Nel contatto fra due corpi chimicamente o fisicamente diversi si rileva una differenza di potenziale ».

Noto, prima di procedere, che anche lo strofinio è in realtà un contatto, e si potrebbe definire: « Un contatto esteso o portato successivamente in punti diversi ».

Si possono ora includere nella teoria del contatto, anche le macchine dette a strofinio, e se per semplicità vuolsi un esempio molto chiaro, si ricorra alla elettrizzazione di un bastone di vetro mediante lo sfregamento di una pelliccia: abbiamo due corpi eterogenei a contatto; con tutto ciò non si riesce a spiegare l'elevato potenziale assunto dai due corpi strofinati. Nel contatto (e per conseguenza nello strofinio) bisogna adunque tener conto anche di un

(1) Sono perciò escluse le macchine che hanno solo punte metalliche o pettini, come la Holtz e pochissime altre: le quali confermano quanto sto dimostrando, poichè essendo prive di due corpi a contatto, hanno bisogno per eccitarsi di una carica iniziale.

elemento che, se non erro, fin'ora si trascurava, e cioè della diminuzione di capacità. Per provarlo ho ideato la seguente esperienza:

Nella cavità di un cilindro di materiale coibente ed elettrizzabile con facilità, ruota un cilindro rivestito di pelliccia.

Il cilindro esterno è fisso, appoggiato su sostegni isolanti, mentre la pelliccia che si riduce praticamente a un manicotto, deve, rotando con lentezza, aderire dolcemente alla superficie interna del cilindro fisso. Per la buona riuscita dell'esperienza, la pelliccia non deve avere soluzioni di continuità, nè staccarsi dal cilindro fisso durante la rotazione.

Il cilindro interno non è che un cuscinetto di forma particolare: ora se bastasse lo strofinio, sarebbe sufficiente far rotare il cilindro interno per ottenere una forte elettrizzazione facilmente constatabile nel dielettrico. Le cariche che si osservano sono per altro molto deboli ⁽¹⁾: solo estraendo il manicotto, si vede subito salire il potenziale del cilindro fisso.

L'esperienza, che ognuno può facilmente ripetere, non ha bisogno di spiegazioni: dimostra però che anche nello strofinio (e per conseguenza nella teoria del contatto) si applica una legge fondamentale: la diminuzione di capacità.

Non spiega invece come nel contatto fra due corpi si trovino potenziali diversi, per il che è necessario ricorrere alle molte ipotesi formulate in proposito, alcune delle quali si giovano della teoria elettronica. Sarebbero da ricordarsi quelle di Héschous, di Frenkel, di Fichter e d'altri. Non so se l'esperienza proposta collimi in alcuni punti con quelle del Majorana sulle cariche libere di allontanamento. Per quel poco che mi è dato di sapere, non avendo potuto leggere che brani citati da altri autori, egli sperimentò sui metalli e con procedimento diverso.

Riassumo quanto ho esposto in questo punto: si è provato che lo strofinio è una forma particolare di contatto; questo produce il dislivello elettrico fra i due corpi; la diminuzione di capacità che è strettamente connessa con l'allontanamento dei corpi a contatto, fa elevare il potenziale. Tale aumento di potenziale, ed anche di quantità di elettricità, si ottiene a spese dell'energia meccanica che vince l'attrazione dei due corpi a contatto. Inoltre ho generalizzata ed estesa la teoria ai dielettrici, come di fatto ha luogo nelle macchine

⁽¹⁾ La superficie della pelliccia anche nelle migliori condizioni non aderisce perfettamente al corpo strofinato; spostandosi tra un punto e l'altro del dielettrico deve variare debolmente la capacità; di qui le leggere cariche constatate.

elettrostatiche a strofinio, facendo in ispecial modo notare l'importanza della funzione della capacità.

La legge di Volta appare in tal modo in tutta la sua ampiezza, e cioè nella sua vera luce; e si può credere che il suo genio abbia avuto la chiara comprensione della vastità della legge enunciata: vi sarebbe una mirabile connessione, che troppo pochi riconoscono, tra l'elettroforo e la pila, tra l'elettricità statica e dinamica. La statica avrebbe pertanto preparata la dinamica, e si osserverebbe il logico passaggio della mente di Volta, da una forma all'altra di elettricità.

2. Gli induttori ed il loro isolamento. — Gli induttori raccolgono sulla propria superficie le cariche che servono a formare il campo entro il quale dovrà muoversi l'indotto. Onde ottenere un campo molto intenso, è perciò necessario raccogliere sull'induttore la maggior quantità di elettricità (Q) possibile, così che gli si deve dare grande capacità (C): ed essendo $Q = CV$, e C una costante, bisogna elevare più che sia possibile il potenziale (V) riducendo però ad un minimum la dispersione. Ma in pratica l'isolamento degli induttori, organi tanto vitali, riesce molto difficile, ed anche i primi costruttori conobbero quanto riesca laborioso isolarli. Gli induttori metallici quantunque avessero maggiore capacità ed una carica più rapida, disperdevano troppo, e pareva che si dovessero abbandonare: la carta era troppo conduttrice e disperdeva meno ma presentava altri inconvenienti.

Woss (1880) usò di un induttore misto, e cioè di carta con una porzione interna metallica. Molto si è discusso e soprattutto sperimentato sopra questi ed analoghi tipi che pure erano sempre soggetti a forte dispersione. Quali ne erano le cause?

Per fissare meglio le idee osserviamo le macchine ad induttori fissi (Holtz 1° tipo, Woss e simili). In queste si incollava l'induttore sul disco fisso, si arrotondava la parte periferica, se ne copriva accuratamente la superficie con gomma lacca, e ciò non ostante la dispersione, era sempre forte.

Per comprenderne il motivo basta esaminare lo schema della figura 1. In forza della distribuzione dei segni negli induttori stessi, rileviamo che questi sono in condizioni tali da rendere facile una perdita di cariche elettriche. Infatti le estremità reciprocamente affacciate degli induttori portano segni contrari, e come notai già nella mia pubblicazione, tendono a scambiarsi vicendevolmente le cariche al punto che in certi casi (con induttori troppo lunghi, con eccessiva umidità, ecc.) la macchina può dare una corrente perio-

dicamente invertita. Nè si creda che la distanza di 10 - 14 centimetri che ordinariamente intercede fra i due induttori, impedisca la comunicazione, perchè lo strato di umidità che quasi sempre aderisce ai dielettrici, rende, dato l'alto potenziale ed i segni opposti, facile questo scambio, con conseguente limitazione del voltaggio. E non si dimentichi quanto influisca sulla dispersione, la frangia d'inversione. Crescendo il potenziale cresce anche in lunghezza la frangia, la quale è attirata dall'estremità dell'altro induttore a potenziale opposto, e tende a scaricarvisi sopra per neutralizzarlo. Senza maggiormente insistere su questo punto, credo che il lettore avrà già compreso quanto la posizione e la distribuzione dei segni renda difficile l'isolamento degli induttori.

Per rimediarvi, almeno in parte, si potrebbe ridurre la lunghezza, e probabilmente per questa ragione, le prime Holtz essendo prive di conduttore diametrale, avevano induttori molto corti.

Ma riducendone la lunghezza se ne riduce la capacità e conseguentemente l'intensità del campo.

L'internare gli induttori nel dielettrico, come si usa modernamente, è molto più efficace e limita la dispersione al minimum: la soluzione del problema non è tuttavia così semplice come sembra, perchè ho constatato che con alcuni dielettrici si rende stentata e talvolta impedita l'autoeccitazione.

Come precedentemente, invece di esporre il ragionamento che mi ha condotto alla teoria, descriverò prima l'esperienza a cui farò seguire l'interpretazione: spero in tal modo di essere più chiaro, ed il lettore in base all'esperienza stessa potrà giudicare l'interpretazione.

L'esperienza fu condotta sopra la solita macchina a cilindro, la quale in questo caso equivale ad un Woss od altra con induttori fissi internati nel dielettrico del disco fisso.

Applico adunque esternamente sul dielettrico di una macchina a cilindro due induttori di superficie adatta e completamente metallici: serve bene una foglia di piombo di 3/10 di millimetro. Munito ogni induttore di un'appendice metallica per la ricarica dall'esterno, si ricoprono completamente con paraffina fusa, facendo a questa raggiungere lo spessore di almeno cm. 1. Si possono riempire di paraffina fusa anche gli interstizi tra un induttore e l'altro.

L'isolamento che ne risulta deve essere ottimo, ma la macchina non è più autoeccitatrice.

Credo che la spiegazione debba cercarsi nella penetrazione delle cariche nel dielettrico, penetrazione che viene favorita anche dalla capacità sproporzionata assunta dagli induttori stessi.

Infatti osserviamo: le cariche iniziali svolte ai primi giri della macchina, passano è vero agli induttori metallici, ma vengono assorbite dal dielettrico in contatto cogli induttori. Arrivano in seguito agli induttori altre cariche, ma ricordiamo che sono esigue, perchè non ancora moltiplicate dalle reazioni della macchina, e sono perciò insufficienti a creare un campo in un induttore di grande capacità, che non le utilizza, lasciandole passare al dielettrico: ciò spiega come se prima la macchina si innescasse con pochi giri, ora l'autoeccitazione debba riuscire difficile, e solo con forti velocità, o qualche volta impossibile.

La penetrazione delle cariche è confermata dal fatto che la paraffina conserva dette cariche interne, anche per 48 ore come ho constatato con un pendolino elettrico, ed anche con un semplice filo lasciato libero ad una estremità, ed avvicinato dall'esterno all'induttore.

Parrebbe che tali cariche penetrate in precedenza nell'induttore dovessero almeno giovare ad una successiva eccitazione, mentre in realtà la ostacolano in quanto che le nuove cariche sviluppate nell'innescamento successivo, non concordano con quelle già esistenti nel coibente, e vengono pertanto elise.

Non ho sperimentato altri dielettrici; credo però che anche altri coibenti fusibili agiscano, ma in grado diverso, come la paraffina. Giova sapere come si possa rendere autoeccitatrice la macchina: bisogna evitare il contatto fra il metallo e la paraffina: i mezzi pratici possono variare, ed ognuno può da se stesso immaginarli. Del resto paraffinando uno solo degli induttori l'innescamento riesce ancora facile: in tal caso il campo iniziale è stabilito dall'induttore non paraffinato, il che conferma quanto si disse in precedenza sulla penetrazione delle cariche ⁽¹⁾.

Non ho inteso affermare che una forte capacità nell'induttore sia dannosa, ma solo che favorisce la penetrazione delle cariche nel coibente: quando questo inconveniente è evitato, la capacità giova all'intensità del campo. Ora gli induttori interni offrono questo vantaggio: aumentandosi la capacità col crescere della superficie, è possibile dare all'induttore interno una maggiore estensione pure impedendo la comunicazione coll'induttore opposto.

Si prova sperimentalmente che gli induttori più lunghi, purchè ben isolati, aumentano l'intensità della macchina: gli induttori corti danno invece con

⁽¹⁾ Tratto solo degli induttori metallici o misti, perchè se quelli formati esclusivamente da carta o da altro cattivo conduttore si isolano con maggior facilità ed invertono più difficilmente la corrente, creano però un campo meno intenso e si caricano con difficoltà.

facilità un voltaggio più elevato. La pratica suggerisce un limite anche per la lunghezza degli induttori interni; per le macchine a cilindro trovo vantaggioso l'uso di un induttore lungo e d'un altro più corto. Non sembri strana questa disposizione pensando che in tal modo, oltre che provvedere alla necessaria distanza fra i due induttori, è più facile tener lontano il fiocchetto del conduttore diametrale almeno da un induttore, e cioè da quello più corto il quale per conseguenza darà un voltaggio più elevato: l'induttore più lungo gioverà all'intensità.

3. Come un cuscinetto funzioni anche da induttore. — Si dilucida sempre meglio la teoria degli induttori dimostrando, come ora mi propongo, che in certi tipi di macchina a strofinio e ad influenza, il cuscinetto funziona anche da induttore.

Già in una nota precedente ⁽¹⁾ avevo esposto un'esperienza che preludeva a tale conclusione: non credetti allora opportuno farne la dimostrazione, perchè avrei dovuto supporre provato quelle nozioni che ho pubblicato più tardi; d'altra parte quella nota avea lo scopo di provare soltanto l'aumento del potenziale.

Si abbia adunque un disco di materia coibente sul quale, verso la periferia, sta appoggiato un cuscinetto. Questo deve avere una certa ampiezza: quello da me usato è di cm. 8×10 . Può essere di pelle imbottita come nelle usuali macchine a strofinio, ma è preferibile di pelliccia perchè scorre più facilmente sul disco.

Facciamo ora girare il disco, e portiamo sul lato non sfregato dal cuscinetto, ma di fronte al cuscinetto stesso, una punta od un fiocchetto a terra. Se abbiamo collocata la punta in posizione adatta, ci accorgeremo facilmente che nella posizione di disco passata sotto il cuscino, il voltaggio cresce assai più che nelle solite macchine a strofinio, e che si assorbe una energia meccanica maggiore, proporzionale alla energia elettrica sviluppata per influenza.

Qual'è pertanto la funzione dell'induttore? E' di produrre e mantenere il campo elettrostatico, sì che in forza della densità elettrica indotta possa elevarsi il potenziale. Ora tale è appunto il funzionamento di questo cuscinetto. Il fenomeno indotto dalla punta sul disco è identico tanto con induttore del tipo ordinario (induttore fisso di una Woss, Holtz e simili) quanto con induttore

(1) V. F. LUSCIA. *L'aumento del potenziale nelle macchine a strofinio e ad influenza*. Atti della Pontificia Accademia delle Scienze, Nuovi Lincei, p. 424.

a cuscinetto. La sola differenza tra questo e gli altri induttori, sta nel modo della carica: quelli della Woss, Holtz, ecc. si caricano con una derivazione della corrente principale; questo si carica per strofinio. E che si abbia realmente un fenomeno d'influenza, indotta non dal disco ma dal cuscinetto, si prova anche esaminando il campo elettrostatico.

Si rendano visibili con un mezzo qualunque le linee del campo, e si vedranno, accostando la punta, curvarsi e restringersi, convergendo tutte verso la punta che sta tra il disco rotante ed il cuscinetto. Senza ricorrere ad esperienze particolari, le quali sono sempre lunghe e delicate quando si tratta di rendere visibile il campo elettrostatico, basterà usare un cuscinetto con pelliccia a peli lunghi, che si vedranno specialmente alla periferia del cuscinetto, prendere un nuovo orientamento verso la punta, restringendo le curve che formavano antecedentemente, quando cioè erano elettrizzati per il semplice strofinio. Da ciò si potrebbero dedurre parecchie conseguenze oltre quelle della nota già citata: il cuscinetto oltre che da strofinatore serve anche da induttore: dalle macchine a strofinio siamo in tal modo passati logicamente e gradualmente a quelle dette ad influenza, ed una macchina fondata su questo principio parteciperà dei vantaggi e dei difetti di ciascun tipo.

II. Parte. — Come funzioni il collettore ed il conduttore diametrale nelle macchine elettrostatiche.

Per la stretta connessione che esiste tra il collettore ed il conduttore diametrale, non è sempre possibile parlare dell'uno senza accennare anche all'altro. Dividerò tuttavia per chiarezza in alcuni paragrafi la trattazione.

4. La distribuzione dei segni. — Di capitale momento per la teoria e da trattarsi prima di passare specificatamente alla funzione del collettore e del conduttore diametrale, è il problema riguardante la distribuzione dei segni in una elettrostatica.

Non ho potuto introdurre prima d'ora la difficoltà, quantunque antecedente in ordine logico, perchè non ancora si proponevano e non sufficientemente si analizzavano le altre questioni relative al collettore ed al conduttore diametrale.

Vediamo come si presenti la difficoltà. I soliti schemi delle elettrostatiche (riprodotti ormai concordemente secondo il metodo Bertin) cambiano il segno sotto il conduttore diametrale e non sotto il collettore. Ciò sembra in contrad-

dizione col fenomeno Holtz-Righi ⁽¹⁾. Il fenomeno, che per semplicità divido in due fasi, si può compendiare così:

1^a Fase. — Facendo scorrere una punta od un pettine messo a terra, sopra una lastra isolante elettrizzata, avviene d'ordinario che l'isolante non risulta neutralizzato, ma carico sia pure più debolmente in senso contrario.

2^a Fase. — Si può far scorrere il pettine o la punta sopra una lastra fortemente elettrizzata ma coperta da un'altra non elettrizzata: in questo caso la lastra che prima non era elettrizzata si trova carica di segno opposto e con densità in valore assoluto maggiore della lastra inducente.

Invece di far scorrere il pettine, si può far muovere la lastra indotta; non è che una diversa disposizione, e non altera l'effetto dell'esperienza: la punta od il pettine potranno anche essere costituiti da un fiocchetto metallico o da una serie di fiocchetti a spazzola.

Al fenomeno, si aggiungono nelle nostre macchine, circostanze particolari che è bene rilevare subito onde eliminare eventuali difficoltà. Abbiamo supposto che il pettine o la punta sieno a terra: ora se ciò è evidente nel conduttore diametrale, non è altrettanto chiaro nel collettore, che è isolato. Si osservi però che il collettore possiede molto spesso una buona capacità, sia per i conduttori coi quali è in comunicazione (eccitatori ed altre parti metalliche connesse) sia perchè in comunicazione coll'armatura interna di un condensatore: che se poi le sfere degli eccitatori sono a contatto, o se tra esse passa la scintilla, si è certi che il collettore è in grado di produrre il fenomeno Holtz-Righi: in proporzione della capacità si avrà il fenomeno, ma con variabilità nell'intensità degli effetti.

Per procedere con chiarezza, prima di venire alla spiegazione, si riveda lo schema di una macchina ad induttori fissi ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Lo chiamo fenomeno Holtz-Righi, essendo stato enunciato, se le mie ricerche sono esatte, da Holtz nel 1867, e ripresentato dal nostro insigne fisico nel 1874. Certamente la 1^a fase del fenomeno era nota al Righi nel 1874: non così la 2^a (che cioè la carica indotta può essere in valore assoluto, maggiore di quella inducente) poichè egli stesso la trova indipendentemente da Holtz, e la propone come nuova all'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nel Maggio 1874. Ne parla anche il Nuovo Cimento del 1876. Pertanto ho creduto bene chiamare il fenomeno col nome dei due fisici ai quali l'elettrostatica deve tanto.

⁽²⁾ Esamino solo le macchine ad induttori fissi; tuttavia la funzione del collettore e del conduttore diametrale in rapporto alla distribuzione dei segni si estende, perchè identica, alle macchine ad induttori mobili.

AmMESSo fin d'ora, pur non avendolo dimostrato, che il segno cambi sotto il collettore b , supponiamo di avere cariche negative nella porzione di disco tra a, b : avremo perciò l'induttore I carico in $-$. (V. Fig. 1, pag. 186).

Il collettore scarica le cariche negative non passate all'induttore I , e si carica negativamente inducendo cariche positive sui punti che passano sotto d'esso. La porzione tra b, a' sarà perciò positiva: passando però sotto l'estremità a' del conduttore diametrale, queste cariche dovrebbero di nuovo cambiare segno, e caricare negativamente l'induttore I' di cui incontrano subito l'appendice. Si avrebbe adunque un'alterazione gravissima che impedirebbe il funzionamento della macchina: tale distribuzione è inammissibile.

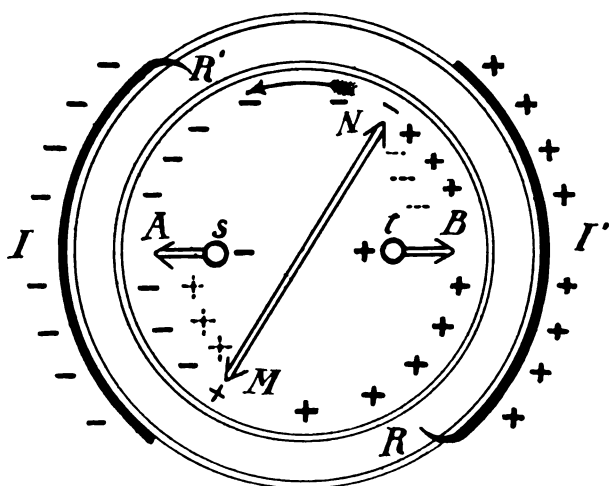


Fig. 2.

Studiamo invece la direzione della corrente nel conduttore diametrale o polarizzatore.

Fisici di grande autorità quali il Righi ed il Wommelsdorf, hanno osservato che la corrente nel polarizzatore cambia senso, secondo che la resistenza del circuito esterno è grande o piccola. Naturalmente gli esperimenti furono fatti con macchine a dischi e non a cilindri.

Trascrivo ora, omettendo quanto non riguarda la dimostrazione, l'esposizione dataci dal Righi che usava una Holtz ⁽¹⁾: avremo perciò pettini al collettore ed al conduttore diametrale.

(¹) Il Righi riproduce la Holtz usando uno schema col disco mobile a spostamento rettilineo: per uniformità di metodo ora si può ridurre allo schema secondo Bertin esponendo distintamente i due casi, e conservando le stesse lettere onde vi corrisponda la dimostrazione.

« Immaginiamo che l'armatura I (V. Fig. 2) sia caricata negativamente, e supponiamo che le palline della macchina siano allontanate.

« Il conduttore A subirà l'influenza dell'armatura, e l'elettricità positiva effluirà dalle punte sul disco mobile; questa carica positiva sarà assai minore di quella che sarebbe in esso passata se il conduttore A comunicasse col suolo, od almeno se le due palline della macchina si toccassero. Allorchè la porzione così elettrizzata del disco giunge sotto il pettine M, questo lascia effluire altra elettricità positiva. Facendo l'esperienza nella oscurità si vedono ai pettini A ed M i fiocchi caratteristici dell'elettricità positiva, e nei pettini B ed N le stellette che indicano l'efflusso dell'elettricità negativa.

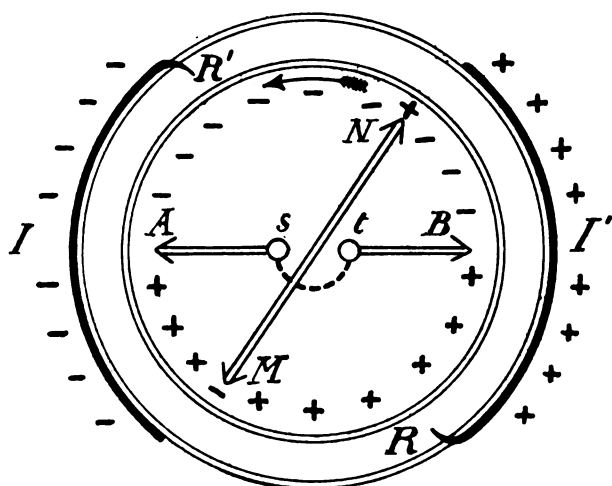


Fig. 3.

« Allorquando le palline sono in contatto, oppure sono poco discoste accadono altri fenomeni singolari.

« Abbiamo detto che accostando gradatamente le palline, diminuiscono effetti luminosi sui pettini M ed N, ed invece divengono più appariscenti sui pettini A e B; giunge un momento in cui le palline essendo a breve distanza (circa 2 cent. per una macchina il cui disco mobile ha 22 cent. di diametro), cessano di manifestarsi gli effetti luminosi su M ed N, e continuando ad accostare le palline sino al contatto, si presentano apparenze luminose opposte a quelle dapprima osservate, cioè compariscono in M le stellette, ed in N i fiocchi.

« Per comprendere la causa di tutti questi fenomeni supponiamo che le

due armature I ed I' sieno assai cariche, e che le palline s, t sieno a contatto (V. Fig. 3).

« Dal pettine A effluirà in molta quantità l'elettricità positiva a caricare il disco mobile, ed una data estensione di questo potrà contenere più elettricità positiva, che non contenga di elettricità negativa una eguale estensione del disco fisso armato I.

« Allorquando, movendosi il disco mobile, la parte elettrizzata giungerà al pettine M, su di questo prevarrà l'induzione della faccia positiva del disco mobile, sull'opposta induzione dell'armatura, e per conseguenza esso dovrà lasciare effluire elettricità negativa. Così resta spiegato l'invertirsi delle apparenze luminose sui pettini diametrali. Allontanando a poco a poco le palline della macchina, diminuisce gradatamente la quantità di elettricità che il pettine A lascia effluire, e per conseguenza le porzioni di disco che giungono sotto il pettine M hanno cariche positive vieppiù minori. Per una certa distanza delle palline il pettine M sarà inattivo, e ciò avverrà allorchè le azioni opposte esercitate su di esso dal disco mobile e dall'armatura I, si compensano. Finalmente superato questo istante, continuando ad allontanare le palline, prevale sul pettine M l'azione dell'armatura I, e la macchina agisce nel modo normale. Un analogo ragionamento potrà ripetersi nel pettine N. Facendo comunicare i due pettini obliqui (e cioè del conduttore diametrale) con un piccolo tubo di Geissler, esso rimane buio se le palline sono a quella distanza alla quale i pettini stessi non agiscono; si illumina se la distanza è maggiore o minore. In quest'ultimo caso però le apparenze caratteristiche delle due elettricità cambiano posto agli estremi del tubo » (1).

Data l'importanza dell'argomento ho creduto necessario dare questa lunghissima citazione, anche perchè si giudichi se l'interpretazione che farò di alcuni punti è esatta. Sintetizzo ora, con terminologia diversa, la teoria nei suoi concetti principali.

Ad elettrodi molti aperti, causa la piccola capacità di A (V. Fig. 2) si induce sul disco mobile una piccola quantità di elettricità positiva. Si è adunque effettuata l'inversione, e le cariche invertite saranno proporzionali alla capacità del collettore, ed alla quantità delle cariche assorbite, vale a dire

(1) V. A. RIGNI. *Esperienze sulla penetrazione delle cariche ecc.* Memoria dell'Accademia delle Scienze presentata nel Maggio 1874, pagg. 53-55.

scaricate dal collettore. (Essendo le cariche positive, minori di quelle negative, furono nella figura, tratteggiate).

In queste condizioni saranno molto attive le punte di M, il quale per avere forte capacità invertirà le cariche negative passate sotto A, e poichè subisce anche l'influenza di I, indurrà cariche positive sul disco.

Per una data apertura dello spinterometro, vi sarà un momento di equilibrio, e ciò avverrà quando le capacità di A e di M saranno eguali.

Ai elettrodi molto vicini (V. Fig. 3) A per la sua capacità indurrà forti cariche positive sul disco e l'inversione sarà teoricamente completa. Giunte queste cariche sotto M, esse prevarranno su quelle dell'induttore: in altre parole non l'induttore, ma il disco (l'indotto) influenzerà il pettine M. Si è adunque verificato il fenomeno Holtz-Righi e spiegata l'inversione di corrente nel conduttore diametrale.

Tutto ciò si riferisce alle macchine a dischi, e fu accertato anche dal Wommelsdorf per quelle moderne in cui vi sono indotti metallici e spazzolini. Ma nella mia macchina a cilindro ho rilevato particolarità ed anomalie che se verranno confermate, potranno ampliare le nostre cognizioni sulle elettrostatiche. Lasciando gli spazzolini al collettore ⁽¹⁾ colloco una punta all'estremità del conduttore diametrale, onde controllare la distribuzione dei segni a mezzo della direzione della corrente nel conduttore stesso. Con tale dispositivo si perde l'autoeccitazione: chiudendo però lo spinterometro la macchina si eccita facilmente.

In ripetuti esperimenti, non ho potuto con sorpresa, accertare il cambiamento di direzione nella corrente del polarizzatore, qualunque sia l'apertura dello spinterometro. Con elettrodi vicinissimi la corrente è minima ed appena percettibile: aumenta però gradatamente aumentando la resistenza del circuito esterno. Ho intercalato, fra le due metà del conduttore diametrale, un piccolo tubo Geissler, ma sempre collo stesso risultato.

Come si spiega l'anomalia? Le punte del polarizzatore darebbero sempre lo stesso segno dato il campo molto intenso e periferico dell'induttore. In altri termini prevarrebbe sempre la carica dell'induttore nei fenomeni d'influenza sulle punte del polarizzatore. Ciò spiegherebbe le apparenze luminose delle punte, ma perchè realmente non si invertirebbe la corrente?

Si può ammettere che in queste macchine il collettore scarichi meglio, e perciò non giungerebbero all'estremità del diametrale cariche tanto forti da

⁽¹⁾ Uno spazzolino è maggiore dell'altro e ciò per favorire la dissimetria della macchina.

indurre sulla punta del conduttore diametrale; crescendo però la resistenza esterna, il collettore per aver diminuita la propria capacità diviene meno efficace, per cui si vede crescere d'intensità la corrente del polarizzatore.

Ciò posto si dovrebbe avere il caso della figura 3 e cioè una chiara dimostrazione del fenomeno Holtz-Righi sotto il collettore stesso.

L'esplorazione colla punta che sarebbe preziosa per una verifica di controllo, in questo caso non serve, anzi può indurre in errore. Si accosti infatti agli indotti passati sotto il collettore una punta a terra: quando la resistenza del circuito esterno è debole, questi si dimostrano scarichi o quasi; quando la resistenza è grande, la punta li segna carichi dello stesso segno dell'induttore, come se non si fossero invertiti sotto il collettore. Parebbe che si dovesse concludere contro il fenomeno in esame: ma la punta rivela ora il segno dell'induttore e non dell'indotto, pur essendo più vicina a quest'ultimo, e spiego così:

Nella regione tra a' b' (V. Fig. 1, pag. 186) abbiamo certamente cariche positive come è dimostrato dalla derivazione di corrente che va ad alimentare l'induttore I' . Gli indotti passati sotto il collettore b' devono avere subito un'inversione di segno e cioè essere diventati negativi. L'esplorazione della punta non lo dimostra, perchè tali cariche essendo più deboli di quelle positive dell'induttore I' vengono mascherate. In altri termini la porzione del campo positivo di I' che è molto intenso ed avvolge esternamente gli indotti, maschera le cariche negative più deboli. In proporzione della maggiore o minore capacità di b' , l'estremità a , del diametrale, indurrà cariche negative in quantità maggiori o minori sugli indotti, così che tra a b essi saranno certamente negativi.

Anche nella regione tra b a' avremo cariche positive ma mascherate, e la punta darebbe ivi il fiocco positivo in forza dell'intensità del campo negativo di I ⁽¹⁾.

Riassumendo:

Il fenomeno Holtz-Righi si applica rigorosamente: i segni elettrici in realtà si invertono tanto sotto il collettore quanto sotto il polarizzatore, ma non contemporaneamente sotto i due organi, cioè ora sotto l'uno ora sotto l'altro.

⁽¹⁾ Le esperienze furono più volte ripetute su due modelli di macchina a cilindro, e credo di non essere stato condotto in errore. Invito tuttavia gli studiosi a ripeterle, anche per accertare sempre più fenomeni che non giudico di scarso interesse.

Se si cambiassero sotto entrambi avremmo una fondamentale alterazione nella macchina. I due organi sono perciò ingegnosamente connessi e legati fra loro nel funzionamento, e l'uno lavora quando l'altro è inattivo, aiutandosi e compensandosi scambievolmente.

È importante notare che quando il collettore scarica, inverte sempre ricaricando in senso opposto, quantunque le cariche invertite possono rimanere dissimulate. La scarica del collettore è variabile e perciò anche in quantità l'inversione.

Il cambiamento dei segni è oggettivamente rappresentato dai soliti schemi delle elettrostatiche, o si potrebbe modificandoli ottenere un'esattezza maggiore?

Rigorosamente parlando si potrebbe invertire il segno dopo il collettore: ma si potrebbe anche per *convenzione* fare ciò dopo il conduttore diametrale, avvertendone però il lettore onde non indurlo in errore. Perciò quando il segno non cambia dopo il collettore, lo schema indica di fatto che il collettore non ha agito: quando dopo il collettore cambia, deve badare che il polarizzatore non può più agire.

Si potrebbero anche rappresentare le cariche dissimulate con segni più deboli o tratteggiati: con tali schemi (più precisi ma più complicati, e da usarsi solo nell'insegnamento superiore) si comprenderebbe forse meglio il funzionamento di una macchina elettrostatica.

3. Il collettore ed il polarizzatore in ordine all'intensità. — Giova risolvere una questione già toccata in altra parte ⁽¹⁾ per aggiungervi nuovi elementi e renderla meno incompleta. Le classiche macchine di Holtz avevano tanto il collettore che il conduttore diametrali muniti di punte disposte a pettine. Si constatò in seguito, e non è il caso di darne qui la spiegazione, che le punte scaricano insufficientemente il disco, e riducono assai l'intensità di corrente. Ma come aumentarla? Giudicando tecnicamente migliori le macchine ad induttori mobili, si studiò di perfezionarne il collettore. Con un primo dispositivo escogitato da Musaeus (1867) si cercò di spostare le branche di un collettore doppio od a ferro di cavallo, così che le estremità del collettore risultassero non più nello stesso piano, ma fortemente inclinate, l'una verso l'alto, e l'altra in direzione opposta. Questa varietà di collettore è chiamato dai francesi: *collecteur décalé*: non avendolo trovato tradotto in italiano, l'ho detto collettore ad inclinazione.

(1) F. LUSCIA. La tecnologia delle macchine elettrostatiche. - pag. 226.

Holtz aveva munito la sua macchina ad induttori mobili e dischi verticali, con due collettori semplici a pettine, ciascuno dei quali era situato all'estremità di uno stesso diametro, ed affacciato a un sol disco e cioè all'anteriore. Musaeus pensò di portare anche sul disco opposto due altri pettini, che da principio non congiunse coi primi ma con due altri eccitatori, credendo in tal modo di raccogliere una corrente duplicata: in seguito però tolse gli eccitatori del disco posteriore ed unì fra loro i due pettini affacciati, onde ne risultò un collettore a ferro di cavallo. Sperimentalmente trovò ancora che l'intensità ai collettori, pur essendo a ponte, aumentava quando l'estremità libera di un pettine veniva piegata in alto verso il moto del disco, e l'estremità dell'altro pettine in senso opposto. L'intensità aumentava, ma sorgevano altri gravi inconvenienti; si migliorava il rendimento solo a determinate lunghezze di scintilla, così che l'innovazione difficilmente poteva divenire pratica.

Le ricerche furono riprese nel 1804 dallo Schaffers ⁽¹⁾ che rifacendo le esperienze del fisico tedesco ne confermò i risultati, ed aggiunse autorevolissime interpretazioni.

Nel primo ciclo di esperienze con macchine a quattro elettrodi e collettori a pettini separati, constatò che la scarica avviene fra le sfere dello spinterometro che offre resistenza minore: e cioè darà scintilla lo spinterometro del disco che ha le sfere più vicine; inoltre avvertì che i pettini attivi si trovano sempre sopra un disco e contemporaneamente su entrambi, come pure vide entrare in azione il polarizzatore opposto, prima del pettine opposto.

Riunendo poi i pettini dei collettori conservando un solo spinterometro, s'accorse che quantunque metallicamente congiunti i due pettini di uno stesso collettore non erano egualmente attivi: una benchè piccola differenza nella distanza dal disco o nella finezza delle punte o nella simmetria della macchina, bastava a far prevalere l'uno o l'altro dei pettini, con evidente danno della scarica del disco. L'illustre fisico belga ha provato anche un solo conduttore diametrale: con ciò si aveva l'inversione della corrente in tutta la macchina, poichè funzionando un disco da induttore per l'altro, rovesciati i segni del primo, si cambiano pure quelli del secondo.

Il lettore che ha seguito questa arida esposizione, non inutile però per la teoria, potrebbe chiedere. Se gli spazzolini scaricano meglio, poichè non usarli sia al collettore che al conduttore diametrale?

⁽¹⁾ Essai sur la théorie des machines électriques à influence.

Anche questa disposizione fu provata dalla Schaffers ma la macchina non si eccitava più: staccati però i fiocchetti del conduttore diametrale dal disco, si aveva l'eccitazione e si perdeva appena che i fiocchetti toccavano gli indotti. La macchina era una Wimshurst con collettori ad inclinazione: con macchine a collettore normale munito di fiocchetti si aveva un discreto funzionamento, ma ad elettrodi separati.

Mi dispenso dal riprodurre i dati numerici sull'intensità rimandando all'opera dello Schaffers chi desiderasse approfondire la questione. Il collettore ad inclinazione porta sempre dei vantaggi ma bisognerebbe variarne l'inclinazione a norma della lunghezza della scintilla, il che ne guasta la praticità. Una leggera inclinazione potrebbe, come già si affermò, giovare negli usi ordinari della macchina. Dato pure che questa varietà di collettore non possa entrare nella pratica, nulla ne perde la sua importanza teorica, la quale dovrebbe amplificare e precisare le nostre cognizioni intorno al funzionamento del collettore. Sarebbe adunque interessante spiegarci l'aumento d'intensità in questo strano collettore. Dire che scarica meglio i dischi non è spiegare il fenomeno, e le poche ipotesi finora avanzate, non sono, a mio parere, soddisfacenti. Certamente le due punte affacciate, anche se vi sono interposti i dischi, si influenzano scambievolmente: la punta più attiva sarà pertanto quella più vicina a un disco, oppure la più aguzza. Questa, scarica non solo il disco al quale si affaccia, ma anche (più debolmente però) il disco opposto, o per lo meno condensa verso di sé le cariche circostanti così che la punta opposta rimane inattiva. Col collettore ad inclinazione le punte trovano invece ciascuna il proprio disco nelle migliori condizioni per scaricarlo, senza avere altre punte che agiscono in senso antagonistico. La spiegazione lascia ancora punti oscuri, che mi auguro vengano presto analizzati da qualche appassionato di elettrostatica.

Furono tentati anche collettori ad inclinazione misti, e cioè formati da pettini con l'aggiunta di qualche fiocchetto tra una punta e l'altra. La disposizione meno difettosa era forse quella che metteva fiocchetti al collettore ad inclinazione, e pettini al conduttore diametrale: così si avvantaggiava l'intensità, almeno per alcune lunghezze di scintilla, ma il funzionamento del polarizzatore non era sicuro che a voltaggi elevati.

Siamo ora in grado di spiegarsi come ciò avvenga. Quando la resistenza del circuito esterno è debole, il collettore, soprattutto se è munito di fiocchetti, scarica quasi completamente il disco: frattanto si osserva che le punte del conduttore diametrale restano inattive. Crescendo la distanza esplosiva, il

collettore scarica meno bene, e nello stesso tempo il polarizzatore a punte (che agisce solo a voltaggi elevati) non è in grado di neutralizzare gli indotti. Si verifica in tal modo il grave inconveniente dell'inversione a cm. 20 di apertura, segnalato dallo Schaffers in una Wimshurst. Aumentando però la distanza esplosiva, coll'elevazione del potenziale da neutralizzarsi il polarizzatore funziona, ed anche il rendimento della macchina migliora. I fiocchetti al polarizzatore invece che al collettore, assorbono troppa corrente come già si è detto.

Bisognava ricordare tutto questo, sia perchè la teoria si chiarisce, sia perchè si comprendono meglio le difficoltà che impedivano l'applicazione dei fiocchetti al collettore ed al conduttore diametrale. Queste difficoltà sono ora superate nelle moderne elettrostatiche.

Riguardo alla macchina a cilindro, non ho mai rilevato difficoltà nella autoeccitazione in dipendenza degli spazzolini del collettore e del diametrale. Per ovviare all'esagerato assorbimento di corrente da parte del conduttore diametrale, Wommelsdorf inserisce ad eccitazione avvenuta, una resistenza d'aria nel polarizzatore, e l'autore di queste pagine preferisce spostare, ad eccitazione avvenuta, un braccio del polarizzatore stesso ⁽¹⁾.

6. Gli spazzolini in ordine all'innescamento ed all'intensità. — Trattando delle macchine ad induttori mobili, indicai quali fossero gli spazzolini o spazzole efficaci per l'innescamento e per l'aumento dell'intensità.

Riferendomi ora alle macchine ad induttori fissi ed in particolar modo di forma cilindrica, confermo il principio generale che cioè: Alcune spazzole, occupanti posti fissi determinano nelle macchine l'autoeccitazione, ed anche la polarità, ed aumentano fino ad un certo limite l'intensità. Ne consegue che per favorire l'innescamento e l'intensità si deve creare una dissimetria nella superficie o nella pressione degli spazzolini ⁽²⁾. Nelle macchine a cilindro da me sperimentate, ho volutamente stabilito una forte dissimetria specialmente fra gli spazzolini situati a ciascuna estremità del polarizzatore. Quando gli spazzolini del collettore non sieno troppo sviluppati od aderenti alla superficie mobile, se gli elettrodi sono separati, l'autoeccitazione viene data dagli spazzolini del conduttore diametrale. In esso ho disposto che il fiocco più volu-

⁽¹⁾ V. Atti della Pontificia Accademia Scienze Nuovi Lincei. Anno 82° - pag. 399-407.

⁽²⁾ La pressione aumenta la superficie della spazzola; non aumenta però la quantità di elettricità che si sviluppa per contatto o per strofinio.

minoso rimanesse in basso, mentre nella parte superiore il fiocchetto è ridotto ad $1/3$. Con tale disposizione si assicura la dissimetria negli spazzolini e perciò si facilita l'autoeccitazione, mentre nello stesso tempo si ha il vantaggio di prevedere, con molta probabilità, quale polarità sta per assumere la macchina.

Sembra che la posizione della spazzola efficace nelle macchine a cilindro e nelle macchine a dischi e ad induttori mobili non si accordi, ma su questo spero di ritornare in un prossimo studio, quando avrò potuto fare un confronto più ampio fra i due tipi. Sostituendo le punte ai fiocchetti nelle estremità del conduttore diametrale non si ha più l'autoeccitazione, che si può tuttavia ottenere chiudendo gli elettrodi. La macchina funziona benissimo e senza inversione, ma l'intensità è minore mancando la spazzola efficace al diametrale.

7. Il rovesciamento dei poli e l'allungamento della scintilla. —

Accennerò anche a due curiosi fenomeni dei quali è bene renderci conto. Sappiamo che è facile con un conduttore diametrale girevole sul proprio asse, cambiare polarità alla macchina mentre funziona: basta spostare simmetricamente le due metà del polarizzatore, così che l'angolo assuma un valore negativo.

In tale posizione la macchina si diseccita, ma rimettendo tosto il conduttore diametrale nella primitiva posizione, si acquista subito una nuova eccitazione con poli invertiti.

Con tale operazione si può constatare:

α) Che, avendo da poco innescata la macchina, se si inverte volutamente ed a brevi intervalli la polarità, la scintilla guadagna in lunghezza.

β) Che, prescindendo dalla posizione e dalla forma degli elettrodi, non è indifferente in ordine alla lunghezza della scintilla, stabilire uno dei poli (ad esempio il positivo) a destra ed a sinistra, ma è da preferirsi una parte determinata che si trova sperimentalmente in ciascuna macchina.

Per quanto si riferisce ad α attribuisco la causa agli induttori, che probabilmente in grazia d'una specie di saturazione elettrica, aumentano, soprattutto se fissi ed interni, la propria capacità di assorbire una quantità maggiore di cariche. Questa saturazione, pur ottenendosi, ma più lentamente, anche facendo funzionare la macchina con lo stesso polo, si ha con maggiore efficacia invertendo energicamente i campi elettrici.

Per β ritengo che sia interessata la spazzola efficace del polarizzatore, richiedendosi per essa il polo adatto, ed interessata deve essere anche la fran-

gia positiva, la quale si scarica di più sopra una spazzola che su l'altra, soprattutto se una è difettosa.

8. Se il conduttore diametrale si debba porre a terra od isolare. — Nelle comuni macchine elettrostatiche il conduttore diametrale non è isolato. Composto esclusivamente di metallo, è calettato sull'asse della macchina e può, facendo centro dell'asse, spostarsi di parecchi gradi per assumere l'angolo più conveniente.

I fisici, anche autorevolissimi, non si accordano sull'isolamento del polarizzatore. Riess vuole che comunichi col suolo: lo Schaffers giustamente sostiene che l'isolamento del polarizzatore favorisce l'autoeccitazione.

Si potrà adunque preferire un conduttore diametrale isolato, in una macchina di difficile innescamento ed alla quale non si chiede che alto voltaggio. Ma nelle macchine moderne, che sono di facilissima eccitazione, non ci deve preoccupare l'isolamento del polarizzatore, il che anzi potrebbe nuocere all'intensità. Infatti se le due parti del polarizzatore (che supponiamo isolato dalla macchina) sono metallicamente congiunte, si avrà un forte assorbimento di corrente; se invece le due parti del polarizzatore vengono separate da una resistenza d'aria, penso che la capacità del polarizzatore (per mancanza di messa a terra in una almeno delle sue estremità) sia insufficiente.

Credo adunque migliore un conduttore diametrale non isolato, ma nel quale si possa impedire il dannoso assorbimento della corrente sia colla resistenza d'aria secondo il metodo Wommelsdorf, sia col braccio spostabile come fu da me recentemente proposto.

In tal modo una delle spazzole del polarizzatore avrà forte capacità per funzionare quando occorra da messa a terra, (V. N° 9) e la corrente passerà nella sua quasi totalità al collettore.

9. Quando si effettua la messa a terra. — La macchina elettrostatica è basata sul principio dell'elettroforo: studiamo ora come avvenga la così detta messa a terra per l'aumento del potenziale. Dopo quanto ho premesso credo che il lettore sia in grado di intuire da se stesso l'inesattezza di chi attribuisce esclusivamente al conduttore diametrale tale compito.

Già dimostrai, in questa ed in altre sieno pur brevi note, che i fenomeni delle macchine elettrostatiche risultano fra i più complessi, e sono perciò di difficilissima analisi ed interpretazione, perchè essendo i vari organi in rapporto fra loro variano nella loro funzione.

Credo tuttavia d'aver già implicitamente provato, che il collettore, almeno a breve distanza degli elettrodi, funziona anche da messa a terra. Non so se altri abbia espresso tale opinione: trovo però che a priori si nega al collettore tale funzione in quanto che il collettore non è zero. Si è però osservato che quando scocca la scintilla, esso è in comunicazione col polo opposto e perciò, in ordine al fenomeno, in favorevoli condizioni: inoltre sta il fatto che a brevi distanze esplosive, il polarizzatore non funziona affatto, e può essere anche tolto. In tal caso la messa a terra è evidentemente affidata al collettore.

Aumentando però la resistenza esterna, il polarizzatore si rende necessario anche per la messa a terra. E poichè sono due gli spazzolini del conduttore diametrale, dovranno ambedue od almeno in grado eguale funzionare da messa a terra?

È probabile che ciò spetti ad un solo spazzolino, ed è inoltre accertato che la messa a terra del negativo allunga la scintilla. La regola per fissare i concetti precedenti si potrebbe enunciare così: La messa a terra si effettua prima nel collettore a norma della sua capacità e resistenza, e poi nel conduttore diametrale, se ed in quanto il collettore non ha agito.

Conclusioni. — Si possono ora dedurre le seguenti conclusioni:

Dal paragrafo 1. — La teoria del contatto comprende anche la tribo-elettricità: conseguentemente essa è un caso particolare della teoria, estesa ed applicata anche a corpi non metallici od isolanti. Il contatto dà il dislivello; in seguito la diminuzione di capacità ne innalza il potenziale. Perciò anche nel contatto fra due metalli non si deve trascurare la diminuzione di capacità, la quale, sia fra metalli sia fra isolanti, spiega l'elevazione del potenziale. Tutto ciò unifica le due forme di elettricità, statica e dinamica, ed induce a pensare che questa sia derivata logicamente da quella.

Dal 2. — Gli induttori, in forza della loro stessa posizione e distribuzione elettrica, sono in condizioni tali da subire forte dispersione. Gli isolamenti ordinari si dimostrano insufficienti: sarà meglio internare gli induttori, evitando però gli inconvenienti derivanti dalla penetrazione delle cariche nel dielettrico.

Dal 3. — Un cuscinetto funziona anche da induttore, quando (come nel caso proposto) una punta a terra, posta nel campo del cuscinetto, condensa sul disco mobile cariche indotte che risultano identiche nel segno e nella modalità, a quelle delle ordinarie macchine ad influenza: cariche che poi vengono aumentate per la diminuzione della capacità ed a spese dell'energia mec-

canica. Tale cuscinetto-induttore è però mantenuto carico per strofinio, e non per corrente derivata.

Dal 4. — La distribuzione dei segni varia secondo la capacità del collettore, e con tale avvertenza deve applicarsi il fenomeno Holtz-Righi: ne consegue che la distribuzione dei segni non è sempre rappresentata con esattezza dai soliti schemi. Sarebbe più logico invertire il segno dopo il collettore (dato che il conduttore diametrale serve solo a correggere od a supplire il collettore) o si potrebbe ricorrere ai doppi segni. In ogni caso, volendo ritenere gli attuali schemi, se ne indichi la deficienza, cui si supplisca con opportune spiegazioni. Dal non rilevarsi inversione di corrente nel polarizzatore della macchina a cilindro, si può dedurre che questa possiede un campo più intenso, perchè agisce sempre sull'estremità del polarizzatore qualunque sia la carica residua dell'indotto, e che gli induttori periferici lavorano in condizioni migliori.

Dal 5. — Alle macchine ad induttori mobili che attualmente sono le più diffuse, giova per l'intensità, dare una leggera inclinazione al collettore come insegna la teoria e la pratica. Si possono sempre munire di spazzolini, anche al conduttore diametrale, evitando l'esagerato assorbimento di corrente con uno dei metodi presentati.

Dal 6. — Si procuri la dissimetria degli spazzolini onde aumentare l'intensità e favorire l'autoeccitazione.

Dal 7. — Con macchine ad induttori fissi, soprattutto se internati nel dielettrico, giova rovesciare più volte i poli allo scopo di allungare rapidamente la scintilla: in seguito però, conviene, e per l'intensità e per il voltaggio, lavorare sempre colla stessa polarità.

Dall'8. — Eccettuato il caso in cui non interessa l'intensità, è preferibile che il conduttore diametrale sia a terra in una delle sue parti.

Dal 9. — La messa a terra si opera ordinariamente dal collettore, ed è bene che si effettui da tale organo: quando per insufficiente capacità, il collettore non può effettuarla è supplito dal conduttore diametrale. È probabile che di questo agisca in tal senso una sola parte (V. Conclusione 8°).

Chiuderò questo modesto lavoro, constatando che i difetti delle macchine elettrostatiche vengono eliminati man mano che se ne conosce la teoria: la quale spero sarà anche da altri, e quanto prima, meglio sviluppata e completata.

Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana

Nota di A. MASOTTI presentata dal S. O. DE SANCTIS ⁽¹⁾

Sommario. — Sia G_{MP} il valore che la funzione preliminare di Green, relativa ad un'area piana connessa e di polo M , assume nel generico punto P dell'area stessa. G_{MM} indichi il valore che la funzione medesima assume nel suo polo M . — Si dimostrano in questa Nota le relazioni:

$$(I) \quad \text{grad } G_{MM} = 2 (\text{grad}_P G_{MP})_M ,$$

$$(II) \quad \Delta_2 G_{MM} = 4e^{2G_{MM}} .$$

La (II) afferma che la funzione $2G_{MM}$ è integrale della equazione di Liouville:

$$\Delta_2 u = 8e^u ,$$

che interviene altrove, in analisi e in geometria differenziale (funzioni automorfe, superficie di curvatura costante), ed è stata oggetto di numerose ricerche (Picard, Poincaré, Lichtenstein, Bieberbach).

1. È nota la funzione preliminare di Green, relativa ad un cerchio, avente per polo un punto qualunque di esso ⁽²⁾. Sia a il raggio del cerchio, ϱ la distanza dal centro del polo M ($\varrho < a$); $\varrho' = a^2/\varrho$ è la distanza dal centro del punto M' , coniugato di M rispetto alla circonferenza. Se r' è la distanza da M' di un generico punto P del cerchio, allora

$$(1) \quad \Gamma_{MP} = \log \frac{a}{\varrho r'} .$$

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione II del 18 gennaio 1931.

⁽²⁾ Ricordiamo che si chiama *funzione preliminare di Green*, relativa ad un'area piana connessa ed avente per polo un punto M dall'area stessa, quella funzione armonica e regolare in tutta l'area, che assume in un generico punto P del contorno il valore: $\log (1/MP)$.

è il valore assunto in P dalla funzione preliminare di Green che ha per polo M ⁽¹⁾.

Se nella (1) si pone: $r' = \varrho' - \varrho$, si ottiene il valore che la funzione stessa assume nel polo M:

$$(2) \quad \Gamma_{MM} = \log \frac{a}{a^2 - \varrho^2}.$$

Si deducono senza difficoltà da questa formula le due relazioni annunciate ⁽²⁾:

$$(3) \quad \text{grad } \Gamma_{MM} = 2(\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M,$$

$$(4) \quad \Delta_2 \Gamma_{MM} = 4e^{2\Gamma_{MM}}.$$

⁽¹⁾ V. ad es. MARCOLONGO, *Teoria Matematica dello Equilibrio dei Corpi Elastici*, cap. I, § 10, 1° (Milano, Hoepli. 1904).

⁽²⁾ Infatti si osserva che

$$\text{grad}_P \Gamma_{MP} = -\frac{1}{r'^2} (P - M'),$$

da cui scende che

$$(\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M = -\frac{1}{(\varrho' - \varrho)^2} (M - M');$$

se si indica con $\mathbf{u}$ il versore del vettore $M' - M$, si ha:

$$M - M' = -(\varrho' - \varrho) \mathbf{u},$$

e quindi la precedente diviene:

$$(\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M = \frac{1}{\varrho' - \varrho} \mathbf{u},$$

ossia:

$$(\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M = \frac{\varrho}{a^2 - \varrho^2} \mathbf{u}.$$

D'altra parte si deduce dalla (2) che

$$\text{grad } \Gamma_{MM} = \frac{2\varrho}{a^2 - \varrho^2} \mathbf{u},$$

sicchè il confronto delle due ultime dà subito la (3). — Si deduce poi dalla (2) la espressione del secondo parametro differenziale della funzione Γ_{MM} . Poichè Γ_{MM} dipende dalla coordinata ϱ solamente, si ha:

$$\Delta_2 \Gamma_{MM} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} \left(\varrho \frac{\partial \Gamma_{MM}}{\partial \varrho} \right) = \frac{4a^2}{(a^2 - \varrho^2)^2}.$$

dalla quale, tenendo conto della medesima (2), discende la (4).

Queste due relazioni, la validità delle quali è stata constatata per la funzione preliminare di Green relativa al cerchio, verranno ora estese, coll'aiuto di una rappresentazione conforme, alla funzione preliminare di Green relativa ad un'area qualunque.

2. Sia assegnata la relazione che stabilisce la rappresentazione conforme di un'area semplicemente connessa Σ (un cerchio, per esempio), del piano della variabile complessa $\zeta = \xi + i\eta$, sull'area S , pure semplicemente connessa, del piano della variabile complessa $z = x + iy$:

$$(5) \quad z = f(\zeta) .$$

Siano $\zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0$ e $z_0 = x_0 + iy_0$ le affisse di due punti corrispondenti; Γ e G siano le rispettive funzioni preliminari di Green; dette Γ^* e G^* le funzioni armoniche ad esse associate (ciascuna delle quali è determinata a meno di una costante additiva arbitraria), le quantità complesse $\Gamma + i\Gamma^*$ e $G + iG^*$ sono funzioni analitiche di ζ e z , rispettivamente, che indicheremo con $\Phi(\zeta)$ e $F(z)$. Se ζ e z si riferiscono a punti pure corrispondenti, sta, qualunque sia la coppia di punti corrispondenti ζ_0 e z_0 , la seguente relazione equivalente alla (5):

$$(6) \quad (\zeta - \zeta_0) e^{\Phi(\zeta)} = (z - z_0) e^{F(z)} .$$

Infatti la (6) stabilisce una corrispondenza conforme fra le aree Σ e S , nella quale si corrispondono i punti $\zeta = \zeta_0$ e $z = z_0$; di più se la (5) fa corrispondere alla direzione di una semiretta σ spiccata da ζ_0 , la direzione della semiretta s spiccata da z_0 , lo stesso fa la (6), purchè siano determinate in modo opportuno le costanti additive arbitrarie che intervengono in $\Phi(\zeta)$ e $F(z)$ ⁽¹⁾. Siccome è unica la corrispondenza conforme fra le due aree che

⁽¹⁾ La (6) stabilisce una corrispondenza conforme fra il piano ζ e il piano z . Al contorno di Σ , dove

$$|(\zeta - \zeta_0) e^{\Phi(\zeta)}| = |\zeta - \zeta_0| e^{\Gamma} = 1 ,$$

corrisponde la linea del piano z dove

$$|(z - z_0) e^{F(z)}| = |z - z_0| e^G = 1 ,$$

fa corrispondere fra loro due assegnati punti interni e due direzioni da essi spiccate ⁽¹⁾, così la (5) e la (6) sono equivalenti ⁽²⁾.

3. Deriviamo ambo i membri della (6) rispetto a ζ ; otterremo:

$$(7) \quad e^{\Phi(\zeta)} \left[1 + (\zeta - \zeta_0) \Phi'(\zeta) \right] = e^{F(z)} \left[1 + (z - z_0) F'(z) \right] \frac{dz}{d\zeta}.$$

e questa linea è il contorno di S . Poichè al punto $\zeta = \zeta_0$, interno a Σ , corrisponde il punto $z = z_0$, interno a S , sono le regioni interne quelle che si corrispondono. — Se si pone

$$\zeta = \zeta_0 + d\sigma \cdot e^{i\vartheta},$$

la (5) porge

$$z = z_0 + d\sigma \cdot e^{i\vartheta} \cdot f'(\zeta_0),$$

sicchè alla direzione di anomalia ϑ spiccata da ζ_0 corrisponde, nel piano z , la direzione di anomalia $t = \vartheta + \arg f'(\zeta_0)$ spiccata da z_0 . Ma dalla (6) discende che

$$\arg(\zeta - \zeta_0) + \Gamma^* = \arg(z - z_0) + G^*,$$

e si vede che basta disporre delle costanti arbitrarie che figurano in Γ^* e G^* in modo che sia:

$$\vartheta + \Gamma_0^* = t + G_0^*$$

perchè anche la (6) faccia corrispondere le due predette direzioni. — Cfr. ad es. O. D. KELLOGG, *Foundations of Potential Theory*, pp. 365 e seguenti (Berlin, Springer, 1929).

⁽¹⁾ KELLOGG, l. c., pp. 369-370; HURWITZ-COURANT, *Allgemeine Funktionentheorie*, pp. 398-400 (Berlin, Springer, 1929); R. v. MISES, *Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik, Erster Teil*, pp. 548-549 (Braunschweig, Vieweg, 1925).

⁽²⁾ Questa equivalenza ci permetterà più tardi di calcolare la $dz/d\zeta$ indifferentemente, sia partendo dalla (5) che dalla (6), e di affermare che la derivata stessa, calcolata sulla base della (6), non contiene, in modo essenziale, nè ζ_0 nè z_0 .

Si osservi, infine, che dalla (6) discende:

$$\log(\zeta - \zeta_0) + \Phi(\zeta) = \log(z - z_0) + F(z);$$

da questa, eguagliando le parti reali, si ottiene:

$$\log|\zeta - \zeta_0| + \Gamma = \log|z - z_0| + G.$$

I due membri dell'eguaglianza ora scritta sono, a meno del segno, le funzioni (non preliminari) di GREEN relative alle due aree considerate e ai poli ζ_0 e z_0 rispettivamente. La loro eguaglianza è stata osservata dal prof. BOGGIO, nella Nota *Sulla funzione di Green per una lastra indefinita*. (« Rendiconti del R. Istituto Lombardo », vol. XLII, ser. II, 1909, pp. 611-624; § 2).

Ponendo ora in questa $\zeta = \zeta_0$, e quindi $z = z_0$, si ha:

$$(8) \quad e^{\Phi_0} = e^{F_0} \left(\frac{dz}{d\zeta} \right)_0,$$

nella quale Φ_0 ed F_0 indicano il valori che le funzioni $\Phi(\zeta)$ e $F(z)$ assumono nei rispettivi poli ζ_0 e z_0 . Dalla (8), prendendo i logaritmi di ambo i membri, si ha:

$$(9) \quad \Phi_0 = F_0 + \log \left(\frac{dz}{d\zeta} \right)_0,$$

e da questa, eguagliando le parti reali:

$$(10) \quad \Gamma_0 = G_0 + \log \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|_0.$$

È questa una notevole relazione fra i valori assunti dalle funzioni preliminari di Green nei rispettivi poli.

4. Riscriviamo la (10), ponendo:

$$\mu = \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|;$$

omettiamo anche l'indice zero, non dimenticando che nell'equazione che si ottiene:

$$(11) \quad \Gamma = G + \log \mu,$$

Γ è funzione delle coordinate ξ_0 e η_0 del suo polo ζ_0 , G è funzione delle coordinate x_0 e y_0 del suo polo z_0 , e la funzione $\log \mu$ è armonica tanto se la si pensa espressa mediante ξ_0, η_0 che mediante x_0, y_0 ⁽¹⁾.

Poniamo allora

$$\Delta'_2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta_0^2}, \quad \Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2}.$$

(1) Si rilevi che la funzione $\log |dz/d\zeta|$, desunta dalla (6), è funzione armonica di ξ ed η , e non contiene ξ_0 ed η_0 in virtù dell'osservazione fatta nell'ultima nota del § 2. Dunque se si pone in essa $\xi = \xi_0$ ed $\eta = \eta_0$, la funzione considerata diviene, come si è affermato, funzione armonica di ξ_0 e η_0 .

Fra questi due operatori sta notoriamente la relazione ⁽¹⁾:

$$\Delta'_2 = \mu^2 \Delta_2 ,$$

sicchè dalla (11), ricordando che la funzione $\log \mu$ è armonica, discende subito:

$$(12) \quad \Delta'_2 \Gamma = \mu^2 \Delta_2 G .$$

Da questa, tenendo conto della (4), che è stata verificata per la funzione preliminare di Green relativa ad un'area S circolare, si deduce che

$$\Delta_2 G = \frac{1}{\mu^2} \Delta'_2 \Gamma = \frac{1}{\mu^2} \cdot 4e^{2\Gamma} = 4e^{2(\Gamma - \log \mu)} ,$$

ossia, per la (11):

$$(13) \quad \Delta_2 G = 4e^{2G} .$$

Questa relazione estende la validità della (4) alla funzione preliminare di Green relativa ad un'area qualunque.

Vogliamo esplicitamente osservare che la funzione preliminare di Green per un'area piana, relativa ad un punto qualunque di essa, *calcolata nel suo polo*, non è funzione armonica delle coordinate di questo, ma il suo parametro differenziale secondo è quantità sempre positiva le cui linee di livello sono le linee di livello della funzione stessa. Se si pone

$$(14) \quad 2G = u$$

la (13) diviene:

$$(15) \quad \Delta_2 u = 8e^u .$$

E questa un'equazione ben nota, che si ritrova nella teoria delle funzioni automorfe e nella geometria differenziale, e che già fu oggetto di studi ⁽²⁾.

⁽¹⁾ V. ad es. la citata opera del KELLOGG, p. 363, ex. 10 (Berlin, Springer, 1929).

⁽²⁾ V. nella *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*: II A 7 c: A. SOMMERFELD, *Randwertaufgaben in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen*, n. 12; II B 4: R. FRICKE, *Automorphe Funktionen mit Einschluss der Elliptischen Modulfunktionen*, n. 38; II C 12: L. LICHTENSTEIN, *Neuere Entwicklung der Theorie partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus*, n. 7, c).

5. Deriviamo nuovamente la (7) rispetto a ζ ; otteniamo :

$$\begin{aligned}
 & e^{\Phi(\zeta)} \left\{ 2\Phi'(\zeta) + (\zeta - \zeta_0) [\Phi'^2(\zeta) + \Phi''(\zeta)] \right\} = \\
 (16) \quad & = e^{F(z)} \left\{ 2F'(z) + (z - z_0) [F'^2(z) + F''(z)] \right\} \left(\frac{dz}{d\zeta} \right)^2 + \\
 & + e^{F(z)} \left\{ 1 + (z - z_0) F'(z) \right\} \frac{d^2z}{d\zeta^2} .
 \end{aligned}$$

Ponendo ora in questa $\zeta = \zeta_0$, e quindi $z = z_0$, si ha :

$$(17) \quad 2\Phi'_0 e^{\Phi_0} = 2F'_0 e^{F_0} \left(\frac{dz}{d\zeta} \right)_0^2 + e^{F_0} \left(\frac{d^2z}{d\zeta^2} \right)_0 ,$$

da cui, dividendo ambo i membri per e^{Φ_0} , e tenendo conto della (8), si ottiene

$$\begin{aligned}
 (18) \quad & 2 \frac{d\Phi}{d\zeta} = 2 \frac{dz}{d\zeta} \frac{dF}{dz} + \frac{d}{d\zeta} \log \frac{dz}{d\zeta} \\
 & \text{(per } \zeta = \zeta_0 \text{ e } z = z_0 \text{)} ,
 \end{aligned}$$

ossia

$$\begin{aligned}
 (19) \quad & 2 \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} - i \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right) = 2 \frac{dz}{d\zeta} \left(\frac{\partial G}{\partial x} - i \frac{\partial G}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \log \mu}{\partial \xi} - i \frac{\partial \log \mu}{\partial \eta} \right) \\
 & \text{(per } \zeta = \zeta_0 \text{ e } z = z_0 \text{)} .
 \end{aligned}$$

D'altra parte si dimostra facilmente che se V è una qualsiasi funzione invariante nella rappresentazione conforme, si ha:

$$(20) \quad \frac{\partial V}{\partial \xi} - i \frac{\partial V}{\partial \eta} = \frac{dz}{d\zeta} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - i \frac{\partial V}{\partial y} \right)$$

(relazione questa ben nota se V è funzione armonica, e di uso corrente nella idrodinamica, dove V è il potenziale cinetico di un moto piano irrotazionale).

Poniamo nella precedente, nel primo membro:

$$V = \Gamma_0 - \log \mu_0 ,$$

e nel secondo membro:

$$V = G_0 ,$$

(ciò che è permesso dalla (11)) e indichiamo quindi con ξ_0 , η_0 e x_0 , y_0 le variabili rispetto alle quali si deriva; si otterrà:

$$(21) \quad \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \xi_0} - i \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \eta_0} = \frac{dz_0}{d\zeta_0} \left(\frac{\partial G_0}{\partial x_0} - i \frac{\partial G_0}{\partial y_0} \right) + \left(\frac{\partial \log \mu_0}{\partial \xi_0} - i \frac{\partial \log \mu_0}{\partial \eta_0} \right).$$

Ora si osservi che

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} - i \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right)_0, \quad \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \xi_0} - i \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \eta_0}, \quad \left(\frac{\partial G}{\partial x} - i \frac{\partial G}{\partial y} \right)_0, \quad \frac{\partial G_0}{\partial x_0} - i \frac{\partial G_0}{\partial y_0}$$

sono le rappresentazioni complesse dei vettori

$$(\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M, \quad \text{grad}_M \Gamma_{MM}, \quad (\text{grad}_Q G_{NQ})_N, \quad \text{grad}_N G_{NN}$$

(M essendo il punto di affissa ζ_0 , N il punto di affissa z_0 , e P, Q due punti appartenenti rispettivamente, ai due campi considerati sui piani ζ e z). Allora dal confronto della (19) con la (21) discende che la relazione (3), valida per la funzione preliminare di Green relativa al cerchio, cioè per la Γ , è anche valida per la funzione preliminare di Green relativa ad un'area qualunque, cioè per la G , come si era annunciato.

Una nuova *Flosculina* in un affioramento d'argille scagliose nel basso vallone del Naro (Agrigento) ⁽¹⁾

Nota del Dott. STEFANO SORRENTINO presentata dal S. O. A. ANILE ⁽²⁾

Sommario. — Si fa conoscere un nuovo affioramento di argille scagliose e la sua fauna, in cui fu trovata una specie non conosciuta di *Flosculina* che si illustra col nome di *Agrigentina*.

Percorrendo il territorio al sud di Favara (F. Gibesa), per rilievi geologici per conto dell'Agip ⁽³⁾, ho potuto constatare che la quota 130, ed una piccola dipendenza di questa, facente parte della serie di collinette che seguono la sponda destra del fiume Naro tra le zolfare Crocca e S. Lucia, risulta formata da un affioramento di argille scagliose. In queste argille si notano numerose intercalazioni di strati calcarei, ora esili; ora più spessi, i quali mostrano le parti inferiori riccamente fossilifere. Se da queste parti inferiori, in cui i fossili sono sedimentati secondo il piano di stratificazione, si passa man mano alle superiori, si nota una forte diminuzione di fossili, ed il calcare si arricchisce di minuti elementi arenacei.

I dati stratigrafici di questo affioramento eocenico, non si possono rilevare con sicurezza stante un certo disordine, dovuto certamente alla causa che ha determinato detto affioramento in mezzo ad una formazione di straterelli di gessi, tripoli, argille e talvolta di quelle marne bianche del pliocene (localmente dette *trubi*), che costituiscono questo territorio in cui vi sono delle miniere di solfo.

La località in parola, trovasi precisamente a sud, ed a circa tre chilometri in linea d'aria, del ben noto affioramento giurassico della contrada Burgilamuni di Favara descritto dal Baldacci. (Zona ad *Aspidoceras 'acanthicum*).

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Geologico dell'Università di Roma.

(2) Presentata nella Sessione del 18 Gennaio 1931.

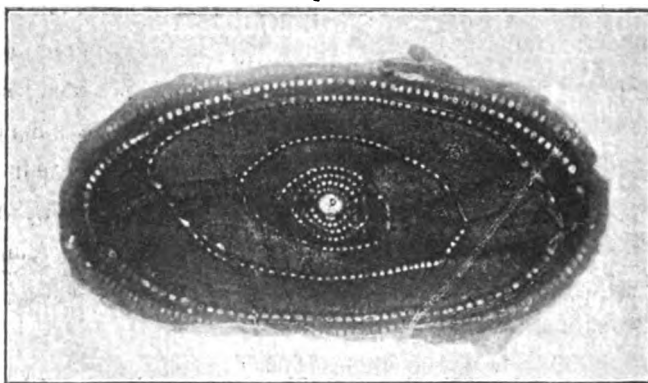
(3) Alle dipendenze del prof. Bonarelli.

I numerosi fossili ricavati dalla frantumazione degli strati calcarei intercalati alle argille, appartengono esclusivamente alle foraminifere, con deciso predominio delle piccole nummuliti. Relativamente scarse sono le alveoline, che si trovano più spesso secondo linee di maggiore addensamento. Rare sono poi le orthophragmine, rappresentate da piccoli esemplari.

Nella determinazione del materiale paleontologico, ho trovata una nuova forma di flosculina, che qui descrivo.

Flosculina agrigentina n. sp.

Esemplare cilindroide, di mm. $4,6 \times 2,3$, con solchi assiali poco precisi, che delimitano sette camere principali esterne strette e lunghe, quasi di uguale grandezza. Sulla superficie esterna non si nota nessun rialzo della lamina sul bordo del plasmostraco, nè si distinguono ai poli gli ombelichi. Dall'esame dei caratteri esterni, risulterebbe quindi trattarsi di una alveolina.



Flosculina Agrigentina
Sezione assiale-centrale ingrandimento 20 diametri

Nella sezione assiale-centrale, si ha una camera embrionale (centrale) rotonda e piuttosto di piccole dimensioni, essendo il suo diametro circa un diciottesimo dell'asse maggiore del nicchio.

Prima camera seriale di media grandezza ed a forma di semiluna.

La lamina spirale presenta ispessimento debole da prima, per acquistare poi, al terzo giro, con progressivo ma accentuato aumento, lo sviluppo caratteristico delle flosculine, che poi perde negli ultimi giri di spira. Cosicchè nel complesso il plasmostraco risulta composto da un nucleo centrale ad aspetto

d'alveolina, pur presentando sempre un aumento di spessore; di una parte mediana tipicamente flosculinizzata, e di un gruppo esterno di spire, le quali tuttavia conservano un discreto spessore della lamina, che ripigliano l'aspetto alveolinico. Tutti questi tre gruppi di spire, presentano come carattere costante un ispessimento ai poli doppio di quello della porzione equatoriale.

Sul semiasse si contano otto giri di spire, a forma di elissi allungati le cui estremità, sull'asse maggiore, sono asimmetriche rispetto a questo e ad angoli molto aperti. Nell'insieme della sezione, i giri flosculinizzati, sebbene siano in minor numero di quelli a tipo d'alveolina, hanno un carattere predominante.

I muri sagittali che separano le cellette, pur essendo spessi, sono sempre più sottili del diametro delle cellette, le quali conservano per ogni gruppo di spire, le dimensioni e la forma. In generale, esse sono piuttosto piccole e subrotonde.

La quantità delle cellette per ogni semielisse, è dato dai numeri:

(1); 1; 7; 9; 11; 12; 15; 16; 24; 33; 40; 52; 54; 60; 68; . .

mentre che le distanze degli elissi dal centro della camera centrale sono come i numeri:

3; 5; 6; 8; 11; 12; 14; 16; 21; 25; 27; 39; 42; 45; 48; 50.

Negli ultimi elissi si nota un accenno alla formazione di cellette secondarie nello spessore del calcare di base.

Rapporti e differenze.

La nuova specie di flosculina, si differenzia molto bene da tutte le altre per i suoi particolari caratteri.

La rassomiglianza che presenta con la *Flosculina daunica* Chec. è puramente superficiale, perchè se ne distacca molto anche per i soli caratteri esterni, non presentando, come queste specie, risalto della lamina sul bordo esterno del nicchio. Ma prescindendo da questo e da tutte le altre differenze più o meno importanti, basta solo la presenza del nucleo centrale alveoliniforme per tenerla separata dalla flos. daunica, che invece presenta lo sviluppo flosculinico fin dalla camera centrale.

Le differenze con la *Flosculina decipiens* Schw. sono oltre alla forma allungata esterna ed interna delle spire, alla mancanza di rialzo sul bordo esterno del nicchio, alla diversa maniera di presentarsi dello spessore della lamina;

anche le differenze di carattere nelle cellette e nei muri sagittali, dipendenti dalla forma e dalla grandezza.

Il rapporto fra gli assi di sviluppo nella *flosculina decipiens* è intorno a 1, 4; mentre nella nuova specie è di 2, risultando così l'asse maggiore doppio del minore. Lo spessore della lamina nella *flos. decipiens* è sempre graduale e mai eccessivamente accentuato, neppure ai poli.

Le stesse differenze ora dette, valgono pure per le *decipiens* var. *dolioliforme*.

Dall'*Alveolina ciofaloi* Ch., che può essere avvicinata alla *flosculina decipiens*, si differenzia oltre che per quanto detto sopra, anche perchè questa ha le spire rotondeggiante. Del resto per quanto le due accennate specie siano qualche volta ad ovali allungati, fanno parte delle flosculine a forma globoidale, mentre la *flosculina agrigentina* è decisamente allungata. Questo carattere della forma esterna ha una certa importanza, infatti serviva molto bene alla distinzione delle specie prima che si ricorresse alle sezioni sottili, per cui non deve essere trascurato ma preso come carattere sussidiario a quelli che poi rileva la sezione dell'esemplare.

Maggiore analogia presenta, la specie da me descritta, con la *Flosculina pillai* Ch. per la presenza del nucleo centrale e degli ultimi giri alveoliniformi. Da questa però anche si differenzia bene, oltre che per i caratteri esterni, forma e rapporti degli assi di sviluppo, anche per quelli interni, sviluppo della lamina, sia nei giri ad aspetto alveolinico che in quelli flosculinici. Nella *Fl. pillai* infatti, le spire a carattere flosculinico sono molto meno evidenti di quelli alveolinici, i quali hanno predominanza sugli altri. Anche la conformazione ad angoli acuti di tutte le estremità delle spire d'avvolgimento della *pillai*, comprese quelle del nucleo centrale, è un buon carattere distintivo con la *flosculina agrigentina*, che ha queste estremità molto ottuse quasi, semicircolari. Dippiù, nella nuova specie è circolare anche il gruppo del spire del nucleo centrale, mentre nella *flosculina pillai* è allungato.

Altri caratteri distintivi di queste due specie sono:

La lamina spirale che nella *flosc. pillai* tende ad assumere uguale spessore ai poli, almeno negli ultimi giri, nella *flosc. agrigentina* presenta ai poli sempre uno spessore doppio, nonostante che negli ultimi giri esso si riduca parecchio.

I muri sagittali che nella *pillai* sono sottilissimi anche nei numerosi giri alveoliniformi, nella specie istituita sono spessi e varianti a seconda le spire, ispessendosi nei giri alveolinizzati, pur restando più sottili del lume delle cel-

lette. Queste, nella pillai si conservano sempre piccole e passano leggermente ad ovali negli ultimi giri, mentre nell'agrigentina il lume delle cellette da prima grande, s'impiccolisce nei giri tipici di flosculina, per ingrandirsi di nuovo e modificare la loro forma negli ultimi giri, in rettangoli più alti che larghi.

Altri caratteri possono concorrere a tener separate le due forme ora messe a confronto, ma quelli detti, sono già sufficienti a tener distinte le due forme.

Per il complesso dei caratteri distintivi delle due specie, si sarebbe tentati ad ammettere che se la *Flosculina pillai* potesse, in certo qual modo, collegarsi con un'alveolina, questa non potrebbe essere che l'*Alveolina milium*, mentre per la *Flosculina agrigentina*, il ravvicinamento potrebbe aversi con l'*Alveolina festuca*.

Non mi è riuscito trovare nessun esemplare, nemmeno fra quelli dati dalla Osimo, che potesse in certo modo, avvicinarsi a questa nuova specie. Di quelli che eventualmente potrebbero più avvicinarsi e confrontarsi con essa, nessuno presenta il nucleo centrale alveoliniforme, ad eccezione d'un esemplare dell'*Alveolina bulloide* var. *oblonga* a camera embrionale microsferica. La flosculina descritta, non può essere però riferita alla forma megasferica del sopradetto esemplare della Osimo, perchè non corrisponde ai caratteri della specie che l'autore citato descrive e raffigura.

La nuova specie istituita, è stata trovata in scarsi esemplari, negli strati calcarei alternati alle argille scagliose del Vallone Naro, associata a numerose *Alveolina festuca* Bosc, nonché a pochi esemplari di *Alveolina milium* Bosc e della sua varietà *lepidula* Schw., e *Flosculina pasticillata* Schw.

Tra le numerose nummuliti che accompagnano la nuova flosculina, ho determinato: la *Nummulites partschi* de la H. (A), *Nummulites irregularis* Desh. (A); *Nummulites millecaput* Boub (A); *Nummulites atacicus* Leym. (A); *Nummulites tschihaceffi* Desh. (= *distans*); *Nummulites biconicus* Ch. (A); *Nummulites discorbinus* Schl. (A); *Nummulites perforatus* Denys (A); *Nummulites* cfr. *bouillei* de la H. (A). A malgrado di numerose sezioni sottili di esemplari delle massime dimensioni del materiale (mm. 6), non ho trovato nessuna forma microsferica, per cui son portato a credere che se anche forme microsferiche sono presenti nel giacimento, il loro numero non può essere che molto scarso.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE III DEL 15 FEBBRAIO 1931

	PAG.
Accademici presenti.	107
PALAZZO S. O. — <i>Commemorazione del S. C. Conte Almerico da Schio</i>	107
NEVIANI S. O. — Presentazione di una Nota del S. O. Vito Zanon dal titolo: <i>Diatomee dell'Olga Strait</i> . . .	107
LOMBARDI S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Il bilancio retrospettivo del grande terremoto del 1923 in Giappone</i>	108
PASQUINI S. C. — Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni e di un lavoro del Dott. Reverberi	108
RANZI S. C. — <i>Relazione sul XI Congresso internazionale di Zoologia</i> in Padova.	108
» » — Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni	110
DE ANGELIS D'OSSAT S. C. — Presentazione in omaggio di numerosi lavori mineralogici del Prof. Alberto Pelloux, e delle sue proprie pubblicazioni dell'anno passato .	110
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni inviate in omaggio	112
GIANFRANCESCHI, Pres. — Proposta di pubblicazione di un giornale scientifico parlato da trasmettersi per mezzo della Radio Vaticana	113
Approvazione del Corpo Accademico per l'inserzione negli <i>Atti</i> dei lavori degli estranei Sorrentino e Masotti .	113
LOMBARDI S. O. — Felicitazioni al Presidente per l'inaugurazione della Stazione Radio di cui è Direttore . .	113

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Nomina a Soci Corrispondenti dei Proff. Denizot, Straneo, Debye . .	114
Preannuncio di candidatura di due nuovi Soci Corrispondenti . . .	114

MEMORIE E NOTE.

PALAZZO S. O.	— Commemorazione del S. C. Conte Almerico da Schio	115
LUIGIONI S. O.	— Terzo contributo alla fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo	120
LOMBARDI S. O.	— Il bilancio retrospettivo del grande terremoto del 1923 in Giappone	181
LUSCIA	— Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche (<i>presentata dal S. O. Martinelli</i>)	185
MASOTTI	— Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana (<i>pres. dal S. O. De Sanctis</i>).	209
SORRENTINO	— Una nuova Flosculina in un affioramento d'argille scagliose nel basso Vallone del Naro (<i>presentata dal S. O. Anile</i>)	217

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE IV DEL 15 MARZO 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1931

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE IV - 15 MARZO 1931

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCO

Accademici presenti. — Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCO — KAAS — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — EMANUELLI — LEVI-CIVITA — RANZI — STEIN — TULLI.

La seduta venne aperta alle 16.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della seduta del 15 febbraio 1931, che fu approvato senza osservazioni.

Il S. O. NAPOLI presentò in omaggio, a nome del S. O. BOFFITO il lavoro dal titolo: *Paolo dell'Abbaco e Fabrizio Mordente*, pronunciando le seguenti parole:

Paolo Dell'Abbaco e Fabrizio Mordente sono nomi di due scienziati di una certa rinomanza nota agli studiosi della scienza. Del primo, Paolo, molti intenditori hanno scritto, ma la testimonianza più autorevole rimane sempre quella del suo contemporaneo Filippo Villani, che ne narrò la vita nel suo *Liber*. Questo scritto però non ebbe mai un'edizione corretta, e ciò spinse appunto P. Boffito a pubblicarne la lezione genuina secondo il Cod. 942 Ashburmiano-Laurenziano con quella accuratezza e precisione che gli sono proprie. Alla lezione segue un breve esame critico di essa, sulla patria di Paolo, sulle

lodi di geometra ed aritmetico sommo e di astronomo superiore a tutti i precedenti tributategli dal Villani, sulla stima che dello stesso ebbero i contemporanei Boccaccio, nel *De genealogia Deorum*, il pistoiese Zenone Zenoni, nella *Pietosa fonte*, e Coluccio Salutati, in una sua lettera a Luigi Gianfigliuzzi. Inoltre P. Boffito nota e riporta un bell'elogio di Paolo sfuggito a tutti i biografi di lui, dedicatogli da Giovanni da Prato nella sua opera *Il Paradiso degli Alberti: ritrovi e ragionamenti del 1389*. Infine si fa cenno alle opere di Paolo con brevi osservazioni sulla sua *operatio cilindri*, finora poco conosciuta, e ne viene riportata dall'originale la descrizione, che un contemporaneo di Paolo, Giovanni Bartoli, ne fece e tramandò.

Per ciò che riguarda F. Mordente, il P. Boffito, grazie a un disegno del Mordente stesso, riportato in due tavole, che riproducono il facsimile, inciso da Paolo Forlani, e rintracciato da lui nella Biblioteca Marucelliana di Firenze, gli rivendica l'invenzione del « compasso di riduzione » che Antonio Favaro invece, fondandosi su quanto scrisse Nunzio Oddi, attribuiva a Federico Comandino e a Guidobaldo del Monte.

Il S. O. TEOFILATO presentò in omaggio da parte del Prof. ENRICO CASTELLI una pubblicazione dal titolo: *Il Principio dell'accadere e l'indeterminismo iniziale*.

Il S. O. NEVIANI presentò da parte del S. O. ZANON una memoria intitolata: *Esame di un campione di mare sporco del Golfo di Fiume*, pronunciando le seguenti parole:

La memoria è divisa in due parti; nella prima è una lunga e assai interessante discussione su quel singolare fenomeno che è conosciuto con il nome di *mare sporco*; nella seconda, è l'enumerazione, accompagnata da note bibliografiche e notizie biologiche, delle diatomee che superano le 180 specie. L'Aut. esamina minutamente la formazione del *mare sporco*, nelle sue tre fasi: di formazione in fondo al mare, di sollevamento e galleggiamento delle falde, e della loro discesa al fondo, facendo al riguardo delle ipotesi sussidiate da osservazioni fatte anche in vasche d'acqua dolce.

Notevole è la distinzione fra il *mare sporco* e il *mare fiorito*, giacchè vi furono autori che confusero i due fenomeni, forse perchè alle volte avvengono contemporaneamente. Evidentemente il fenomeno del *mare fiorito* è tutt'altra cosa di quello che denominasi *fioritura dei laghi*. Se nella lettura del lavoro

possono sorgere alcune discrepanze di vedute in qualche particolare, ciò nulla toglie all'importanza dello studio che il P. Zanon presenta per la pubblicazione nelle Memorie Accademiche.

Il Prof. NEVIANI presentò poi in omaggio una sua pubblicazione dal titolo *Nel secondo centenario della morte di Ferdinando Marsili e di Antonio Valisneri*, e la settima edizione di un suo trattato: *Biologia animale e vegetale*.

Il S. C. DE ANGELIS d'OSSAT presentò una sua nota dal titolo: *Il sotto-suolo dei mercati Traianei e del Foro di Augusto*.

Il Segretario presentò una nota dell'estraneo MASOTTI: *Sul moto di un vortice rettilineo*, e da parte del S. O. PISTOLESI una nota dell'estraneo POGGI: *Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria, e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso*.

Il Segretario DE SANCTIS presentò poi le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

GUTHNICH — *Strömung in Sternatmosphären*.

— *H. D. 185936*.

— *Bericht über den Fortang der spektrographischen und lichtelektrischen Arbeiten am 125 cm - Reflektor*.

NAVARRO NEUMANN — *Un petit grain blanc, enregistré par des séismographes*.

e le seguenti di estranei:

V. DI DONNA — *Resina collana di beffe*.

GLIOZZI MARIO — *Origini e sviluppi dell'esperienza torricelliana*.

LUZZATTI LUIGI — *Memorie* Vol. I. (inviato dalla Sig. Lucia Pontremoli Luzzatti).

PELLEGRINI A. — *Amputazioni cineplastiche*.

RODÉS LUIS — *Una nueva determinación de la distancia solar*.

ROLLA G. — *Alessandro Sobacchi, inventore di processi fotografici*.

SCHAUERSHERY — *Die Rotationsbewegungen bei Elektrizität und Magnetismus*.

VUOLI R. — *Il Preside ed il Rettorato nell'ordinamento giuridico della Provincia*.

Il *Presidente* GIANFRANCESCHI diede il triste annuncio della morte del S. O. Padre E. WASMANN.

Il *Presidente* riferì intorno al Giornale Scientifico Parlato, emanazione della Pontificia Accademia delle Scienze da trasmettersi per mezzo della Radio Vaticana, ed annunciò la costituzione del Comitato di redazione che risulta così composto: il *Presidente*, il *Segretario*, LOMBARDI S. O., NEVIANI S. O., PALAZZO S. O., LEVI-CIVITA S. C., STEIN S. C.

Il *Segretario* riferì sulla Settimana Accademica che si terrà dal 12 al 19 aprile comunicando che sono già assicurate conferenze dei SS. CC. DEBYE, HUMBERT, STRANEO e del S. O. LOMBARDI.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato approvò per alzata di mano, l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei seguenti due lavori di estranei: MASOTTI, presentato dal S. O. DE SANCTIS: *Sul moto di un vortice rettilineo*. POGGI, inviato dal S. O. PISTOLESI: *Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria, e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso*.

Il *Segretario* comunicò quindi che hanno inviato alla Presidenza lettere di ringraziamento per la loro recente nomina a Soci Corrispondenti il Prof. DEBYE ed il Prof. STRANEO.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, promosse dalla classe dei Soci Corrispondenti a quella degli Ordinari il P. Giovanni STEIN.

Questa promozione, come di regola, verrà sottoposta alla Sovrana Sanzione di Sua Santità.

Vennero quindi nominati Soci Corrispondenti il Duca Prof. Vincenzo RIVERA, e l'Ab. Teofilo MOREUX.

Il *Segretario* preannunciò la candidatura di un nuovo Socio Corrispondente.

La seduta venne tolta alle 18.

MEMORIE E NOTE

Il sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro d'Augusto

Nota del S. C. G. DE ANGELIS D'OSSAT ⁽¹⁾

Sommario. — I lavori che si eseguono, sotto la direzione del sen. C. Ricci, al Foro d'Augusto ed ai Mercati Traianei, hanno fatto riconoscere in più punti gli strati geologici sottostanti. Con i nuovi dati e con quelli desunti dalla bibliografia ricordata, si descrive la notomia geologica della valle interposta fra il Quirinale ed il Capitolino. Con una serie di sezioni geologiche si fissa la genesi e l'epigenesi della regione, ponendo in evidenza il fattore antropico. I rilievi geologici e geo-idrologici confermano l'interpretazione accettata dal senatore Ricci sulla discussa iscrizione alla base della colonna dedicata a Traiano.

Il senatore C. Ricci, coll'intervento cortese di S. E. on. prof. A. Martelli, mi ha onorato del gradito incarico dello studio del sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro di Augusto. Il dott. C. Ricci — a differenza di alcuni archeologi e tecnici dell'edilizia — ha valutato l'importanza dell'integrazione alle ricerche archeologiche ed al restauro dei monumenti della geologia applicata. Tributo al prof. Ricci le più sentite grazie per avermi in tutti i modi facilitato lo studio della zona delle sue ultime fortunate ricerche, le quali ci hanno fruttato un avanzo importante, grandioso e suggestivo dell'antichità romana ⁽²⁾.

Presentemente porto a conoscenza i primi risultati delle ricerche, le quali si proseguono con lo svolgimento dei lavori di restauro.

Il Foro di Traiano, il Mercato ed il Foro di Augusto furono elevati nella valle interposta fra l'estrema propaggine del Colle Quirinale e l'isolato Colle Capitolino. In un tempo geologico, non lontano, l'insenatura non esisteva ed i due nominati colli si univano indistinti agli altri colli romani, costituendo un bassopiano uniforme e pianeggiante. Posteriormente le acque superficiali, ero-

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 15 marzo 1931.

⁽²⁾ Ricci C. — *Il Mercato di Traiano*. Roma, 1929 — *Il Foro d'Augusto e la Casa dei Cavalieri di Rodi*. Roma, 1930.

dendo gli strati, incisero ed incresparono la superficie, individualizzando i colli e plasmandone la topografia. I Romani poi, durante la lunga e gloriosa residenza, concorsero quale attivo fattore antropico nel foggare le forme del suolo all'eterna urbe.

Il C. Quirinale presentemente dall'altitudine di m. 30,1, sul livello marino, a Via XX Settembre, in corrispondenza del traforo sottostante, scende a m. 47 presso la fontana dell'omonima piazza; a m. 38,4 all'aiola di Via Nazionale, per poi precipitare a m. 20, all'angolo di Via Alessandrina con la Piazza del Foro Traiano. Alla sella però della Via Panisperna, relativamente alla trincea che separa il Palazzo Aldobrandini e la Chiesa dei santi Domenico e Sisto, si raggiunge la quota m. 42 e quindi circa a m. 50 culmina alla base del Palazzo degli uffici per il culto.

Il C. Capitolino da quota m. 43 del piano stradale, avanti agli Uffici Tecnici, scende sul piazzale a m. 38,065 ed a m. 25,1 alla base delle scalee e finalmente a m. 19,7 al piazzale del Monumento a V. E.

Non necessita per ora distinguere i noti punti culminanti nè del Quirinale, nè del Capitolino *biceps*, *intermontium*.

Parecchi geologi si occuparono, nel passato, della regione romana compresa fra i due colli Quirinale e Capitolino. Per amore alla brevità ne ricordo cronologicamente i nomi con le date delle relative pubblicazioni: von Buch L. (1801) — Breislak S. (1801) — Brocchi G. B. (1820) — Ponzi G. (1850-58) — Gosselet G. (1869) — Terrigi G. (1877) — Meli R. (1880) — Ponzi G. (1880) — Terrigi G. (1880-81-83) — Meli R. (1884) — Clerici E. (1886) — Terrigi G. (1891) — Portis A. (1893) — Tellini A. (1893) — Portis A. (1900) — Clerici E. (1901) — Portis A. (1905) — Verri A. (1908-09-11-15-20) — Maddalena L. e Palumbo E. (1928) — Frosini P. (1928) — Clerici E. (1930).

I lavori e specialmente gli assaggi, appositamente eseguiti, mi hanno permesso osservare direttamente il terreno geologico in più punti della zona in istudio.

— Sotto il muro di sostegno della Via Alessandrina, inferiormente al piano della basilica, è stato tagliato per lo spessore di oltre un metro un complesso marnoso-argilloso, scarsamente sabbioso. Superiormente di colore giallastro ed inferiormente grigio. La marna contiene molti e conservati gusci di molluschi d'acqua dolce, che appartengono alle seguenti specie (Clerici E. 1930):

Linnaea palustris Müll.

» *ovata* Drap.

» *stagnalis* Lin.

Planorbis umbilicatus Müll.

» *complanatus* Lin.

» *corneus* Lin.

Velletia lacustris Lin.

Bythinia tentaculata Lin.

Valvata spirorbis Müll.

Pisidium sp.

— Sotto le fondamenta del muro domiziano, sopra cui poggia la casa dei Cavalieri di Rodi, ho prelevato quattro campioni di marna argillosa, giallastra, alle seguenti quote, riferite al piano della basilica, e cioè: m. 2,80; 1,60; 0,40 e (— m. 0,40).

— Dietro la parete di fondo dell'aula porticata del Foro d'Augusto. Sabbia sottile, giallastra, con tenue tenore d'argilla. Porta residui indeterminabili di vegetali e di conchiglie d'acqua dolce: spessore m. 1,50.

— Sotto le fondazioni e dietro le mura, tipo serviano, sone state messe a giorno, per lo spessore di m. 1,20, una marna-argillosa, giallastra, con frammenti di conchiglie sottili.

— A contatto del muro dell'emicielo del Mercato, a pianoterra. Strati di argilla ed argilla sabbiosa, con moltissime impronte di vegetali fossili: spessore osservato m. 0,70 circa.

— Subito dietro il muro del Mercato al primo piano. Marna argillosa, giallastra.

— In relazione diretta con la faccia interna del muro del Mercato al terzo piano. Marna argillosa, giallastra.

— Alla base della Torre delle Milizie un pozzo di ricognizione mi ha mostrato la seguente sezione:

Superiormente per m. 0,50 — Terreno agrario.

» 0,60 — Tufo vulcanico, nero, scistoso, con leuciti farinose: alla base uno stratarello di materiale travertino.

» 1,10 — Tufo terroso, sabbioso, marrone, con residui vegetali e con concrezioni calcaree.

» 3,80 — Marna argillosa, più o meno sabbiosa, con frequenti concrezioni calcaree, pur voluminose ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Sono grato al Sig. Paròli A., solerte assistente ai lavori, per aver sorvegliato l'esecuzione degli assaggi.

Con i nuovi e preziosi dati rilevati nel sottosuolo e con quelli che si apprendono dalla ricordata bibliografia, si possono tracciare sezioni geologiche in più direzioni, interessanti la vallecola ed i colli Quirinale e Capitolino, le quali rappresentano la notomia geologica locale. Si conosce infatti la serie degli strati terebrati a Piazza del Grillo sino a (— m. 14,22), (Terrigi, 1881); all'angolo di Via Nazionale con Via Mazzarino (Clerici, 1886); a S. Silvestro in Capite (Meli, 1877); agli Astalli, alla Piazza della Pilotta ed in Via 24 Maggio (Maddalena e Palumbo, 1928). Altre importanti indicazioni si raccolgono dal Brocchi, dal Clerici e dal Verri. Poche zone dell'urbe possono vantare altrettante conoscenze geologiche positive.

Le constatazioni dirette assegnano alla grandiosa costruzione dei Mercati Traianeî anche l'ufficio di muri di sostegno della pendice meridionale del Quirinale, spiccati opportunamente a scaglioni. L'esecuzione dei muri, a causa della natura litologica della collina, non poteva avvenire a distanza di tempo dai tagli delle trincee scaglionate, cui sono direttamente addossati. Il piano della basilica posa a contatto immediato del complesso marno-argilloso. Tali fatti mettono in evidenza e, direi, quasi con esclusività il fattore antropico nella escavazione della valle, per cui giustamente il sen. Ricci interpreta la discussa iscrizione di dedica, incisa alla base della colonna, elevata a Traiano, specialmente per la frase: ... *ad declarandum quantae altitudinis mons et locus tan.... bus sit egestus*.

Il Brocchi (l. c. pag. 59) e tanti altri scrittori, antichi e moderni, ricordano la sorgente del Grillo; la *Porta fontinalis*, presso le mura serviane di Magnanapoli; il fonte Tulliano ecc.; non si poteva quindi trascurare una ricerca geo-idrologica in proposito.

Ho trovato la sorgente del Grillo entro il noto palazzo omonimo; ma è quasi interamente scomparsa da circa un anno. Si ottiene da essa un litro d'acqua in 4' e 41"; temperatura 15°, 5 C.; aria ombra 18° C. (22 Nov. 1930). Invece relativamente abbondante è la sorgiva che sgorga nel sotterraneo della vicina casa N. 25 di Via Campo Carleo; essa mi risultò, con parecchie misure dirette, di l. s. 0,166; temp. 16° C.; ambiente 18° C. L'ing. Giannelli, direttore tecnico dal Palazzo del Grillo, asserisce che l'acqua è nelle vicinanze stimata come diuretica, pure essendo molto ricca in sali alcalino-terrosi, tanto da cuocere difficilmente i legumi. L'acqua è costantemente limpida, solo dopo abbondanti e ripetute piogge s'inalba: la portata è ritenuta costante.

La costituzione geologica locale stabilisce per l'acqua del Grillo una genesi molto evidente. Le acque esterne, dopo aver attraversato facilmente lo

spesso strato dello scarico locale e dei ruderi, giungono ai tufi vulcanici od alle sabbie, più o meno argillose; ma così ricche in concrezioni calcaree da potersi considerare come un complesso tartaroso. Inferiormente si trova il complesso marno-argilloso quasi assolutamente impermeabile. Specialmente sulla superficie delle marne argillose scorrono le acque che scendono dal colle sovrastante e che determinano i conosciuti affioramenti idrici.

* * *

La struttura geologica del sottosuolo e l'evoluzione della plastica della valle dei fori d'Augusto e di Traiano e del Mercato, con i due colli che la determinano, senza esclusione del fattore antropico, risultano all'evidenza da una sezione geologica schematica, ripetuta attraverso i tempi con i cambiamenti sopravvenuti (Fig. I-VII).

La prima sezione NE-SO (Ved. fig. I) rappresenta l'avvenuta deposizione dei materiali maremmani (2) sopra a quelli marini di spiaggia o di mare sottile (1). Siamo alla fine del periodo maremmano, la regione romana presenta una superficie pianeggiante, non ancora del tutto riscattata dal dominio marino.

La grandiosa esplosione vulcanica locale, nel suo primo parossismo, ricopre la maremma con un complesso di tufi vulcanici, fra i quali è caratteristico il tufo *granulare*, ricco in impronte vegetali (3). I tufi, come primi, sono denominati *antichi*. La maremma rimane definitivamente sollevata rispetto al livello marino; ma la regione, donde in seguito si plasmeranno gli storici colli, si mantiene pianeggiante. L'erosione delle acque superficiali ed il diverso spessore della coltre tufacea segnano l'inizio di una primitiva rete idrografica.

Segue la conflagrazione delle pozzolane rosse e poi delle grigie, laziali, che con un ulteriore mantello, ricopre una grande parte della superficie, sulla quale cancella le increspature già iniziate (4). Le pozzolane, nell'ambiente atmosferico, piovono con spessori diversi e in settori determinati, non esclusa la zona in istudio.

Le acque sulla superficie si riuniscono, impaludano o scorrono: una rete idrografica — causa ed effetto del rilievo — si determina, portando il contributo al corso principale, cui era riservata la gloria di essere chiamato Tevere. A causa di un movimento di sollevamento della regione, le acque non

erosero solamente le pozzolane (4), i tufi antichi (3) ed i depositi maremmani (2); ma intaccarono persino gli strati sottostanti di origine marina (1), rimanendone foggiate una distinta e profonda valle, cui si irradiavano le minori. La fig. II, rappresenta il momento storico della prima grande erosione (A).

Dal vulcano Laziale proviene il tufo litoide, lionato, detto *da costruzione* (5), che interra le valli preesistenti ed ammantella i bassi dossi. Con notevole spessore il tufo si ammassa nel luogo in cui sarà poi scolpito il Campidoglio e la roccia sarà la *rupe Tarpea* (Ved. fig. III).

Ancora una volta le acque, con l'eterna vicenda, ricominciano il lavoro erosivo, con tendenza a riscavare le valli interrate. Un fatto nuovo arresta quasi completamente l'erosione, dacchè la regione romana si trasforma per larga superficie in un lago, nel quale i corsi principali portano il contributo delle acque e dei materiali meccanicamente trasportati (Ved. fig. IV).

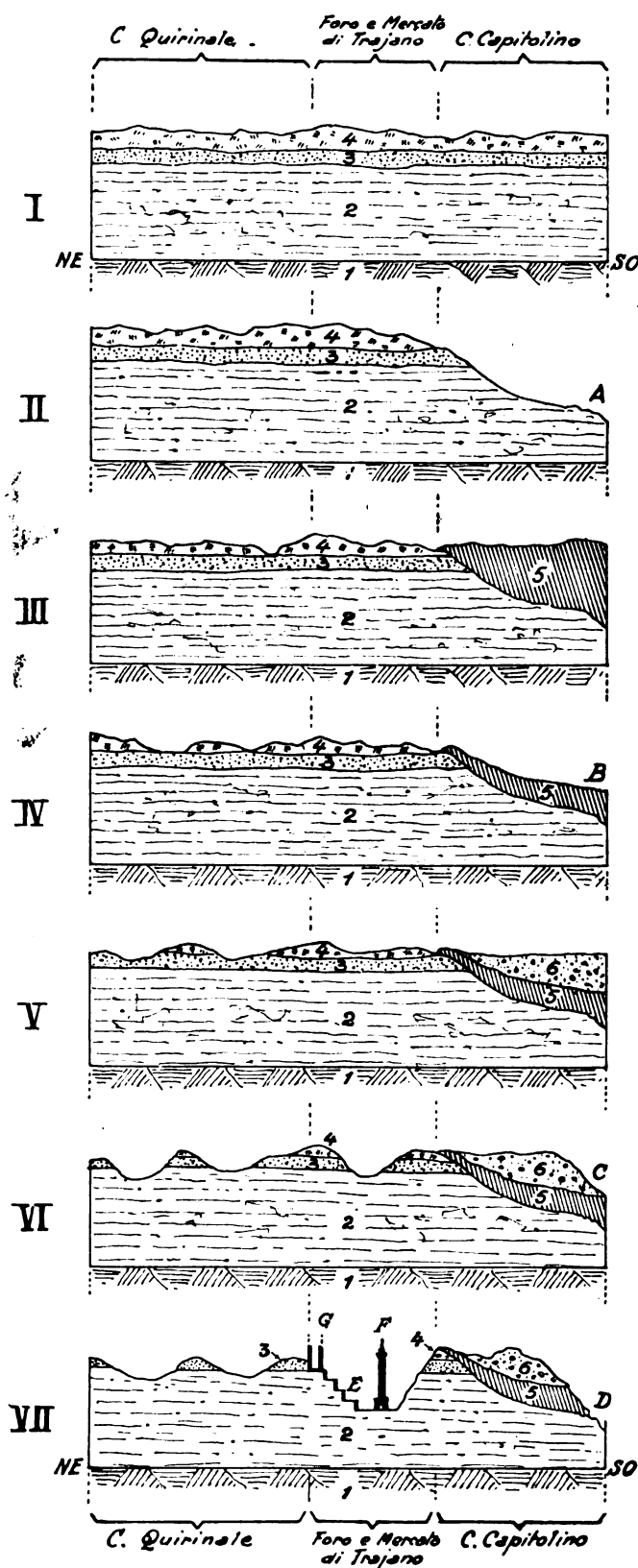
Il Tevere e l'Aniene, già stabiliti nei loro alvei, depongono gli strati che chiamiamo ora, dall'origine, fluvio-lacustri (6). Un cimitero di ossa di vertebrati è in essi racchiuso: non vi mancano le vestigia dell'uomo, insieme a quelle degli elefanti, ippopotami, rinoceronti, cervi, cavalli ecc. Una zolla di simili materiali coronerà poi il sacro colle Capitolino (Ved. fig. V).

Favorita da ulteriore sollevamento della regione, l'azione erosiva torna al lavoro, increscando variamente la superficie. Si potrebbe seguire l'azione anche nei minuti particolari; per ora però nella fig. VI indico l'escavazione del Tevere (C) e la sella, con cui ha principio la divisione dei due colli: Quirinale e Capitolino. Il Tevere esonda facilmente i materiali clastici fluvio-lacustri e mette in stato di sfacelo i suoi versanti, allargando il fondovalle sul quale poi diviene divagante, in obbedienza alle leggi del ciclo evolutivo della rete idrografica. Dai fianchi scendono i torrenti tra i quali segnalo due di brevissimo corso, che partono dal crinale corrispondente ora alla località Magnanapoli e che scendono in direzione diversa al fondovalle. Sono questi due piccoli torrentelli che segnano appena il distacco del Campidoglio dal Quirinale.

Interviene finalmente il fattore antropico. Gli eventi storici hanno condotto i Romani nella loro fatale sede: questi iniziano il lavoro di trasformazione della superficie e specialmente della località sopra cui cominciano a sorgere grandiose abitazioni e colossali monumenti. Per procacciarsi superficie piana per i fori d'Augusto e di Traiano e per sorreggere le pendici franose del complesso marno-argilloso, si taglia, a gradini, la pendice del Quirinale e per sorreggerla escogitarono e subito eseguirono i muri di sostegno a scaglioni, rica-

vandone i Mercati Traianeî, senza dimenticare le esigenze della rete stradale cittadina. (Ved. fig. VII).

Il geologo, sul limitare della storia dell'umanità, deve ristare e non varcarlo, massime quando tale compito è assunto da altri studiosi, come il sen. Ricci, con le parole del quale piacemi terminare la presente nota preventiva: « Ora le recenti scoperte hanno provato che, se non dove si alza la Colonna, certo in molta parte del Foro, verso sud, il monte fu tagliato, e fu tagliato per l'altezza della Colonna » (l. c. pag. 16).



Sezione geologica schematica,
ripetuta attraverso i tempi,
fra i Colli Quirinale e Capitolino.

Fig. I.-VII.

- N. 6. Depositi fluvio-lacustri, con
mammiferi fossili.
- » 5. Tufo litoide, lionato, da co-
struzione.
- » 4. Pozzolane rossa e grigia.
- » 3. Tufi antichi; granulare.
- » 2. Sedimenti vari di Maremma.
- » 1. Depositi marini di spiaggia
e mare sottile.

Fig. II. A. Notevole fase di ero-
sione.

- » IV. B. Altra fase d'erosione.

- » VI. C. Inizio del modella-
mento dei Colli Ro-
mani.

- » VII. D. Fine del modellamento
dei Colli Romani.

- » » E. Taglio per i Mercati
Traianei, ecc.

- » » F. Colonna dedicata a
Traiano.

- » » G. Torre delle Milizie.

Sul moto di un vortice rettilineo

Nota di A. MASOTTI presentata dal S. O. DE SANCTIS ⁽¹⁾

Sommario. — Si studia in questa nota il movimento di un vortice rettilineo in presenza di una parete alla quale esso è parallelo. — Il moto è piano. Sia G_{MM} il valore che la funzione preliminare di Green, relativa al campo piano occupato dal liquido ed avente il polo M , assume nel polo stesso. Si dimostra che la funzione di corrente del moto del vortice si può esprimere come segue:

$$\psi^* = - \frac{C}{4\pi} G_{MM} .$$

C essendo la intensità del vortice. Sono dunque traiettorie del vortice le linee di livello della funzione G_{MM} . — Si chiarisce la connessione della presente ricerca con quelle del Routh, del Caldonazzo e del Vilat sullo stesso argomento. Si utilizza poi un risultato dovuto alla dott. Pelosi per controllare la validità, anche in questo caso, di relazioni che l'autore mise altrove in evidenza.

1. Consideriamo, nel piano della variabile complessa ζ , la corrente circolatoria indotta nel cerchio $|\zeta| < 1$ da un vortice di intensità C collocato nell'origine; essa ha il seguente potenziale complesso:

$$(1) \quad f = - \frac{iC}{2\pi} \log \zeta \quad (\text{con } i = \sqrt{-1}) .$$

La rappresentazione conforme del cerchio $|\zeta| \leq 1$ su un campo S , semplicemente connesso, del piano z , ch'è limitato dalla linea s , si può effettuare mediante la relazione:

$$(2) \quad \zeta = (z - z_0) e^{F(s)} ,$$

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione III del 15 Marzo 1931.

nella quale z_0 è l'affissa di quel punto M del campo S che si vuol far corrispondere all'origine del piano ζ , e $F(z)$ è quella funzione analitica di z (definita a meno di una costante additiva puramente immaginaria) la cui parte reale è la funzione preliminare di Green relativa al campo S ed avente il polo M ⁽¹⁾. Dalle (1) e (2) discende la espressione che compete al potenziale complesso del movimento indotto nel campo S da un vortice di intensità C collocato nel punto z_0 :

$$(3) \quad f = -\frac{iC}{2\pi} \left[\log(z - z_0) + F(z) \right].$$

La funzione di corrente del movimento ora considerato risulta così definita:

$$(4) \quad \psi = -\frac{C}{2\pi} (\log r + G_{M,r}),$$

nella quale $r = |z - z_0|$ è la distanza fra il punto generico P , di affissa z , e la traccia M del vortice, di affissa z_0 , e $G_{M,r}$ designa il valore assunto in P dalla funzione preliminare di Green che ha per polo M ⁽²⁾.

2. Ci proponiamo di constatare che il movimento che stiamo studiando si può pensare come dovuto, in ogni istante, ad una distribuzione di vortici che comprende:

a) il vortice M , di intensità C , a cui compete la funzione di corrente

$$(5) \quad \psi_1 = -\frac{C}{2\pi} \log r;$$

b) una distribuzione continua di vortici, lungo la parete s , così definita: detto Q un punto qualunque della parete, ds l'elemento d'arco attiguo a questo punto, $d\varphi$ il corrispondente incremento del potenziale cinetico φ valutato percorrendo s in modo da lasciare a sinistra la regione occupata dal liquido,

⁽¹⁾ V. ad es. GOURSAT, *Cours d'Analyse Mathématique*, IV ed., § 517 e seguenti (t. III, da p. 213. Paris, Gauthier Villars, 1927).

⁽²⁾ Cfr. PELOSI, *Un'applicazione idrodinamica della funzione di Green* (« Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino », vol. LXI, 1926, pp. 569-583).

immaginiamo che Q sia la traccia di un vortice rettilineo di intensità $-d\varphi$: la funzione di corrente che spetta a questa distribuzione di vortici è:

$$(6) \quad \psi_2 = -\frac{C}{2\pi} G_{M,r}.$$

Infatti la funzione di corrente che spetta al vortice elementare è

$$\frac{d\varphi}{2\pi} \log r',$$

se si indica con r' la distanza di P dal punto Q del contorno; quindi

$$\psi_2 = \int_s \frac{d\varphi}{2\pi} \log r'.$$

Sia n la normale alla parete, vólta verso il liquido; ricordando che le funzioni φ e ψ sono armoniche associate, e tenendo conto della (4), si ha:

$$d\varphi = \frac{\partial \psi}{\partial n} ds = -\frac{C}{2\pi} \frac{\partial (\log r + G_M)}{\partial n} ds,$$

(scrivendo, com'è lecito, G_M invece di $G_{M,r}$); quindi la precedente diviene:

$$\psi_2 = -\frac{C}{4\pi^2} \int_s \left(\log r' \frac{\partial \log r}{\partial n} + \log r' \frac{\partial G_M}{\partial n} \right) ds.$$

Ma si dimostra senza difficoltà che ⁽¹⁾

$$\int_s \log r' \frac{\partial \log r}{\partial n} ds = \int_s \log r \frac{\partial \log r'}{\partial n} ds,$$

(1) Siano c e c' due circonferenze coi centri in M e P rispettivamente, di raggi ε ed ε' . Le funzioni $\log r$ e $\log r'$ sono funzioni armoniche, e con derivate regolari anche sul contorno, nel campo piano che è limitato esternamente dalla linea s ed internamente dalle due circonferenze c e c' . Potremo quindi scrivere la seguente eguaglianza (per la quale si veda, ad es.: BIANCHI, *Lezioni sulla teoria delle funzioni di variabile complessa e delle funzioni ellittiche*, § 32, form. VIII):

$$\int \left(\log r \frac{\partial \log r'}{\partial n} - \log r' \frac{\partial \log r}{\partial n} \right) ds = 0;$$

sicchè

$$\psi_2 = - \frac{C}{4\pi^2} \int_s \left(\log r \frac{\partial \log r'}{\partial n} + \log r' \frac{\partial G_M}{\partial n} \right) ds ,$$

da cui, per una nota formula sulle funzioni armoniche, si ha senz'altro la (6) ⁽¹⁾.

L'integrale del primo membro è esteso a tutto il contorno del campo considerato, e potremo indicare ciò brevemente colla scrittura :

$$\int = \int_s - \int_c - \int_{c'} ,$$

che presuppone che anche c e c' (come s) siano percorse in modo da lasciare a sinistra l'area interna. La normale n è sempre rivolta verso il campo. Ma

$$\begin{aligned} \text{su } c: \quad r &= \varepsilon , \quad \frac{\partial \log r}{\partial n} = \frac{d \log r}{dr} = \frac{1}{r} = \frac{1}{\varepsilon} , \\ \text{su } c': \quad r' &= \varepsilon' , \quad \frac{\partial \log r'}{\partial n} = \frac{d \log r'}{dr'} = \frac{1}{r'} = \frac{1}{\varepsilon'} , \end{aligned}$$

e quindi :

$$\begin{aligned} \int_c &= \int_c \left(\log \varepsilon \frac{\partial \log r'}{\partial n} - \log r' \cdot \frac{1}{\varepsilon} \right) ds = \log \varepsilon \int_c \frac{\partial \log r'}{\partial n} ds - \frac{1}{\varepsilon} \int_c \log r' ds , \\ \int_{c'} &= \int_{c'} \left(\log r \cdot \frac{1}{\varepsilon'} - \log \varepsilon' \frac{\partial \log r}{\partial n} \right) ds = \frac{1}{\varepsilon'} \int_{c'} \log r ds - \log \varepsilon' \int_{c'} \frac{\partial \log r}{\partial n} ds . \end{aligned}$$

Ma $\log r'$ è funzione armonica e regolare dentro c , e $\log r$ lo è dentro c' , e quindi :

$$\int_c \frac{\partial \log r'}{\partial n} ds = 0 \quad , \quad \text{e} \quad \int_{c'} \frac{\partial \log r}{\partial n} ds = 0 \quad ;$$

di più, per un noto teorema di media delle funzioni armoniche :

$$\int_c \log r' ds = 2\pi\varepsilon \log \delta \quad , \quad \text{e} \quad \int_{c'} \log r ds = 2\pi\varepsilon' \log \delta \quad ,$$

se con δ si indica la distanza dei punti P , M . Ne segue che $\int_c + \int_{c'} = 0$, e quindi

$$\int_s \left(\log r \frac{\partial \log r'}{\partial n} - \log r' \frac{\partial \log r}{\partial n} \right) ds = 0 \quad ,$$

da cui deriva immediatamente la eguaglianza annunciata.

⁽¹⁾ La formula a cui si allude è quella che dà il valore di una funzione armonica in un punto interno al campo mediante i valori assunti sul contorno della funzione stessa e dalla sua derivata normale (BIANCHI, l. c., § 33, form. IX) :

$$U_P = \frac{1}{2\pi} \int_s \left(-U \frac{\partial \log r'}{\partial n} + \log r' \frac{\partial U}{\partial n} \right) ds .$$

Per l'applicazione di questa formula al caso attuale si deve ricordare che la funzione preliminare di Green che ha per polo M assume sul contorno i valori $-\log r$.

3. Da quanto precede risulta che il contributo portato alla velocità del liquido, in un punto qualsiasi P, dalla distribuzione vorticoso sulla parete è il vettore di componenti

$$-\frac{C}{2\pi} \frac{\partial G_{MP}}{\partial y} \quad \text{e} \quad \frac{C}{2\pi} \frac{\partial G_{MP}}{\partial x},$$

ossia è il vettore

$$(7) \quad i \frac{C}{2\pi} \text{grad}_r G_{MP},$$

dove « i » è l'operatore che fa rotare di un angolo retto in senso positivo (antiorario) il vettore a cui è applicato.

Se ora si ricorda che la velocità del vortice M è dovuta esclusivamente alla predetta distribuzione vorticoso, si ha per essa l'espressione:

$$(8) \quad v = i \frac{C}{2\pi} (\text{grad}_r G_{MP})_M,$$

ed anche l'altra:

$$(9) \quad v = i \frac{C}{4\pi} \text{grad} G_{MM},$$

che deriva dalla precedente per una proprietà della funzione preliminare di Green che rilevammo nella Nota *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, testé pubblicata in questi « Atti ».

Dalla (9) si deduce che la funzione G_{MM} è suscettibile di una notevole interpretazione idrodinamica: *la funzione di corrente del moto del vortice è* (a meno di una costante additiva arbitraria)

$$(10) \quad \psi^* = - \frac{C}{4\pi} G_{MM},$$

sicchè sono traiettorie del vortice le linee di livello della funzione G_{MM} .

4. Desideriamo mettere in luce quale relazione stia fra la presente ricerca e quella classica del Routh (¹).

(¹) ROUTH, *Some Applications of Conjugate Functions* (« Proceedings of the London Mathematical Society », vol. XII, 1881, pp. 73-89).

Consideriamo, sul piano della variabile complessa $Z = X + iY$, un campo connesso limitato da una linea s' , sul quale rappresentiamo in modo conforme il campo S del piano $z = x + iy$, dianzi considerato, mediante la relazione:

$$(11) \quad Z = Z(z) .$$

Il nuovo movimento, così determinato sul piano Z , presenterà un vortice nel punto N corrispondente ad M , avente ancora l'intensità C , e il moto del vortice N ammetterà la funzione di corrente

$$(12) \quad \Psi^* = - \frac{C}{4\pi} H_{NN} ,$$

se H_{NN} designa il valore che la funzione preliminare di Green di polo N assume nel polo stesso.

Ma nella Nota dianzi citata si ebbe occasione di dimostrare che

$$(13) \quad H_{NN} = G_{MM} - \log \left| \frac{dZ}{dz} \right|_M ,$$

sicchè dalle (10), (12) e (13) discende che

$$(14) \quad \Psi_N^* = \psi_M^* + \frac{C}{4\pi} \log \left| \frac{dZ}{dz} \right|_M .$$

E questa la formula del Routh.

5. Il problema di cui ci occupiamo è stato anche studiato dal Caldonazzo, limitatamente al caso in cui la parete rigida s' , che limita il campo del moto, si estende indefinitamente nei due sensi, con direzioni assintotiche determinate ⁽¹⁾.

In questo caso il Caldonazzo ha rappresentato in modo conforme, sul campo del moto, il semipiano $y \geq 0$ del piano z , ed ha rilevato che la relazione (11), che effettua la anzidetta rappresentazione conforme, definisce, nel campo considerato del piano Z , una corrente stazionaria irrotazionale che lambisce la parete s' .

⁽¹⁾ CALDONAZZO, *Sul moto di un vortice puntiforme*, Nota I (α Rendiconti della R. Accademia dei Lincei α , vol. XXVIII, ser. 5^a, 1^o sem. 1919, pp. 191-195). Valgono anche in questo caso le nostre conclusioni.

Se si utilizza questo procedimento del Caldonazzo si deve porre nella (13):

$$G_{nn} = \log \frac{1}{2y} ,$$

perchè è questo il valore assunto in un punto qualsiasi del semipiano dalla funzione preliminare di Green ad esso relativa. Di più, per l'interpretazione ora ricordata della (11), si potrà sostituire ad y la funzione di corrente del moto definito dalla (11), che indicheremo con ψ_0 ; infine al

$$\left| \frac{dZ}{dz} \right|$$

si potrà sostituire

$$\frac{1}{V_0} ,$$

se con V_0 indichiamo il valore della velocità competente alla corrente (11). La (13) da allora:

$$H_{nn} = \log \frac{V_0}{2\psi_0} ,$$

e ne risulta, sostituendo nella (12), che

$$(15) \quad \Psi^* = - \frac{C}{4\pi} \log \frac{V_0}{2\psi_0} .$$

Questa espressione della Ψ^* differisce da quella data dal Caldonazzo soltanto per una costante additiva.

Si può ancora osservare che dalla (12) si deduce che

$$\Delta_2 \Psi^* = - \frac{C}{4\pi} \Delta_2 H_{nn} .$$

Ora si ricordi che nella nota già citata sulla funzione preliminare di Green si dimostrò che

$$\Delta_2 H_{nn} = 4e^{2H_{nn}} ,$$

e quindi, nel nostro caso,

$$\Delta_2 \Psi^* = - \frac{C}{4\pi} \left(\frac{V_0}{\psi_0} \right)^2 .$$

Da questa relazione, ricordando che nel moto piano definito dalla funzione di corrente Ψ^* la componente secondo la normale al piano del moto del rotore della velocità è $-\Delta_z \Psi^*$, si ha la seguente proposizione: Il vortice si muove come se appartenesse ad una corrente vorticoso stazionaria, lungo ciascuna linea di flusso della quale il rotore della velocità ha il valore costante

$$\frac{C}{2\pi} \left(\frac{V_0}{\psi_0} \right)^2 .$$

Anche questo risultato è ottenuto, con altro metodo, dal Caldonazzo.

6. I risultati del n. 3 possono esser presentati anche nella forma seguente.

Il contributo portato alla velocità del liquido, in un punto qualsiasi di affissa z , dalla distribuzione vorticoso della parete, ammette il potenziale

$$\frac{C}{2\pi} G_{M,r}^* ,$$

$G_{M,r}^*$ essendo la funzione armonica associata alla funzione preliminare di Green relativa al punto M . Il contributo stesso ammette quindi il potenziale complesso

$$(16) \quad \bar{f} = - \frac{iC}{2\pi} F(z)$$

$F(z)$ essendo la stessa funzione analitica che intervenne nel n. 1. Si ha, per la (3), che

$$(17) \quad \bar{f} = f + \frac{iC}{2\pi} \log(z - z_0) .$$

Ne segue la seguente espressione complessa della velocità del vortice:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d}{dz} \left[f + \frac{iC}{2\pi} \log(z - z_0) \right] .$$

Se invece si calcola il

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \left[f + \frac{iC}{2\pi} \log(z - z_0) \right] ,$$

ossia il

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \left[-\frac{iC}{2\pi} F(z) \right],$$

non si ha una funzione analitica di z_0 ⁽¹⁾; quindi il limite considerato del potenziale $\bar{f}$ non si può assumere come potenziale di un moto irrotazionale. Però si osserva che il coefficiente dell'unità immaginaria nel limite predetto è

$$-\frac{C}{2\pi} G_{MM},$$

e da questa funzione, considerata come funzione di corrente, deriva il vettore di componenti

$$-\frac{C}{2\pi} \frac{\partial G_{MM}}{\partial y} \quad e \quad \frac{C}{2\pi} \frac{\partial G_{MM}}{\partial x},$$

che è il doppio della velocità del vortice. Questa osservazione è dovuta al Villat, che la giustifica in altro modo nelle sue recenti *Lezioni sulla Teoria dei Vortici* ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Non tragga in inganno la circostanza che il limite considerato si possa porre sotto la forma

$$-\frac{iC}{2\pi} F(z_0).$$

La G_{MP} è funzione sia delle coordinate x e y del punto P , sia di quelle, x_0 e y_0 , del punto M , ed è armonica sia rispetto alle prime che alle seconde. Ma la G_{MP}^* è la sua associata solamente per quanto riguarda la dipendenza dalle x e y , e quindi la quantità complessa

$$F(z) = G_{MP} + iG_{MP}^*$$

è funzione analitica di $x + iy$, non di $x_0 + iy_0$, sebbene essa contenga anche x_0 e y_0 . Quando si sostituisca in essa ad $x + iy$, $x_0 + iy_0$ non si avrà quindi una funzione analitica di $x_0 + iy_0$. — Di ciò si ha conferma nella circostanza seguente: la parte reale di $F(z_0)$ è la funzione G_{MM} , e questa non è funzione armonica di x_0 e y_0 , come dimostra la relazione

$$\Delta_2 G_{MM} = 4e^{2G_{MM}}.$$

(v. la Nota *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, comparsa recentemente in questi « Atti »).

⁽²⁾ VILLAT, *Leçons sur la Théorie des Tourbillons*, p. 159 (Paris, Gauthier-Villars, 1930).

7. La distribuzione delle velocità che discende dalla (4) è irrotazionale, e può quindi appartenere ad un moto stazionario⁽¹⁾: la corrente circolatoria che lambisce la parete s , ed avvolge un solido cilindrico la cui sezione retta è una qualunque linea di livello della funzione ψ . Questo problema fu già trattato dalla dott. Pelosi⁽²⁾. Il risultato notevole che qui vogliamo ricordare è quello relativo alle azioni idrodinamiche subite dal solido; detta μ la densità del liquido, esse sono equivalenti alla forza

$$(18) \quad R = \frac{\mu C^2}{2\pi} (\text{grad. } G_{mm})_n$$

(per unità di lunghezza del solido); applicata in M .

Questo risultato vale anche se il cilindro si riduce ad un filo cilindrico rotondo, di raggio infinitesimo ϱ , sul contorno del quale ψ assume il valore costante

$$(19) \quad \psi = -\frac{C}{2\pi} (\log \varrho + G_{mm}) ,$$

ed è in questo caso che vogliamo utilizzarlo⁽³⁾.

Osserviamo intanto che la (18) può esser scritta come segue:

$$(20) \quad R = \frac{\mu C^2}{4\pi} \text{grad } G_{mm} ;$$

questa relazione permette di affermare che l'azione dinamica subita dall'unità di lunghezza del cilindro deriva dal potenziale

$$(21) \quad U = \frac{\mu C^2}{4\pi} G_{mm} .$$

(1) LAMB, *Hydrodynamics*, V ediz., p. 226 (Cambridge, University Press, 1924).

(2) Nella Nota già citata, § 6.

(3) Si osservi che (con le notazioni del n. 1)

$$\psi = -\frac{C}{2\pi} \log |\zeta| .$$

Se si pone $z = z_0 + \varepsilon$, ε essendo una quantità complessa di modulo infinitesimo, si trova, in virtù della (2), che

$$\zeta = \varepsilon e^{F(z_0)}$$

e quindi, se $|\varepsilon| = \varrho$, si ha subito la (19).

Ora ricordiamo la (9): essa porge la velocità che si avrebbe in M se, tolto il vortice in M , rimanesse sulla parete la distribuzione vorticoso fittizia studiata nel n. 2; chiameremo questa velocità la *velocità locale* in M . In virtù delle (9) e (20), sta la seguente relazione fra la velocità locale e l'azione idrodinamica:

$$(22) \quad R = -i\mu C v ,$$

nella quale si riconosce il teorema di Kutta e Joukowski ⁽¹⁾.

Qualora si interpreti R come risultante delle attrazioni newtoniane esercitate sul vortice dai vortici fittizi della parete, e si denomini *forza di sostentamento* quella definita dalla relazione:

$$S = i\mu C v ,$$

si ritrova, per la (22), che durante il moto del vortice si fanno equilibrio la forza di attrazione e la forza di sostentamento ⁽²⁾.

⁽¹⁾ MASOTTI, *Sulle azioni dinamiche in un sistema di vortici rettilinei*, (« Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei », vol. IX, ser. 6^a, 1^o sem. 1929, pp. 301-304).

⁽²⁾ MASOTTI, *Sopra una forma delle equazioni dinamiche di un sistema di vortici rettilinei* (« Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei », vol. VIII, ser. 6^a, 2^o sem. 1928, pp. 300-301).

Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso.

Nota dell'Ing. LORENZO POGGI, presentata dal S. O. PISTOLESI ⁽¹⁾

Sommario. — Determinato il campo di velocità che si ha nelle suddette condizioni, se ne è dedotto il diagramma di carico sull'asse maggiore dell'elisse generante, considerate come un trave e ciò per un tratto unitario del cilindro. Si sono quindi determinate le azioni globali cui è sottoposto detto tratto unitario di cilindro. Infine si sono eseguiti alcuni esempi numerici.

Introduzione.

Ci proponiamo quì di determinare la distribuzione di velocità data attorno ad un cilindro ellittico indefinito da un vortice con l'asse parallelo alle generatrici dello stesso e da una corrente traslatoria con determinata direzione assintotica.

Determinata tale distribuzione ricercheremo il diagramma di carico cui è sottoposto un tratto di lunghezza unitaria del cilindro, considerando l'asse maggiore della sezione normale come un trave.

Campo di velocità.

Trattandosi evidentemente di moto piano considereremo una sezione normale del cilindro, e opereremo col metodo delle variabili complesse.

Il campo di velocità nel piano z contenente l'elisse si può ottenere dal campo prodotto in condizioni analoghe attorno ad un cerchio di raggio unitario

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione III del 15 marzo 1931.

posto in un piano z' con una trasformazione conforme che trasformi il cerchio nell'elisse. Detta trasformazione è espressa, come è noto, dall'uguaglianza:

$$z = R \left(z' + \frac{k^2}{z'} \right) \quad (\text{V. fig. 1 e 2})$$

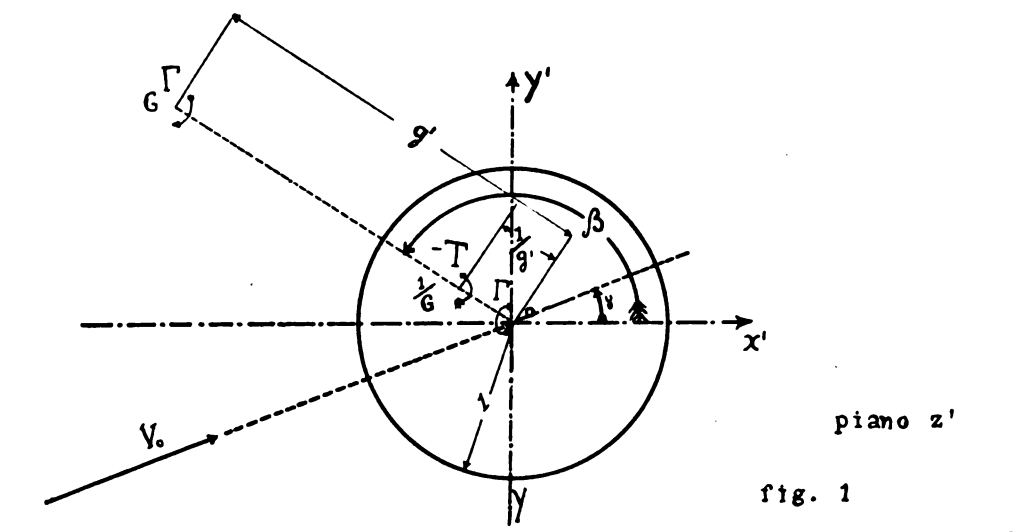


fig. 1

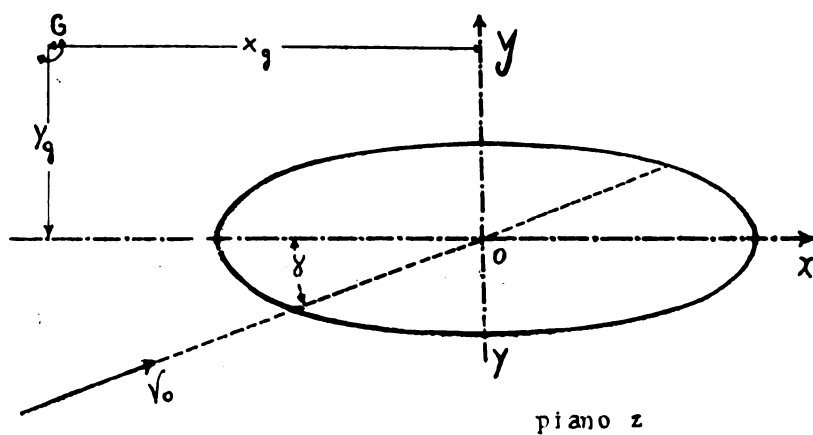


fig. 2

$$x_t = R(g' + k^2/g') \cos \beta$$

$$y_t = R(g' - k^2/g') \sin \beta$$

essendo:

$$R = \frac{a+b}{2} \quad k = \frac{a-b}{a+b}.$$

Il campo di velocità nel piano $z' = re^{i\alpha}$ si può ottenere ponendo nel piano stesso:

- 1°) Una velocità costante di grandezza $V_0 R$ e di direzione $e^{i\gamma}$
- 2°) Una doppietta nel punto $z' = 0$, disposta col suo asse nella stessa direzione di cui sopra e con momento $2\pi R V_0$.
- 3°) Un vortice di circuitazione Γ nel punto $z' = e^{i\beta} \cdot g'$
- 4°) » » $-\Gamma$ » $z' = e^{i\beta} \cdot \frac{1}{g'}$
- 5°) » » Γ » $z' = 0$.

Con la trasformazione data avremo nel piano z una velocità assintotica di grandezza V_0 e direzione $e^{i\gamma}$. Il vortice esterno si porterà in un punto del piano z di coordinate:

$$X = R \left(g' + \frac{k^2}{g'} \right) \cos \beta \quad Y = R \left(g' - \frac{k^2}{g'} \right) \sin \beta.$$

La funzione potenziale sarà quindi:

$$W = \frac{\Gamma}{2\pi i} \left(\log \frac{z' - g' e^{i\beta}}{z' - \frac{1}{g'} e^{i\beta}} + \log z' \right) + e^{-i\gamma} \cdot R_0 V_0 \left(z' + \frac{e^{2i\gamma}}{z'} \right).$$

La velocità sarà in generale:

$$V = \frac{dW}{dz'} \frac{dz'}{dz} = \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi i} \left(\frac{(g' - 1/g') e^{i\beta}}{(z' - (1/g') e^{i\beta})(z' - g' e^{i\beta})} + \frac{1}{z'} \right) + e^{-i\gamma} \cdot R V_0 \left(1 - \frac{e^{2i\gamma}}{z'^2} \right) \right\} \frac{1}{(1 - k^2/z'^2) R}.$$

Sopra l'elisse, essendo $z' = e^{i\alpha}$ si ottiene:

$$V = \frac{1}{ie^{i\alpha}} \frac{1}{(1 - k^2 \cdot e^{-2i\alpha})} \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi} \left(\frac{s}{2 \cos(\alpha - \beta) - t} + 1 \right) - 2 V_0 R \sin(\alpha - \gamma) \right\}$$

essendo:

$$s = g' - 1/g' \quad t = g' + 1/g'.$$

Pressioni.

Dal Teorema di Bernullì abbiamo:

$$p - p_0 = \frac{\rho}{2} (V_0^2 - |V^2|) = p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} + \frac{1}{2} \rho \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi R} \left(\frac{s}{2 \cos(\alpha - \beta) - t} + 1 \right) - \right. \\ \left. - 2V_0 \sin(\alpha - \gamma) \right\}^2 \frac{1}{1 + k^4 - 2k^2 \cos(2\alpha)} .$$

Diagramma di carico sull'asse maggiore dell'elisse sezione.

Considerato l'asse maggiore dell'elisse sezione come un trave, il diagramma di carico su di esso, dovuto ad un tratto unitario del cilindro, è espresso dalla formula:

$$\frac{dT}{dx} = f(\alpha) = p(\alpha) - p(-\alpha)$$

variando α tra 0 e 2π .

Dal diagramma di carico, per integrazioni grafiche e analitiche si possono ottenere i diagrammi del *taglio* e del *momento flettente*. L'integrazione analitica non presenta nessuna difficoltà teorica, potendosi le funzioni integrande ridurre facilmente a forma razionale; essa è però estremamente laboriosa e porta a espressioni finali di troppo lunga calcolazione numerica e quindi di poco valore pratico; si è quindi risoluto di ometterla sostituendola con il seguente calcolo sintetico delle forze e dei momenti risultanti sul tratto di cilindro.

Equazioni globali per le forze ed i momenti risultanti.

La risultante delle forze sull'elisse sarà uguale e di segno contrario alla somma delle seguenti grandezze:

1°) Una forza applicata nel vortice esterno, determinabile per mezzo del teorema di K. J.

2°) La risultante delle quantità di moto e delle pressioni all'infinito.

Per determinare la prima forza osserviamo che, indicando con z_g la coordinata complessa del punto verticoso G la velocità nel punto stesso, pensata a prescindere della velocità dovuta alla circuitazione può scriversi:

$$\begin{aligned} \text{coniug } V_g &= \lim_{z=z_g} \left(\frac{dW}{dz'} \frac{dz'}{dz} - \frac{\Gamma}{2\pi i (z - z_g)} \right) = \\ &= \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi i R} \left(\frac{-e^{-i\beta}}{g' - 1/g'} + \frac{e^{-i\beta}}{g'} \right) + V_0 (e^{-i\gamma} - e^{(\gamma-2\beta)i/g'^2}) \right\} \frac{1}{1 - K^2 e^{-2\beta i/g'^2}} + \\ &+ \frac{\Gamma}{2\pi i \cdot R} \lim_{z=z_g} \left(\frac{1}{z' - g' e^{i\beta}} \frac{dz'}{dz} - \frac{1}{z - z_g} \right). \end{aligned}$$

Sviluppando nel termine sotto segno di limite le grandezze z e dz'/dz in serie della variabile z' detto termine risulta uguale a:

$$\left(\frac{1}{2} \frac{d^2 z'/dz^2}{dz'/dz} \right)_{z'=g' e^{i\beta}} = \frac{-k^2 e^{-i\beta}/g'}{(g' e^{i\beta} - k^2/g' e^{i\beta})}.$$

Eseguendo i calcoli si ottiene:

$$V_g = (A_{1x} \frac{\Gamma}{2\pi R} + A_{2x} V_0) + i (A_{1y} \frac{\Gamma}{2\pi R} + A_{2y} V_0)$$

essendo:

$$\begin{aligned} A_{1x} &= \frac{-1}{1 - g'^2} \frac{(g' + k^2/g') \sin \beta}{(g' - \frac{k^2}{g'})^2 - 4k^2 \cos^2 \beta} + \\ &+ \frac{g' (3 \cos^2 \beta - 1) - k^4 \sin^2 \beta / g'^2 - 2k^2}{\{(g' + k^2/g')^2 - 4k^2 \cos^2 \beta\}^2} \frac{k^2}{g'} \sin \beta \\ A_{2x} &= \frac{(g' - 1/g') (g' + k^2/g') \cos(\beta - \gamma) \sin \beta - (g' + 1/g') (g' - \frac{k^2}{g'}) \sin[\beta - \gamma] \cos \beta}{(g' + k^2/g')^2 - 4k^2 \cos^2 \beta} \\ A_{1y} &= \frac{1}{1 - g'^2} \frac{(g' - k^2/g') \cos \beta}{(g' + k^2/g')^2 - 4k^2 \cos^2 \beta} + \\ &+ \frac{g'^2 (1 - 3 \sin^2 \beta) + (k^4/g'^2) \cos^2 \beta - 2k^2}{\{(g' + k^2/g')^2 - 4k^2 \cos^2 \beta\}^2} \frac{k^2}{g'} \cos \beta \\ A_{2y} &= \frac{(g' - 1/g') (g' - k^2/g') \cos(\beta - \gamma) \cos \beta + (g' + 1/g') (g' + k^2/g') \sin(\beta - \gamma) \sin \beta}{(g' + k^2/g')^2 - 4k^2 \cos^2 \beta}. \end{aligned}$$

La forza nel punto G avrà allora come componenti:

$$A_x = \left(A_{1y} \left[\frac{\Gamma}{2R\pi} \right]^2 - A_{2y} \frac{\Gamma V_0}{2\pi} \right) e^{2\pi R}$$

$$A_y = \left(A_{1x} \left[\frac{\Gamma}{2R\pi} \right]^2 + A_{2x} \frac{\Gamma V_0}{2\pi} \right) e^{2\pi R} .$$

Forze e quantità di moto all'infinito.

La funzione potenziale del moto può essere messa sotto la forma:

$$W = -\frac{\Gamma}{2\pi i R} \log \left(\frac{z' - g' e^{i\beta}}{z' + \frac{1}{g'} e^{i\beta}} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi i R} \log z' + V_0 e^{i\gamma} / z' +$$

$$+ \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\pi V_0 d}{2\pi i} \log \frac{z' - i d e^{i\gamma}}{z' + i d e^{i\gamma}} .$$

L'espressione sotto limite, nella precedente formula, rappresenta evidentemente il potenziale relativo ad una coppia di vortici di circuitazioni $\pm \pi \cdot V_0 d R$ posti rispettivamente nei punti $\pm d e^{i\gamma} R$.

Osserviamo che fino a che d si mantiene finito la funzione W' che si avrebbe nell'espressione precedente togliendo il segno di limite all'ultimo termine, comporta velocità nulle all'infinito (avendo queste all'infinito variazioni infinitesime di secondo ordine).

La risultante delle forze ecc. all'infinito per la funzione si può allora ottenere come limite della risultante delle forze agenti nei punti $\pm d e^{i\gamma} R$.

Per ottenere tali forze basterà conoscere le velocità nei detti punti, sempre astraendo dalla velocità data dalla circuitazione. Riportiamo l'espressione di dette velocità ottenute con procedimento analogo a quello di pag. 231 numerando per facilitare la seguente discussione ciascun termine (in ogni termine distinto con un numero, si considera incluso l'eventuale fattore fuori parentesi).

$$V_{z = \pm e^{i\gamma}} = \frac{1}{1 + k^2 e^{2i\gamma} / d^2} \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi i R} \left(\frac{e^{-i\beta} (g' - 1/g')}{(\pm i d e^{-i\gamma} - e^{-i\beta} / g') (\pm i d e^{-i\gamma} - g' e^{-i\beta})} + \frac{1}{\pm i d e^{-i\gamma}} \right) + \right.$$

..... I II

$$+ V_0 e^{i\gamma} / 4 + V_0 e^{i\gamma} / d^2 \left. \right\} - \frac{V_0 \pi d}{2\pi i} \frac{k^2 i d e^{-\gamma i}}{(d^2 e^{-2\gamma i} + k)^2} .$$

... III ... IV V

Le forze nei due punti considerati si otterranno moltiplicando le corrispondenti espressioni delle velocità rispettivamente per $\pm \rho i \pi d V_0 R$; i momenti rispetto al punto 0 si otterranno moltiplicando per d le componenti di tali forze nelle direzioni $e^{\gamma i}$.

È facile osservare quanto segue:

Quando si faccia $d = \infty$:

L'espressione -I- non porta nè a forze nè a momenti (le forze diventano infinitesime e dirette secondo la $ie^{\gamma i}$).

La -II- da nei punti considerati due forze dello stesso segno e grandezza $\frac{V_0 T}{2}$ e direzione $ie^{\gamma i}$ ma nessun momento (essendo la componente di tali forze ortogonali alla direzione limite, infinitesima di second'ordine per $d = \infty$).

La -III- da invece due forze nella sopravvista direzione ma di segno contrario, la cui grandezza $\frac{\pi V_0^2 d}{2}$ diviene infinita per $d = \infty$. La loro risultante è nulla ma è facile vedere che il momento è al limite uguale a $k^2 \pi \cdot V_0^2 \sin(2\gamma) \cdot R^2$.

La -IV- non da nessuna forza e nessun momento.

La -V- non da nessuna forza risultante ma un momento di grandezza $k^2 \pi V_0^2 \sin(2\gamma)$.

Riassumendo le azioni sopra al tronco di cilindro considerato equivalgono come valori globali; alle seguenti azioni:

1°) Una forza di componenti A_x ed A_y (v, pag. 6) applicata nel punto verticoso.

2°) Una forza di grandezza $V_0 \rho \Gamma$ e di direzione $ie^{\gamma i}$ applicata al centro dell'elisse.

3°) Un momento di grandezza $2\pi \rho k^2 V_0^2 \sin(2\gamma) R^2$.

Può essere interessante notare, a riprova parziale delle sopravviste formule, che, ove si faccia $V_0 = 0$ e g' si faccia tendere all'infinito ponendo in pari tempo $\Gamma = V_1 2\pi g'$, si ottiene come espressione della forza in G:

$$- V_1^2 2\pi \rho (e^{-i\beta} - k^2 : e^{3i\beta})/g' .$$

Solo il secondo termine entro parentesi dè per $g' = \text{infinito}$ un momento la cui grandezza è $2\pi\varrho k^2 V_1^2 \sin(2\varrho) R$.

Osservando ora come l'operazione detta corrisponda a considerare una velocità costante di grandezza V_1 e direzione $\beta + 90^\circ$, si verifica, come è naturale, che il momento in tal modo ottenuto è uguale a quello che si otterrebbe dalla semplice considerazione della velocità.

Esempio Numerico.

Applicheremo i risultati della precedente trattazione nel caso semplice in cui sia: $\gamma = \beta = -90$ e per diverse posizioni del vortice.

Per rendere confrontabili tra loro i dati numerici che ricaveremo bisognerà fare un'ipotesi sul massimo valore della circuitazione per le diverse posizioni del vortice. Scartando l'ipotesi fatta in caso analogo che tale valore sia inversamente proporzionale alla distanza del vortice dal centro dell'elisse, ciò che porterebbe ad un valore infinito della risultante quando il vertice si porti alla superficie del cilindro stesso, ammetteremo che detto valore sia invece inversamente proporzionale alla minima distanza tra il vortice e l'elisse.

Considereremo cioè costante per qualsiasi posizione del vortice il termine $\frac{\Gamma}{2\pi d}$ essendo d la detta minima distanza.

Osserviamo che è: $d/R = g' - k^2/g' - (1 - k^2) = (g' - 1)(1 + k^2/g')$. Nel caso considerato abbiamo:

$$dT/dx = \frac{1}{2} \varrho \frac{1}{1 + k^4 - 2k^2 \cos(2\alpha)} \left\{ \left[\frac{\Gamma}{2\pi d} \left(\frac{s}{-2 \sin \alpha - t} + 1 \right) - 2V_0 \sin \alpha \right]^2 - \left[\frac{\Gamma}{2\pi d} \left(\frac{s}{+2 \sin \alpha - t} + 1 \right) + 2V_0 \sin \alpha \right]^2 \right\}$$

o anche:

$$dT/dx = \frac{1}{2} \varrho \left\{ \left(\frac{\Gamma}{2\pi d} \right)^2 A + \frac{\Gamma}{2\pi d} V_0 B \right\}$$

essendo:

$$A = \frac{1}{1 + k^4 - 2k^2 \cos(2\alpha)} (g' - 1)^2 (1 + k^2/g')^2 \left\{ \left(\frac{s}{2 \sin \alpha - t} + 1 \right)^2 - \left(\frac{s}{-2 \sin \alpha - t} + 1 \right)^2 \right\}$$

$$B = \frac{1}{1 + k^4 - 2k^2 \cos(2\alpha)} (g' - 1)^2 (1 + k^2/g')^2 \left(\frac{s}{2 \sin \alpha - t} - \frac{s}{-2 \sin \alpha - t} \right).$$

Nelle tabelle I e II sono riportati i valori dei sopradetti coefficienti A e B per diversi valori di g' e per $k^2 = 0,75$.

TABELLA I. — Coefficienti A.

$\alpha =$	$g' = 1,25$	2	4	5
10°	— 0,13	— 1,83	— 2,72	— 2,48
20°	— 0,11	— 1,16	— 1,69	— 1,55
30°	— 0,08	— 0,77	— 0,94	— 0,78
40°		— 0,45	— 0,36	— 0,31
50°	— 0,07	— 0,09	0,16	0,16
60°		0,39	0,53	0,44
70°	0,11	1,10	0,85	0,76
80°	1,15	1,77	1,14	0,90
90°	3,30	2,19	1,20	0,92

TABELLA II. — Coefficienti B.

$\alpha =$	$g' = 1,25$	2	4	5
10°	— 2,86	— 4,92	— 3,66	— 3,02
20°	— 2,00	— 3,22	— 2,23	— 2,02
30°	— 1,40	— 1,94	— 1,20	— 0,95
40°		— 1,01	— 0,44	— 0,30
50°	+ 0,63	— 0,18	+ 0,18	+ 0,18
60°		+ 0,62	+ 0,62	+ 0,51
70°	+ 0,42	+ 1,44	+ 0,93	+ 0,80
80°	+ 1,99	+ 2,09	+ 1,19	+ 0,96
90°	+ 3,73	+ 2,40	+ 1,24	+ 0,99

I dati delle tabelle I e II sono rappresentati graficamente nella fig. 3.

COEFFICIENTI

A
e
B

$$K^2 = 0,75$$

Scale } ascisse 1 cm = 0,05
ordinate 1 cm = 0,4
aree 1 cm² = 0,02

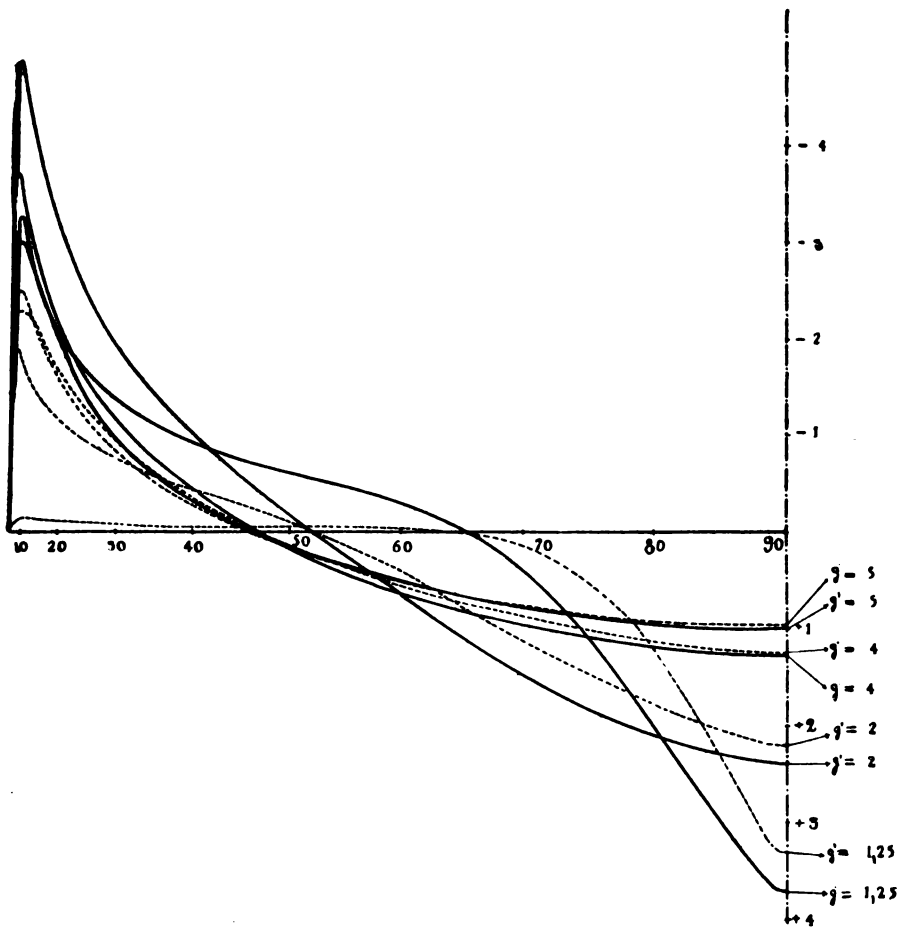


Fig. 3.

Risultante delle azioni aerodinamiche.

Dette F_a ed F_b le aree dei diagrammi dei coefficienti A e B (ottenuta prendendo come ascissa unitaria il semiasse maggiore a) si ha evidentemente:

$$A_y = \frac{1}{2} \rho \left((\Gamma/2\pi d)^2 F_a + (\Gamma/2\pi d) V_0 F_b \right) a$$

Risultante sul tratto unitario di cilindro.

I termini F_a ed F_b sono riportati della tabella III. Omettiamo per brevità il calcolo diretto seguendo il procedimento esposto a pag. 5 che nel nostro caso si semplifica notevolmente.

TABELLA III. — Termini F_a ed F_b (ottenuti per calcolo diretto e controllati integrando graficamente i diagrammi A e B).

	$g' = 1,25$	2	4	5
$F_a =$	0,884	1,015	0,472	0,369
$F_b =$	0,311	0,520	0,382	0,330

Confronto dei risultati ottenuti nella presente trattazione con quelli ottenuti nella nota: Azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione investito da un vortice ecc. (V. questi Atti sessione 21 dicembre 1930).

Un confronto razionale tra i risultati della presente nota e della citata non si presenta facile a farsi date che le due trattazioni sono l'una bidimensionale e l'altra tridimensionale.

È evidente innanzitutto che bisognerà condurre i risultati corrispondenti ad avere una stessa dimensione, ciò che si potrà fare considerando un tratto di lunghezza finita del cilindro ellittico. Negli esempi numerici svolti nelle due note si sono considerati un cilindro ed un elissoide di rotazione aventi ellissi generanti di proporzioni quasi identiche ($a/b = 7$ nella presente nota e $e = 7,1$ nella citata).

Consideriamo un elissoide avente le date proporzioni e con il semiasse a di 100 metri di lunghezza, ed un tratto di cilindro ellittico, della stessa lunghezza e delle proporzioni considerate, e con tale altezza che la sua proiezione su di un piano parallelo alle generatrici ed all'asse maggiore dell'elisse sia di area uguale alla proiezione dell'elissoide su un suo piano meridiano. Risulta da questa assunzione un'altezza del cilindro di m. 22,10.

Riportiamo i valori della risultante delle forze aerodinamiche e dei massimi e minimi del diagramma di carico che risultano dagli esempi sviluppati nelle due note, nei casi corrispondenti $d/k = 2$, e $d/k = 2,8$ per la nota citata, e $g' = 4$ e 5 per la presente, posta una velocità di traslazione di 20 m/s. ed un valore di $\Gamma/2\pi d = 10$ m/s. (avendo d il significato della presente nota).

	$d/k = 2,2$ $g' = 4$		
	dT/dx mas. ($\alpha = 90$)	dt/dx min.	Risultante
<i>Cilindro</i>	510	— 1430	17000
<i>Elissoide</i>	154	— 89	8100
	$d/k = 2,8$ $g' = 5$		
<i>Cilindro</i>	383	— 1180	14400
<i>Elissoide</i>	105	— 68,9	7290

(Si è dato qui il segno positivo agli sforzi diretti verso il vortice).

Come risulta dai precedenti dati i risultati delle due trattazioni differiscono sensibilmente, ciò che del resto è intuitivo, dato il fatto che un corpo cilindrico indefinito produce nel campo di velocità delle perturbazioni di entità molto maggiori a quelle prodotte da un solido di rotazione di egual sezione nel senso ortogonale alla corrente.

Il presente lavoro è stato eseguito presso il Laboratorio Aerodinamico di Aquisgrana (Germania) sotto la guida del Chiar.mo Prof. Kármán, al quale l'autore esprime la sua riconoscenza.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE IV DEL 15 MARZO 1931

	PAG.
Accademici presenti.	223
NAPOLI S. O. — Presentazione in omaggio di pubblicazione del S. O. Boffito	223
TEOFILATO S. O. — Presentazione in omaggio di pubblicazione dell'estraneo E. Castelli	224
NEVIANI S. O. — Presentazione di una Memoria del S. O. Vito Zanon dal titolo: <i>Esame di un campione di mare sporco del Golfo di Fiume.</i>	224
» » — Presentazione in omaggio di due sue pubbli- cazioni.	225
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Il sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro di Augusto.</i>	225
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Nota dell'estraneo Ma- sotti dal titolo: <i>Sul moto di un vortice ret- tilineo.</i>	225
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Poggi inviata dal S. O. Pistolesi dal titolo: <i>Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria, e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso.</i>	225
» » — Presentazione di pubblicazioni inviate in omaggio	225
GIANFRANCESCHI, Pres. — Annuncio della morte del S. O. Wasmann .	226
» » — Comunicazione intorno al Giornale Scientifico Parlato da trasmettersi per mezzo della Radio Vaticana	226
DE SANCTIS, Segr. — Comunicazione sulla Settimana Accademica dell'Aprile 1931	226
Approvazione del Corpo Accademico per l'inserzione negli <i>Atti</i> dei lavori degli estranei Masotti e Poggi.	226
DE SANCTIS, Segr. — Comunicazione delle lettere di ringraziamento inviate dai SS. CC. Debye e Straneo . . .	226

COMITATO SEGRETO.

	PAG.
Promozione del S. C. Stein a Socio Ordinario	226
Nomina a Soci Corrispondenti dei Proff. Rivera e Moreaux.	226
Preannuncio di candidatura di un nuovo Socio Corrispondente	226

MEMORIE E NOTE.

DE ANGELIS D'OSSAT S.C.—	Il sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro d'Augusto.	227
MASOTTI	— Sul moto di un vortice rettilineo (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>).	235
POGGI	— Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso. (<i>presentata dal S. O. Pistolesi</i>).	246

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE V DEL 19 APRILE 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1931

**L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE V - PONTIFICIA - 19 APRILE 1931

PRESIDENZA: Sua Santità PIO XI

Accademici presenti. — Onorari: E^{mo} Card. Francesco EHRLE.

Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GEMELLI — GIANFRANCESCHI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — SAUVE — STEIN — TROFILATO — DE SANCTIS, Segretario.

**Corrispondenti: CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — DEBYE — HUMBERT — LEVI-CIVITA — NOBILE — PASQUINI — RIVERA — SCATIZZI — STRANEO — UGO-
LINI — VANNI.**

Il Santo Padre Pio XI, accompagnato dalla Sua Nobile Corte, giunse nell'Aula Accademica alle 16 45, ricevuto ed ossequiato dal Presidente Gianfranceschi, dal Segretario De Sanctis, e dal Vice Segretario Martinelli.

Il *Presidente* GIANFRANCESCHI, chiesto a Sua Santità il permesso di parlare, lesse il seguente breve indirizzo:

Beatissimo Padre,

La Settimana Accademica che oggi si chiude, e il Giornale Parlato delle Scienze che oggi si inizia non possono avere incoraggiamento migliore della Vostra Augusta Presenza.

Ci hanno detto da varie parti che la Settimana Accademica ha avuto un vero successo: se potessimo misurarne l'esito dalla grazia singolare che la Santità Vostra ci fa col presiedere a questa Tornata Accademica, il successo è davvero al disopra di ogni più rosea aspettativa. E il nostro Giornale non può certo avere migliori auspici.

Grazie, Padre Santo, di tanta Vostra Paterna Bontà.

Domando alla Santità Vostra di poter svolgere l'ordine del giorno accademico.

Ottenuto l'assenso del S. P., il Presidente continuò:

Purtroppo devo iniziare le nostre comunicazioni col ricordare la gravissima perdita di cui il lutto è nel cuore di noi tutti.

Dopo la nostra ultima Tornata è mancato ai vivi l'Eminentissimo Cardinale Pietro Maffi, Arcivescovo di Pisa, Secio Onorario di questa Accademia.

Le doti eccezionali di mente e di cuore dell'Illustre Estinto sono presenti a ciascuno di noi: le Sue virtù, i Suoi meriti sono noti a Dio e da Lui coronati.

Il P. GIANFRANCESCHI fece quindi la seguente comunicazione *Sulla propagazione delle onde emesse dalla Stazione Radio della Città del Vaticano*:

In occasione della apertura della Stazione Radio della Città del Vaticano, le relazioni pervenute sul modo con cui giungono le onde che essa emette presentano qualche interesse di valore scientifico.

Si può affermare che nessuna emissione è stata mai ricevuta così universalmente e così pienamente come quella del Messaggio Pontificio del 12 febbraio.

Non è ancora possibile dare risultati esaurienti, ma alcuni punti sono fin d'ora accertati.

La Radio H. V. J. che emette onde sulle due frequenze 5960 (m. 50,26) e 15.120 (m. 19,84) con una potenza media di irradiazione di 12 kw antenna è effettivamente intesa in tutto il mondo, e non in maniera saltuaria, cioè in alcune favorevoli circostanze, ma in modo costante. Le relazioni che ci sono giunte finora e che raggiungono quasi il migliaio provengono da tutti i paesi, anzi anche dagli Oceani perchè ne abbiamo avuto pure da piroscafi naviganti nel Pacifico e nell'Atlantico.

In generale gli ascoltatori attribuiscono una potenza irradiata molto superiore alla vera, e superiore alle più potenti stazioni di radio diffusione. Evidentemente ciò è da attribuirsi alla purezza dell'onda e alla sua costanza, per cui sono ridotte al minimo le interferenze, ed elevata al massimo la penetrazione.

Alcune osservazioni speciali saranno oggetto di una breve nota da leggersi nel « Nuncius ».

Il S. O. LUIGIONI fece la seguente comunicazione:

Ho l'onore di presentare alla Accademia la descrizione di un nuovo *Amphimallus*, Coleottero appartenente alla Famiglia *Scarabaeidae*, scoperto a Novoli in Provincia di Lecce. Mi è oltremodo gradito di dedicare la nuova ed interessante specie al nome dell'illustre Prof. Giuseppe Gianfranceschi, il benemerito Presidente di questa Pontificia Accademia, e domando per questo il permesso a Vostra Santità.

Il S. P. benignamente concesse il chiesto permesso.

Il S. O. TEOFILATO presentò una Nota dal titolo: *Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefnita*.

Il S. O. GEMELLI presentò due Note del Dott. Galli, una sulla *Resistenza elettrica dell'organismo umano, e correnti di azione neuromuscolari nei processi psichici*, e l'altra sulla *Determinazione della soglia differenziale, e di quella di illuminazione nella variazione dello stimolo improvviso e continuo*.

Il S. O. ANILE fece una comunicazione sul tema: *Dibattiti sull'origine del linguaggio*.

Il richiamo del Bergson sulla traduzione motoria delle nostre più intime attività cerebrali e le esperienze del Pawlow sui *riflessi incondizionati* hanno dischiuso nuovi capitoli nella fisiologia del sistema nervoso ed hanno testè permesso ad un nostro studioso, il Prof. Tullio, di formulare, sull'indagine dei riflessi sonori, una nuova scientifica interpretazione dell'origine del linguaggio umano. Problema questo, intravisto già da Platone, che ammetteva una stretta correlazione tra i suoni esteriori ed il formarsi della nostra parola; e che ritorna di tanto in tanto nella scienza.

Contro questa origine onomatopeica della parola si alzò pel primo il nostro Gianbattista Vico, per il quale la parola nel suo primo determinarsi non è il senso, ma si aggiunge al senso come manifestazione ideale; e si alza ora la filosofia idealista, rappresentata dal Croce, per il quale non esistono leggi fonetiche, ma leggi estetiche, e le parole, anche nella loro più elementare espressione, sono già *stile*.

La controversia su questo argomento tra scienze biologiche e filosofia dura da parecchio, e non è possibile, ciascuno dei due metodi partendo da posizioni opposte, che si plachi.

Noi pensiamo che non si possa del tutto escludere l'intervento della esteriorità nei fenomeni dell'interiorità; e che l'accordo tra le due tesi ben si debba attuare qualora ci si richiami alla nostra filosofia perenne. La sola che, ammettendo la realtà, non esclude le facoltà creatrici dello spirito.

Il S. O. NEVIANI presentò una sua Nota, intitolata: *Luigi Ferdinando Marsili e le sue collezioni zoologiche*.

Il S. O. STEIN presentò una Nota dell'estraneo BECKER dal titolo: *Zur Vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelwolken*.

Il S. C. HUMBERT presentò una Nota intitolata: *Notes historiques sur l'observation des halos*.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT fece la seguente comunicazione sulle *Ricerche geo-idrologiche a Nettuno*:

Ho l'onore di comunicare — anche a nome del collega Giovanni Ugolini — i risultati oltremodo favorevoli delle ricerche geo-idrologiche nel territorio di Nettuno, basato sopra il recente studio sull'Anziante, pubblicato nei nostri Atti. Nella nota formazione del *Macco* circola — simultaneamente con permeabilità in *grande* ed in *piccolo* — una notevole falda acquifera ad un livello elevantesi verso terra. Le manifestazioni sono relativamente considerevoli per portata e discretamente numerose da mettere la città — finora condannata al supplizio di Tantalo — nell'imbarazzo della scelta. L'elevazione, cui può emungersi il velo idrico e la possibile captura, secondo gli scrupolosi dettami della geo-idrologia, assicurano l'approvvigionamento da località non lontana dall'abitato, con dotazione più che sufficiente, igienicamente garantita e forse con tubazioni e distribuzione a gravità. Lo sviluppo potenziale della graziosa stazione balneare non rimarrà oltre compresso dalla deficienza e dalla cattiva qualità dell'indispensabile alimento idrico.

Il S. C. RIVERA presentò una Nota dal titolo: *Radiazione e vita nel mondo vegetale*.

Il Segretario DE SANCTIS presentò una Memoria del S. O. NAVÁS dal titolo, *Insecta orientalia. Nona series*. In essa si enumerano alcuni insetti neurotteri ed affini, provenienti dall'Asia e dalle Isole Asiatiche, e se ne de-

scrivono ed illustrano alcune nuove specie; una Nota del S. C. HOFBAUER dal titolo: *Neue Formeln zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes.*

Presentò poi due note di estranei inviate dal S. O. COLONNETTI: una dell'Ing. ZOJA dal titolo: *Sull'invecchiamento dei metalli non ferrosi* e l'altra dell'Ing. PUGNO intitolata: *Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica. Documentazione sperimentale di alcune considerazioni esposte dal Prof. Gustavo Colonnetti nella sua Conferenza sull'isteresi elastica e la fatica dei metalli tenuta in occasione della Settimana Accademica il 15 aprile 1931.*

Lesse poi la seguente comunicazione del S. C. RANZI: *Sull'Accrescimento dei Selaci vivipari.*

Studiando l'accrescimento dei Selaci vivipari, ho potuto osservare che gli embrioni di questi animali prendono sempre, dalla madre, acqua o sostanze minerali, secondo quanto era logico attendersi per le ricerche di Davenport e mie sull'accrescimento degli embrioni, che si sviluppano nell'acqua, fuori della madre. Per quanto riguarda le sostanze organiche vi sono due possibilità: embrioni che si sviluppano nell'utero senza prendere sostanza organica dalla madre o prendendo in quantità minima (*Torpedo ocellata*, *Torpedo marmorata*); embrioni che si sviluppano nell'utero, assorbendo una notevole quantità di sostanza organica dalla madre, sia attraverso una placenta (*Mustelus laevis*), sia senza placenta, prelevando la sostanza direttamente dal liquido contenuto nell'utero (*Mustelus vulgaris*).

Il Segretario presentò poi le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio alla Accademia:

GIANNINI AMEDEO — *Il Movimento internazionale per l'unificazione del diritto commerciale.*

PETRONCELLI MARIO — *Il principio della non retroattività delle leggi in diritto canonico.*

Archivio di Studi Corporativi. Volumi I, II, III.

Royal Dublin Society. Bi-Centenary Souvenir.

Sindacato Nazionale Fascista Ingegneri. Relazioni tecniche al II Congresso Nazionale degli Ingegneri Italiani.

Sindacato Nazionale Fascista Ingegneri. Annuario.

Società Agraria della Provincia di Bologna. Annali.

Società Agraria della Provincia di Bologna. Cenni Storici.

Terminate le comunicazioni accademiche, il Presidente rivolto a Sua Santità pronunciò le seguenti parole:

Prego la Santità Vostra volerci permettere di iniziare la pubblicazione del nostro giornale parlato *Scientiarum Nuncius Radiophonicus*.

Ottenuto il chiesto permesso, ebbe luogo alla Augusta Presenza del Sommo Pontefice la radiotrasmissione del 1° Numero del *Nuncius* che fu annunciato dal Presidente, innanzi al microfono, con le seguenti parole:

Quod in Dei laudem et ad incrementum scientiarum vertat, nomine et auspicio Beatissimi Patris Papae Pii XI feliciter regnantis et adstantis nunc primum edicitur Scientiarum Nuncius Radiophonicus.

In questo primo numero furono trasmesse le seguenti Note e Notizie:

NOTE.

P. DEBYE *Lyncaeus*: De directa Inspectione molecularum per Radios X. — A. LOMBARDI *Lyncaeus*: De Michaelae Faraday Sodali Lyncaeo centesimo recurrente a praecipuis eius inventis. — G. COLONNETTI *Lyncaeus*: De ysteresi elastica et de fatigatione in metallis. — P. STRANEO *Lyncaeus*: De theoria dimensionum in physicis et de quantis. — P. HUMBERT *Lyncaeus*: De chartis lunaribus et earum interpretatione. — J. GIANFRANCESCHI *Lyncaeus*: De propagatione undarum quae a Radio Vaticana emittuntur. — J. GIANFRANCESCHI *Lyncaeus*: De constantia velocitatis lucis. — U. PIERANTONI *Lyncaeus*: De symbiosi physiologica hereditaria. — S. RANZI *Lyncaeus*: De embrionali incremento in selacis viviparis. — C. GORINI *Lyncaeus*: De streptococcis mammariis.

NOTIZIE.

De Nubibus cosmicis Patris Hagen.

De inventario Musaei marini ab Aloysio Ferd. Marsili comparato.

De ydrographia oceani artici.

Esaurita la trasmissione delle notizie, il Santo Padre pronunciò un discorso che venne pure radiotrasmesso.

Il Santo Padre si è compiaciuto di rispondere che ben volentieri avrebbe impartita la chiesta Benedizione Apostolica; ma voleva prima manifestare a quei diletti figli la Sua compiacenza e le Sue congratulazioni per la loro bella « Settimana scientifica » che in quel giorno e in quell'ora così bene chiudevano.

Voleva inoltre, l'Augusto Pontefice, congratularsi con gli Accademici per quello inizio, per quell'aprirsi, che essi avevano fatto all'universo della Radio scientifica Vaticana. Esprimeva dunque le Sue congratulazioni, i Suoi auguri: auguri altrettanto fiduciosi quanto erano meritate le congratulazioni.

Sua Santità manifestava poi la Sua gioia vera, tutta la Sua compiacenza profonda per aver potuto essere con quei Suoi figli accademici, in quella seconda inaugurazione della Radio Vaticana, dopo essere stato presente alla prima inaugurazione della Stazione stessa.

E Gli sembrava davvero di poter parlare di seconda inaugurazione non meno bella della prima. Se la prima infatti fu la inaugurazione sacra alla Fede, la seconda era l'inaugurazione sacra alla scienza. Allora fu trasmessa la parola apostolica della Fede, ora era trasmessa la parola della scienza. E la stessa divina scrittura ci dice che come Dio è autore della Fede così lo è anche della scienza. Il Concilio Vaticano fece conseguire da questa bella verità una delle sue proclamazioni: non esservi cioè contraddizione fra la scienza e la Fede, dal momento che della Fede e della scienza unico autore è Dio stesso. E non era soltanto con ciò, proclamata l'armonia della scienza con la Fede, ma venivano altresì ricordate e proclamate le infinite, altissime armonie di due mondi, di due universi: l'uno materiale, l'altro soprannaturale.

Quei cari accademici, in quella bella adunanza avevano dato al Papa qualche pregustamento di quelle bellezze, di quelle fresche e feconde armonie, Egli ancora una volta, li ringraziava: ed era appunto nella contemplazione dei due universi così armonicamente congiunti, che, di tutto cuore Sua Santità voleva impartire ai presenti e ai loro nobili lavori la Benedizione Apostolica, augurando i più larghi successi e i migliori meriti verso la Fede e verso la scienza.

Il Santo Padre impartì quindi l'Apostolica Benedizione, e, dopo essersi benevolmente intrattenuto con gli Accademici, accompagnato dalla Sua Nobile Corte, lasciò la Casina Pio IV alle 18.15.

PONTIFICIA ACADEMIA SCIENTIARUM - NOVI LYNCAEI

CITTÀ DEL VATICANO

NOTIFICATIO

Pontificia Academia Scientiarum « NOVI LYNCAEI » statuit praemium decem millium libellarum italicarum, quo donabitur dissertatio critica circa « *Legem Mendelii et cromosomata* » in biologia, quae inter eas, quae vobis proponuntur, optima iudicabitur.

Abatis Gregorii Mendelii opera, novus ordo studiorum in biologicis scientiis institutus est. Illius experimenta ex praezellente methodo et novae leges inde deductae sunt procul dubio magni momenti in hac aetate post-darwiniana, praesertim eo quod omnis hodierna scientia biologica ex illis experimentis originem ducit. Interdum sequentes notationes ostenderunt per cromosomata cellularum sese evolventium proferri notas hereditarias mendelianas. Multiplex industria et labor scientiae, rebus oeconomicis socialibusque perutiles hoc tempore fervent ex quibus exoriuntur novae etiam hypotheses de evolutione omnium generum viventium. Quae lex nobis optima videtur serene resumere atque excerni posse.

De proposito praemio concertandi omnibus fit facultas, praeter Socios Ordinarios Academiae proponentis.

Dissertationes ineditae esse debent, et Academiae remittendae sunt ante diem 30 mensis octobris huius anni, tribus exemplaribus, machina dactylographica et idiomate vel Anglico, vel Gallico, vel Germanico, vel Hispanico, vel Italico, vel etiam Latino, exaratis.

Auctoribus fit facultas apponendi nomen suum scriptis, vel dicto quodam vel alio signo ea distinguendi, quod repetendum erit super involucrum, nomen auctoris continens sub sigillo.

Praemii collatio fiet audito iudicio Comitatus specialis, a Coetu Academico designato, in solemnibus primo conventu anni Academici, qui locum habebit mense decembri huius anni.

Città del Vaticano, ex aedibus Academiae d. 18 ian. 1931.

A Secretis
P. DE SANCTIS

Praeses
I. GIANFRANCESCHI.

MEMORIE E NOTE

Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefinita

Nota di PIETRO TEOFILATO S. O.

Com'è noto, le formole di Blasius esprimono sotto forma di integrali con variabile complessa la risultante e il momento risultante delle forze aerodinamiche agenti sopra un profilo di cilindro indefinito investito da una corrente traslazionale. Questo risultato teorico si riferisce per vero alla sola portanza; tuttavia esso, quando per incidenza del vento si prenda quella effettiva, ottenuta cioè con la correzione di allungamento alare, concorda molto bene col risultato sperimentale, almeno nel campo di normali incidenze. La resistenza all'avanzamento, che non è data da quelle formole, può d'altra parte ottenersi per mezzo della nota relazione:

$$c_{xi} = c_{xp} + \frac{c_x^2}{\pi\lambda},$$

ove c_{xp} venga calcolato a mezzo del coefficiente di attrito.

Però in questo modo si trovano soltanto effetti totali; nella presente nota, invece, si vuol portare un contributo alla determinazione degli effetti parziali e quindi alla valutazione delle azioni interne fra parti di un'ala, valutazione che, per i calcoli costruttivi, è ora tanto più necessaria nella sua precisione, quanto più ci si spinge, com'è l'attuale tendenza, verso forme di dimensioni sempre maggiori.

Delle formole ottenute diamo qui alcune applicazioni, che però avranno lo scopo precipuo di preparare il terreno a indagini che esporremo in una nota successiva e che si riferiranno al problema delle vibrazioni di un'ala.

§ 1) Si consideri un profilo cilindrico ABCD (fig 1) di un'ala indefinita e di esso si prendano in esame le due parti ABC, CDA determinate dai punti A e C.

Siano F_{1x} , F_{1z} le componenti secondo gli assi x , z della risultante delle forze aerodinamiche sulla parte ABC e si formino i due numeri complessi coniugati

$$\begin{aligned} R_1 &= F_{1x} + iF_{1z} \\ R'_1 &= F_{1x} - iF_{1z} \end{aligned}$$

riservando d'ora in poi l'accento per indicare il numero complesso coniugato di un altro, espresso dalla stessa lettera non accentata. Sarà dunque z' il coniugato di $z = x + iy$ e V' il coniugato di V ; dove è

$$V = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y}$$

ed u rappresenta il potenziale reale di velocità della corrente. Se questa, all'infinito, ha le proiezioni $-V_0 \cos \alpha$, $V_0 \sin \alpha$ sopra gli assi, e si indica con r il numero complesso i cui coefficienti esprimano rispettivamente le componenti di perturbazione che la velocità all'infinito subisce per effetto della presenza del corpo rigido, avremo:

$$V = -V_0 e^{-i\alpha} + v, \quad V' = -V_0 e^{i\alpha} + v'. \quad (1)$$

Infine se $w(z)$ è il potenziale complesso, tale cioè che:

$$w(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

dove $v(x, y)$ è la funzione associata del potenziale reale $u(x, y)$, si ottiene, com'è noto:

$$V' = \frac{dw}{dz}. \quad (2)$$

Indichi p la pressione relativa all'elemento ds del contorno dell'ala; si ha:

$$\begin{aligned} R'_1 &= F_{1x} - iF_{1z} = - \int_{ABC} p (\cos(nx) - i \cos(ny)) ds = \\ &= - \int_{ABC} p (dy + i dx) = -i \int_{ABC} p dz'. \end{aligned} \quad (3)$$

Rappresentando con p_0 la pressione all'infinito, dove cioè la corrente non è perturbata, con ρ la densità del fluido (costante, come può considerarsi negli ordinari fenomeni di volo) e finalmente con γ il valore seguente:

$$\gamma = p_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 ,$$

potremo, in virtù del Teorema di Bernoulli, esprimere la pressione p nel modo seguente:

$$p = \gamma - \frac{1}{2} \rho |V|^2 ,$$

dove il simbolo $| |$ indica il modulo.

Pertanto dalla (3) si ottiene:

$$R'_1 = -i\gamma(z'_c - z'_A) + \frac{\rho i}{2} \int_{ABC} |V|^2 dz' ,$$

ovvero:

$$R'_1 = -i\gamma(z'_c - z'_A) + \frac{\rho i}{2} \int_{ABC} VV' dz' . \quad (4)$$

Ma lungo il profilo alare si ha evidentemente:

$$\arg. V = \arg. dz ; \quad \arg. V' = \arg. dz' ,$$

(dove $\arg.$ significa argomento); quindi:

$$\arg. (V dz') = \arg. (V' dz) ,$$

da cui risulta, per essere $V dz'$ e $V' dz$ numeri complessi coniugati, che essi sono reali ed uguali. Allora l'elemento dell'integrale che figura a secondo membro della (4) cioè $VV' dz'$ può scriversi $V' V' dz$ ovvero $\left(\frac{dw}{dz}\right)^2 dz$ e perciò la (4) diventa:

$$R'_1 = -i\gamma(z'_c - z'_A) + \frac{\rho i}{2} \int_{ABC} \left(\frac{dw}{dz}\right)^2 dz . \quad (5)$$

Questa è la prima formola alla quale volevamo pervenire. Incidentalmente aggiungiamo la seguente osservazione.

Indicando il valor comune, reale, dei prodotti $V dz'$ e $V' dz$ con $d\mathcal{C}$ ed essendo d'altra parte:

$$V' dz = \frac{dw}{dz} dz = du + i dv ,$$

concluderemo che:

$$V' dz = du = \frac{du}{ds} ds = d\mathcal{C} ,$$

elemento di circolazione lungo ds .

La (5) si trasforma allora nella seguente:

$$R'_i = -i\gamma(z'_c - z'_A) + \frac{oi}{2} \int_{ABC} V' d\mathcal{C}$$

ovvero mutando i in $-i$:

$$R_i = i\gamma(z_c - z_A) - \frac{oi}{2} \int V d\mathcal{C} ,$$

la quale, se A e C sono punti molto vicini, come quelli situati sulla perpendicolare alla corda di un'ala sottile, si ottiene dalla *legge elementare* del Prandtl. Se poi i punti A e C si avvicinano entrambi a D , allora il termine $i\gamma(z_c - z_A)$ svanisce e si cade nella *legge integrale* ⁽¹⁾.

§ 2) L'integrazione lungo il cammino ABC può non riuscire agevole e può allora convenire un'altra formola che ora dedurremo. Anzitutto osserviamo che si considerano funzioni $\frac{dw}{dz}$ olomorfe sia sul contorno s del profilo che all'esterno di questo, a distanza comunque grande.

Assumiamo un cammino $AA_1E_\infty C_1C$ tutto esterno al profilo, che si diparta da questo e si protenda all'infinito com'è indicato nella fig. 1. I punti A_1C_1 siano propri ma così lontani dal profilo che, riferendoci alle formule (1), si possa trascurare $|v'|^2$ rispetto a $|v'|$ in tutto il tratto $A_1E_\infty C_1$. Ciò avviene negli ordinari potenziali di velocità ove $|v'|$ è dell'ordine di $\frac{1}{R}$

(1) Cfr. Collectanea Aeronautica 1927. P. Teofilato, pag. 387. PIETRO TEOFILATO. *Le pressioni aerodinamiche sopra una superficie rigida finita.*

e $|v'|^2$ dell'ordine di $\frac{1}{R^2}$ (R distanza dall'origine situata in prossimità del profilo ed avviene anche in potenziali come quelli che considereremo al § 5.

Avremo, indicando una volta sola il campo di integrazione:

$$\begin{aligned} \int_{A_1 E_\infty C_1} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz &= \int (-V_0 e^{i\alpha} + v')^2 dz = \\ &= -V_0^2 e^{2i\alpha} (z_{C_1} - z_{A_1}) - 2V_0 e^{i\alpha} \int V' dz + \int v'^2 dz. \end{aligned}$$

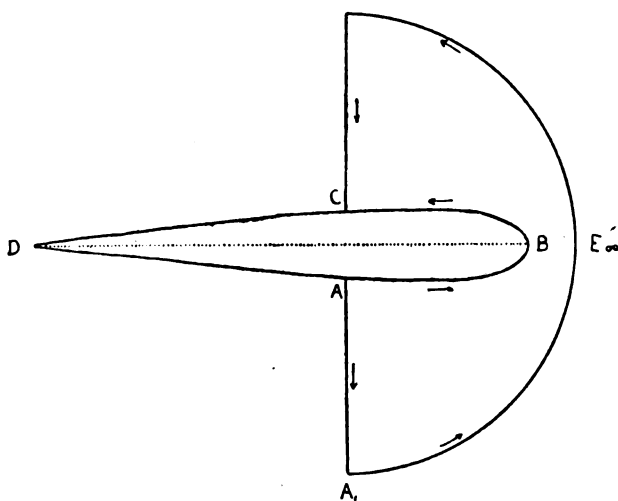


Fig. 1.

Sostituendo nella (5) si otterrà:

$$\begin{aligned} R'_1 &= -i\gamma (z'_c - z'_a) + \\ &+ e^{\frac{i}{2}} \lim \left[\int_{AA_1 + CC_1} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz - 2V_0 e^{i\alpha} (w_{C_1} - w_{A_1}) - V_0^2 e^{2i\alpha} (z_{C_1} - z_{A_1}) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

limite ottenuto facendo allontanare indefinitamente A_1 e C_1 .

L'integrazione può ora farsi lungo il cammino che più piace e che quindi più si conviene alla speditezza dei calcoli. Naturalmente, trattandosi di potenziali non uniformi occorre tener conto, nell'eseguire la differenza $w_{C_1} - w_{A_1}$, della variazione dell'argomento lungo il cammino $A_1 D_\infty C_1$.

§ 3) Passiamo a trovare analoga formola per il momento risultante M_1 rispetto all'origine, delle forze aerodinamiche agenti sulla parte A B C del profilo.

Il simbolo $\mathcal{R}$ serve a indicare le parole seguenti: *parte reale di...* Avremo:

$$M_1 = \int_{ABC} \left| \begin{matrix} x \\ -pdy \end{matrix} \right| \begin{matrix} y \\ pdx \end{matrix} = \int_{ABC} p (x dx + y dy) = \mathcal{R} \int_{BAC} p z dz'$$

ovvero, ricordando il significato di γ espresso al § 1°:

$$M_1 = \mathcal{R} \left\{ \gamma \int_{ABC} z dz' - \frac{\rho}{2} \int_{ABC} |V|^2 z dz' \right\}$$

Finalmente, essendo, come si è visto, $|V|^2 = VV'$ e $V' dz = V dz'$, avremo:

$$M_1 = \frac{\gamma}{2} (OC^2 - \overline{OA}^2) - \frac{\rho}{2} \mathcal{R} \int_{ABC} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 z dz. \quad (7)$$

dove con O si denota l'origine. Giova osservare che il primo termine della (7) svanisce in un'ala infinitamente sottile.

Con procedimento analogo a quello del § 2 si deduce

$$M_1 = \frac{\gamma}{2} (\overline{OC}^2 - \overline{OA}^2) - \frac{\rho}{2} \mathcal{R} \lim \left[\int_{AA_1 + CC_1} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 z dz - 2 V_0 e^{i\alpha} \int_{A_1 E_\infty C_1} \frac{dw}{dz} z dz - \frac{V_0^2 e^{2i\alpha}}{2} (z_{C_1}^2 - z_{A_1}^2) \right]$$

§ 4) Facciamo applicazione dei risultati trovati al caso di un profilo simmetrico rispetto all'asse x (asse dei coefficienti reali) ottenuto dal circolo del piano complesso ζ di centro L (fig 2) e raggio a , mediante il prodotto delle due trasformazioni conformi:

$$\zeta = (\zeta_1 - s) e^{i\alpha}, \quad z = \zeta_1 + \frac{b^2}{\zeta_1};$$

dove:

$$b = a - s.$$

Sarà α l'angolo d'incidenza (corretto) che la direzione del vento, all'infinito, forma rispetto alla corda del profilo, disposta secondo l'asse x , quando, come potenziale complesso relativo al circolo di centro L e raggio a , si assuma

$$w(\zeta) = -V_0 \left(\zeta + \frac{a}{\zeta} \right) - \frac{C_i}{2\pi} \log \zeta,$$

e inoltre la circolazione C sia legata all'intensità V_0 del vento all'infinito e all'angolo α dalla nota relazione

$$C = 4\pi\alpha V_0 \sin \alpha.$$

Avremo facilmente:

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz &= \int \left(-V_0 \left(1 - \frac{a^2}{\zeta^2} \right) - \frac{C_i}{2\pi\zeta} \right)^2 e^{2i\alpha} \frac{\zeta_1^2}{\zeta_1^2 - b^2} d\zeta_1 = \\ &= \int \left(a_0 + \frac{a_1}{\zeta_1 - s} \right) \frac{\zeta_1^2}{\zeta_1^2 - b^2} d\zeta_1 + \\ &+ \int \left[\frac{a_2}{(\zeta_1 - s)^2} + \frac{a_3}{(\zeta_1 - s)^3} + \frac{a_4}{(\zeta_1 - s)^4} \right] \frac{\zeta_1^2}{\zeta_1^2 - b^2} d\zeta_1 \end{aligned} \quad (8)$$

dove a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 sono coefficienti facilmente trovabili.

Ora, mentre ζ scorre sul piano della variabile complessa ζ lungo il circolo di centro L e raggio a , il punto ζ_1 del piano ζ_1 scorre sul medesimo circolo ed ha un raggio vettore non più eguale ad a ma variabile tra $a-s$, cioè b , ed $a+s$. Ai punti M e M_1 del piano z corrispondenti ai valori $\pm 2is \sqrt{\frac{b}{a+s}}$, corrispondono sul piano ζ , i due punti P e P_1 cioè $\pm \sqrt{a^2 - s^2}$.

Come cammino d'integrazione, che nel § 3 è stato assunto eguale ad $A A_1 + C C_1$, si prendano i due tratti indefiniti dell'asse degli immaginari spiccati nei due versi opposti da P e da P_1 rispettivamente. Posto:

$$\zeta_1 = iy,$$

il primo integrale della (8) fornisce

$$\begin{aligned} &i V_0^2 e^{2i\alpha} y - ib V_0^2 e^{i\alpha} \cdot \arctan \frac{y}{b} - \\ &- \frac{V_0 C e^{i\alpha} i}{2\pi (s^2 - b^2)} \left[s^2 \log (s^2 + y^2) - b^2 \log (y^2 + b^2) \right] - \\ &- V_0 \frac{C e^{i\alpha} s}{\pi (s^2 - b^2)} \left\{ s \cdot \arctan \frac{y}{s} - b \cdot \arctan \frac{y}{b} \right\}. \end{aligned}$$

Si prendano i due cammini, da P nel verso negativo e da P₁ nel verso positivo, di eguale lunghezza costantemente, anche cioè man mano che si estendono verso l'infinito onde y vari da b ad y_1 ed anche da $-b$ ad $-y_1$. Si scorge allora che la parte che diviene impropria è costituita solo dal primo termine, ed è

$$- 2i V_0^2 e^{2i\alpha} y_1 ,$$

tenuto conto del verso stabilito nella figura 1^a.

A norma della formola (6) dobbiamo aggiungere alla espressione (8), l'altra :

$$- 2V_0 e^{i\alpha} (w_{c_1} - w_{\lambda_1}) - V_0^2 e^{2i\alpha} (z_{c_1} - z_{\lambda_1}) ,$$

ovvero considerando per ora solo il contributo improprio:

$$- 2V_0 e^{i\alpha} (- 2V_0 i y_1 e^{i\alpha}) - V_0^2 e^{2i\alpha} (2i y_1) .$$

Si riconosce dunque che nella (6) le parti che diventano improprie si elidono; resta allora, in definitiva, come espressione della risultante agente sulla parte prodiera MBM₁, ottenuta tagliando il profilo con l'asse degli immaginari, quando l'ala sia infinitamente sottile (s infinitamente piccolo):

$$R'_1 = - \frac{\pi}{4} \rho b V_0^2 e^{2i\alpha} + \frac{\pi \rho}{4b} \left(\frac{C^2}{4\pi^2} + 2V_0^2 a^2 \right) + \\ + \frac{\rho a^4 V_0^2 e^{-2i\alpha}}{b^3} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) - \rho \frac{C^2}{2} \cdot V_0 e^{i\alpha} .$$

Cosicchè separando la parte reale e la parte immaginaria risulterà:

$$F_{1,x} = - \rho \frac{\pi}{4} b V_0^2 \cos 2\alpha + \rho \frac{\pi}{4b} \left(\frac{C^2}{4\pi^2} + 2V_0^2 a^2 \right) + \\ + \rho \frac{a^4 V_0^2}{b^3} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \cos 2\alpha + \rho \frac{C^2}{2} V_0 \sin \alpha \\ F_{1,z} = \rho \frac{\pi}{4} b V_0^2 \sin 2\alpha + \rho \frac{a^4 V_0^2}{b^3} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \sin 2\alpha + \rho \frac{C^2}{2} V_0 \cos \alpha .$$

§ 3) Vogliamo ora trattare un esempio che ci tornerà utile per la trattazione delle vibrazioni alari, che esporremo in una nota successiva.

espressione che si annulla per $r = a$. Si tratta perciò di una corrente che lambisce il cilindro circolare di raggio a . È poi evidente il comportamento all'infinito.

Applichiamo ora alla variabile ζ il prodotto delle seguenti trasformazioni conformi:

$$\zeta = (\zeta_1 - s) e^{i\alpha} \quad , \quad \zeta_2 = \zeta_1 + \frac{b^2}{\zeta_1} \quad , \quad z = \lambda (g + \zeta_2)^{1+\sigma}$$

dove, al solito, b sta a significare la differenza $a - s$.

Di queste trasformazioni, la prima (fig. 2^a) porta l'origine L in O e fa ruotare il circolo di centro L e raggio a su sè stesso dell'angolo $-\alpha$, la seconda muta il circolo di raggio b e centro O nel doppio segmento DN di lunghezza $4b$, mentre muta il circolo di centro L e raggio a nel profilo di Joukowsky DB , di spessore dipendente dal parametro s . Per s che tende a zero il profilo tende ad appiattirsi riducendosi al doppio segmento DB .

Nel piano ζ_2 sia G il punto di ascissa $-g$, compreso tra O e D per modo che è:

$$b > g > 0 \quad .$$

Ebbene come verificheremo al paragrafo seguente, la trasformazione

$$z = \lambda (g + \zeta_2)^{1+\sigma}$$

serve a mutare il segmento DN in una spezzata col vertice in G , e a ridurre il profilo simmetrico di Joukowsky in un profilo munito di ginocchio in prossimità di G in modo che si ottiene la configurazione di un'ala piegata ovvero di un impennaggio con timone mobile. Precisamente, vedremo che $w(\zeta(z))$ sarà il potenziale complesso di una corrente che investirà quest'ala piegata e che all'infinito avrà le componenti di velocità.

$$-V_0 \cos \alpha (1 + \sigma) \quad , \quad V_0 \sin \alpha (1 + \sigma) \quad .$$

La variabile σ è il parametro donde dipende la maggiore o minore piegatura. Per σ ed s infinitesime ci si accosta alla configurazione dell'ala piana sottile. Per s infinitesima e σ finito vedremo che sarà $\pi(1 + \sigma)$ l'angolo fra le due parti dell'ala sottile spezzata.

Si potrà allora intravedere come, pensando σ ed α funzioni del tempo e determinando queste funzioni in base alle leggi della meccanica, ciò che appa-

rirà in altra nota, riuscirà di studiare, mediante il potenziale w , il problema di un'ala piana sottile nella quale una parte sia rigida e l'altra, formante con questa un angolo $\pi(1 + \sigma)$, sia vibrante.

§ 6) Per verificare quanto si è ora affermato osserviamo anzitutto che si ha

$$\begin{aligned} |z| &= \lambda |g + \zeta_2|^{1+\sigma} \\ \arg z &= (1 + \sigma) \cdot \arg (g + \zeta_2) \end{aligned}$$

D'altra parte finchè il punto del piano ζ_2 si muove sull'asse reale restando compreso tra G ed N, sarà $g + \zeta_2$ reale positivo. Se poi il punto ζ_2 oltrepassa G pur restando sull'asse reale, allora sarà $g + \zeta_2$ negativo. Si conclude che se ζ_2 va da G ad N, il punto z si sposta sull'asse reale da G (avendo posto l'origine del piano z in G) verso la destra della figura (2) fino a una distanza $\lambda(2b + g)^{1+\sigma}$, mentre se ζ_2 va da G a D sarà $\arg z = \pi(1 + \sigma)$ e perciò il punto z scorrerà sulla retta GD_1 a partire da G fino a una distanza $\lambda(2b - g)^{1+\sigma}$; in modo che al profilo di ala piana sottile, costituito nel piano ζ_2 dal doppio segmento DN, corrisponderà il profilo spezzato D_1GN_1 nel piano z . La lunghezza dei lati di questa spezzata cioè $D_1G = q$, $GN_1 = p$ possono darsi ad arbitrio purchè si disponga convenientemente dei parametri λ e g ; precisamente dovrà essere:

$$\begin{aligned} \lambda &= \left[\left(p^{\frac{1}{1+\sigma}} + q^{\frac{1}{1+\sigma}} \right) : 4b \right]^{1+\sigma}, \\ g &= 2b \left(p^{\frac{1}{1+\sigma}} - q^{\frac{1}{1+\sigma}} \right) : \left(p^{\frac{1}{1+\sigma}} + q^{\frac{1}{1+\sigma}} \right). \end{aligned}$$

Per esaminare il comportamento all'infinito (sul piano z) osserviamo che:

$$V' = \left[-V_0(1 + \sigma)\lambda \left(\zeta^\sigma - \frac{a^{2+2\sigma}}{\zeta^{2+2\sigma}} \right) - \frac{ci}{2\pi\zeta} \right] \frac{e^{i\alpha}}{1 - \frac{b^2}{\zeta_1^2}} \frac{1}{\lambda(1 + \sigma)(g + \zeta_2)^\sigma}$$

ed essendo:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\zeta}{\zeta_1} = e^{i\alpha}, \quad \lim_{\zeta_1 \rightarrow \infty} \frac{\zeta_1}{\zeta_2} = 1, \quad \lim_{\zeta_2 \rightarrow \infty} \frac{z}{\zeta_2^{1+\sigma}} = \lambda,$$

segue:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} V' = -V_0 e^{i\alpha(1+\sigma)}.$$

Facilmente si trova che la differenza tra V' e $-V_0 e^{i\alpha(1+\sigma)}$ è dell'ordine di $1:R$ rispetto a z , ciò che permette, come si è accennato al principio del § 2 di applicare quei risultati.

La circolazione $\mathcal{C}$ è funzione del parametro σ di piegamento dell'ala. Infatti si ha nei punti critici:

$$\frac{dw}{d\zeta} = -V_0 \lambda (1 + \sigma) \left(\zeta^\sigma - \frac{a^{2+2\sigma}}{\zeta^{2+2\sigma}} \right) - \frac{\mathcal{C}i}{2\pi\zeta} = 0 ;$$

e allora si riconosce facilmente che, se è: $\frac{|\mathcal{C}|}{4\pi V_0 a} < 1$, si ottiene da quest'ultima equazione: $|\zeta|^{1+\sigma} = a$ il che significa che i punti critici riferiti al piano ζ stanno sul circolo di centro L e raggio a per cui è

$$\zeta_1 = s + a e^{i\varphi} .$$

L'argomento φ dei punti critici è dunque tale da soddisfare l'equazione:

$$-2V_0 \lambda (1 + \sigma) a^{1+\sigma} \sin(1 + \sigma)(\alpha + \varphi) - \frac{\mathcal{C}}{2\pi} = 0 ;$$

perciò, se si vuole che uno dei punti critici del piano ζ_1 cada in K (e ciò è necessario perchè ivi annullandosi $\frac{d\zeta_2}{d\zeta_1}$ il valore di $\frac{dw}{dz}$ diventa infinito qualora non si ottemperi a questa precauzione) occorre scegliere $\varphi = \pi$ e si ottiene di conseguenza

$$\mathcal{C} = 4V_0 \lambda (1 + \sigma) a^{1+\sigma} \cdot \sin \alpha (1 + \sigma) .$$

La funzione $\frac{dw}{dz}$ ha un punto singolare in $z=0$ cioè in $\zeta_2 = -g$. Avrebbe inoltre due punti singolari in $\zeta_1 = \pm b$, cioè per $\zeta_2 = \pm 2b$, ma di questi, dopo aver fatto cadere una delle radici in $\zeta_1 = -b$, rimane soltanto il punto $\zeta_1 = b$ cioè $\zeta_2 = -2b$. Quest'ultimo è però interno al profilo e quindi inefficiente nei riguardi della corrente la quale è esterna al profilo.

§ 7) Se si vuole ora calcolare R_1 relativa a una parte dell'ala occorre provvedere al calcolo dell'integrale:

$$\int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz = \int \left(\frac{dw}{d\zeta} \right)^2 \frac{e^{2i\alpha} \zeta_1^{2+\sigma}}{\zeta_1^2 - b^2} \cdot \frac{d\zeta_1}{\lambda (1 + \sigma) (\zeta_1^2 + g\zeta_1 + b^2)^\sigma} ,$$

nel quale si può scrivere:

$$\left(\frac{dw}{d\zeta}\right)^2 = \sum_{j=0}^4 \Phi_j (\zeta_1 - s)^{2\sigma-j(\sigma+1)}$$

e i coefficienti Φ_j seguenti, dove per brevità si è posto V_1 al posto di $V_0 \lambda^{(1+\sigma)}$:

$$\Phi_0 = V_1 e^{2\sigma\alpha i}, \quad \Phi_1 = \frac{i}{\pi} \mathcal{C} V_1 e^{-\alpha(1+\sigma)i}, \quad \Phi_2 = -2 V_1 a^{2+2\sigma} \cdot e^{-2\alpha i} - \frac{\mathcal{C}}{4\pi^2} e^{-2i\alpha}$$

$$\Phi_3 = \frac{i}{\pi} \mathcal{C} V_1 a^{2+2\sigma} e^{-(3+\sigma)\alpha i}, \quad \Phi_4 = V_1^2 \cdot a^{4+2\sigma} \cdot e^{-(4+2\sigma)\alpha i}.$$

Il punto G del piano ζ_2 corrisponde ai due punti $A_{00} C_{00}$ del circolo di centro O e raggio b del piano ζ_1 , i quali stanno sulla diagonale del rombo che ha OG come altra diagonale e perciò corrispondono ai valori

$$\zeta_1 = -\frac{g}{2} \pm i \sqrt{b^2 - \frac{g^2}{4}}.$$

La diagonale $A_{00} C_{00}$ taglia il circolo esterno nei punti A_0 e C_0 ; ebbene consideriamo sul profilo di Joukowsky del piano ζ_2 (cioè sul profilo che si vede nel disegno) i punti corrispondenti ad A_0 e C_0 e siano A e C. Per s piccolo rispetto ad a , i punti A e C saranno prossimi a G e cadranno in G per $s = 0$. Se il parametro d'incurvamento σ è piccolo, allora ai punti $A_0 C_0$ del piano ζ_1 corrisponderanno sul profilo incurvato dei punti vicini rispettivamente ai punti A e C del profilo simmetrico disegnato e che cadranno a a lor volta in G per $s = 0$. Volendo calcolare la forza aerodinamica rappresentata da R_1 , relativa alla parte prodiera del profilo incurvato e nel caso di s estremamente piccolo, basta considerare come cammini di integrazione nel piano ζ_1 le semirette spiccate da A_0 e C_0 nei due versi e perpendicolarmente all'asse reale.

Nel caso speciale, in cui per semplicità ci metteremo ora, di $g = 0$, i punti $A_0 C_0 A_{00} C_{00}$ sono allineati sull'asse degli immaginari e quindi i cammini di integrazione saranno spiccati dai punti P e P_1 allineati con O, e si potrà porre $\zeta_1 = iy$ con y reale variabile da $+\sqrt{a^2 - s^2}$ al valore positivo y_1 oppure da $-\sqrt{a^2 - s^2}$ al valore $-y_1$, per modo che risulterà sempre

$$|\zeta_1| > \sqrt{a^2 - s^2} > b.$$

Si avrà allora, supposto $g = 0$,

$$\int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz = \frac{e^{2i\alpha}}{\lambda(1+\sigma)} \sum_{m=0}^4 \Phi_m \int \frac{(\zeta_1 - s)^{2\sigma-m(1+\sigma)} \zeta_1^{2+\sigma}}{(\zeta_1^2 - b^2)(\zeta_1^2 + b^2)^\sigma} d\zeta_1.$$

Quando s sia così piccolo che al posto di $(\zeta_1 - s)^k$ si possa mettere $\zeta_1^k \left(1 - \frac{ks}{\zeta_1}\right)$, e si faccia, come si è già detto, $\zeta_1 = iy$ si potrà scrivere

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz &= \frac{e^{2i\alpha}}{\lambda(1+\sigma)} \sum_{m=0}^4 \Phi_m i^{-2\nu-1} \int \frac{y^{2\sigma-2\nu} dy}{(y^2 + b^2)(y^2 - b^2)^\sigma} - \\ &- s_1 \Phi_m i^{-2\nu-2} \int \frac{y^{2\sigma-2\nu-1} dy}{(y^2 + b^2)(y^2 - b^2)^\sigma} \end{aligned} \quad (9)$$

dove ν ed s_1 rappresentano i valori:

$$\nu = \frac{1}{2} (m - 2 - (1 - m)\sigma), \quad s_1 = s(\sigma - 2 - 2\nu),$$

Posto $y^2 = \frac{b^2}{u}$, i limiti di integrazione diventano, tenuto presente il verso della figura 1^a:

$$\varepsilon, \quad \vartheta = \frac{b^2}{a^2 - s^2} = \left(\frac{OP_2}{OP_1} \right)^2 < 1 \quad \text{oppure} \quad -\vartheta, \quad -\varepsilon$$

per i due tratti rispettivamente da y_1 a P_1 ovvero da P al punto $-y_1$.

Si ha per il secondo membro della (9), considerando per ora solo il tratto (ε, ϑ) :

$$\begin{aligned} &\frac{e^{2i\alpha}}{\lambda(1+\sigma)} \sum_{m=0}^4 \Phi_m i^{-2\nu-1} \frac{b^{-2-2\nu}}{2} \left[b \int_{\varepsilon}^{\vartheta} \frac{u^{\nu-\frac{1}{2}} du}{(1+u)(1-u)^\sigma} + \right. \\ &\left. + s_1 i \int_{\varepsilon}^{\vartheta} \frac{u^\nu du}{(1+u)(1-u)^\sigma} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Per il tratto $(-\vartheta, -\varepsilon)$ basterà mutare i in $-i$ entro il simbolo sommatorio.

Per $m = 2, 3, 4$ si riconosce subito che gli integrali in parentesi quadra della (10) conservano significato anche se si fanno tendere ε verso zero e ϑ verso l'unità, cioè s verso zero. Posto:

$$(1+u)^{-1} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1-u}{2} \right)^{-1} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1-u}{2} + \left(\frac{1-u}{2} \right)^2 + \dots \right]$$

e indicando l'espressione che è in parentesi quadra della (10) con $\mathcal{J}_m$, si ottiene:

$$\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ s \rightarrow 1}} \mathcal{J}_m = \frac{b}{2} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^h} \frac{\Gamma\left(v + \frac{1}{2}\right) \cdot \Gamma(h - \sigma + 1)}{\Gamma\left(v - \sigma + \frac{3}{2} + h\right)} \quad m = 2, 3, 4$$

limite espresso per mezzo di una serie che converge come la serie geometrica di ragione $\frac{1}{2}$, atteso il significato di Γ , integrale euleriano.

Lo stesso procedimento non può usarsi per $\mathcal{J}_0$ e $\mathcal{J}_1$ ove figurano integrali che diventano impropri per ε che si avvicina indefinitamente a zero. Scriveremo allora;

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_0 = & -b \int_{\varepsilon}^{\infty} u^{-\frac{3+\sigma}{2}} du - s_1 i \int_{\varepsilon}^{\infty} u^{-1-\frac{\sigma}{2}} du + b \int_{\varepsilon}^{\infty} u^{-\frac{3+\sigma}{2}} [(1+u)^{-1} (1-u)^{-\sigma} - 1] du + \\ & + s_1 i \int_{\varepsilon}^{\infty} u^{-1-\frac{\sigma}{2}} [(1+u)^{-1} (1-u)^{-\sigma} - 1] du . \end{aligned}$$

Allora denotando con L_1 l'integrale seguente:

$$L_1 = \int_0^{\infty} u^{-\frac{3+\sigma}{2}} [(1+u)^{-1} (1-u)^{-\sigma} - 1] du$$

si avrà ricordando che solo ϑ , e non già ε , dipende da s :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\mathcal{J}_0 - \frac{2b}{1+\sigma} \varepsilon^{-\frac{1+\sigma}{2}} \right] = bL_1 - \frac{2b}{1+\sigma} . \quad (11)$$

Così pure si avrà:

$$\mathcal{J}_1 = b \int_1^z u^{-1} du + b \int_1^z u^{-1} [(1+u)^{-1} (1+u)^{-\sigma} - 1] + \\ + s_1 i \int_1^z u^{-\frac{1}{2}} (1+u)^{-1} (1+u)^{-\sigma} du .$$

Posto allora:

$$L_2 = \int_0^z u^{-1} [(1+u)^{-1} (1+u)^{-\sigma} - 1] du ,$$

risulterà:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\mathcal{J}_1 + b \log \epsilon) = L_2 . \quad (12)$$

I secondi membri di (11) e (12) costituiscono i contributi $\mathcal{J}_0$ e $\mathcal{J}_1$ nell'integrale $\int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz$ quando ci si limiti tra ϵ e ϑ soltanto e si tenga conto dell'elisione dei termini impropri con gli omologhi contenuti in quell'espressione:

$$- V_0 e^{i\alpha} (w_{c_1} - w_{a_1}) - V_0^2 e^{2i\alpha} (z_{c_1} - z_{a_1}) ,$$

che deve aggiungersi a $\int \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz$, a norma della (6). Ciò in analogia con quanto abbiamo veduto verificarsi nell'esempio del § 4).

In definitiva avremo:

$$R_1 = \frac{e^{2i\alpha}}{\lambda(1+\sigma)} \left\{ \sum_{m=2}^4 \Phi_m (i^{-2\nu-1} - (-i)^{-2\nu-1}) \frac{b^{-1-2\nu}}{4} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^h} \frac{\Gamma(\nu+\frac{1}{2})\Gamma(\nu-\sigma+1)}{\Gamma(\nu-\sigma+\frac{3}{2}+h)} + \right. \\ \left. - i\Phi_0 (i^{1+\sigma} + (-i)^{1+\sigma}) \left(bL_1 - \frac{2b}{1+\sigma} \right) \right\} + \frac{0}{2} i c v_0 e^{i\alpha(1+\sigma)}$$

che ci rappresenta la forza aerodinamica risultante agente sul braccio prodiero GN_1 dell'ala infinitamente sottile spezzata. Vi figura soltanto l'integrale L_1 che calcoliamo qui appresso.

§ 8) Sviluppando $(1+u)^{-1}$ in serie di potenze di $1-u$, come si è fatto al paragrafo precedente e ponendo per brevità:

$$\frac{1+\sigma}{2} = \alpha ,$$

si ottiene:

$$L_1 = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^{h+1}} \int_0^1 u^{-1-\alpha} [(1-u)^{h-\sigma} - 1] du .$$

D'altra parte:

$$\begin{aligned} \int_0^1 u^{-1-\alpha} [(1-u)^{h-\sigma} - 1] du &= \int_0^1 u^{-1-\alpha} [\text{serie di potenze di } u] du = \\ &= - \frac{(h-\sigma) \vartheta^{1-\alpha}}{1-\alpha} + \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1) \vartheta^{2-\alpha}}{|2| (2-\alpha)} - \\ &\quad - \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)(h-\sigma-2) \vartheta^{3-\alpha}}{|3| (3-\alpha)} + \dots \end{aligned}$$

la quale serie, atteso il valore di σ e quindi di α , converge anche per $\vartheta = 1$.
Avremo allora:

$$\begin{aligned} \int_0^1 u^{-1-\alpha} [(1-u)^{h-\sigma} - 1] &= - \frac{h-\sigma}{1-\alpha} + \\ &+ \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)}{|2| (2-\alpha)} - \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)(h-\sigma-2)}{|3| (3-\alpha)} + \dots \end{aligned}$$

e quindi:

$$L_1 = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^{h+1}} \left[- \frac{h-\sigma}{1-\alpha} + \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)}{|2| (2-\alpha)} - \dots \right] ;$$

d'onde, incidentalmente, messo zero al posto di α , deducesi anche L_2 :

$$L_2 = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^{h+1}} \left[-\frac{h-\sigma}{1} + \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)}{2 \cdot 2} - \frac{(h-\sigma)(h-\sigma-1)(h-\sigma-2)}{3 \cdot 3} + \dots \right].$$

Se invece si applica l'integrazione per parti si trova:

$$L_1 = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{1}{1-\alpha} + \frac{\sigma+1}{2(2-\alpha)} + \frac{(\sigma+1)(\sigma+2)}{3(3-\alpha)} + \dots \right) \\ + \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{2^{h+1}} \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{h-\sigma}{\alpha} \frac{\Gamma(1-\alpha) \Gamma(h-\sigma)}{\Gamma(1+h-\alpha-\sigma)} \right].$$

Resistenza elettrica dell'organismo umano e correnti di azione neuromuscolari nei processi psichici

Nota del Dott. A. GALLI, presentata dal S. O. GEMELLI ⁽¹⁾

Allo scopo di chiarire il concetto della natura del così detto riflesso psicogalvanico, il Dott. Galli, aiuto del Laboratorio di Psicologia sperimentale da me diretto, ha compiuto una serie di ricerche comparative sulla resistenza elettrica del corpo e sulle correnti di azioni dei muscoli in soggetti posti in differenti stati fisiologici e psichici.

A questo scopo abbiamo innanzitutto inserito il soggetto in un circuito nel quale era inserito un galvanometro a corda di Einthoven, usando la derivazione I e II comunemente adoperata nella elettrocardiografia.

Nelle varie esperienze i soggetti furono esaminati nelle seguenti condizioni:

- 1) in stato di completo rilasciamento muscolare generale;
- 2) in stato di tensione muscolare generale;
- 3) in stato di tensione di un dato gruppo muscolare;
- 4) mentre il soggetto immaginava di contrarre un dato gruppo muscolare e di muovere il relativo arto.

Da questa prima serie di esperienze risultò: 1) che nei soggetti vi ha una più elevata resistenza elettrica nello stato di rilasciamento muscolare generale che non nella tensione muscolare generale; che vi ha pure una più elevata resistenza elettrica nello stato di completo rilasciamento dei muscoli in confronto di ciò che si ha quando il soggetto si immagina di tendere tutti i muscoli del corpo; 2) tuttavia la differenza di resistenza che si ha negli stati di rilasciamento muscolare e gli stati nei quali si ha solo immaginazione di tensione muscolare è minore di quella che si ha tra stati di rilasciamento muscolare e stato con reale tensione generale dei muscoli.

(¹) Presentata nella Sessione del 19 aprile 1931.

Del pari il fenomeno si riscontra quando il soggetto si immagina di contrarre un solo gruppo muscolare, per quanto esso sia di ancora minore intensità.

In seguito il Galli ha registrato, mediante l'oscillografo e con una adeguata amplificazione con triodi, le correnti di azioni muscolari nei seguenti stati:

- 1) contrazione di un dato muscolo;
- 2) contrazione di tutti i muscoli dell'organismo;
- 3) mentre il soggetto si immaginava di contrarre un determinato gruppo muscolare o di porre in tensione tutti i muscoli dell'organismo.

Le ricerche confermarono innanzitutto il fatto già riscontrato da Allers e da Scheminsky nonchè da Jacobson, e cioè che, mentre i soggetti si immaginano di contrarre un gruppo di muscoli, si hanno correnti di azione nei muscoli contratti; ma il Galli ha contemporaneamente registrata, insieme a coteste correnti di azione dei muscoli, anche la curva della resistenza elettrica generale del corpo, ed ha rilevato il perfetto parallelismo dei due ordini di fenomeni. Durante la tensione generale dei muscoli del corpo ed anche allorchè il soggetto si immagina semplicemente di porre in tensione tutti i muscoli del corpo, si ha, da un canto, una più bassa resistenza elettrica di tutto l'organismo e, dall'altro, correnti di azioni nei gruppi muscolari prescelti per l'esperienza. Ugual fenomeno si ha nella contrazione di un solo gruppo muscolare per quanto qui il fenomeno sia meno evidente.

Mi astengo per ora da considerazioni di carattere generale, ma non posso non osservare che il parallelismo dei due fenomeni permette di ritenere che i due ordini di fenomeni, riflesso psicogalvanico e correnti di azione, debbano essere tra loro connessi intimamente, e che questo parallelismo apre la via ad una interpretazione del riflesso psicogalvanico e del tacogramma.

Determinazione della soglia differenziale di chiarore e di quella di illuminazione nella variazione dello stimolo improvviso e continuo.

Nota del Dr. A. GALLI presentata dal S. O. AGOSTINO GEMELLI ⁽¹⁾

Allo scopo di apportare un contributo alle ricerche che da alcuni anni nel Laboratorio di Psicologia sperimentale dell'Università Cattolica del Sacro Cuore si fanno per determinare le leggi della percezione, il mio aiuto, il libero docente Padre Galli Arcangelo, ha compiuto una serie di interessanti ricerche con lo scopo di risolvere il problema della percezione delle variazioni di chiarore e di illuminazione. A questo scopo il Galli, con avvedimenti tecnici delicati, è riuscito a determinare la soglia differenziale di chiarore e di illuminazione, ossia quale grado minimo di variazione nel chiarore e nella illuminazione viene percepita a seconda che tale variazione è prodotta repentinamente, ovvero gradualmente.

Vennero usati i seguenti metodi:

- a) il metodo dei casi esatti;
- b) il metodo del confronto diretto;
- c) il metodo del riconoscimento.

L'analisi dei risultati ottenuti ha condotto alle seguenti conclusioni:

1. — Nella variazione lenta sia del chiarore, come della illuminazione, la soglia differenziale aumenta con l'aumentare della velocità; ossia le variazioni lente e progressive del chiarore e della illuminazione sono tanto meno prontamente percepite quanto maggiore è la velocità con cui si effettua la variazione.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 19 aprile 1931.

2. — Confrontando i risultati ottenuti mediante la variazione graduale del chiarore e della illuminazione con quelli ottenuti mediante la variazione repentina, appare come nella variazione repentina la soglia differenziale è minore che non nella variazione lenta e graduale, ossia le variazioni di chiarore e di illuminazione sono percepite più prontamente e più sicuramente quando esse sono repentine e prodotte per salto in confronto delle variazioni lente ed ottenute per gradi.

Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica. — Documentazione sperimentale di alcune considerazioni esposte dal Prof. Ing. Gustavo Colonnetti nella conferenza su "L'isteresi elastica e la fatica dei metalli", tenuta in occasione della settimana Accademica addì 15 aprile 1931.

Nota di G. M. PUGNO presentata dal S. O. COLONNETTI ⁽¹⁾

Prima serie di esperienze.

Fu sperimentato un filo d'acciaio del diametro di mm. 3,2 nei seguenti tre stati:

- a) Greggio di trafilatura.
- b) Dopo una prima ricottura (45 minuti a 900°)
- c) Dopo una ricottura più prolungata (altri 60 minuti a 900°)

e furono ottenuti i tre cicli OA, OB, OC compresi tra i limiti corrispondenti ai valori della tensione unitaria interna di 25 e di 75 kg/mm².

Col materiale accomodato ai cicli OA, OB, OC, si determinarono anche i cicli minori, come per es. quelli OA₁, OB₁, OC₁ compresi tra i limiti corrispondenti ai seguenti valori della tensione unitaria; da 25 a 65 kg/mm², da 25 a 55 kg/mm², da 25 a 45 kg/mm², da 25 a 35 kg/mm².

(1) Presentata nella Sessione del 19 aprile 1931.

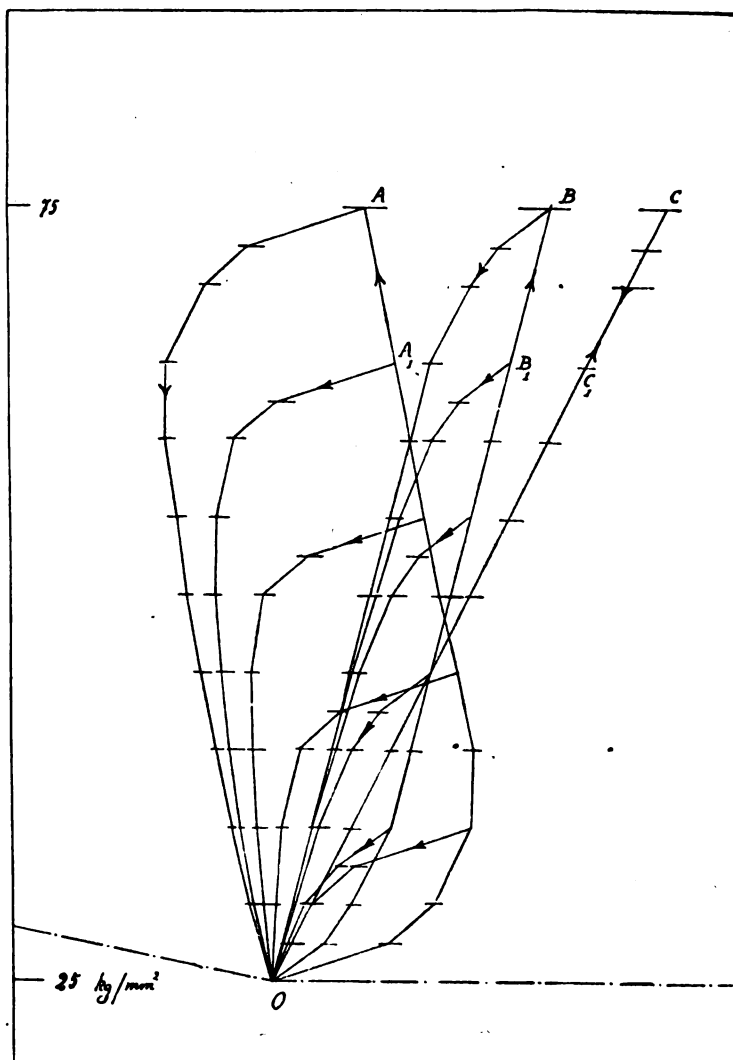


Fig. 1.

Filo d'acciaio - Quadro n. 1 - Si riferisce alla fig. 1.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Stato naturale		Dopo una ricottura		Dopo due ricotture	
	Allung.to s. sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s. sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s. sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.
25	0		0		0	
27,5	80	80	63	63	55	55
30	141	61	120	57	110	55
35	251	110	230	110	220	110
40	351	100	335	105	330	110
45	447	96	440	105	440	110
50	542	95	545	105	550	110
55	638	96	650	105	660	110
60	734	96	755	105	770	110
65	830	96	860	105	880	110
70	926	96	965	105	990	110
75	1022	96	1070	105	1100	110
72,5	942	- 80	1007	- 63	1045	- 55
70	881	- 61	950	- 57	990	- 55
65	771	- 110	840	- 110	880	- 110
60	671	- 100	735	- 105	770	- 110
55	574	- 97	630	- 105	660	- 110
50	477	- 97	525	- 105	550	- 110
45	381	- 96	420	- 105	440	- 110
40	285	- 96	315	- 105	330	- 110
35	189	- 96	210	- 105	220	- 110
30	94	- 95	105	- 105	110	- 110
25	0	- 94	0	- 105	0	- 110

Filo d'acciaio - Quadro n. 2 - Si riferisce alla fig. 1.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Stato naturale		Dopo una ricottura		Dopo due ricotture	
	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.
25	0		0		0	
		80		63		55
27,5	80		63		55	
		61		57		55
30	141		120		110	
		110		110		110
35	251		230		220	
		100		105		110
40	351		335		330	
		96		105		110
45	447		440		440	
		95		105		110
50	542		545		550	
		96		105		110
55	638		650		660	
		96		105		110
60	734		755		770	
		96		105		110
65	830	- 80	860	- 63	880	- 55
62,5	750	- 61	797	- 57	825	- 55
60	689	- 104	740	- 108	770	- 110
55	585	- 100	632	- 106	660	- 110
50	485	- 98	526	- 106	550	- 110
45	387	- 98	420	- 105	440	- 110
40	289	- 97	315	- 105	330	- 110
35	192	- 96	210	- 105	220	- 110
30	96	- 96	105	- 105	120	- 110
25	96	- 96	0	- 105	0	- 110

Filo d'acciaio - Quadro n. 3 - Si riferisce alla fig. 1.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Stato naturale		Dopo una ricottura		Dopo due ricotture	
	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezze di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.
25	0		0		0	
27,5	80	80	63	63	55	55
30	141	61	120	57	110	55
35	251	110	230	110	220	110
40	351	100	335	105	330	110
45	447	96	440	105	440	110
50	542	95	545	105	550	110
55	638	96	650	105	660	110
52,5	558	- 80	487	- 63	605	- 55
50	497	- 61	430	- 57	550	- 55
45	394	- 103	322	- 108	440	- 110
40	295	- 99	316	- 106	330	- 110
35	196	- 99	210	- 106	220	- 110
30	98	- 98	105	- 105	110	- 110
25	0	- 98	0	- 105	0	- 110

Filo d'acciaio - Quadro n. 4 - Si riferisce alla fig. 1.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Stato naturale		Dopo una ricottura		Dopo due ricotture	
	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.
25	0	80	0	63	0	55
27,5	80	61	63	57	55	55
30	141	110	120	110	110	110
35	251	100	230	105	220	110
40	351	96	335	105	330	110
45	447	- 80	440	- 63	440	- 55
42,5	376	- 60	377	- 57	385	- 55
40	307	- 105	320	- 108	330	- 110
35	202	- 101	212	- 106	220	- 110
30	101	- 101	106	- 106	110	- 110
25	0		0		0	

Filo d'acciaio - Quadro n. 5 - Si riferisce alla fig. 1.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Stato naturale		Dopo una ricottura		Dopo due ricotture	
	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs sulla 1 $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in 1 $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to s sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in 1 $\frac{1}{10.000}$ mm.
25	0	80	0	63	0	55
27,5	80	61	63	57	55	55
30	141	110	120	110	110	110
35	251	- 80	230	- 63	220	- 55
32,5	171	- 61	167	- 59	165	- 55
30	110	- 110	108	- 108	110	- 110
25	0		0		0	

Seconda serie di esperienze.

Fu sperimentato dell'acciaio usato per la fabbricazione delle funi metalliche, avente la seguente composizione chimica:

Carbonio 0,48 %

Manganese 0,38 %

Silicio 0,15 %

Fosforo + zolfo 0,035 %

Le esperienze furono eseguite sul materiale allo stato ricotto (vergella) e, dopo ciascuno di otto successivi passaggi alla trafila (fili).

Nella figura 2 sono riportate le variazioni della sezione normale della vergella e dei fili dopo vari passaggi alla trafila, nonchè gli sforzi di trazione necessari per produrli.

Nel quadro n. 6 sono riportate le deformazioni prodottesi in un ciclo compreso tra i limiti corrispondenti ai valori di 10 e di 50 kg. per mmq. della tensione unitaria interna, eseguito per i nove stati considerati. Nella figura 3 sono disegnate le forme che detto ciclo presenta, allo stato naturale (OA), dopo il secondo passaggio (OC), dopo il quarto (OE), dopo il sesto (OG) e dopo l'ottavo (OI).

Per agevolare il confronto tra i cicli, questi furono disegnati riferendoli ad una coppia di assi coordinati paralleli agli assi veri e passanti per l'origine di ciascun ciclo.

Tenendo conto della scala delle tensioni unitarie interne (ordinate) e di quella degli allungamenti unitari (ascisse), si misurò l'area dei cicli e si riportarono le variazioni di queste nella figura 2.



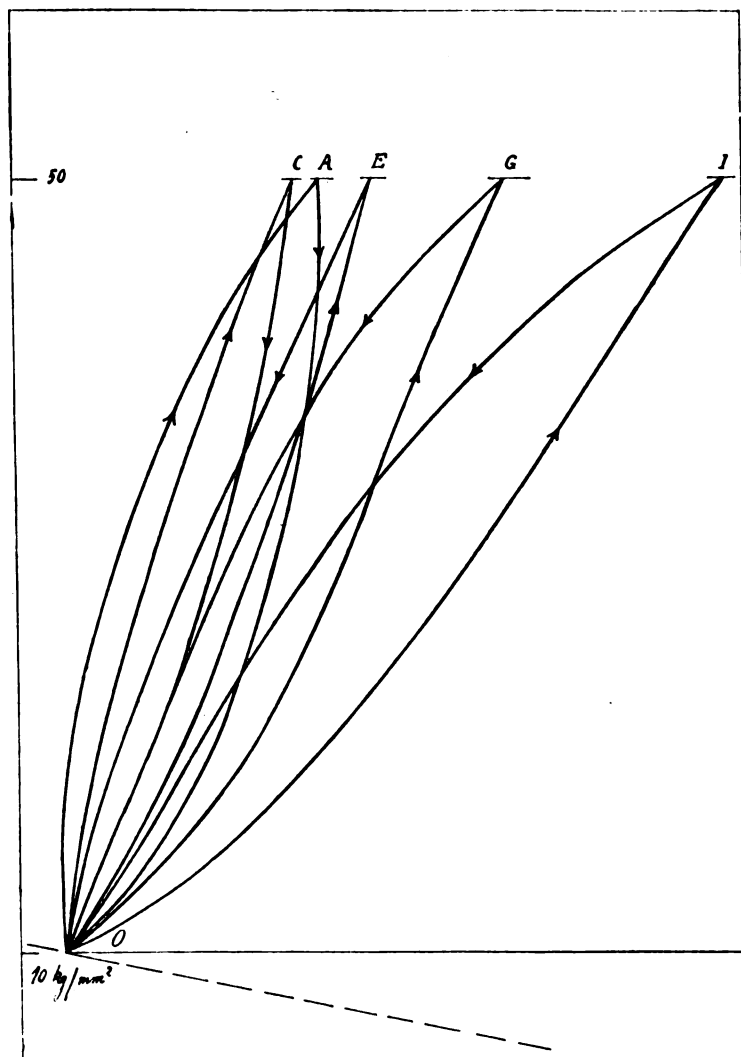


Fig. 3.

Filo d'acciaio - Quadro n. 6 — Si riferisce alle figg. 2 e 3.

Tensione unitaria interna Q in kg. per B ²	Vergella sezione 23,30 mm ² .		Riduzione alla sezione 16,40 mm ² .		Riduzione alla sezione 11,50 mm ² .		Riduzione alla sezione 8,24 mm ² .		Riduzione alla sezione 6,10 mm ² .		Riduzione alla sezione 4,30 mm ² .		Riduzione alla sezione 3,20 mm ² .		Riduzione alla sezione 2,55 mm ² .		Riduzione alla sezione 1,80 mm ² .	
	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.	Allung. sulla lunghez. di 100 mm. in 1 10.000 mm.	Incre- menti Δ s in 1 10.000 mm.
10	0	502	0	508	0	515	0	536	0	557	0	576	0	595	0	605	0	627
20	502	525	508	512	515	529	536	527	557	510	576	546	595	549	605	569	627	586
30	1027	540	1020	540	1044	535	1063	530	1097	534	1122	531	1144	541	1174	576	1213	564
40	1567	567	1560	545	1579	541	1593	539	1631	529	1653	542	1685	545	1750	526	1777	565
50	2134	- 503	2105	- 498	2120	- 516	2132	- 540	2150	- 548	2195	- 575	2230	- 591	2276	- 598	2342	- 629
40	1631	- 524	1607	- 517	1604	- 526	1592	- 525	1612	- 546	1620	- 548	1639	- 552	1678	- 574	1713	- 586
30	1107	- 531	1090	- 538	1078	- 538	1067	- 528	1066	- 539	1072	- 531	1087	- 646	1104	- 532	1127	- 564
20	576	- 576	552	- 552	540	- 540	539	- 539	527	- 527	541	- 541	541	- 541	552	- 552	563	- 563
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Terza serie di esperienze.

Furono sperimentate lamiere di una lega leggera avente la seguente composizione chimica :

Alluminio 95 %

Rame 4 %

Magnesio 0,5 %

Manganese 0,5 %

Le lamiere avevano i seguenti spessori: 0,5; 1; 2; 3 mm. e su ciascuna di esse fu eseguito un ciclo di isteresi compreso tra i valori di 2 e 12 kg./mmq. di sezione.

I cicli furono ancora riportati a partire dalla stessa origine; furono anche misurate le aree di essi e, tenendo conto delle scale, si ottennero, in cifra tonda, i seguenti valori per i lavori da essi rappresentati:

Spessore mm. 0,5	ciclo OA	39×10	^{- 8} kg.m.
» » 1,0	» OB	25×10	^{- 8} »
» » 2,0	» OC	11×10	^{- 8} »
» » 3,0	» OD	3×10	^{- 8} »

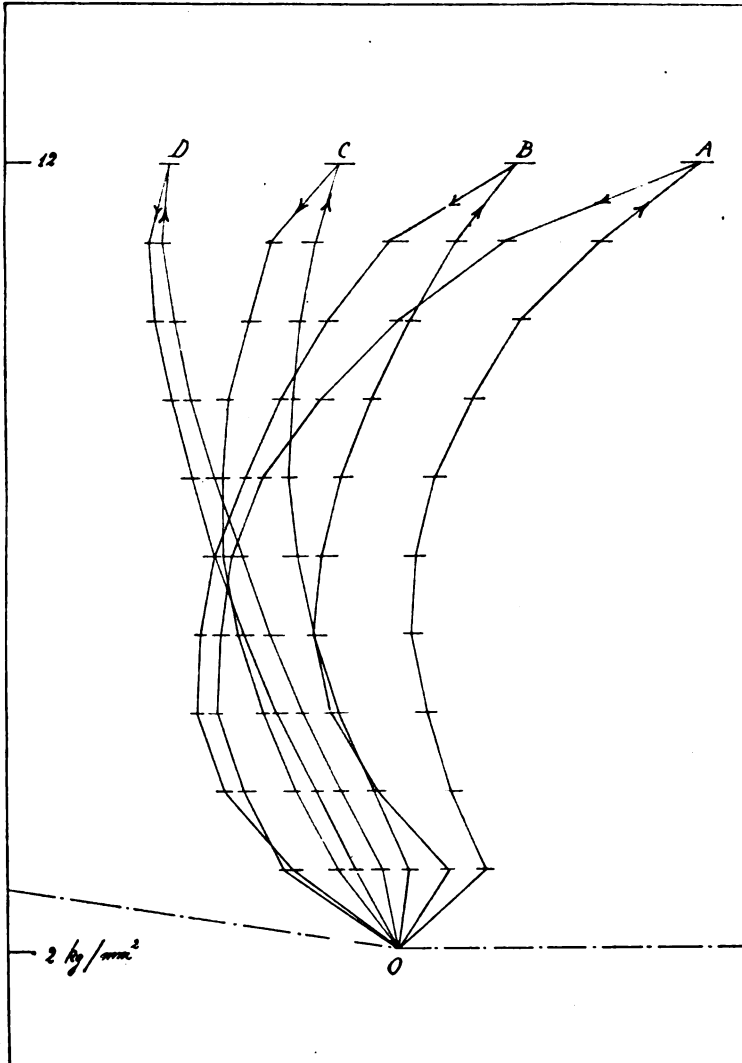


Fig. 4.

Lamiere di lega leggera - Quadro n. 7 - Si riferisce alla fig. n. 4.

Tensione unitaria interna σ in kg. per mm ²	Spessori in mm.							
	0,5		1,0		2,0		3,0	
	Allung.to sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Allung.to sulla lunghezza di 50 mm. in $\frac{1}{10.000}$ mm.	Incrementi Δs in $\frac{1}{10.000}$ mm.
2	0	153	0	143	0	133	0	126
3	153	121	143	112	133	121	126	120
4	274	124	255	118	254	121	246	120
5	398	126	373	126	375	124	366	122
6	524	131	499	132	499	126	488	123
7	655	135	631	135	625	128	611	123
8	790	140	766	138	753	131	734	124
9	930	142	904	140	884	132	858	126
10	1072	151	1044	142	1016	134	984	127
11	1223	156	1186	146	1150	136	1111	132
12	1379	- 181	1332	- 163	1286	- 147	1243	- 135
11	1198	- 157	1169	- 146	1139	- 136	1108	- 129
10	1041	- 150	1023	- 142	1003	- 135	979	- 126
9	891	- 145	881	- 139	868	- 132	853	- 125
8	746	- 138	742	- 138	736	- 130	728	- 124
7	608	- 133	604	- 134	606	- 126	604	- 123
6	475	- 131	470	- 131	480	- 124	481	- 122
5	344	- 123	339	- 123	356	- 122	359	- 120
4	221	- 120	216	- 113	234	- 119	239	- 120
3	101	- 101	103	- 103	115	- 115	119	- 119
2	0		0		0		0	

Dalla R. Scuola d'Ingegneria di Torino Laboratorio Sperimentale dei materiali da costruzione — Aprile 1931 — Anno IX.

Sull'invecchiamento dei metalli non ferrosi

Nota di R. ZOJA presentata da G. COLONNETTI S. O. ⁽¹⁾

Sommario. — Sono discussi i risultati di prove di invecchiamento recentemente eseguite da A. Krüger sullo zinco e su un ottone. Nuove prove, condotte col procedimento proposto dall'A., escludono il verificarsi dell'invecchiamento durante le prime ore per due tipi di ottoni (40 % e 52 % di Cu) e per il rame elettrolitico. L'A. riferirà a suo tempo i risultati relativi a stagionature di un anno.

Lo studio del problema dell'invecchiamento dei metalli, inteso come variazione delle loro proprietà in funzione del tempo in seguito a deformazione permanente praticata a freddo, è stato essenzialmente limitato agli acciai, per i quali il numero e l'importanza delle ricerche è già veramente cospicuo.

Alcune poche esperienze furono pure eseguite sugli altri metalli ferromagnetici, quali il Ni ed il Co, con risultati positivi, tanto da far nascere in taluni la convinzione che il fenomeno dell'invecchiamento possa essere in relazione con quello della viscosità magnetica.

Recentemente è stato pubblicato un articolo di A. Krüger ⁽²⁾ nel quale fra l'altro sono riferiti i risultati di prove d'invecchiamento eseguite sullo zinco e su un ottone al 36 % di Cu, con la conclusione che con una deformazione del 2,5 % ed una stagionatura di 5 settimane non ha potuto essere constatata alcuna pratica variazione di resilienza. Sfortunatamente in tale articolo manca completamente la documentazione numerica delle prove di invecchiamento e gli altri ragguagli indispensabili per un giudizio sull'attendibilità dei risultati. Si può quindi ritenere che gli esperimenti di A. Krüger siano sufficienti ad escludere una variazione di resilienza che abbia « importanza pratica » mentre lasciano ancora la possibilità di piccolissime variazioni di resilienza col tempo.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 15 Aprile 1931.

⁽²⁾ Archiv für das Eisenhüttenwesen 1930 pag. 721.

Data la grande importanza teorica di queste ricerche, in quanto che il verificarsi dell'invecchiamento in metalli non ferro-magnetici allargherebbe improvvisamente il campo di esistenza del fenomeno stesso, ho eseguito alcune esperienze sul rame elettrolitico e su due tipi di ottoni col 40 % e 52 % rispettivamente di rame, usando il nuovo metodo da me proposto ⁽¹⁾.

Tale metodo, come è noto, a differenza degli altri comunemente usati, offre la possibilità di una misura del lavoro d'urto a soli 20'' dalla deformazione, ed è quindi il solo che permetta di seguire il fenomeno durante la sua prima fase; ciò è indispensabile in ricerche del genere di quelle che ho prospettato, onde potere eventualmente escludere in modo assoluto una qualsiasi variazione di resilienza in funzione del tempo per un determinato materiale.

Nella tabella allegata sono riferiti a titolo di esempio i risultati delle prove eseguite sul rame nelle seguenti condizioni:

a) le barrette N. 1, 4, 7, 10, ...sono state rotte coll'intensità d'urto regolamentare onde determinare la resilienza del materiale ed assicurarsi della sua uniforme costituzione per tutta la lunghezza della barra;

b) le barrette 2, 5, 8, 11, ...furono deformate circa del 45 %, e rotte dopo 20'';

c) le barrette 3, 6, 9, 12, ...furono deformate e rotte dopo 3 giorni di stagionatura.

Come si può osservare dalla tabella, i risultati numerici delle singole prove sono molto concordanti, onde le medie possono ritenersi del tutto attendibili.

Le piccolissime differenze tra i valori del lavoro d'urto dopo 20'' e dopo 3 giorni, per tutti i materiali sperimentati, differenze che rientrano completamente nell'ambito degli errori sperimentali e che sicuramente si attenuerebbero aumentando il numero delle prove, giustificano pienamente la seguente conclusione negativa: *durante la prima fase della stagionatura per i materiali sperimentali è da escludere qualsiasi variazione di resilienza.*

Riferirò a suo tempo sulle prove eseguite dopo lunghissima stagionatura (1 anno).

⁽¹⁾ Atti R. Acc. Scienze Torino Vol. LXIV, 1928, 18 nov.

TABELLA I — Rame elettrolitico in barra 10 × 10 ricotto a 500°
Colpo preliminare di 6 kgm. pari al 44 % di L₀

NUMERO DEL SAGGIO	LAVORO ROTT. INIZIALE L ₀ KGM.	LAVORO ASSORBITO NEL 2° COLPO KGM.	
		T = 20''	T = 3 GIORNI
1 - 2 - 3	13,7	7,8	7,5
4 - 5 - 6	13,7	7,6	7,6
7 - 8 - 9	13,7	7,7	7,7
10 - 11 - 12	13,7	7,6	7,6
13 - 14 - 15	13,7	7,5	7,6
16 - 17 - 18	13,6	7,7	7,7
19 - 20 - 21	13,6	7,6	7,7
22 - 23 - 24	13,6	7,5	7,7
25 - 26 - 27	13,6	7,5	7,5
28 - 29 - 30	13,5	7,7	7,6
31 - 32 - 33	13,5	7,6	7,7
Medie	13,63	7,62	7,63

Zur Vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelwolken

Nota del Dr. FRIEDRICH BECKER presentata dal S. O. GIOVANNI STEIN ⁽¹⁾

Die seit etwa anderthalb Dezennien an der Vatikanischen Sternwarte von I. G. Hagen durchgeführten Beobachtungen ausgedehnter " Kosmischer Wolken " sind aus zahlreichen Veröffentlichungen bekannt geworden. Hagen hatte die Absicht, ein Gesamtbild seiner Beobachtungen in Form einer Durchmusterung zu geben, die den Nordhimmel vom Pol bis — 20° Deklination umfassen sollte. Der grösste Teil dieser Arbeit lag bereits fertig vor, als Hagen im September 1930 vom Tode ereilt wurde.

Als früherer Mitarbeiter Hagens mit dem Gegenstand der Durchmusterung und den Beobachtungs-Methoden vertraut habe ich auf Einladung des jetzigen Direktors der Vatikanischen Sternwarte, P. Dr. J. Stein, in den Monaten März und April dieses Jahres in Rom die noch fehlenden Beobachtungen — es waren hauptsächlich die Rektaszensions-Stunden 8^h bis 11^h zwischen dem Pol und $+20^\circ$ Deklination — nachgeholt und die Durchmusterung abgeschlossen. Indem ich bezüglich des Beobachtungs-Verfahrens und sonstiger technischer Einzelheiten auf die demnächst erscheinende ausführliche Publikation verweise, mögen hier im Anschluss an eine graphische Darstellung einige Bemerkungen über das Gesamtergebnis vorweg genommen werden.

1. Unmittelbarer Gegenstand der Beobachtungen ist bekanntlich das Aussehen des Himmelsgrundes, dessen von schwarz zu mehr oder weniger weisslichem Grau wechselnde Schattierung im Fernrohr mittels einer numerischen Skala geschätzt wird. In der von 0 bis 5 laufenden Skala bedeutet die Stufe 0 klaren (schwarzen) Himmelsgrund, die Stufe 5 stärkste Trübung. Für die Herstellung der Uebersichtskarte habe ich jedoch die Beobachtungen in

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 19 Aprile 1931.

drei Schattierungsgrade zusammengezogen, nämlich 0 bis 2, $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ und 4 bis 5. Dadurch treten die Hauptgesetzmässigkeiten deutlicher hervor; ausserdem werden manche Einzelheiten eliminiert, die nur auf die Unsicherheit der Schätzungen zurückzuführen sind. Allerdings gehen auch verschiedene durch die Beobachtung gesicherte Details verloren wie die kleineren Sternleeren und Dunkelnebel in der Milchstrasse; aber zum Studium solcher Einzel-Objekte ist die Durchmusterung ihrer ganzen Anlage nach ohnehin weniger geeignet, sie sind daher von Hagen auch gesondert beobachtet worden (vgl. *Miscellanea Specola Vaticana*, Parte IV, 1929).

Da schon aus den früheren Beobachtungen zu ersehen war, dass das Phänomen eine deutliche Orientierung gegen die Milchstrasse zeigt, wurden für die Zeichnung galaktische Koordinaten zugrunde gelegt; als Gradnetz diente Aitoffs "Equal-Area Projection", die Umrechnung der Koordinaten geschah mittels der bequemen Tafeln von P. Emanuelli. Die stärkste Grautrübung ist in der Karte durch die dunkelste Tönung wiedergegeben. Dadurch, dass die Beobachtungen nur bis 20° südlicher Deklination reichen, entsteht im Kartenbild natürlich eine etwas störend wirkende Lücke; sie ist durch eine gestrichelte Linie umgrenzt.

2. Die Karte zeigt auf den ersten Blick, dass die Schattierung des Himmelgrundes nicht nur eine Funktion der galaktischen Breite ist, sondern auch stark mit galaktischer Länge variiert.

Die Pole (soweit man sehen kann, auch der Südpol) sind von einer fast gleichmässig schattierten Zone grösster Trübung umgeben, die sich bis etwa zum 40. Breitenkreis beiderseits der Milchstrasse ausdehnt. In diesem Bereich kommen fast nur die Schätzungen 4 und 5 vor. Näher zur Milchstrasse hin wird der Untergrund allmählich klarer und zugleich kontrastreicher. In der Zone innerhalb 20° galaktischer Breite überwiegen die Schätzungen 0-2, aber es kommen auch alle anderen Schattierungsgrade vor, und zwar durchweg, im Anschluss an die Hauptzüge der Sternverteilung. Wir finden im galaktischen Gürtel zwei Gebiete starker Trübung, das eine zwischen 100° und 130° , das andere zwischen 320° und 340° Länge; es sind die beiden grossen, durch Dunkelnebel verursachten Sternleeren im Taurus und Ophiuchus. Als weisse Stellen, also klareren Himmelsgrund anzeigend, heben sich die besonders sternreichen Teile der nördlichen Milchstrasse heraus, die Gebiete von 0° bis 90° Länge (Aquila, Cygnus, Cepheus, Cassiopeia), von 140° bis 180° (Monoceros) und von 310° bis 360° (Sagittarius, Ophiuchus). Zwischen 90° und 140° Länge, wo die Milchstrasse an Sternreichtum verliert, ist auch der

Untergrund wieder trüber, die Karte zeigt dort die mittleren Schattierungsgrade $2/3$, 3 , $3/4$. Dasselbe gilt für die Gabelung der Milchstrasse zwischen 310° und 10° .

3. Wir haben es also jedenfalls mit einem Phänomen zu tun, das in enger Beziehung zur Verteilung der teleskopischen Sterne steht. Handelt es sich um kosmische Nebelwolken, so hat man sich mit der Tatsache auseinanderzusetzen, dass diese Wolken sich gegen die Pole der Milchstrasse hin anhäufen, im Gegensatz zu der von Trümpeer und anderen nachgewiesenen galaktischen Schicht interstellarer Materie. Ein Zusammenhang zwischen diesen Ergebnissen und Hagens Beobachtungen scheint demnach nicht zu bestehen.

In den Taurus — und Ophiuchus — Sternleeren decken sich Hagens Schätzungen 4 und 5 mit stark absorbierenden Dunkelnebeln. Ob auch die ausgedehnten Trübungsgebiete rings um die galaktischen Pole mit Absorption des Sternlichtes verbunden sind, hat sich bisher weder im positivem, noch in negativem Sinne entscheiden lassen. Es scheint aber, dass in höheren galaktischen Breiten, wenn überhaupt, mit einer so starken Absorption wie in den Dunkelnebeln der Milchstrasse nicht zu rechnen ist. Es würden also unter Umständen Wolken verschiedener Absorptionsfähigkeit im Fernrohr in derselben Schattierung erscheinen.

Zur weiteren Klärung der Frage müssten die visuellen Beobachtungen durch genaue Abzählungen der Sterne nach Grössenklassen, besonders auch in höheren galaktischen Breiten, ergänzt werden. Vielleicht lässt sich dann auch entscheiden, inwieweit in besonderen Fällen atmosphärische Einflüsse, Kontrastwirkungen und dergl. sich den Beobachtungen überlagern. Nicht minder erwünscht wäre eine Wiederholung der Durchmusterung und zwar an einer Sternwarte, die weniger als die römische durch die Lichter der Grosstadt behindert wird.

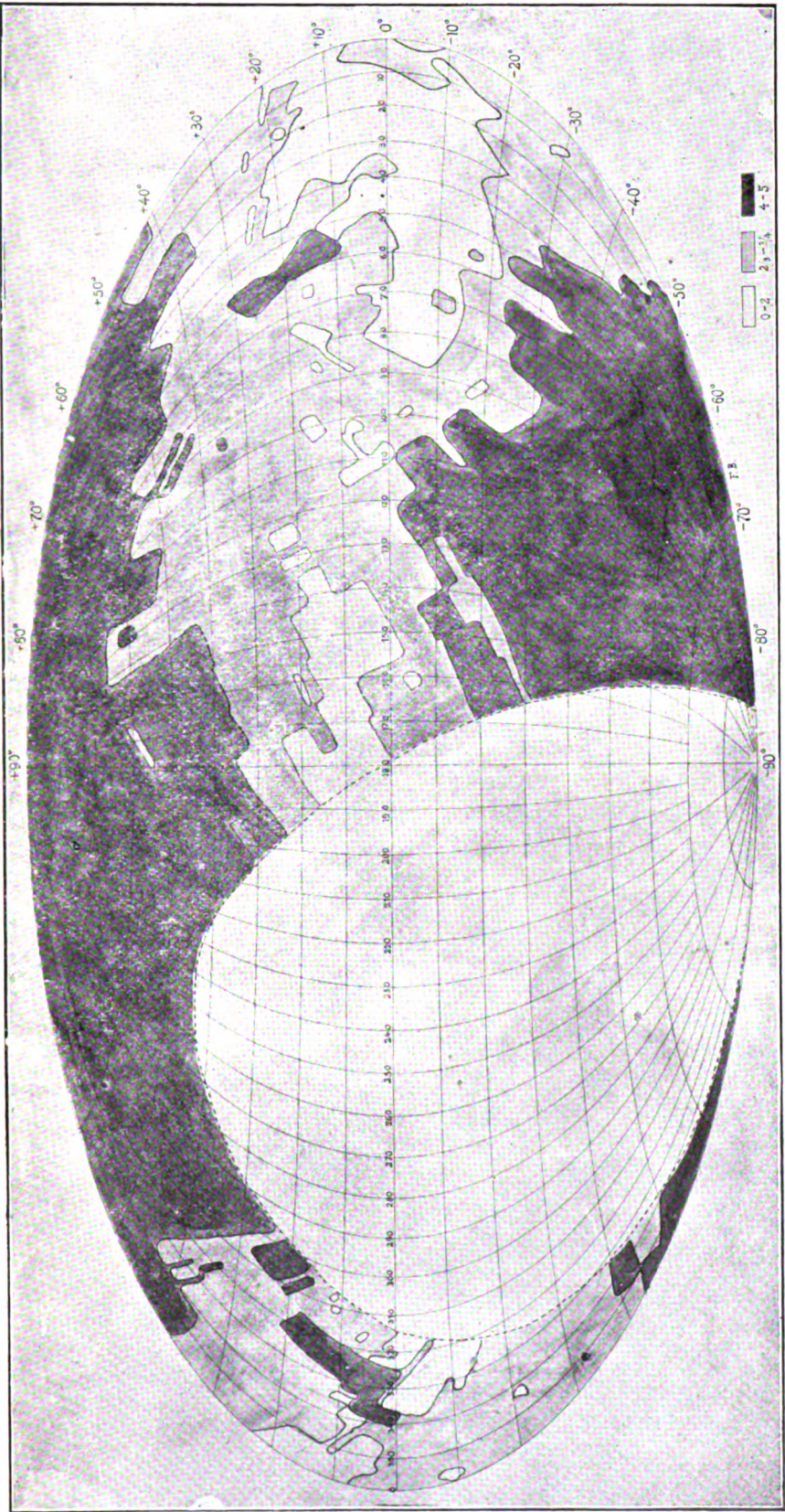
ERRATA - CORRIGE

degli Atti - Sessione III del 15 febbraio 1931.

Nella Commemorazione « *Il Conte Almerico da Schio* », parole di L. Palazzo,

a pag. 116, linea 27, invece di *cubici* leggi *cufici*.

a pag. 118, linea 15, invece di *letture* leggi *lettere*.



INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE V DEL 19 APRILE 1931

	PAG.
Accademici presenti	259
Indirizzo del Presidente a S. S.	259
GIANFRANCESCHI S. O. — Sulla propagazione delle onde emesse dalla Stazione Radio della Città del Vaticano . . .	260
LUIGIONI S. O. — Presentazione di un nuovo <i>Amphimallus</i> della famiglia delle <i>Scarabaeidae</i>	261
TEOFILATO S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Cal- colo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefnita.</i>	261
GEMELLI S. O. — Presentazione di due Note dell'estraneo Galli dal titolo: <i>Resistenza elettrica dell'orga- nismo umano e correnti di azione neuro- muscolari nei processi psichici, e: Determi- nazione della soglia differenziale e di quella di illuminazione nella variazione dello sti- molo improvviso e continuo</i>	261
ANILE S. O. — Comunicazione sul tema: <i>Dibattiti sull'ori- gine del linguaggio.</i>	261
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Luigi Ferdinando Marsili e le sue Collezioni Zoologiche</i>	262
STEIN S. O. — Presentazione di una Nota dell'estraneo Becker dal titolo: <i>Zur vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelwolken.</i> . .	262
HUMBERT S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Notes historiques sur l'observation des halos</i> . .	262
DE ANGELIS D'OSSAT S. C. — Comunicazione sulle Ricerche geo-idrologiche <i>a Nettuno</i>	262
RIVERA S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Ra- diazione e vita nel mondo vegetale</i> . . .	262
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Memoria del S. O. Navàs dal titolo: <i>Insecta orientalia. Nona Series.</i> . .	262
» » — Presentazione di una Nota del S. C. Hofbauer dal titolo: <i>Neue Formeln zur Berechnung</i>	

	PAG.
	<i>der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes</i> 263
DE SANCTIS, Segr.	— Presentazione da parte del S. O. Colonnetti di una Nota dell'estraneo Zoja dal titolo: <i>Sull'invecchiamento dei metalli non ferrosi</i> , e di una Nota dell'estraneo Pugno dal titolo: <i>Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica. Documentazione sperimentale ecc.</i> 263
» »	— Lettura di una Comunicazione inviata dal S. C. Ranzi sull' <i>Accrescimento dei Selaci vivipari</i> 263
» »	— Presentazione di pubblicazioni inviate in omaggio 263
	Inaugurazione dello <i>Scientiarum Nuncius Radiophonicus</i> 264
	Discorso del S. Padre 265
	<i>Notificatio</i> del Concorso a premio sulla <i>Legge di Mendel e cromosomi</i> 267

MEMORIE E NOTE.

TEOFILATO S. O.	— Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefinita	269
GALLI	— Resistenza elettrica dell'organismo umano e correnti di azione neuromuscolari nei processi psichici (<i>presentata dal S. O. Gemelli</i>)	287
GALLI	— Determinazione della soglia differenziale e di quella di illuminazione nella variazione dello stimolo improvviso e continuo (<i>presentata dal S. O. Gemelli</i>)	289
PUGNO	— Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica. Documentazione sperimentale di alcune considerazioni esposte dal Prof. Ing. Gustavo Colonnetti nella conferenza su « L'isteresi elastica e la fatica dei metalli » tenuta in occasione della settimana Accademica addì 15 aprile 1931 (<i>presentata dal S. O. Colonnetti</i>)	291
ZOJA	— Sull'invecchiamento dei metalli non ferrosi (<i>presentata dal S. O. Colonnetti</i>)	305
BECKER	— Zur vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelwolken	308
Errata-corrige degli Atti - Sessione III del 15 febbraio.		310

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 Dicembre 1850

COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE VI DEL 17 MAGGIO 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1931

**L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE VI - 17 MAGGIO 1931

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Accademici presenti. — *Ordinari:* ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCHI — KAAS — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — DE ANGELIS D'OSSAT — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — PASQUINI — RANZI — SCATIZZI.

La Seduta venne aperta alle 17.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della Seduta Pontificia del 19 aprile, che venne approvato senza osservazioni.

Il *Presidente* GIANFRANCESCHI presentò una Nota: *Sul valore del principio della entropia agli estremi dell'asse dei tempi.*

Il S. O. MARTINELLI presentò una Nota dell'estraneo MARTINOZZI: *Sulla possibilità della formazione della grandine a quota relativamente bassa.*

— Presentò inoltre da parte del Dr. DE FILIPPI la *Storia della spedizione scientifica italiana nell'Himalaia, Caracorum e Turkestan Cinese*, ed i dieci volumi sino ad oggi pubblicati e contenenti i risultati scientifici della spedizione e illustrò la presentazione con le seguenti parole:

La spedizione ideata e diretta dal De Filippi si svolse negli anni 1913-14 e si proponeva non solo rilievi ed accertamenti geografici di primaria importanza, ma tutto un programma di rilievi astronomici e geofisici in connessione a problemi scientifici di carattere generale. A questo programma si

aggiunse poi tutto un programma di ricerche naturalistiche affidate alla direzione del Dainelli.

Agli scienziati che presero parte alla spedizione, furono più tardi aggregati altri per la elaborazione e discussione dei dati raccolti.

I volumi della relazione costituiscono due serie: la prima per la geodesia e geofisica, la seconda per i risultati geologici e geografici. Di quest'ultima, che dovrà risultare di dieci volumi, sono stati pubblicati solo sei, i quali non solo riassumono i risultati della spedizione, ma costituiscono un gruppo di monografie tali da illustrare dal punto di vista geografico e naturalistico la regione che si estende dall'Himalaia al Caracorum. Fra i pubblicati di particolare importanza, a giudizio dei competenti, è quello del Dorinelli « *Studi sul Glaciale* ».

È invece completa la prima serie, di cui i due primi volumi (astronomia, geodesia, gravità e magnetismo) sono opera dell'Alessio, dell'Abetti, del Vood, dello Spranger e del Tenani.

Il 3° volume di recentissima pubblicazione « *Meteorologia, Aerologia e Piroeliometria* » è opera del Dr. Alessandri sui dati da lui raccolti, in comune col Marchese Ginori, e da lui fatti raccogliere al Monte Rosa (del cui Osservatorio era allora Direttore) simultaneamente a quelli della spedizione e completati con un ricchissimo materiale d'osservazione da lui personalmente raccolto successivamente (nel 1919) quando l'Osservatorio poté essere riaperto.

Lo studio parallelo dei dati del Caracorum e di quelli del Monte Rosa ha condotto a risultati veramente interessanti.

Il volume è stato giudicato il più serio e importante contributo allo studio della climatologia e delle caratteristiche meteorologiche delle alte catene dell'Asia Centrale, e costituisce un contributo di primaria importanza allo studio della fisica atmosferica.

Il S. O. PALAZZO presentò in omaggio un opuscolo del Dòtt. DI FILIPPO dal titolo: *Le formule di Biot-Mollweide e di Pinto, in confronto coi valori degli elementi magnetici della Somalia.*

— Presentò poi una sua breve Nota pubblicata nella *Zeitschrift für Geophysik* (fascicolo speciale per le onoranze ad Ad. Schmidt), dal titolo: *Einige Bemerkungen über die erdmagnetischen Messungen welche in Feodossia ausgeführt wurden.*

Il S. O. ANILE presentò una serie di pubblicazioni originali del P. Charles TISSERANT della Congregazione dello Spirito Santo, che in qualità di Missio-

nario nella provincia Ocbacghi-Chari ha avuto l'opportunità di determinare nuove specie di piante, cui già si è assegnato il suo nome. È senza dubbio il più importante nuovo contributo alla conoscenza della flora dell'Africa Equatoriale.

— Presentò inoltre, una serie di pubblicazioni del prof. D'AGATA della R. Università di Messina.

Il S. O. NEVIANI presentò una Nota: *Per la Storia della metamorfosi delle piante.*

— Annunziò poi che il S. C. PASQUINI ottenne dalla Società Italiana delle Scienze detta dei XL la medaglia d'oro per il 1930, per i suoi lavori di Embriologia speciale.

Il Presidente e l'intera Accademia plaudirono al prof. Pasquini, il quale ringraziò commosso.

Il S. C. SCATIZZI presentò due Note: 1. *Estensione della gamma euleriana, e sue applicazioni.* — 2. *Il mio giroplano.*

Il S. C. LEVI-CIVITA presentò una sua Nota: *Riflessione e rifrazione sulla relatività generale.*

Il S. C. BARBADO presentò in omaggio una sua pubblicazione: *La physionomie, le temperament et le caractère, d'après Albert le Grand et la Science moderne.*

Il S. C. PASQUINI presentò all'Accademia in omaggio, una sua pubblicazione dal titolo « *Equipotentiality of the Amphilian eye primordia* » in cui sono riassunti i risultati delle sue ricerche di meccanica di sviluppo dell'occhio; e a nome del Sac. Dr. G. REVERBERI l'estratto di un suo lavoro in collaborazione con il Prof. MELDOLESI dal titolo « *Effetti della radio-emana-zione sul ritmo riproduttivo e sulla morfologia di Colpidium* ».

Il Segretario presentò due Note di Accademici: 1. COLONNETTI, S. O.: *L'influenza dello sforzo di taglio sulla freccia di una trave inflessa.* — 2. HOFBAUER, S. C.: *Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter.* (3. Folge).

Il Segretario presentò poi le seguenti Note di estranei:

PASTORI: *Sulle varietà a curvatura costante.*

MASOTTI: *Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo.*

MASOTTI: *Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica.*

Il *Presidente* presentò in omaggio un'opera del Prof. VIGNON: *Introduction à la biologie expérimentale. — Les êtres organisés.*

Il *Segretario* presentò le seguenti pubblicazioni trasmesse in omaggio da Accademici:

ALFANI S. C. — *L'esperienza di Foucault nel Duomo di Firenze.*

DE SILVA TAVARES S. C. — *Quelques cécidies du centre de la France.*

— *O salmão no Rio Minho.*

— *Cecidia Nova seu quae hucusque in Peninsula Iberica non innotuerunt.*

DELÉPINE S. C. — *Sur la presence de Cymaclymenia camerata Schindewolf dans la Zone d'Elroeungt à Semeries.*

— *Description d'un polypier nouveau Humboldtia avesnensis nov. sp. du Viséen inférieur de Lars-Poteries.*

— *Comparaison entre le calcaire carbonifère de l'Avesnois et celui de la Belgique.*

— *Zones a goniatite du carbonifère.*

— *La faune du calcaire de Regneville.*

Il Prof. DE SANCTIS partecipò che l'E.mo Card. Eugenio PACELLI, Segretario di Stato di S. S., con venerato dispaccio N. 100129 del 24 marzo 1931, ha comunicato la Sovrana Sanzione alla promozione del P. STEIN dalla classe dei Soci Corrispondenti a quella degli Ordinari.

Il *Segretario* annunciò che è pervenuto all'Accademia un plico suggellato *Bendandi*, il quale plico sarà conservato in archivio.

Il Prof. DE SANCTIS comunicò che nel prossimo giugno si terrà in Torino un *Congresso Nazionale di Pesca e Piscicoltura delle acque interne.*

Il *Segretario* partecipò che l'Accademia è stata invitata alle feste che avranno luogo a Parigi nel prossimo giugno per il quarto centenario del *Collège de France*. Rappresenteranno i Nuovi Lincei il S. O. BIGOURDAN ed il S. C. D'OCAGNE.

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei seguenti lavori di estranei:

MARTINOZZI: *Sulla possibilità della formaztone della grandine a quota relativamente bassa*, presentato dal S. O. MARTINELLI.

MASOTTI: *Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo*, presentato dal S. O. DE SANCTIS.

MASOTTI: *Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica*, presentato dal S. O. DE SANCTIS.

PASTORI: *Sulle varietà a curvatura costante*, presentato dal S. O. DE SANCTIS.

Il Corpo Accademico approvò per alzata di mano, la deliberazione del Comitato di inserire nelle pubblicazioni accademiche i seguenti lavori di estranei pervenuti per la Seduta Pontificia del 19 aprile:

ZOIA: *Sull' invecchiamento dei metalli*, inviato dal S. O. COLONNETTI.

PUGNO: *Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica*, inviato dal S. O. COLONNETTI.

BECKER: *Zur Vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelmassen*, presentato dal S. O. STEIN.

Il Presidente comunicò che l'Accademia ha ricevuto invito di partecipare al *Consiglio Internazionale delle Ricerche*, per lo Stato della Città del Vaticano.

Il Corpo Accademico, dietro invito del Presidente, approvò in massima, di accogliere la proposta.

Il Segretario partecipò che hanno inviato all'Accademia lettera di ringraziamento per la loro recente nomina a Socio Corrispondente, i Professori: DENIZOT, MOREUX, RIVERA, e, ancora il P. STEIN, per la sua promozione a Socio Ordinario.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, nominò Socio Corrispondente il Prof. Antonio Renato TONIOLO.

Vennero poi confermati per acclamazione Il S. O. GIANFRANCESCHI nell'ufficio di Presidente per il biennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1933, ed il S. O. MORANO nell'ufficio di Membro del Comitato Accademico per il triennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1934.

Queste due conferme, come di regola, verranno sottoposte alla Sovrana Sanzione del Sommo Pontefice.

In sostituzione dell'uscente S. O. LEPRI, non rieleggibile per compiuto sessennio, venne nominato per acclamazione Membro del Comitato il S. O. LOMBARDI, per il triennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1934.

Questa nomina verrà sottoposta alla Sovrana Sanzione del S. Padre.

Infine, vennero confermati per acclamazione, per il triennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1934, il S. O. LEPRI nell'ufficio di Tesoriere, ed il S. O. SILVESTRI in quello di Censore.

Il *Segretario* preannunziò le candidature di due nuovi Soci Corrispondenti.

La Seduta venne tolta alle 18.30.

MEMORIE E NOTE

L'influenza dello sforzo di taglio sulla freccia di una trave inflessa

Nota di G. COLONNETTI S. O. ⁽¹⁾

La recente comunicazione del Prof. A. Mesnager all'Académie des Sciences, avente per titolo « La flèche d'une poutre ne dépend pas de l'effort tranchant » ⁽²⁾ non può non avere attirata l'attenzione di tutti gli studiosi della Scienza delle Costruzioni. Essa giunge infatti a sollevare un grave dubbio su di un punto che sembrava ormai pacificamente acquisito alla scienza e che faceva parte di tutti indistintamente i nostri corsi di insegnamento.

Mi sia pertanto concesso esporre qui alcune osservazioni che hanno da un lato lo scopo di riportar la questione in quelli che a me sembrano i suoi veri termini, e dall'altro quello di ripristinare la dovuta fiducia nei metodi di calcolo correntemente usati dai tecnici.

Premetto che io limito di proposito le mie considerazioni a quei soli casi nei quali sono verificate le note ipotesi di De Saint-Venant: sono i soli in cui, a mio modo di vedere, una discussione di questo genere ha un senso preciso e può condurre a conclusioni incontestabili.

Mi riferirò quindi al problema classico della flessione composta: trave prismatica rigidamente incastrata in corrispondenza di una delle basi, e sollecitata sull'altra base da una forza T normale al suo asse geometrico.

Assumerò quest'asse geometrico come asse delle z ; come assi delle x e delle y i due assi principali centrali d'inerzia della base incastrata; supporrò tanto per fissar le idee che la forza T sia parallela all'asse y .

Detta l la lunghezza della trave, J il momento d'inerzia della sua sezione retta per rapporto all'asse principale centrale d'inerzia parallelo all'asse delle x , E il modulo di elasticità normale del materiale (supposto naturalmente omogeneo

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 maggio 1931.

⁽²⁾ Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, t. 192, p. 590 (séance du 9 mars 1931).

ed isotropo). m il coefficiente di contrazione trasversale, lo spostamento di un punto generico (di coordinate x, y, z) del solido ha per componente secondo l'asse delle y ⁽¹⁾

$$v = \frac{T}{EJ} \left[\frac{z^2}{2} \left(l - \frac{z}{3} \right) - \frac{x^2 - y^2}{2m} (l - z) + bz \right]$$

ove b è una costante che dipende notoriamente della forma della sezione.

Ora la prima parte di questa espressione, e precisamente

$$\frac{T}{EJ} \left[\frac{z^2}{2} \left(l - \frac{z}{3} \right) - \frac{x^2 - y^2}{2m} (l - z) \right]$$

misura quella parte dello spostamento che deriva dalla «flessione» propriamente detta della trave, e pertanto si può giustificare, colla scorta della teoria della flessione semplice, come l'effetto del momento flettente di intensità variabile

$$M_x = -T(l - z)$$

mentre l'ultimo termine

$$\frac{T}{EJ} bz$$

non può essere attribuito che all'azione dello sforzo di taglio T .

Si vede subito che quest'ultimo termine è indipendente tanto da x che da y ; esso rappresenta uno scorrimento che le singole sezioni rette subiscono, senza deformarsi ⁽²⁾, nel loro stesso piano; scorrimento che è, per ciascuna sezione, proporzionale alla sua distanza dalla base incastrata.

In causa di questo scorrimento (supposto che avvenisse da solo) tutte le rette inizialmente parallele all'asse z si trasformerebbero in altre rette pure fra loro parallele, ed aventi sulle prime l'inclinazione

$$\frac{Tb}{EJ} .$$

Per il fatto che sforzo di taglio e momento flettente coesistono insieme, flessione e scorrimenti si sovrappongono. Si può *grosso modo* farsi un'idea

⁽¹⁾ Cfr. G. COLONNETTI. *La statica delle Costruzioni*, vol. I (Torino, U.T.E.T. 1928) p. 184.

⁽²⁾ S'intende che io faccio qui completa astrazione dell'ingobbamento delle sezioni, vale a dire dalle componenti di spostamento parallele a z , le quali d'altronde non hanno nessun rapporto colla questione di cui qui si tratta.

della deformazione complessiva se a quelle certe rette inizialmente parallele all'asse z e poi incurvate per opera del momento flettente, si immagina impresso, per virtù dello sforzo di taglio, un moto rigido di rotazione attorno al lor punto di coordinata $z = 0$.

Ora questo modo di operare dello sforzo di taglio non contrasta per nulla colle formole citate dal Prof. Mesnager nella sua Nota, bensì col titolo e con le conclusioni di questa.

E' infatti fuor di discussione che la curvatura della linea secondo cui si dispone, dopo la deformazione, una di quelle certe rette inizialmente parallele all'asse delle z ha per espressione ⁽¹⁾

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{2(m+1)}{mE} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial y}$$

e che perciò essa diviene indipendente dallo sforzo di taglio, e più precisamente diviene eguale a

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial y}$$

se

τ_{yz} indipendente da z .

Per verità il Mesnager limita le sue considerazioni a quelle sole generatrici (superiore ed inferiore) su cui

$$\tau_{yz} = 0$$

ma si tratta a parer mio di un caso anche troppo particolare.

Nel problema classico di De Saint-Venant tanto lo sforzo di taglio che la tensione tangenziale τ_{yz} sono indipendenti da z ; l'indipendenza della curvatura dallo sforzo di taglio si verifica pertanto per tutte le rette inizialmente parallele all'asse z , non escluso l'asse z stesso, cioè l'asse geometrico del solido.

⁽¹⁾ Cfr. G. COLONNETTI, vol. cit. pag. 102. Per ottenere l'espressione della curvatura di cui si serve Mesnager basta derivare la prima delle (48) per rapporto ad y , la seconda per rapporto a z , poi eliminare $\frac{\partial^2 w}{\partial y \cdot \partial z}$.

E se si tien conto che

$$\sigma_z = \frac{M_z y}{J}$$

si trova, per detta curvatura, l'espressione

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = - \frac{M_z}{EJ}$$

che mette in evidenza — in una forma a tutti nota — la dipendenza della curvatura dal *solo* momento flettente.

Ma dove non si può assolutamente consentire col Mesnager è là dove egli, da questo fatto incontestabile, trae la conseguenza che dallo sforzo di taglio non dipende neppure la freccia della trave.

Ed invero, per passare dall'espressione della curvatura a quella di una qualunque ordinata della linea elastica, bisogna procedere ad una doppia integrazione la quale notoriamente implica l'introduzione di due costanti. E bisognerebbe aver dimostrato che anche queste due costanti sono indipendenti dallo sforzo di taglio.

In realtà — l'esempio che ho dianzi illustrato e discusso lo dimostra chiaramente — lo sforzo di taglio, anche se non influisce sulla curvatura della linea elastica, influisce in generale sulla sua posizione nello spazio, e quindi sui valori delle singole sue ordinate.

La sua influenza non può quindi, generalmente parlando, venir trascurata nel calcolo della freccia di una trave; e ciò tanto se (come si usa fare nelle trattazioni teoriche) la freccia si intende misurata in corrispondenza dell'asse geometrico, come se (in conformità a ciò che si fa effettivamente nella pratica) la misura si intende fatta in corrispondenza della fibra superiore o di quella inferiore della trave.

D'altronde la differenza, sempre piccolissima, tra questi valori diversi che alla freccia si possono attribuire, non dipende affatto, nel caso classico di De Saint-Venant, da un differente modo di influire dello sforzo di taglio, ma semplicemente dalle deformazioni che la sezione trasversale della trave notoriamente subisce per effetto del momento flettente.

Per la Storia della Dottrina sulla Metamorfosi delle Piante

Nota del Prof. A. NEVIANI S. O. ⁽¹⁾

Sommario. — Gli Autori che si occuparono della dottrina della metamorfosi delle Piante, si riferirono per lo più a WOLF, a GOETHE ed a LINNÉ; qualcuno risalì a CESALPINO. In questa nota dò le prove, con opportune trascrizioni, che lo SWAMMERDAM, sino dal 1669, aveva chiare idee al riguardo, e che sostenne la teoria con robustezza di ragionamento, e con figure illustrative, delle quali si riproduce una tavola.

Nel primo volume della Botanica di A. KERNER di MARILAUN, ⁽²⁾ al cap. intitolato: *Dottrina delle metamorfosi e speculazioni dei filosofi della Natura*, evvi un riassunto storico delle teorie sulla successione delle varie forme di foglie (fillomi) dall'embrione alla Pianta in fiore; vengono qui prese in considerazione le opere di pochi autori; molto in breve il CESALPINO, alquanto più LINNÉ e più a lungo tratta del GOETHE, del quale riassume i punti principali della classica memoria (1790, sec. ediz. 1831), soggiungendo: (pag. 11), « ma non è del tutto esatto chiamare GOETHE il fondatore della dottrina delle metamorfosi, poichè egli in realtà ha solamente tentato di dare un'altra spiegazione ed interpretazione di un fenomeno già da LINNEO dichiarato col nome di Metamorfosi...; (p. 12) « Linneo aveva confrontato le metamorfosi delle Piante colla metamorfosi degli Insetti, e paragonato in particolare il calice colla pelle scoppiata del bruco, e le parti interne dei fiori coll'insetto perfetto (immagine), e facendo anche altrimenti ricerca di analogie fra lo sviluppo delle piante e degli animali, aveva aperto nei primi decenni del nostro secolo un vasto campo alle speculazioni dei filosofi della Natura »; e ancora (p. 13): « Il campo fu difatti riccamente coltivato, e i filosofi della natura furono addirittura instancabili nell'ampliare e nel variare il tema per

⁽¹⁾ Presentata all'Assemblea del 17 Maggio 1931.

⁽²⁾ *La Vita delle Piante*. Trad. L. MOSCHEN, Torino, 1892, pag. 8 e seg.

la prima volta toccato da Linneo ». Ciò non corrisponde a verità, come ora dimostrerò.

Non è qui il caso di riportare testualmente quanto si legge in proposito nei varî trattati di botanica o memorie su tale argomento; sono numerosissimi, e la ricerca sarebbe penosa e in gran parte inutile. Tutte le non poche pubblicazioni che ho consultate, fondamentalmente si rassomigliano; le variazioni si possono distinguere in quelle che si riferiscono ad un numero maggiore o minore di Autori anteriori all'ottocento, ed in quelle che più si trattengono sul valore delle teorie, dando all'una o all'altra di queste la preferenza. Mi sono proposto lo scopo, assai modesto, di attirare l'attenzione degli studiosi su di un concetto del celebre SWAMMERDAM, per il quale sin dal 1669 egli confortò lo svolgimento di una pianta, dal seme al fiore sbocciato, con quello di un insetto, precisamente come fu detto dal KERNER di MARILAUN per LINNÈ; e di ciò dico, tanto più che lo SWAMMERDAM venne, a questo riguardo, dimenticato dai più ⁽¹⁾.

* * *

Ho sottomano la traduzione italiana del *Saggio sulla Metamorfosi delle Piante* di W. GOETHE ⁽²⁾, sia nel testo della prima edizione, riportata integralmente nella seconda, sia nelle appendici; mai vi si trova un accenno all'opera dello SWAMMERDAM, ma ciò che meraviglia ancor più, è l'assenza completa di ogni citazione, al riguardo, nella *Histoire de la Botanique* del

(1) Il dott. GUGL. BILANCIONI, il dotto otorinolaringoiatra della R. Università Romana, ed eruditissimo storico delle Scienze, nel *Dizionario di Botanica Generale* (Manuale Hoepli, Milano 1906, 8°, di p. XX + 926) che ebbe la gentilezza di dedicare alla mia modesta persona, cita lo SWAMMERDAM (p. 204), unitamente all'HALLER, alla voce *Emboitement de germes* (*ipotesi d.*), ma non ne ripete il nome, nè trattando dell'*Epigenesi* (p. 213), nè della *Metamorfosi delle Piante* (p. 390), ove oltre all'opera del WOLF, del GOETHE e del DE CANDOLLE, è ricordata la *Prolepsis* di LINNÈ.

(2) Trad. di P. ROBIATI, Milano, tip. Pirotta, 1842, 8°. Questa traduzione è stata fatta sulla seconda, pubblicata in tedesco e francese dallo stesso GOETHE nel 1831; in essa venne riportata per intero la prima ediz. del 1790, con l'aggiunta di due Appendici, nelle quali l'Autore fece la storia dei suoi studi personali, e dello svolgimento della Teoria nel campo scientifico, durante il quarantennio trascorso fra le due edizioni. Il fascicolo GOETHE-ROBIATI, in italiano, non è comune; ne debbo la conoscenza alla cortesia dell'ottimo amico Prof. cemm. LINO VACCARI distintissimo botanico, ed ora Ispettore Centrale per le Scuole Medie, al Ministero dell'Educazione Nazionale.

SACHS ⁽¹⁾; opera molto coscenziosa, e ricca di dati storici, su ogni parte degli studi di questa grande branca della Storia Naturale; e nella quale trattasi a lungo della teoria della Metamorfosi delle Piante, con larghi riferimenti all'opera del CESALPINO, del WOLF, del MALPHIGHI, del DE JUSSIEU, del DE CANDOLLE, del BROWN, del GOETHE, del MEYER e tanti e tanti altri ⁽²⁾.

⁽¹⁾ JUL. V. SACHS: *Histoire de la Botanique*. Trad. franc. di HENRY DE VARIGNY, Paris, 1892, 8°, pag. XXVI + 584.

⁽²⁾ Non è da meravigliare se il SACHS non fa il nome di FEDERICO CESI; nessuno lo cita. Lo studio sulle opere scientifiche di questo giovine principe è di questi ultimi anni, e le notizie che si vanno raccogliendo non si sono ancora sparse nel mondo culturale. S. E. l'On. ANTONINO ANILE, nostro Linceo, nella conferenza tenuta nel Grande Salone della Cancelleria, il 14-VI-1930, per la Commemorazione del CESI, fondatore dell'Accademia dei Lincei in Roma, (v. *Mem. Acc. Pontif. N. Lincei*, s. II, v. XIV, pag. 386), così si esprime in relazione all'argomento che vado trattando: « Il quale (CESI) applicando il microscopico descrive l'embrione racchiuso nel seme e ci espone ben nettamente la distinzione delle foglie seminali o cotiledoni ed il fatto che alcune piante sono monocotiledoni o, come egli diceva, *unifogli* ed altre dicotiledoni o *bifogli*. Questo stesso linguaggio indica già che il CESI possedeva l'idea della trasformazione dell'elemento foliare; e va quindi a Lui il merito di aver messo le basi scientifiche della metamorfosi delle piante, che si suole attribuire al WOLFF, venuto nel 1760 e e di poi al GOETHE [1790] ». L'On. ANILE in una breve conferenza (perchè nello spazio di poco più di un ora fu seguita da altra del revmo p. AGOSTINO GEMELLI) non potè entrare in particolari; ma avendo io lo splendido volume pubblicato dalla R. Accad. dei Lincei nel 1904, *Studio et Cura ROMUALDI PIROTTA* contenente la riproduzione delle *Tabulae Phytosophycae* con una breve illustrazione, rilevo che il CESI accennò, nella *sesta tavola*, direttamente alle *Transmutationes* nelle piante, quindi alla metamorfosi.

Nella prima parte di detta tav. sesta, per l'argomento: *Foetus incubante Natura varius* è detto (pag. 10): « Prolis a semine eruptio diversis dierum spatiis aliis primo inde aliis missis plantae partibus.... *Exclusio* - incunabula *Sembifolia* in omnibus fere, a reliquis foliis diversa e seminis ipsius pulpa.... *Stirpinitium surgens* - Aligermina foventia: *Semunifolia* ex univalve - *Sembifolia* ex bivalve... (pag. 11) *Transmutatio* quae varia legitur potius quam compareat, et notari in ea possit defectus a propria virtute quo non sufficiant ad propriam speciem proferendam, et ad affines transeant: ita ut si inopia virtutis, et alimenti sit, et putrefactio, aut resolutio seminis, vel herbae magis minusque, in inferiores descendant, si copia spirituum et alimenti affluat, in superiores conscendant, scilicet perfectas magis, et pleniores ». E prima del trascritto periodo, il principe inserì una delle tante osservazioni, che dirò complementari, che in una copia si vedono nelle tavole fitosofiche; detta nota, breve, ma per noi importantissima dice: « Comparatur haec Theophrasto transmutationi vermium in Aurelias indeque Papiliones ». È noto che con il nome di *Aurelia*, gli antichi indicavano le crisalidi delle farfalle. Il riferimento a TEOPRASTO è chiaro; quindi il CESI riconobbe le metamorfosi delle piante, da compararsi con quella degli Insetti; dobbiamo, per la verità scientifica, dire che il pensiero di TEOPRASTO è ricordato spesso dagli autori successivi.

Lo SWAMMERDAM, nella sua *Historia Insectorum generalis* ⁽¹⁾ comprende tre parti; l'una forma il corpo principale dell'Opera con i particolari, alcune volte assai minuti, descrittivi delle metamorfosi di un certo numero di insetti; una seconda parte è dedicata alla comparazione di esse metamorfosi con animali provvisti di sangue rosso, specialmente con la Rana; ed in ultimo anche con un Garofano, ciò che appunto intendo mettere in rilievo. Nella terza parte, che è esposta nelle generalità in principio del volume, è svolta la teoria che l'Autore chiama *epigenesi* (pag. 21), con la quale si tenta la spiegazione del complicato e vario fenomeno della metamorfosi. Debbo constatare che lo stesso Autore, a pag. 32, riporta un tratto dell'HARVEY (*De Generatione Animalium-Exercitatio II*, 1651), dal quale si rileva che anche questo celebre Autore usò il medesimo vocabolo: « Horum fabrica a parte una, tanquam at origine incipit, ejusque ope reliqua membra adsciscuntur: atque haec per *Epigenesin* fieri dicimus: sensim nempe, partem post partem, estque isthaec, prae altera, proprie dicta Generatio ». Riporterò fra poco alcuni tratti che riguardano le piante, estraendoli anche dalla grande opera bilingue, postuma, curata dal BOERHAVE, la *Biblia Naturae* ⁽²⁾, Opera massima, e non comune dell'infelice Autore.

Non pochi Autori confusero l'*Epigenesi* dell'HARVEY-SWAMMERDAM, con la *Prolepsis* di LINNÈ. GOETHE protestò che le sue *Metamorfosi* delle Piante sono ben altra cosa della *Prolepsis* (op. cit., p. 102), criticando una pubblicazione del LINK, il quale aveva creduto riunire le due teorie.

* * *

Il pensiero Linneano è stato sopra citato dal KERNER DI MARILAUN, e corrisponde a verità. Per maggiore delucidazione, ecco quanto leggesi nella XIII ediz. del *Systema Naturae* (Tm. II, pars I, p. VII-1796): « *Prolepsis sistit*

⁽¹⁾ Posseggo in questo prezioso trattato l'edizione latina, curata da HENR. CRIST. HENNINUS, Lugd. Bat. 1685, 4^o (p. 18 n.n. + 194, c. XIII tav., e una tabella). L'edizione principe fu pubblicata in olandese ad Utrecht nel 1669; altra ediz. latina è del 1733; in francese: 1682 e 1685; in inglese 1758, 1792.

⁽²⁾ *Biblia Naturae sive Historia Insectorum... Insertis numerosis rariorum Naturae observationibus... Accedit Praefatio... Herm. Boerhaave... latinam versionem adscripti Hieron. Dev. Gaubius...* Leyda 1737, in fol.; Tm. I., p. 60 n.n. + 362; Tm. II, p. 367-910 + 36 n.n.; atl. di LIII tab., preceduto da 124 p. con l'*Explicatio Tabularum*. Di quest'opera magistrale is ebbero anche: una ediz. in tedesco (Lipsia 1752), ed una in inglese (Londra 1758).

metamorphoseos plantarum mysterium, quo herbae *larva* mutatur in *declaratam* fructificationem; plantae enim est producere vel *herbam* foliosam, vel etiam *fructificationem* »; passa poi ad applicare la teoria alle foglie, alle gemme ed ai fiori; per questi ultimi, così si esprime: « Florem dum producat arbor, natura anticipabit quinque annorum progenies, simul tum prodituras, formando e foliis gemmaceis futuri anni *bracteas*, sequentis *calicem*, insequentis *corollam*, consequentis *stamina*, subsequentis *pistillum*, refertum medulla granulata *seminum*, termino vitae vegetantis ». In questa, come in altre opere di Linnè, da me consultate, ove si parla di *Prolepsis*, mai si cita il nome di SWAMMERDAM, per quanto le due teorie sieno così vicine che ne formano essenzialmente una sola; ciò non toglie che le opere dello SWAMMERDAM, non fossero conosciute dal grande naturalista, giacchè, come ora dirò, se ne parla in varie memorie dei suoi allievi, redatte per consiglio di LINNÈ stesso.

La teoria della *Prolepsis* è svolta in due memorie pubblicate nel I Tm. *Caroli Linnaei Systematis Plantarum Europae, Pars. Philosophica (C. L. Fundamentorum Botanicorum)*, Colon. - Allobr., 1786; ed hanno il medesimo titolo di *Prolepsis plantarum*. La prima di HINRICUS-ULLMARK, pag. 311, già pubblicata in Upsala il 22 Dic. 1760; la seconda di J. J. FERBER, pag. 327, già in Upsala, 12 Jun. 1763. In queste due note non si fa parola dello SWAMMERDAM, il quale è invece citato in altra memoria di N. E. DAHLBERG: *Metamorphosis Plantarum* (vol. cit., p. 345), già in Upsala 3 Jun. 1755; la citazione è ripetuta a pag. 347 e 350, insieme ad altri autori, fra i quali non manca il nostro CESALPINO. Lo SWAMMERDAM è ricordato più a lungo nella memoria: *Fundamentum Fructificationis* di J. MART. GRABERG (vol. cit., pag. 169), già in Upsala 16 Oct. 1762. L'articolo, al § V, pag. 175, contiene un breve sunto dei concetti del nostro autore. È evidente che una paziente ricerca bibliografica porterebbe ad altre citazioni (*).

* * *

Veniamo allo SWAMMERDAM. La teoria sulla Epigenesi è svolta nella *Sectio II* della sua prima Opera sopra citata. A pag. 24, leggiamo: « Non utamur inductione aliqua analogica, ne quis cavillari possit non sophisticari, et praeter

(*) Le indicate quattro memorie furono stampate nelle *Amoenitates Academicæ*, e cioè: quella del DAHLBERG nel vol. IV, pag. 368; le altre tre nel vol. VI: GRABERG pag. 279, ULLMARK, pag. 324, FERBER, pag. 365 (edit. II, 1788-1789, Erlaugae).

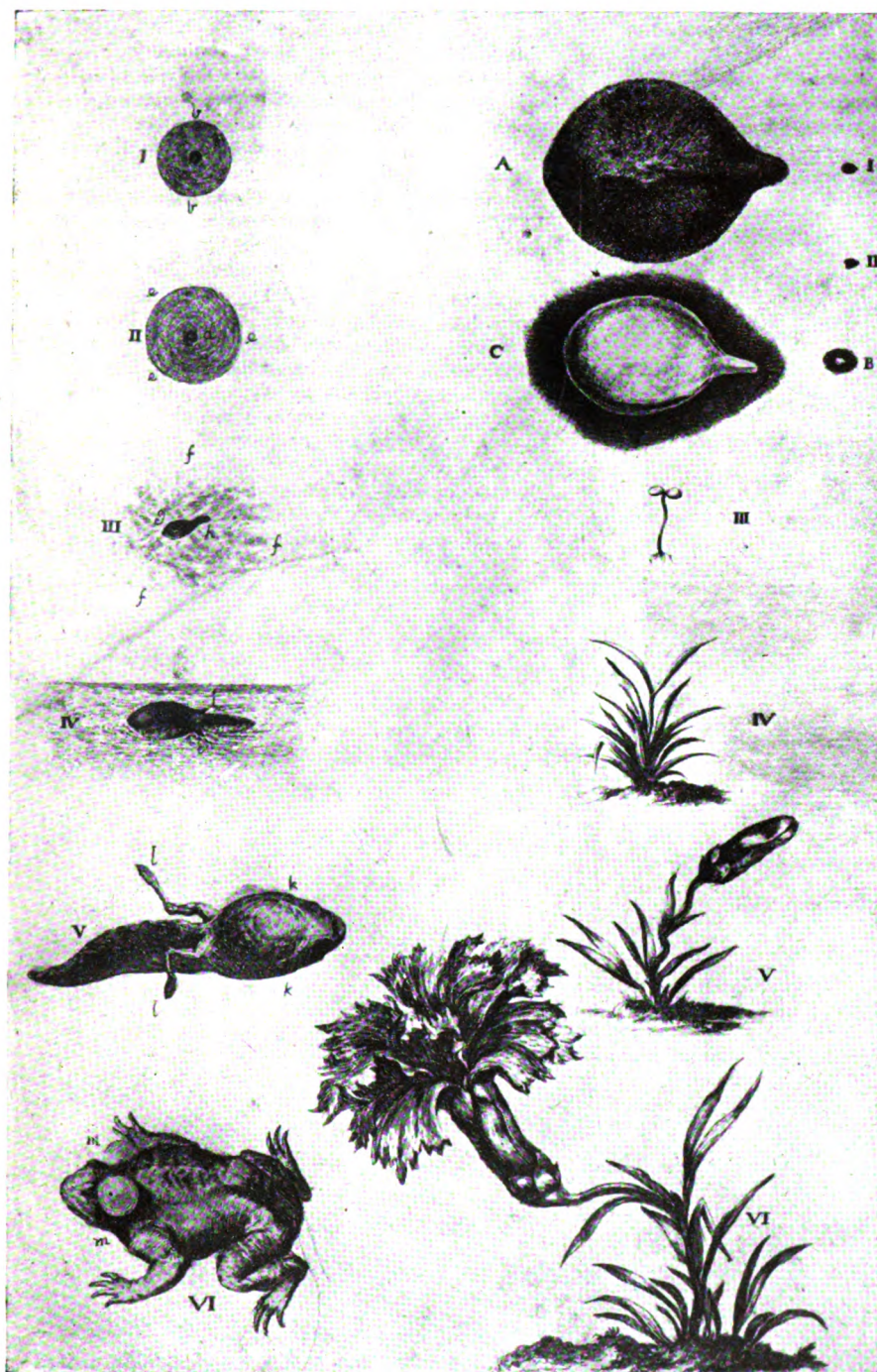
experientiam philosophari; Ex ipsis illis periculis nostris edocti affirmamus: nec pedes, nec alas, nec antennis, et similes membrorum appendices, quas Insecta non pediculata habent a mutatione, circa thoracem; nec simul et semel in ipso illo mutationis momento, aut, ut verius loquamur, in illa membrorum explicatione, generari subito; sed disertissime pronunciamus veritatis conscii, illas appendices sensim sensimque lapsu temporis per *epigenesin*, seu *iuxta-appositionem* (si vox barbara aures non offendat) sub pellicula insecti, loco dicto, accrevisse: ita ut tum demum hae appendices in conspectum veniant, quum insecti cuticula, verbi gratia in capite, tergove finditur, qua ratione nymphae formam induisse postea videntur vermiculi antea non-pediculati ».

Più oltre, a pag. 22, continua: « Nihil enim est aliud insectum ejusmodi non-pediculatum, quam vermiculus, qui progressu temporis incremento pediculorum, alarum et similium membrorum auctus, quae sub cuticula latent; paullo post depositis exuviis iisdem membris ornatus clare et distincte oculis exhibetur: atque ita haec mutatio, (quam vulgo male Transformationem et Metamorphosin, Mortem ac Resurrectionem appellant) non est miratu dignior, illustrior aut obscurior illa mutatione, qua *herbula quaedam vulgaris temporis processu hinc inde sensim protuberat, et in globum corrotundata tandem ex illius ruptura amoenissimo flore cultorem suum recreat* ».

Segue il confronto dei diversi stadi della Rana, asserendo: (pag. 23) « nullam omnino differentiam ratione incrementi et augmenti membrorum (quod itidem in illis per epigenesin fieri certum est) inter haec et illa reperiemus: ⁽¹⁾ apertissimum huius rei exemplum videre est in rana, quae bellissime consentit mutationibus vermiculi, siquidem et rana in verissimam nympham, quam *gyrinum* vocant, mutatur... ».

Completate le osservazioni generali, l'Autore viene alla Sectio IV (pag. 50) ad esporre più minutamente le *Quatuor Mutationum Naturalium Ordines*. Per il *Primus Ordo*, così scrive in rapporto alle piante: (p. 57) « Transeamus ad *Plantas*, earumque cum Insectis ratione incrementi harmoniam itidem consideremus. Nascuntur illae ex semine, quod in se tenellum quoddam germen, seu tenella quaedam folia concludit; ex hoc semine, inquam, quod omnes futurae plantae partes complectitur, planta ad modulos sui incrementi per *epigenesin* exsurgit: prout Insecta ex simili seminis rudimento,... paullatim per *epigenesi* ad plenioram et tandem ultimam augentur perfectionem. Porro quemadmodum *Plantae* lapsu temporis ad maturitatem procedunt, et ex semine

(¹) Si riferisce agli *animalia sanguine praedita*, ed agli *insecta esanguia*.



A. NEVIANI. - *Per la storia della dottrina sulla metamorfosi delle piante.*

germinante in globum corrotundantur, in quo, ut in nympha Insectum, ita heic flos delitescit: sic eodem modo Insecta sensim per omnes corpusculi partes justa proportionem crescentia paulatim in globum, si ita dicere liceat, seu nympham protuberant, in quo, ut in globulo flos, ita heic membra singula ordine debito delitescunt ».

Sulle altre mutazioni, l'Autore sorvola relativamente alle Piante, mentre si trattiene a lungo su gli Insetti, citando osservazioni ed esperienze. Anche nell'*Epilogo* (p. 150) la parte botanica è appena accennata.

L'ultima parte dell'Opera, col titolo *Dilucidatio* (p. 163) riassume schematicamente tutto quanto trovasi esposto precedentemente, riferendosi minuziosamente alle figure comprese nelle tavole VII - XIII. Capo per capo, ossia per ogni animale preso come tipo, si ha una *Explicatio* ed una *Delucidatio*; il tutto poi esposto in una Tabella fuori testo. Delle tavole riproduco, alquanto rimpicciolita (essa è di cm. 25 × 17) solamente la XII con i disegni riferentesi allo sviluppo della Rana e del Cariofillo; della Tabella trascrivo le ultime quattro colonne con la identica disposizione tipografica; quest'ultima trascrizione, unitamente alla tavola, sono più che sufficienti per intendere a colpo d'occhio il pensiero delle SWAMMERDAM. La tabella reca il seguente titolo: ANACEPHALAEOSIS. | *Generalis Comparatio et Harmonia* | *Mutationum seu Epigeneseon*, | *In Partibus atque Membris*; | *Tam Ovorum, Vermiculorum, Nympharum, Insectorumque inter se invicem: quam eorundem cum Sanguineis Animalibus, v. gr. Rana, nec | non Vegetabilibus, ex. gr. Caryophyllo hortensi, eadem ratione Conspiratio.*

TABULA X.

Tertii Ordinis Posterior species: *Nympha Chrysalis*.

I. Eruca *Papilionis nocturni* primo velamine concluditur, sub quo *Ovum* audit.

II. Velamentum seu *Ovum* ab Eruca *Papilionis nocturni* relinquitur.

III. Eruca *Papilionis nocturni* sine velamento est, postquam inde prorepsit.

TABULA XI.

Quartus ordo: *Nympha Vermiformis*.

I. Vermiculus *Muscae* primo velamine concluditur, sub quo *Ovum* audit.

II. Velamentum seu *Ovum* a *Musca* relinquitur.

III. Vermiculus *Muscae* sine velamento est, postquam inde prorepsit.

- | | |
|--|--|
| <p>IV. <i>Eruca Papilionis nocturni</i> per epigenesin in quibusdam partibus perficitur.</p> <p>V. <i>Eruca Papilionis nocturni</i> jam perfecta est in <i>Crysalidem</i>.</p> <p>VI. <i>Papilio nocturnus</i> statae aetatis generando aptae.</p> | <p>IV. <i>Vermiculus Muscae</i> per epigenesin in quibusdam partibus perficitur.</p> <p>V. <i>Vermiculus Muscae</i> jam perfectus est in <i>Nympham Vermiformem</i>.</p> <p>VI. <i>Musca</i> statae aetatis generando aptae.</p> |
|--|--|

TABULAE XII.

facies *Ranam* exhibens.

- I. *Vermiculus Ranae* seu *Gyrinus* primo velamine concluditur, sub quo *Ovum* audit.
- II. Velamentum seu *Ovum* a *Gyrino* relinquatur.
- III. *Gyrinus* sine velamento est postquam inde prorepsit.
- IV. *Gyrinus* per epigenesin in quibusdam partibus perficitur.
- V. *Gyrinus* jam perfectus est in *Ranam Nympham*.
- VI. *Rana* statae aetatis generando aptae.

TABULAE XII.

facies *Caryophyllum hortensem* exhibens.

- I. Germen *Caryophylli hortensis* primo velamine concluditur, sub quo *Semen* audit.
- II. Velamentum seu *Seminalis tunica* a Germine *Caryophylli hortensis* abscedit.
- III. Germen *Caryophylli hortensis*, abscendente seminuli velamine crescit.
- IV. Germen *Caryophylli hortensis* per epigenesin in plura folia succrescit.
- V. Germen *Caryophylli hortensis* iam succrevit in *Globum*, seu *Gemmam* floris explicandi prodromum folliculum.
- VI. *Caryophyllus hortensis* maturus ad propagationem.

Nell'Opera postuma, *Biblia Naturae* (1738) l'indicata tavola porta il num. XLVI, con la seguente *Explicatio* a pag. 109 del III tm. (¹) *Ranae* et

(¹) Le due tavole sono identiche per il disegno; in quella della *Biblia*, sono aggiunte poche lettere di riferimento.

Caryophylli Hortensis lenta incrementa, haud absimilia illis, quae circa insecta observantur.

Figuris lateris sinistri exhibetur.

- N. I. Ovum Raninum, sive Vermiculus Ranae, intra primam suam tunicam conclusus, globulum exiguum alio globo majore cinctum referens.
- a. Globus minor, Vitellum veluti Ovuli hujus constituens.
 - b.b. Globus major, priorem ambiens, Albumini similis.
- II. Vermiculus Ranae, prima sua Tunica quasi exutus.
- c. Tunica dicta ad Vermiculi Ranini posteriora remota.
 - d. Vermiculus Ranae, inde evolutus.
 - e.e.e. Albumini simile Alimentum eius ampliatus.
- III. Gyrinus, seu Vermiculus Ranae auctior, medio in pabulo suo natans.
- f.f.f. Alimentum ejus, dispansae instar nubeculae in aqua natans.
 - g. Caput, Pectus et Abdomen Gyrini, unum velut in globum compacta.
 - h. Cauda eiusdem.
- IV. Gyrinus idem, priore grandior jam factus, Crura posteriora paullatim pro-crescentia monstrans; dum simul anteriora, sub cute tamen, quoque sensim evolvuntur.
- i.i. Crura eius posteriora, pedetentim excrescentia.
- V. Nympha Ranae, sive Gyrinus in Ranam abire aptus; quandoquidem artus Ranae omnes in eo perfectionem suam jam adepti sunt: ut adeo, cute saltem deposita, Ranae formam mox sit adepturus.
- k.k. Crura, eius anteriora, sub cute sensim suam nacta perfectionem.
 - l.l. Crura posteriora itidem perfecta, et extra cutem protuberantia.
- VI. Rana ipsa, per varios Ovi, Vermiculi et Nymphae, habitus gradatim ad perfecti Animalis formam evecta; ita tamen, ut neutiquam, instar Insectorum, mox generationi apta sit, sed hanc demum perfectitudinem emenso aliquot annorum spatio acquirat.
- m.m. Binae Vesiculae, pone Oculos hujus Ranae conspicuae, notans sexus eam masculini esse.

Icones lateris dextri repraesentant.

- N. I. Caryophyllum hortensem, in prima sua tunica constitutum, Semen ha-ctenus appellatum.
- A. Et ipsum Semen exhibet, aucta magnitudine depictum; in quo con-spicua est cicatrix veluti Funiculi umbilicalis, per quem id Ovario etiamnum detentum suam hausit alimoniam.

II. Tunicam istius Seminis depositam.

B. Semen ipsum, nativa magnitudine, quod intra Tunicam modo memoratam latuit.

C. Idem hoc Semen, Tunica sua exutum, microscopii ope auctum; ut pateat et apiculus ejus et bivalvis illa partitio, quae reliquum ejus corpus discernit.

III. Caryophylli Germen novellum.

IV. Germen idem, jam in foliola quaedam evolutum.

V. Folliculum sive Gemmam Caryophylli, veram quasi hujus Nympham.

VI. Caryophyllum ipsum, tandem è Gemma sua evolutum, et semini producendo aptum natum.

Il testo dei due grossi volumi, per quanto riguarda il nostro argomento, non è molto diverso dalla prima pubblicazione del 1669; e ciò non deve meravigliare, perchè questa va considerata come un estratto del voluminoso manoscritto che lo SWAMMERDAM andava preparando per l'Opera intrapresa su di un piano veramente colossale, e che l'imatura fine del Nostro troncò quasi all'inizio; parte che fortunatamente ci pervenne perchè salvata dal dottissimo BOERHAVE. La definizione di *epigenesi*, e le prime osservazioni, si trovano a pag. 19 e succ. I periodi riprodotti dall'opera dell'Harvey sono a pag. 25 e seg. Il cap. IV, ove sono state svolte le osservazioni sui quattro ordini di naturali mutazioni, ha inizio a pag. 37, ed il tratto relativo alle piante leggesi a pag. 44. Le tabelle di synopsis, in latino ed olandese, sono stampate a pag. 874 e 875. La dicitura è alquanto cambiata, ma sostanzialmente eguale; nel titolo è abbandonato il vocabolo *epigenesi*, essendo così redatto: « Comparatio vel Analogia universalis | Mutationum sive Accretionum | Quoad Partes et Membra, | Tam in Ovis, Vermibus, Nymphis, sive Insectis, inter se mutuo, | Quam eum illis, quae in uno ex Animantibus Sanguineis, et Vegetantibus obtinent, speciatim, exhibita ».

La *Comparatio* (p. 861) relativa al *Caryophyllum*, che si può considerare come una minuta spiegazione delle figure della tav. XLVI, si chiude con i seguenti due periodi, che mostrano ad evidenza l'elevato animo del Nostro; con essi pongo fine alla presente nota, nella speranza di avere, per quanto in modesta maniera, contribuito a non far dimenticare nella schiera dei Botanici, il glorioso nome dello SWAMMERDAM, come seguace dalla dottrina della Metamorfosi delle Piante.

« Quocirca, si tam Mutationum, quam Accretionum in membris ordinem, et quae huc pertinent alia, in Insectis, Animantibus sanguineis, ac Vegetantibus, accurate consideremus; Sole meridiano clarius profectò elucescit, quod omnia Dei Opera iisdem planè regulis fundata sint, et harmonia incomprehensibili inter se conspirent. Hoc ipsum vero si animo gnaviter volvatur, revolvatur et pensiculate reputetur; ecquis, amabo, possit, imo quis ausit sustinere, casu fortuito quidquam sub coelo generari, ordinari, cogitari, effici, aut unquam perfici? ».

« Quodsi igitur Generatio, Educatio, Accretio, Mutatio, millies millenis vicibus repetitae in Pediculo, Libella, Formica, Papilione, ac Musca, stato semper ordine ac lege immutabili definiuntur ac limitantur; quis posthac inficias ire audeat, reliquas etiam hujus Universi partes sapientissime gubernari? Quis deinceps in Ter Optimi, Maximi, Conditoris Providentia haud acquiescet? Imo quis, inquam, saluberrimis Ipsius consiliis atque destinationibus semet submittere, ac Omnipotentem Dei Dexteram omnique admiratione majores Eius actiones humillimo animo venerari detrectabit?

Rifrazione e riflessione nella relatività generale

Nota del S. C. T. LEVI-CIVITA

È noto che, nella fisica classica, le leggi sperimentali della diottrica (rifrazione e riflessione) si possono anche dedurre matematicamente (con considerazioni molto elementari) quali particolari conseguenze del principio di Fermat del minimo tempo ⁽¹⁾. Come vanno modificate queste leggi quando, invece dell'impostazione tradizionale, si ammette il principio di relatività?

Basterà evidentemente seguire un procedimento analogo al solito, sostituendo per altro al principio di Fermat il postulato einsteiniano che compendia le leggi dell'ottica geometrica, identificando i raggi luminosi con geodetiche cronotopiche di lunghezza nulla.

Fin dal 1918 ebbi a rilevare ⁽²⁾ che, ogni qualvolta si tratta di fenomeni stazionari (caratteristiche ottiche sempre le stesse in un medesimo posto) il postulato einsteiniano si identifica col principio del minimo tempo: ciò lascia presumere che in questo caso anche i passaggi al limite con cui dal principio variazionale si ricavano le leggi diottriche di transizione, debbono portare alle stesse conclusioni. Metterò qui in evidenza che così è effettivamente, riportando, senza calcoli tediosi, le formule dal cronotopo alla ordinaria interpretazione nello spazio e nel tempo.

Per il caso generale non stazionario, che include tra altro la riflessione da uno specchio mobile ⁽³⁾, si arriva pure ad una conclusione molto espressiva (n. 7). Si ritrovano cioè con grande semplicità, e soprattutto si genera-

⁽¹⁾ Cfr. per es. le « Lezioni di meccanica razionale » di LEVI-CIVITA e AMALDI, Vol. II, Parte seconda, p. 517.

⁽²⁾ Veggansi ad esempio i miei « Fondamenti di meccanica relativistica » (redatti dal Prof. Persico), Bologna, Zanichelli, 1928, pp. 60-63.

⁽³⁾ Una trattazione cinematica (di prima approssimazione) in base al principio di Fermat si può trovare nell'opera di SIR J. LARMOR « Aether and matter », Cambridge University Press, 1900, p. 48.

lizzano, invocando unicamente i postulati dell'ottica geometrica, risultati già acquisiti soltanto a prezzo di ulteriori ipotesi di ottica fisica (teoria elettromagnetica della luce, propagazione per onde piane) ⁽¹⁾.

1. — Il principio variazionale della meccanica einsteiniana.

Se (col solito significato dei simboli)

$$(1.1) \quad ds^2 = \sum_{ik}^3 g_{ik} dx^i dx^k$$

rappresenta l'intervallo cronotopico (quadrato dell'elemento lineare nella rappresentazione geometrica quadridimensionale), il moto di un punto materiale, nelle condizioni fisiche cui conviene la metrica (1.1), è governato dal postulato geodetico di Einstein, ha cioè per linee orarie le curve che rendono

$$(1.2) \quad \delta \int ds = 0 ,$$

colla specificazione che si tratti di geodetiche proprie, lungo cui cioè

$$(1.3) \quad ds^2 > 0 .$$

Notoriamente ⁽²⁾, se si introduce come variabile indipendente, lungo una generica geodetica propria, un qualsivoglia argomento ausiliario (reale) τ , immaginando corrispondentemente definita una generica curva C, estemale della (1.2), mediante la rappresentazione parametrica

$$(1.4) \quad x^h = x^h(\tau) \quad (h = 0, 1, 2, 3),$$

si può sostituire alla (1.2) stessa un equivalente principio variazionale e precisamente

$$(1.5) \quad \delta \int L d\tau = 0 ,$$

⁽¹⁾ Alludo principalmente alla ricerca dell'ABRAHAM del 1904 [cfr. per es. la sua « Theorie der Elektrizität », B. II, § 42; p. 328 della IV ed. (Leipzig, Teubner, 1920)]; e a quella di H. BATEMAN (Phil. Mag., Vol. 18, 1909, p. 890), dove si fa intervenire molto elegantemente il principio di relatività in senso ristretto.

⁽²⁾ « Fondamenti, ecc. », già citati nell'introduzione, Cap. I, § 14, pp. 49-50.

in cui si assume $\delta\tau = 0$,

$$(1.6) \quad L = \frac{1}{2} \frac{ds^2}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \sum_0^3 g_{ik} \dot{x}^i \dot{x}^k,$$

e il punto sovrapposto indica derivazione rispetto a τ . Conseguenza necessaria di (1.5) è che, lungo ogni curva estrema C (linea oraria o traiettoria dinamica che dir si voglia), si ha

$$(1.7) \quad L = \text{cost.},$$

sicché basta supporre tale costante maggiore di zero, perchè rimanga verificata la specificazione (1.3), che può essere scritta sotto la forma

$$(1.8) \quad L > 0.$$

2. — Condizioni cui devono soddisfare le estremali C (linee orarie della dinamica) quando subiscono eventuali discontinuità di direzione.

La (1.5), portandovi nel primo membro l'operatore δ sotto il segno, si scrive

$$(2.1) \quad \int \delta L d\tau = 0$$

con

$$\delta L = \sum_0^3 \left(\frac{\partial L}{\partial x^h} \delta x^h + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h} \delta \dot{x}^h \right).$$

Poniamo secondo la consuetudine

$$(2.2) \quad p_h = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h} = \sum_0^3 g_{hk} \dot{x}^k \quad (h = 0, 1, 2, 3),$$

e designamo con L_h i binomi lagrangiani

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h} - \frac{\partial L}{\partial x^h}.$$

Se, lungo un certo arco $\Pi_0 \Pi_1$ di una linea oraria C , cioè, riferendosi alla rappresentazione parametrica (1.4), per τ compreso in un certo intervallo $\tau_0 \text{---} \tau_1$, tutto varia con continuità, la solita integrazione per parti nella (2.1) dà

$$\left[\psi \right]_{\tau_0}^{\tau_1} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \Lambda \, d\tau = 0$$

con

$$\begin{aligned} \Lambda &= \sum_0^3 L_h \delta x^h, \\ (2.3) \quad \psi &= \sum_0^3 p_h \delta x^h, \end{aligned}$$

in cui, sia ai limiti, sia sotto il segno, figurano unicamente variazioni di determinazioni (spaziale e temporale), cioè le δx^h , e non le $\delta \dot{x}^h$.

Supponiamo invece che esista, fra Π_0 e Π_1 , un qualche punto X — diciamo uno solo per fissar le idee — in cui, pur rimanendo incondizionatamente continue le $x^h(\tau)$, i coefficienti g della (1.6) (che sono da risguardarsi funzioni assegnate delle x), ovvero semplicemente le $\dot{x}^h$ subiscono qualche discontinuità di prima specie, cioè con limiti ben determinati e finiti dalle due bande. Sia τ^* il valore del parametro che corrisponde al punto di discontinuità X . In tale ipotesi non è più lecito derivare, rispetto a τ , le $\frac{\partial L}{\partial x^h}$ in un intervallo che contenga il punto τ^* . Ma si può naturalmente, fissato ad arbitrio un arco $X'X''$ della estemale che comprenda X , cioè due valori τ' e τ'' che appartengano all'intervallo $\tau_0 \text{---} \tau_1$ e comprendano τ^* all'interno, integrare per parti i termini del tipo $\frac{\partial L}{\partial x^h} \delta \dot{x}^h$ fra τ_0 e τ' , nonchè fra τ'' e τ_1 , ottenendo complessivamente

$$\delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} L \, d\tau = - \left[\psi \right]_{\tau'}^{\tau''} + \left[\psi \right]_{\tau_0}^{\tau_1} - \int_{\tau_0}^{\tau'} \Lambda \, d\tau - \int_{\tau''}^{\tau_1} \Lambda \, d\tau + \int_{\tau'}^{\tau''} \delta L \cdot d\tau.$$

Ciò posto, introdurremo per brevità le notazioni evidenti q^+ e q^- per designare i limiti di una generica $q(\tau)$ al convergere di τ a τ^* , rispettivamente dalla destra e dalla sinistra, e porremo

$$(2.4) \quad \Delta q = q^+ - q^-.$$

Notiamo d'altra parte che, pur ammettendo nelle g e nelle $\dot{x}$ eventuali discontinuità per $\tau = \tau^*$, intendiamo comunque che esse rimangano finite, e così pure gli incrementi infinitesimi δx^h , $\delta \dot{x}^h$ da attribuirsi alle x^h e $\dot{x}^h$.

Ne viene che, essendo

$$\delta L = \sum_0^3 \left(\frac{\partial L}{\partial x^h} \delta x^h + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h} \delta \dot{x}^h \right),$$

quando, in un modo qualunque, τ' e τ'' si fanno entrambi convergere a τ^* ,

$$\lim \int_{\tau'}^{\tau''} \delta L \cdot d\tau = 0,$$

e rimane

$$\delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} L d\tau = -\Delta\psi + [\psi]_{\tau_0}^{\tau_1} - \int_{\tau_0}^{\tau^*} \Lambda d\tau - \int_{\tau^*}^{\tau_1} \Lambda d\tau.$$

Lungo una estrema deve annullarsi il secondo membro, e ciò porta, con argomentazioni ben note, a riconoscere che:

1) Fra τ_0 e τ^* , nonché fra τ^* e τ_1 , debbono essere verificate le equazioni lagrangiane

$$L_h = 0 \quad (h = 0, 1, 2, 3),$$

e con ciò spariscono gli integrali.

2) Debbono altresì annullarsi i termini ai limiti, per tutti gli spostamenti δx^h , che convergono alla natura della questione nei posti Π_0 , Π_1 , X .

Si riconosce così che la condizione specifica cui deve ottemperare una estrema in ogni eventuale punto X di discontinuità è

$$\Delta\psi = 0,$$

ossia, avendo riguardo alla definizione (2.3) di ψ e alla circostanza che le δx^h restano continue (e possono quindi considerarsi come spettanti al punto X ,

$$(2.4) \quad \sum_0^3 \Delta p_h \delta x^h = 0.$$

Tale è la equazione simbolica che esprime la legge di raccordo fra due archi di estrema, concorrenti entrambi in un punto X , e costituenti complessivamente una medesima linea oraria.

3. — L'ottica geometrica.

Come sintesi dei fatti acquisiti dall'ordinaria ottica geometrica e dalla relatività ristretta, i raggi luminosi vengono caratterizzati nella relatività generale quali casi limiti delle traiettorie dinamiche. E precisamente si adotta il postulato einsteiniano che, per un assegnato ds^2 cronotopico, la luce si propaga secondo *geodetiche di lunghezza nulla*. La condizione che si tratti di linee « di lunghezza nulla » si esprime ovviamente mediante la equazione $ds^2 = 0$, o, ciò che è lo stesso, in base alle (1.1) e (1.6), mediante la equazione

$$L = 0 .$$

Il carattere « geodetico » non si traduce, diciamo così brutalmente, imponendo che sia $\delta \int ds = 0$. Infatti a tale equazione variazionale si possono applicare gli ordinari algoritmi formali finchè $ds^2 \neq 0$. Ma, per $ds^2 = 0$, il solito procedimento non è più legittimo; sarebbe anzi addirittura privo di significato, perchè (portando la variazione sotto il segno e integrando per parti) il ds andrebbe a denominatore, diventando tutto infinito. Si può peraltro girare la difficoltà ⁽¹⁾, tenendo presente il fatto già rilevato al n. 1 che, per le geodetiche *proprie* ($ds^2 > 0$), il principio variazionale (1.2) equivale alla (1.5):

$$\delta \int L d\tau = 0$$

colla espressione (1.6) di L .

L'equazione variazionale (1.5) ammette l'integrale (1.7)

$$L = \text{cost.}$$

Attesa la espressione di L (che non è più affetta da radicale, ma si presenta come un polinomio di secondo grado nelle $\dot{x}$), tutto resta regolare, anche se in particolare si suppone nulla la costante di integrazione, il che vuol dire che si tratta di linee di lunghezza nulla.

⁽¹⁾ Ibidem, pp. 50-52.

E' così perfettamente giustificato di *assumere, per definizione, come geodetiche di lunghezza nulla quelle linee che verificano la*

$$(3.1) \quad L = 0 ,$$

e insieme la (1.7), cioè rendono

$$(3.2) \quad \delta \int L dt = 0 .$$

Queste linee orarie della propagazione luminosa si sogliono chiamare *raggi*, come le corrispondenti traiettorie tridimensionali, cioè quelle linee dello spazio fisico che si ottengono eliminando la variabile che funge da tempo.

4. — Rifrazione e riflessione quali particolari discontinuità direzionali del raggio.

Rifrazione. Fisicamente si ha il fenomeno della rifrazione di un raggio luminoso quando questo attraversa la superficie σ di separazione di due mezzi otticamente diversi.

Ove sia x^0 la variabile che funge da tempo, una superficie fissa è caratterizzata da una equazione

$$f(x^1, x^2, x^3) = 0$$

fra le sole coordinate spaziali; una superficie mobile, o comunque variabile col tempo, più generalmente da una equazione

$$(4.1) \quad f(x^0 | x^1, x^2, x^3) = 0 .$$

In entrambi i casi giova naturalmente interpretare queste equazioni come definienti una superficie χ del cronotopo. Anche in tale accezione, $f = 0$ separa due regioni; il loro diverso comportamento ottico deve intendersi rispecchiato nel fatto matematico che i coefficienti g_{ik} della metrica einsteiniana non restano tutti continui nell'attraversare la χ . Il raggio luminoso (nel senso ordinario) è una curva spaziale che passa in un certo istante x^0 da una regione all'altra, attraversando la σ in un punto Q, ossia la χ in un punto X del cronotopo

(associazione di x^0 e di Q), e subendo in tale passaggio una qualche discontinuità direzionale subordinata da quella dei coefficienti g_{ik} .

In virtù del principio variazionale (3.2) (che è poi lo stesso (1.5) delle traiettorie dinamiche) la discontinuità direzionale in X è caratterizzata dalla equazione simbolica (2.5)

$$\sum_0^3 \Delta p_h \delta x^h = 0 ,$$

che deve risultare soddisfatta per tutti gli spostamenti infinitesimi δx^h , di cui è suscettibile, nella questione di cui si tratta, il punto X . Poniamoci nelle condizioni ordinarie in cui la luce parte ad un dato istante x_0^0 da un punto assegnato x_0^1, x_0^2, x_0^3 del primo mezzo e arriva (in un tempo a priori incognito) ad altro punto assegnato x_1^1, x_1^2, x_1^3 del secondo mezzo.

Nell'immagine quadridimensionale, il raggio parte da un punto Π_0 (corrispondente alla quaderna x_0^h) da una parte di χ , e arriva ad un punto (a priori incognito) Π_1 della linea $x^1 = x_1^1, x^2 = x_1^2, x^3 = x_1^3$, su cui varia la sola x^0 , dopo aver attraversato la ipersuperficie χ in un punto X incognito e a priori arbitrario. Come si vede, gli spostamenti virtuali di un tale punto X sono vincolati unicamente dalla condizione di appartenere alla χ , cioè di rispettare la $f = 0$, ossia in formule da

$$(4.2) \quad \delta f = \sum_0^3 f_h \delta x^h = 0 ,$$

dove si è posto per brevità di scrittura

$$(4.3) \quad f_h = \frac{\partial f}{\partial x^h} \quad (h = 0, 1, 2, 3) .$$

La equazione simbolica (2.5) deve perciò sussistere per tutti i δx^h che verificano la (4.2). Ne consegue

$$(4.4) \quad \Delta p_h + \varrho f_h = 0 \quad (h = 0, 1, 2, 3) ,$$

dove ϱ designa un moltiplicatore lagrangiano a priori indeterminato.

In $\Delta p_h = p_h^+ - p_h^-$ saranno da riguardarsi come assegnate le p_h^- e come incognite le p_h^+ , o piuttosto le $(x^h)^+$ legate alle p_h^+ dalle (2.2)

$$p_h = \sum_0^3 g_{hk} \dot{x}^k ,$$

colla specificazione qualitativa che la direzione definita dal quadrivettore di componenti contravarianti $(\dot{x}^h)^+$ sia rivolta (a partire da X) verso il secondo mezzo.

Riflessione. Considerazioni analoghe valgono nel caso della riflessione. C'è ancora una ipersuperficie riflettente σ (nei vari istanti) rappresentata nel cronotopo da una equazione (4.1). Seguivano pure a sussistere le (4.4). Soltanto le p_h^+ si riferiscono al raggio *riflesso*, il quale, a differenza di quanto accade nel caso della rifrazione, resta, rispetto a σ , quindi anche a χ , dalla stessa banda del raggio incidente, cosicchè le g_{hk} che compariscono nelle (2.1) hanno in X le stesse determinazioni sia per p^- che per p^+ .

Interpretazione quadridimensionale delle (4.4). Immaginiamo introdotto, nei vari punti di un raggio, il quadrivettore tangente T (di lunghezza nulla), avente per componenti contravarianti (o parametri) le $\dot{x}^h$, e quindi (rispetto alla metrica cronotopica) per componenti covarianti (o momenti) le p_h . Sia poi $\text{grad}_4 f$ il quadrivettore di momenti f_h ($h = 0, 1, 2, 3$).

Le (4.4) possono ovviamente compendiarsi nella relazione vettoriale cronotopica

$$(4.5) \quad T^+ - T^- + e \text{ grad}_4 f = 0 .$$

Da questa sarebbe facile desumere un enunciato quadridimensionale delle leggi *general*i della rifrazione e della riflessione, il quale, *mutatis mutandis*, ha lo stesso contenuto geometrico delle ordinarie leggi (tridimensionali) di Cartesio. Basterebbe ad esempio seguire, per uno spazio riemanniano a quattro dimensioni, il procedimento indicato a pag. 518 del volume (II)₂ delle « Lezioni di meccanica razionale », già richiamato nell'introduzione. Ma, piuttosto che approfondire la rappresentazione quadridimensionale dei suddetti fenomeni nelle ipotesi più generali, giova illustrare il contenuto fisico delle (4.4), mettendovi in particolare evidenza le ordinarie caratteristiche geometriche ed ottiche.

5. — Forma del ds^2 che ne specifica la interpretazione geometrico-ottica (in relazione ad una prefissata variabile temporale x^0) — Corrispondente aspetto delle condizioni di raccordo.

Se, nella espressione generale (1.1) del ds^2 , la variabile x^0 ha carattere temporale, deve risultare il ds^2 stesso > 0 , quando vi si pongono dx^1, dx^2, dx^3 eguali a zero, e $dx^0 \neq 0$. Ciò richiede $g_{00} > 0$; sicchè si può ritenere

$$(5.1) \quad g_{00} = V^2$$

con $V > 0$.

Giova altresì porre

$$(5.2) \quad g_{0k} = g_{k0} = w_k \quad (k = 1, 2, 3) ,$$

$$(5.3) \quad dl^2 = - \sum_{i,k}^3 g_{ik} dx^i dx^k ,$$

con che risulta identicamente

$$(5.4) \quad ds^2 = V^2 dx^{02} + 2dx^0 \sum_k^3 w_k dx^k - dl^2 .$$

Come si sa ⁽¹⁾, la forma ternaria dl^2 (necessariamente definita positiva) va interpretata come quadrato dell'elemento lineare dello spazio fisico (x^1, x^2, x^3); le w_k come componenti (covarianti rispetto alle trasformazioni di coordinate spaziali) di un ordinario vettore w , da cui dipende l'eventuale anisotropia della propagazione luminosa; V è la velocità *media* della luce (nello spazio fisico, metricamente definito come si disse or ora, e rispetto al tempo x^0): la media essendo quadratica rispetto a tutte le direzioni uscenti da un medesimo punto.

Quando $w = 0$, la propagazione è isotropa, la velocità della luce essendo V in qualsiasi direzione.

Tutto questo si verifica senza difficoltà tenendo conto della circostanza essenziale che per la propagazione della luce vale la condizione $ds^2 = 0$.

Ciò premesso, introduciamo, lungo una qualsivoglia linea oraria, le componenti (contravarianti rispetto alle coordinate spaziali)

$$x'^h = \frac{dx^h}{dx^0} \quad (h = 1, 2, 3)$$

del vettore v (dello spazio x^1, x^2, x^3) che rappresenta in senso ordinario la velocità del moto lungo la linea oraria considerata. Il quadrato v^2 della lunghezza di tale vettore sarà naturalmente espresso da dl^2/dx^{02} , ossia, per la (5.3), da

$$(5.5) \quad v^2 = \frac{dl^2}{dx^{02}} = - \sum_{i,k}^3 g_{ik} x'^i x'^k .$$

⁽¹⁾ Per i richiami che seguono cfr. i « Fondamenti, ecc. », già ripetutamente citati, pp. 58-60.

Saranno poi

$$(5.6) \quad v_h = - \sum_1^3 g_{hk} x'^k \quad (h = 1, 2, 3)$$

le componenti covarianti dello stesso vettore v , nello stesso spazio (x^1, x^2, x^3) la cui metrica si intenda definita dal dl^2 .

Se in particolare si tratta di un raggio luminoso, v rappresenta la *velocità di propagazione della luce* (in un punto di esso raggio, ad un dato istante), e la condizione $ds^2 = 0$ [dividendo per dx^{02} e badando alle (5.4), (5.5)] si scrive

$$(5.7) \quad V^2 + 2 \sum_1^3 w_k x'^k - v^2 = 0 .$$

D'altra parte, l'espressione di $L = \frac{1}{2} \frac{ds^2}{d\tau^2}$, in corrispondenza alla (5.4), si esplicita sotto la forma

$$L = \frac{1}{2} \left\{ V^2 \dot{x}^{02} + 2 \dot{x}^0 \sum_1^3 w_k \dot{x}^k + \sum_1^3 g_{ik} \dot{x}^i \dot{x}^k \right\} ,$$

da cui, notando che, per le (5.6), si ha

$$\sum_1^3 g_{hk} \dot{x}^k = \dot{x}^0 \sum_1^3 g_{hk} x'^k = - \dot{x}^0 v_h ,$$

scende

$$(5.8) \quad p_h = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h} = \dot{x}^0 (w_h - v_h) ,$$

$$p_0 = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^0} = \dot{x}^0 \left(V^2 + \sum_1^3 w_k x'^k \right) .$$

Quest'ultima, eliminandone $\sum_1^3 w_k x'^k$ per mezzo della (5.7), può essere posta sotto la forma

$$(5.9) \quad p_0 = \dot{x}^0 \frac{1}{2} (V^2 + v^2) .$$

Rifacciamo oramai il cammino inverso a quello delineato in principio del n. 4. Si era allora introdotto il punto cronotopico X come l'insieme dei quattro

valori (x^0, x^1, x^2, x^3) in corrispondenza ai quali si presenta la discontinuità direzionale del raggio, e la ipersuperficie χ di equazione

$$f(x^0 | x^1, x^2, x^3) = 0$$

cui devono ottemperare le quattro coordinate di X .

Si deve ora tornare a pensare la $f=0$ come equazione, in un generico istante x^0 , di una ordinaria superficie σ dello spazio fisico (x^1, x^2, x^3) , variabile in generale con x^0 . E il punto cronotopico (evento) X si risguarderà di nuovo come associazione di x^0 e di un punto geometrico Q della σ .

Comunque, le equazioni (4.4), ponendo per brevità

$$\mu = \frac{\dot{x}^{0-}}{\dot{x}^{0+}}, \quad \nu = \frac{0}{\dot{x}^{0+}},$$

divengono

$$(I) \quad (v_h - w_h)^+ - \mu (v_h - w_h)^- - \nu f_h = 0 \quad (h = 1, 2, 3);$$

$$(II) \quad \frac{1}{2} (V^2 + v^2)^+ - \mu \frac{1}{2} (V^2 + v^2)^- + \nu f_0 = 0,$$

dove μ e ν fungono entrambe da moltiplicatori ausiliari (a priori arbitrari).

6. — Caso tipico di mezzi otticamente isotropi e superficie fissa — Invariante diottrico.

Nei mezzi otticamente isotropi si annullano le w_h ($h = 1, 2, 3$), e la (5.7) esprime semplicemente che la velocità v della luce si identifica sempre col suo valore medio V . La (II) si scrive allora

$$V^{2+} - \mu V^{2-} + \nu f_0 = 0.$$

Se si suppone altresì che la superficie σ sia fissa, $f_0 = 0$, e dalla precedente si ricava l'espressione del moltiplicatore μ sotto la forma

$$\mu = \frac{V^{2+}}{V^{2-}}.$$

Con ciò le (1) divengono

$$(6.1) \quad v_k^+ - \frac{V^2+}{V^2-} v_k^- - v f_k = 0 ,$$

ovviamente compendiabili nell'unica relazione vettoriale (dello spazio fisico):

$$(6.2) \quad \mathbf{v}^+ - \frac{V^2+}{V^2-} \mathbf{v}^- - v \operatorname{grad} f = 0 .$$

Il vettore $\mathbf{v}^+$, di lunghezza V^+ , ha la direzione del raggio rifratto o riflesso: indicandone con $\mathbf{r}$ il relativo versore (vettore unitario), si può porre

$$(6.3) \quad \mathbf{v}^+ = V^+ \mathbf{r} .$$

Analogamente, essendo $\mathbf{i}$ il versore del raggio incidente, si ha

$$(6.4) \quad \mathbf{v}^- = V^- \mathbf{i} .$$

Supponiamo (come è sempre lecito, cambiando se occorre il segno di f) che sia $f > 0$ dalla banda di $\mathbf{r}$; allora $\operatorname{grad} f$ formerà un angolo acuto con $\mathbf{r}$, e lo stesso sarà per il corrispondente versore $\mathbf{N}$, che ha comunque direzione normale a σ , ed è definito da

$$(6.5) \quad \operatorname{grad} f = g \mathbf{N} ,$$

dove g designa la lunghezza di $\operatorname{grad} f$, cioè il gradiente in valore assoluto.

Sostituiamo nella (6.2) al posto di $\mathbf{v}^+$, $\mathbf{v}^-$ e $\operatorname{grad} f$ le espressioni (6.3), (6.4), (6.5), dividiamo per V^+ , e notiamo che

$$\frac{v}{V^+} \operatorname{grad} f = \frac{vg}{V^+} \mathbf{N} ,$$

essendo v indeterminato, può anche scriversi sotto la forma $\lambda \mathbf{N}$, in cui λ designa un analogo moltiplicatore indeterminato.

Otteniamo così

$$(6.6) \quad \mathbf{r} - \frac{1}{n} \mathbf{i} - \lambda \mathbf{N} = 0 ,$$

avendo posto per brevità

$$(6.7) \quad n = \frac{V_-}{V_+}.$$

L'equazione vettoriale (6.6) esprime la prima legge di Cartesio, cioè il fatto geometrico che la direzione del raggio incidente e quella del raggio rifratto o riflesso stanno sempre in una medesima giacitura colla normale alla superficie σ .

Se poi si indica con t il versore di questa giacitura, perpendicolare a N e orientato in modo da formare, esso pure al pari di N , un angolo acuto con r , si ha da (6.6), moltiplicando scalarmente per t ,

$$r \times t - \frac{1}{n} i \times t = 0.$$

Se ne desume in primo luogo che $i \times t$ è positivo, essendolo per loro definizione n e $r \times t$. Perciò, se si indicano con φ^+ e φ^- gli angoli ($< \pi$) che la normale N , nel senso di r , forma con r ed i rispettivamente, si ha in valore ed in segno (tutto essendo positivo)

$$(6.8) \quad r \times t = \sin \varphi^+,$$

$$(6.9) \quad i \times t = \sin \varphi^-.$$

Per definizione

$$(6.10) \quad \varphi^+ < \frac{\pi}{2},$$

e, in ogni caso, la precedente relazione si scrive

$$(6.11) \quad \frac{\sin \varphi^-}{\sin \varphi^+} = n,$$

la quale, badando alla definizione (6.7) di n , mostra come anche la seconda legge di Cartesio seguiti a valere nella relatività generale, sempre che si tratti di mezzi isotropi e di superficie fissa (rispetto all'adottato riferimento). Vale la pena di rilevare che la (6.11), sostituitovi per n il suo valore (6.7), può essere scritta in forma più simmetrica

$$(6.12) \quad \frac{\sin \varphi^+}{V_+} = \frac{\sin \varphi^-}{V_-},$$

mostrando così che $\frac{\sin \varphi}{V}$ è un invariante diottrico sia di fronte alle rifrazioni che di fronte alle riflessioni.

Al solito, una volta fatta la convenzione di orientare N dalla parte di r , ossia di assumere $\varphi^+ > \frac{\pi}{2}$, i due fenomeni della rifrazione e della riflessione sono qualitativamente contraddistinti dal verso di i , avendosi

$$(6.13) \quad \cos \varphi^- \gtrless 0 ,$$

secondochè si tratta di rifrazione ovvero di riflessione.

Nel primo caso V^- è in generale diverso da V^+ , e il loro rapporto n è, secondo la definizione consueta, l'indice di rifrazione.

Nel caso della *riflessione* si ha invece $V^+ = V^-$, $n = 1$; mentre i deve formare con N un angolo *ottuso*. La (6.11) esprime l'eguaglianza dei seni di φ^+ e di φ^- , sicchè, attesa la (6.13), implica

$$\cos \varphi^- = - \cos \varphi^+ ,$$

con che la (6.6), moltiplicata scalarmente per N , dà

$$\lambda = 2 \cos \varphi^+ = - 2 \cos \varphi^- > 0 .$$

7. — Ancora mezzi isotropi, ma superficie (di transizione o speculare) variabile col tempo.

Se f_0 è diverso da zero, si può dalla (II) del n. 5 ricavare il valore di v , il quale, essendo qui ancora $v = V$, si scrive

$$(7.1) \quad v = - \frac{1}{f_0} \left\{ V^{2+} - \mu V^{2-} \right\} .$$

Ricordiamo d'altra parte il significato di f_0/g . Basta all'uopo fissare l'attenzione sulle due configurazioni σ e σ' della superficie $f=0$, relative all'istante x^0 e all'istante vicinissimo $x^0 + dx^0$. Se N è il versore della normale a σ in Q ,

è il cammino infinitesimo QQ' da percorrere nella direzione di N (e da contare positivamente nel verso di N), per arrivare a σ' , si definisce notoriamente

$$\frac{\varepsilon}{dx^0}$$

come *velocità normale di avanzamento della superficie σ in Q* .

Ora, se si indicano con dx^1, dx^2, dx^3 le componenti di QQ' , siccome Q' sta su σ' , si dovrà ritenere $f=0$ sia in Q all'istante x^0 , sia in Q' all'istante $x^0 + dx^0$, quindi

$$df = f_0 dx^0 + \sum_1^3 f_h dx^h = 0 .$$

Le dx^h ($h=1, 2, 3$) sono le componenti *contravarianti*, nello spazio fisico x^1, x^2, x^3 , del vettore $QQ' = \varepsilon N$, le f_h , a norma della (6.5), le componenti *covarianti* del vettore gN , perciò

$$\sum_1^3 f_h dx^h = \varepsilon g ,$$

e $df=0$ dà luogo alla relazione

$$f_0 dx^0 + \varepsilon g = 0 ,$$

che mostra l'identità di ε/dx^0 con $-f_0/g$, sicchè $-f_0/g$ rappresenta la *velocità di avanzamento della σ secondo la propria normale N , nel punto di incidenza Q* .

Portiamo ormai nella (I) il valore di v fornito dalla (7.1). Tenendo conto di $w_k=0$, e separando i termini $+$ dai termini $-$, si ha

$$(v_k + V^2 f_h/f_0)^+ = \mu (v_k + V^2 f_h/f_0)^- ,$$

che si può anche scrivere

$$(7.2) \quad V^+ \left(v_k/V + \frac{f_h/g}{f_0/gV} \right)^+ = \mu V^- \left(v_k/V + \frac{f_h/g}{f_0/gV} \right)^- .$$

v_A/V sono i momenti (componenti covarianti) della direzione del raggio, f_A/g quelli del versore N normale a σ ;

$$(7.3) \quad -f_0/gV = \beta$$

rappresenta il rapporto fra la velocità normale di avanzamento e quella della luce. Le equazioni (7.2) possono così compendiarsi nell'unica equazione vettoriale

$$(7.4) \quad r - \frac{1}{\beta^+} N = \lambda \left(i - \frac{1}{\beta^-} N \right)$$

dove

$$\lambda = \mu V^-/V^+$$

designa un moltiplicatore a priori arbitrario, al pari di μ .

Dalla (7.4) apparisce che seguita in ogni caso a valere la legge di coplanarità di i ed r con N .

Si ha poi, colle notazioni del n. precedente, moltiplicando scalarmente per t e badando alle (6.8), (6.9),

$$(7.5) \quad \sin \varphi^+ = \lambda \sin \varphi^- .$$

La moltiplicazione scalare della (7.4) per N dà invece

$$\cos \varphi^+ - \frac{1}{\beta^+} = \lambda \left(\cos \varphi^- - \frac{1}{\beta^-} \right)$$

ossia, ricavandone λ ,

$$(7.6) \quad \lambda = \frac{1 - \beta^+ \cos \varphi^+}{1 - \beta^- \cos \varphi^-} \cdot \frac{\beta^-}{\beta^+} = \frac{1 - \beta^+ \cos \varphi^+}{1 - \beta^- \cos \varphi^-} \cdot \frac{V^+}{V^-} .$$

Il rapporto β^-/β^+ si identifica effettivamente con V^+/V^- in base alla (7.3 e al fatto che f_0/g dipendono esclusivamente da σ (e non dal mezzo circostante), sicchè non c'è da distinguere fra $f_0^+g^+$ e $f_0^-g^-$.

Ove si elimini λ fra la (7.5) e la (7.6), e si ponga per brevità

$$(7.7) \quad I = \frac{\sin \varphi}{V(1 - \beta \cos \varphi)} ,$$

si ha più semplicemente come sintesi della legge di raccordo

$$(7.8) \quad I^+ = I^- .$$

Manifestamente nel caso di una superficie (di transizione o speculare) fissa, o più in generale animata, nel punto di incidenza Q , da velocità puramente tangenziale, β si annulla. e l'invariante (7.7) si riduce alla forma cartesiana

$$\frac{\sin \varphi}{V}.$$

Se si tratta di riflessione,

$$V^+ = V^- , \quad \cos \varphi^- < 0 ,$$

e la (7.8), in quanto si introduca, anche per il raggio incidente i , l'angolo acuto φ che esso forma colla normale, cioè si scriva $\pi - \varphi$ in luogo di φ^- , si esplicita sotto la forma

$$(7.9) \quad \frac{\sin \varphi^+}{1 - \beta \cos \varphi^+} = \frac{\sin \varphi}{1 + \beta \cos \varphi}.$$

Quadrando la (7.9) e liberandola dai denominatori, si riconosce ovviamente che vi compare a fattore $\cos \varphi + \cos \varphi^+$, quantità positiva, essendolo entrambi gli addendi. Si può perciò prescindere dal detto fattore, e rimane

$$(1 + \beta^2) (\cos \varphi - \cos \varphi^+) - 2\beta \cos \varphi \cos \varphi^+ + 2\beta = 0 ,$$

la quale equivale a

$$\frac{\cos \varphi^+ - \beta}{1 - \beta \cos \varphi^+} = \frac{\cos \varphi + \beta}{1 + \beta \cos \varphi}.$$

Dividendo membro a membro la (7.9) per quest'ultima, se ne trae la

$$(7.10) \quad \frac{\sin \varphi^+}{\cos \varphi^+ - \beta} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi + \beta}.$$

Le formule (7.8) e (7.10) si sogliono ricavare in base alla teoria elettromagnetica della luce, sotto ipotesi molto particolari: cioè che si tratti di onde piane e che il moto della superficie speculare (supposta piana) si riduca ad una traslazione uniforme ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ ABRAHAM, loco cit. nell'introduzione; nonchè gli articoli: di W. PAULI nella *Enc. der Math. Wiss.*, B. V, 2, art. 19, pag. 650; e di M. v. LAUE nel *Handbuch der Experimentalphysik* (di WIEN-HARMS), B. 18, « Optik der bewegten Körper », Cap. I, § 6, pp. 60-66.

Come si vede, la relatività generale consente di prescindere da ogni teoria fisica circa la costituzione dei raggi luminosi: e conduce, per quanto in particolare concerne la riflessione da uno specchio mobile in un mezzo otticamente isotropo, alle stesse conseguenze formali dell'ordinaria schematizzazione elettromagnetica, pur supponendo affatto generale il moto della superficie speculare.

8. — Il caso più generale — Riducibilità alla trattazione precedente.

La sola ipotesi restrittiva da cui dipendono i passaggi e le conclusioni del numero precedente è che si tratti di mezzo otticamente isotropo, rispetto all'argomento x^0 assunto come variabile temporale, ossia, formalmente, che si annullino, nella espressione del ds^2 , i tre coefficienti

$$w_k = g_{0k} = g_{k0} \quad (k = 1, 2, 3)$$

dei termini rettangoli in dx^0 .

È bene osservare che se, al pari di x^0 , si risguardano assegnati anche gli argomenti spaziali x^1, x^2, x^3 , allora l'annullarsi del vettore w costituisce effettivamente una circostanza particolare; e, se si volessero discutere, senza alcuna specializzazione di coordinate, i fenomeni diottrici, bisognerebbe riprendere le formule generali (I), (II) del n. 5, ed illustrarle adattando ed estendendo opportunamente il procedimento del n. precedente.

Ma se, pur ritenendo assegnato il parametro x^0 che funge da tempo, e con esso le varietà spaziali $x^0 = \text{cost.}$, nonchè la legge di variabilità della superficie σ , ci si vale della facoltà di scegliere opportunamente le variabili x^h ($h = 1, 2, 3$), ossia il riferimento spaziale (variabile eventualmente con x^0), si può sempre ricondursi al caso della isotropia. La giustificazione dell'asserto è immediata. Essa consiste in ciò, che si possono sempre scegliere nuove coordinate spaziali x'^h ($h = 1, 2, 3$) mantenendo immutata la coordinata temporale x^0 , per modo che, nel ds^2 trasformato, le nuove g_{0k} vadano tutte tre a zero.

Si tratta di circostanza ben nota in geometria riemanniana, di cui si può rendersi conto come segue:

Si ricorda da un lato:

1) che la condizione di ortogonalità cronotopica di due generiche famiglie di ipersuperficie

$$\begin{aligned} \alpha(x^0, x^1, x^2, x^3) &= \text{cost.} , \\ u(x^0, x^1, x^2, x^3) &= \text{cost.} \end{aligned}$$

è espressa dall'annullarsi del loro parametro differenziale misto

$$(8.1) \quad \nabla(\alpha, u) = \sum_0^3 g^{ik} \alpha_i u_k,$$

dove $\alpha_i = \frac{\partial \alpha}{\partial x^i}$, $u_k = \frac{\partial u}{\partial x^k}$, mentre $g^{ik} = g^{ki}$ designano al solito gli elementi reciproci (complementi algebrici delle $g_{ik} = g_{ki}$ nel determinante $g = \|g_{ik}\|$, divisi per lo stesso g);

2) che, se si annullano simultaneamente le tre g^{0h} ($h = 1, 2, 3$), lo stesso accade per le g_{0k} , che ne sono a lor volta gli elementi reciproci.

Si immagina poi assunta la generica funzione $\alpha(x^0, x^1, x^2, x^3)$ come parametro temporale, per il che si richiede soltanto la restrizione qualitativa

$$\Delta_1 \alpha = \nabla(\alpha, \alpha) = \sum_0^3 g^{ik} \alpha_i \alpha_k > 0.$$

Esistono notoriamente infiniti sistemi di tre integrali indipendenti (aventi carattere spaziale) dell'equazione lineare

$$(8.2) \quad \nabla(\alpha, u) = \sum_0^3 u_k \sum_0^3 g^{ik} \alpha_i = 0$$

nelle derivate parziali di u rispetto alle quattro variabili indipendenti x^0, x^1, x^2, x^3 .

Se x'^1, x'^2, x'^3 sono tre tali integrali, basta associare le famiglie di ipersuperficie $x'^h = \text{cost.}$ alle varietà di isocronismo $x'^0 = \alpha = \text{cost.}$ per avere un riferimento nel quale le ipersuperficie $x'^0 = \text{cost.}$ sono ortogonali alle altre tre.

Avendosi identicamente, in base alla (8.1),

$$\nabla(x^0, x'^h) = g^{0h},$$

risulta allora, riferendosi alle nuove variabili x' , chiamando g' i coefficienti della corrispondente espressione del ds^2 , e badando al carattere invariante della (8.2),

$$g'^{0h} = 0 \quad (h = 1, 2, 3),$$

e quindi, per il richiamo 2), $g'_{0k} = 0$,

c. d. d.

Naturalmente nulla vieta di assumere in particolare $\alpha(x^0, x^1, x^2, x^3)$ coincidente con l'originaria x^0 , con che l'equazione (8.2) si riduce a

$$\sum_{k=0}^3 g^{0k} u_k = 0 .$$

Comunque, una volta assodata l'ortogonalità fra il parametro temporale e i tre parametri spaziali, è chiaro geometricamente (senza passare attraverso la considerazione degli elementi reciproci) che tutte le linee coordinate spaziali sono ortogonali alle temporali. Infatti queste ultime, in quanto intersezione di tre ipersuperficie $x^1 = \text{cost.}$, $x^2 = \text{cost.}$, $x^3 = \text{cost.}$, riescono normali in ogni loro punto P alla ipersuperficie $x^0 = \text{cost.}$ passante per P, e quindi a qualsiasi linea della detta ipersuperficie spiccata da P. Tali sono in particolare le tre linee coordinate spaziali.

Neue Formeln zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes.

Von P. HERMANN HOFBAUER (C. SS. R.) S. C. ⁽¹⁾

Im Folgenden bezeichnen wir mit e die Basis der natürlichen Logarithmen, mit $T_1, T_2, T_3 \dots$ die absolute Temperatur; um jede Unsicherheit zu beheben, kennzeichnen wir die absolute Temperatur durch ein kleines Kreuzchen rechts oben, z. B. $273^+ = 0^\circ \text{ C.}$

Wir werden uns ferner einer gekürzten Schreibweise für gewisse Ausdrücke bedienen. Es sei allgemein $a^m = N$, ferner sei $m = a^p$, dann ist $a^{(a^p)} = a^m = N$; den Ausdruck $a^{(a^p)}$ nennen wir eine Doppel- oder Bipotenz von a ; diese Form kürzen wir ab , indem wir statt $a^{(a^p)}$ schreiben pa , wir setzen also den Exponenten p links oben von der Basis an. Darnach ist z. B.

$$^0a = a, \quad ^{-1}e = e^{\frac{1}{e}}, \quad ^{-2}e = e^{\frac{1}{e^2}}, \quad ^{-3}e = e^{\frac{1}{e^3}}, \dots$$

Entsprechend müssen wir auch von Doppel- oder Bilogarithmen sprechen. Als Abkürzung schreiben wir bil , für natürliche Bilogarithmen könnte man etwa bl schreiben.

I. — Die spezifische Wärme des Wassers.

Vor etwa 20 Jahren hat H. L. Callendar wiederum die spezifische Wärme des Wassers gemessen (Proceedings of the Royal Society A LXXXVI (1912) 254. Philosophical Transactions A CCXII (1912) 1). Für die Abhängigkeit

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione V del 19 Aprile 1931.

der spezifischen Wärme von der Temperatur hat Callendar folgende Formel aufgestellt:

$$s = 0.98536 + \frac{0.504}{t + 20} + 0.0084 \frac{t}{100} + \frac{0.009 t^2}{100^2}.$$

Als Ausgangstemperatur ist $t = 20^\circ$ gewählt; es ist für $t = 20^\circ$ die spezifische Wärme $s = 1$.

Es lässt sich aber mit Hilfe der Bipotenzen eine sehr elegante Formel für die spezifische Wärme des Wassers geben. — Nach der Formel Callendars befindet sich bei etwa 37° (310^+) ⁽¹⁾ das Minimum von s mit dem Werte von 0,99854. Diesen Minimalwert setzen wir gleich 1; ist nun für die Temperatur T das s zu berechnen, so bilden wir den Ausdruck $e \cdot \frac{T}{310}$, den wir mit r bezeichnen wollen (etwa « reduzierte Temperatur »). Nun ist

$$s_r = \left(\frac{-1e}{-1r} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1)$$

Folgende Tabelle gibt die Werte nach der Formel Callendars und nach unserer Formel; letztere sind so umgerechnet, dass sie sich mit den Werten Callendars unmittelbar vergleichen lassen, dass also für 37° (310^+) auch 0,99854 erscheint.

<i>C</i>		<i>Callendar</i>	<i>Unsere Formel</i>
0°	273 ⁺	(1,01056)	1,00343
10	283	(1,01200)	1,00099
20	293	1,00000	0,99945
30	303	0,99877	0,99869
40	313	0,99856	0,99857
50	323	0,99901	0,99899
60	333	0,99994	0,99988
70	343	1,00125	1,00118
80	353	1,00288	1,00285
90	363	1,00479	1,00474
100	373	1,00696	1,00692

⁽¹⁾ Übrigens wurden bei geringer Änderung der Konstanten die nachfolgenden Erörterungen richtig bleiben, auch wenn das Minimum nicht genau bei 310^+ läge.

Bemerkt sei, dass $\log {}^1e = 0.15976$ ist und ${}^{-1}e = 1.4447$. Unsere Formel gibt (das Minimum wie oben für $37^\circ = 0.99854$ gesetzt) für 15.7° den Wert 1,00000, was also fast genau der 15° — Kalorie entspricht. Die Formel lässt sich weiters auch unter 0° und über 100° gebrauchen.

Den Verlauf der spezifischen Wärme von 0° — 100° zeigt anschaulich die Kurve, die nach unserer Formel berechnet und beiliegend dargestellt ist (Fig. 1). Aufgetragen als Ordinaten sind die Werte $s_\tau - 1$.

II. — Die kubische Ausdehnung des Wassers.

Es wurde schon öfters versucht, das bekannte Verhalten des Wassers bei seiner Volumveränderung infolge der Wärme durch eine Formel darzustellen. Es gelang uns wieder mit Hilfe der Bipotenzen eine originelle Formel für das Volumen des Wassers zu geben. (Volumen = v). Wir setzen das Volumen bei 4° oder $277^\circ = 1$; ist nun das Volumen v_τ gesucht, so bilden wir den Ausdruck $e \cdot \frac{T}{277}$, nennen ihn etwa q und nun erhalten wir zunächst eine Näherungsformel, die überraschend analog der früheren Formel für die spezifische Wärme ist. Sie lautet:

$$v_\tau = \left(\frac{{}^{-1}e}{{}^{-1}q} \right)^3. \quad (II)$$

Eine kleine Tabelle möge die entsprechenden Werte aufzeigen.

C°			C°		
0°	273 ⁺	1,00014	60°	333 ⁺	1,01672
10	283	1,00028	70	343	1,02214
20	393	1,00169	80	353	1,02809
30	303	1,00423	90	363	1,03436
40	313	1,00763	100	373	1,04102
50	323	1,01188			

Auf besondere Genauigkeit machen diese Zahlen keinen Anspruch; erst durch Einführung der spezifischen Wärme gelang es eine Formel zu finden, durch die wir eine ausgezeichnete übereinstimmung mit den neueren Messungen erzielen können.

Aus den oben für die spezifische Wärme gegebenen Werten lässt sich auch der Mittelwert von s zwischen 277^+ und T berechnen. [s für $310^+ (37^\circ) = 1$ gesetzt]. Diesen Mittelwert nennen wir m und führen ihn in die obige Gleichung ein. Die neue Gleichung lautet:

$$v_r = \left\{ \frac{-4e}{-4[q(1 + E\S)]} \right\}^3 \quad (III)$$

wo $E = 4 \cdot 241$ und $\Sigma = (q - e)(m_r - 1)$ ist. Σ entspricht einem Flächenstück, das in Fig. 1 z. B. für 37° mit den Buchstaben ABC, für 100° mit den Buchstaben ABC + CDE bezeichnet ist. (Nebstbei sei hier bemerkt, dass nach unserer Formel sich die spezifische Wärme zwischen $0^\circ - 100^\circ$ zu 1,0024665 ergibt).

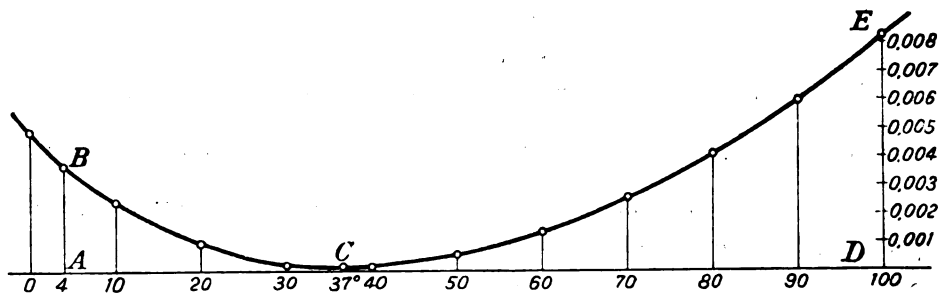


Fig. 1.

Folgende Tabelle soll einen Vergleich der berechneten mit den beobachteten Werten ermöglichen.

C°		berechnet	beobachtet	
0°	273 ⁺	1,000130	1,000132	1,00132
10	283	1,000268	1,000273	1,00272
20	293	1,001763	1,001773	1,001771
30	303	1,004343	1,004346	1,004343
40	313	1,007825	1,00782	1,007814
50	323	1,012090	1,01207	Scheel u. Heuse, Bericht der physik. Gesellschaft 1912, 3.
60	333	1,017048	1,01705	
70	343	1,022695	1,02270	
80	353	1,028965	1,02899	
90	363	1,035876	1,03590	
100	373	1,043427	1,04343	1,043422

III. — Der Sättigungsdruck des Wasserdampfes.

Wir geben auch hierfür neue Formeln, die zur Berechnung dienlich sein könnten und durch ihre Eigenart Anspruch auf Beachtung haben dürften.

Es seien $P_1, P_2, P_3 \dots$ die den Temperaturen $T_1, T_2, T_3 \dots$ entsprechenden Drucke. Gehen wir vom Siedepunkte (373°) aus, so ergibt sich eine recht einfache Näherungsformel. Es ist nämlich:

$$\log \frac{P}{760} = k_1 (T - 373) \cdot \left(\frac{T}{373} \right)^{-\epsilon} \quad (IV)$$

k_1 ist eine gewisse Konstante, ϵ aber ist gleich $\epsilon = 1 \cdot 14492$. Für die praktische Berechnung führen wir Bilogarithmen ein. $\log k_1 = k$, ferner

$$T - 373 = D, \quad \frac{T}{373} = Q;$$

wir erhalten dann zwei Formeln; es ist

$$\text{bil } \frac{P}{760} = k + \log D - \epsilon \log Q, \quad \text{wenn } T > 373 \quad (V) a$$

und

$$\text{bil } \frac{760}{P} = k + \log D + \epsilon \log Q, \quad \text{wenn } T < 373 \text{ ist.} \quad (V) b$$

Schon diese Näherungsformeln geben bis 190° genauere Werte als die nach den bekannten nicht korrigierten klassischen Regnault'schen Formeln berechneten.

In der beiliegenden Tabelle I beziehen wir uns zum Vergleich auf die sorgfältigen neueren Messungen und Resultate, die von Holborn und Henning veröffentlicht worden sind [Annalen der Physik [4] 26,882 (1908)].

Die Formel IV kann, wie leicht ersichtlich, auch folgende Gestalt annehmen:

$$\log \frac{P}{760} = [k \cdot 373^\epsilon] \cdot \frac{T - 337}{T^\epsilon} \quad (VI)$$

Der in eckige Klammern eingeschlossene Ausdruck ist konstant und sei $= k_2$. Dadurch ergibt sich eine äusserst elegante, kurze, für praktische Zwecke meist hinreichende Formel. Wir können nämlich schreiben

$$\log \frac{P}{760} = k_2 \cdot \frac{D}{T^4} \quad (\text{VII})$$

Endlich können wir auch schreiben:

$$\log \frac{P}{760} = [k_2 \cdot 373^4] \cdot \frac{D}{(T \cdot 373)^4} ;$$

$$k_2 \cdot 373^4 = k_3 \quad \text{und darnach} \quad \log \frac{P}{760} = k_3 \frac{D}{(T \cdot 373)^4} . \quad (\text{VIII})$$

Durch vielfache Proben hat sich nun ergeben, dass k_3 von der Ausgangstemperatur nahezu unabhängig ist, wenigstens für kleinere Intervalle, und man mit guter Näherung allgemein setzen kann, sowohl für Wasserdampf wie für andere Dämpfe:

$$\log \frac{P}{P_1} = \frac{kD}{(TT_1)^4} \quad \text{oder} \quad k \cdot \frac{D}{(TT_1)^4} . \quad (\text{IX})$$

Für Wasserdampf kann $\log k = 4.07995$ ⁽¹⁾ gesetzt werden. In einer früheren Arbeit (siehe Zeitschrift für physikalische Chemie, LXXX Bd. 1. Heft S. 124) habe ich die Konstanten für andere Dämpfe gegeben; für Alkohol z. B. ist $\log k = 4.06500$, für Aether 3.88600 , für Quecksilber 4.26220 etc. (letzterer besser vielleicht 4.26100).

Ebenso habe ich in derselben Zeitschrift (LXXXIII Bd. 2. Heft, 1913 und LXXXIV Bd. 6. Heft 1913) die physikalische Bedeutung dieser Konstanten dargelegt.

Der Exponent ε ist ebenfalls von Interesse: es ist $\varepsilon = -\frac{1}{2}e$ oder $e^{\frac{1}{2}}$ und ist der Maximalwert der Funktion $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$. Durch einen glücklichen Zufall ist ε sehr nahe $= 1 + \frac{1}{6.9}$, was die Rechnung bedeutend erleichtert und mit

(1) Nach den später folgenden Ausführungen noch genauer 4.07988 .

geringfügiger Aenderung der Konstanten ohne weiters gebraucht werden kann.

Es ist $\epsilon = 1 \cdot 14492$, $1 + \frac{1}{6 \cdot 9}$ ist $= 1 \cdot 14493$.

Mit der Genauigkeit der Formel IV, wollte ich nich aber nicht zufrieden geben, zumal sie über 200° hinaus ziemlich nachlässt. Es musste noch ein Faktor berücksichtigt werden, nämlich die spez. Wärme des Wassers. Erst in Verbindung mit dieser ergab sich eine Formel, die eine fast ideale Uebereinstimmung mit den neueren Messungen bietet. Wir gehen wieder vom Minimum

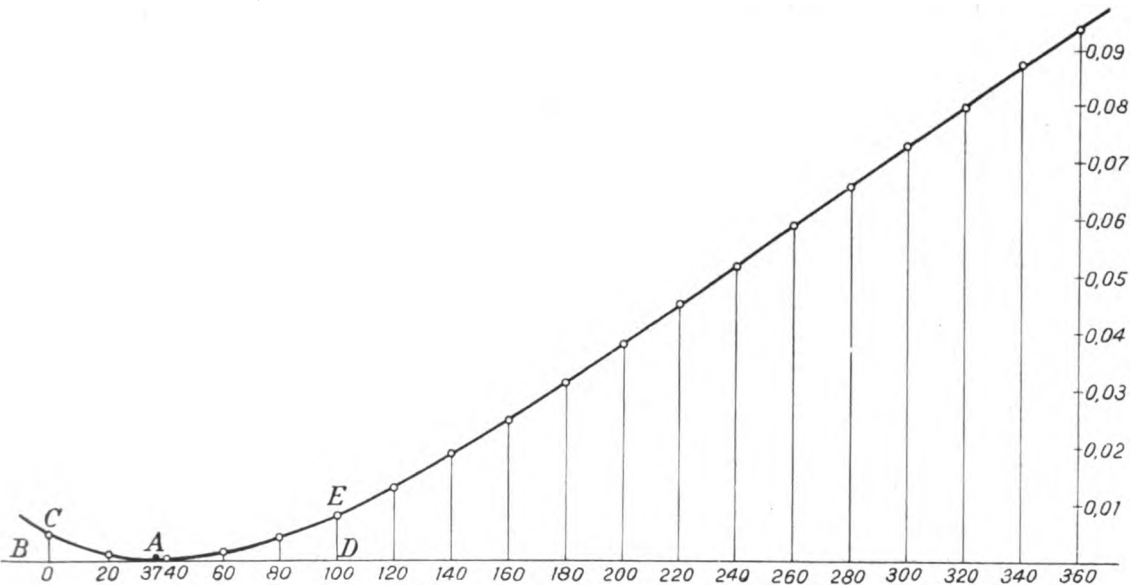


Fig. 2.

der spez. Wärme des Wassers aus, das wir bei 37° (310°) angenommen haben.

Fig. 2 zeigt den Verlauf der Kurve der spez. Wärme von 0° — 360° .

Ein Flächenstück, wie das in der Fig. 2 durch ABC, bzw. ADE bezeichnete, soll im folgenden durch Σ_1 und Σ_2 angedeutet werden; seine physikalische Bedeutung erhellt sofort aus der Fig. 2. Wir führen noch eine Konstante c ein. $\log c = 0 \cdot 00088$. Es seien

$$\text{für } T_1 < 310 \dots 310 - T_1 = D_1 ; \frac{310}{T_1} = Q_1 ,$$

$$\text{für } T_2 > 310 \dots T_2 - 310 = D_2 ; \frac{T_2}{310} = Q_2$$

Σ_1 und Σ_2 die entsprechenden Flächenstücke. Nun erhalten wir ganz allgemein

$$\log \frac{P_1}{P_2} = k \left[D_1 Q_1^{\epsilon} e^{-(1+\Sigma_1)} + D_2 Q_2^{-\epsilon} e^{(1+\Sigma_2)} \right] \quad (X)$$

$$\log k = 0.37416 - 2.$$

Für die Praxis zerlegen wir diese Formel in zwei; eine für $T < 310^+$, eine andere für $T > 310^+$, für 310^+ setzen wir als Sättigungsdruck 46.933 mm.; unter Anwendung von Bilogarithmen erhalten wir dann

$$\text{bil } \frac{46.933}{P_1} = 0.37416 - 2 + \log D_1 + \epsilon \log Q_1 - 0.00088(1 + \Sigma_1) \quad (XI)$$

$$\text{bil } \frac{P_2}{46.933} = 0.37416 - 2 + \log D_2 - \epsilon \log Q_2 + 0.00088(1 + \Sigma_2). \quad (XII)$$

Noch einfacher

$$\text{bil } \frac{46.933}{P_1} = 0.37328 - 2 + \log D_1 + \epsilon \log Q_1 - 0.00088 \Sigma_1 \quad (XIII)$$

und

$$\text{bil } \frac{P_2}{46.933} = 0.37304 - 2 + \log D_2 - \epsilon \log Q_2 + 0.00088 \Sigma_2. \quad (XIV)$$

$\Sigma = (T - 310)(m_T - 1)$, wo m_T die mittlere spez. Wärme zwischen 310^+ und T bezeichnet.

Auf Grund dieser Formeln sind die in der folgenden Tabelle angeführten Werte berechnet. Zum Vergleich sind beigezogen die von Holborn und Henning veröffentlichten Resultate, ferner die von denselben im gleichen Artikel angeführten verbesserten Regnault'schen Angaben und endlich auch die von Nernst und Levy berechneten Werte (Bericht der phys. Gesellsch. 1909 Nr. 15, S. 320 und 1910 Nr. 14, S. 566).

Über 200° sind zum Vergleich benützt die Resultate der Messungen von Holborn — Baumann. [Annalen der Physik [4], 31, Seite 60 (1910)].

Der Kuriosität halber fügen wir hier noch eine Formel an zur Berechnung von P des aus Eis sich entwickelnden Dampfes. Ganz analog wie früher erhalten wir:

$$\text{bil } \frac{4.579}{P} = 0.54900 - 2 + \log(273 - T) + e_1 \log \frac{273}{T} \quad (XV)$$

$$e_1 = -^3e = 1.051.$$

Eine kleine Übersicht zeige die Brauchbarkeit der Formel:

C°	T	<i>Scheel u. Heuse</i>	<i>Unsere Formel</i>
0°	273	4,579	4,579
10	263	1,963	1,9613
20	253	0,784	0,7832
30	243	0,288	0,2888
40	233	0,096	0,0973
50	223	0,036	0,0296
60	213	0,007	0,0080

Für -73° (200^+) hat Nernst berechnet 0,00121 oder 0,00117, nach unserer Formel ergibt sich 0,001194.

Für -173° (100^+) nach Nernst $7,474 \cdot 10^{-17}$ oder $5,185 \cdot 10^{-17}$; nach unserer Formel $7,173 \cdot 10^{-17}$ [Siehe Berichte der deutschen physikalischen Gesellschaft 1910 Nr. 14, S. 567-571 und 1909 Nr. 13 S. 324].

Bemerkung. Richtiger noch dürfte Formel X vielleicht, wie folgt, lauten:

$$\log \frac{P_2}{P_1} = k \left[D_1 Q_1^{-1} \cdot c' \cdot (1 + \Sigma_1) + D_2 Q_2^{-1} \cdot c' \cdot (1 + \Sigma_2) \right] \quad (\text{XVI})$$

$\log k$ ist wie früher $= 0,37416 - 2$, $c' = 0,00203$ und für 310^+ nehmen wir als Sättigungsdruck $46,930$ mm. Für niedere Temperaturen sind die sich ergebenden Unterschiede von den nach Formel X berechneten Werten belanglos, für höhere Temperaturen verringern sich die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werten zum Teil bedeutend.

Es sei ferner noch bemerkt, dass die Formel Va ausgezeichnet genaue Werte liefert, wenn man sie, wie folgt, ändert und ergänzt:

$$\begin{aligned} \text{bil } \frac{P}{760} &= 0,19038 - 2 + \log (T - 373) - \varepsilon \log \frac{T}{373} + \\ &+ 0,000000141 (T - 373) \left(\frac{T}{373} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Die aus der Formel sich ergebenden Werte stimmen bis 360° mit den von Holborn und Henning, beziehungsweise Holborn u. Baumann veröffentlichten Resultaten auffallend überein.

Aus all dem Vorausgehenden mag erhellen, dass die Bipotenzen zur Darstellung gewisser physikalischer Formeln nicht ungeeignet sein dürften.

Tabelle I — mm. Hg.

C°	T	Holborn & Henning	Regnault (verbessert)	Nernst	Levy	Unsere Formel X	Unsere Formel IV
— 20°	253+	—	—	—	0.9396	0.940	0.954
— 10	263	2.160	—	—	2.145	2.146	2.149
0	273	4.579	4.59	4.579	4.579	4.579	4.579
10	283	9.205	9.12	9.197	9.203	9.198	9.193
20	293	17.51	17.34	17.506	17.530	17.505	17.50
30	303	31.71	31.55	31.775	31.825	31.751	31.74
40	313	55.13	55.01	55.251	55.340	55.189	55.18
50	323	92.30	92.20	92.39	92.54	92.370	92.27
60	333	149.19	179.04	149.25	149.46	149.29	149.10
70	343	233.53	233.47	233.49	233.79	233.65	233.33
80	353	355.1	355.0	354.95	355.26	355.21	354.82
90	363	525.8	525.8	525.63	525.91	525.83	525.54
100	373	760.00	760.0	760.02	760.0	760.0	760.0
110	383	1.074.5	1.074.5			1.074.6	1.075.2
120	393	1.588.9	1.489.3			1.489.1	1.490.7
130	403	2.025.6	2.026.1			2.025.6	2.028.6
140	413	2.709.5	2.710.7			2.709.7	2.707.7
150	423	3.568.7	3.570.5			3.568.8	3.573.9
160	433	4.623.0	4.635.0			4.633.0	4.637.5
170	443	5.937.0	5.939.0			5.936.6	5.937.1
180	453	7.514.0	7.512.0			7.514.2	7.505.5
190	463	9.404.0	9.407.0			9.403 —	5.270.0
200	473	11.444	11.652			11.648 —	11.589
210	483		14.295			14.286 —	
220	493		17.375			17.370 —	
230	503		20.942			20.947 —	

Tabelle II — *kg/qcm.*

C°	T	Holborn & Baumann	Unsere Formel X
200°	473+	15.836	15.833
210	493	19.429	19.423
220	439	23.123	23.600
230	503	28.483	28.473
240	513	34.076	34.087
250	523	40.476	40.484
260	533	47.758	47.780
270	543	55.995	56.041
280	553	65.274	65.354
290	563	75.705	75.784
300	573	87.41	87.493
310	583	100.42	100.49
320	593	114.86	114.98
330	603	130.89	130.97
340	613	148.60	148.60
350	623	168.12	167.96
360	633	189.63	189.57
370	643	213.73	214.49

Notes historiques sur l'observation des halos ⁽¹⁾

Nota di P. HUMBERT S. C.

On fait en général remonter à Tycho-Brahe l'observation suivie des halos solaires et lunaires et des autres météores lumineux de l'atmosphère. Dans son journal météorologique ⁽²⁾, tenu à Uraniborg de 1582 à 1597, l'astronome Danois note en effet avec le plus grand soin tous les phénomènes de ce genre, et cette série est l'une des plus complètes que l'on connaisse avant l'époque contemporaine. Mais, pour intéressantes qu'elles soient, les observations de Tycho-Brahe sont uniquement statistiques: il se borne à noter: tel jour, un halo a été vu autour du Soleil, ou de la Lune; il n'indique ni l'heure, ni la hauteur de l'astre, ni les dimensions de la couronne. Au milieu du siècle suivant, les observations d'Hevelius auront un caractère plus scientifique: mais je crois que c'est à Gassendi qu'il faut faire remonter les premières descriptions de halos accompagnées de mesures et d'interprétations météorologiques. Je voudrais réunir, dans ce qui suit, les observations faites par Gassendi et éparses dans ses œuvres, en y ajoutant des fragments de sa correspondance où de tels sujets sont traités, et montrer, par la publication d'observations inédites de Peiresc, faites sans doute à l'instigation de Gassendi, qu'entre les années 1629 et 1636, l'étude des halos et des parhélies fut très en honneur chez les astronomes qui forment ce que l'on a appelé l'école provençale ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 18 Aprile 1931.

⁽²⁾ TYCHO-BRAHE, *Meteorologiske Dagbog* — Copenhague 1876 — avec une étude et un résumé en français par P. la Cour.

⁽³⁾ Documents consultés:

P. GASSENDI, a) *Parhelia seu Soles IV....* Paris 1630.

b) *Commentarii de rebus Caelestibus*. Lyon 1658.

c) *De Cometa MDCLII*. Lyon 1658.

d) *Mercurius in Sole visus*. Paris 1632.

Correspondance de Peiresc et de Gassendi. publiée par PH. TAMIZEY DE LARROQUE. Paris 1893. [BOUGEREL], *Vie de Pierre Gassendi*. Paris 1735.

Observations (inédites) de Peiresc sur les halos. Bibliothèque Inguimbertaine, Carpentras, registre 1832, f^{os} 359 sqq.

Le registre des observations astronomiques de Gassendi, imprimé dans ses Œuvres sous le titre de : *Commentarii de rebus Caelestibus*, s'étend, avec de fortes lacunes, de 1618 à 1655. C'est surtout pendant les années 1633 à 1638 qu'il est complet. Gassendi y note, chaque jour, souvent matin et soir, non seulement les mesures astronomiques très nombreuses qu'il effectuait, ainsi que les éclipses, les rapprochements, et les phénomènes du système jovien, mais encore l'état du ciel, la direction du vent, et, ce qui nous intéresse ici, les divers météores atmosphériques qu'il a pu observer. La première mention d'une telle observation est du 12 Février 1620 : il s'agit d'un halo lunaire dont Gassendi mesure le diamètre, qui est de 45°. C'est donc le halo ordinaire de 22°. Suit alors une courte notice (rédigée en latin, comme tout le diaire) dont j'indique les points principaux.

« J'ai observé assez souvent de tels halos lunaires. Ils sont blanchâtres, parfois rougeâtres. Leur diamètre est toujours le même. Le cercle est souvent entier, parfois plus ou moins mutilé, selon la position des nuages. Epoques : hiver, printemps, automne. De fin Mai à fin Septembre, je n'en ai vu aucun. Durée très inégale : certains durent 2 heures, d'autres un quart d'heure. J'en ai vu deux naître et disparaître dans la même heure, avec une demi-heure d'intervalle entre les deux. Vents presque toujours NW ou NE, mais toujours faibles... Signification : sérénité, température plus clémente. Mais quelquefois, ciel couvert pendant toute la journée, avec pluie (Janvier) ou neige (Décembre) ».

Trois ans après, le 20 Février 1623, Gassendi observe, à Digne, un halo solaire, également de 22°, et note :

« Depuis ce temps, j'ai observé seize halos solaires, dans des lieux divers. Epaisseur et diamètres toujours les mêmes. Couleurs : en général trois bien distinctes : rouge à l'intérieur, jaune au centre, vert à l'extérieur, mais beaucoup moins nettes que dans l'arc-en-ciel. Epoques : de Janvier à Juin ; surtout Avril et Mai. Durée variable : la plus grande, en Mai, de 8^h à midi. Vent : un des huit principaux, sauf E et W ; surtout NW, et ensuite SW. Signification variable : ceux du matin ou de midi, pluie le soir ou dans la nuit. Ceux du soir, beau temps, ou à peine quelques ondées ».

On voit que les observations de Gassendi sont faites sérieusement. Notons tout de suite qu'il reconnaît, comme tous ceux qui se sont occupés de halos,

un maximum de fréquence très net au printemps (surtout pour les halos so-laires). Quant aux déductions qu'il croit pouvoir en tirer au point de vue de la prévision du temps, elles sont assez vagues: aujourd'hui, d'ailleurs, nous ne sommes pas beaucoup plus avancés.

Le diaire de Gassendi — très fragmentaire à cette époque — ne parle plus de ces phénomènes jusqu'en 1633. Mais nous avons d'autres documents, qui montrent que la question continuait à l'intéresser vivement. C'est en effet en 1629 qu'il publia sa dissertation bien connue dont le titre primitif était *Phaenomenon rarum Romae observatum 20 Martii et eius causarum explicatio*, imprimée à Amsterdam, mais qu'il réédita à Paris l'année suivante sous le titre de *Parhelia seu soles IV spurii qui circa verum apparuerunt Romae die 20 Martii 1629*, se plaignant, dans une de ses lettres à Peiresc, que son texte fût, dans l'édition hollandaise, « fagotté de la plus Batavoise façon qu'on scau-roit imaginer ». Il s'agissait d'un halo vu à Rome, et dont le P. Scheiner nous a donné une description complète: c'était un halo de 26° ou 29°, de rayon anormal et rare, avec deux parhélies et deux paranthélies. La dissertation de Gassendi a surtout pour but de montrer qu'il n'y avait là qu'un phénomène naturel, et qu'il ne fallait pas y voir le présage d'une catastrophe ou d'une guerre, ce qu'on n'avait pas manqué de faire. Nous trouvons d'ailleurs l'opi-nion propre de Gassendi fort bien exprimée dans une lettre qu'il écrivit de Bruxelles, le 13 Juin 1629, à son ami Nicolas-Claude Fabri de Peiresc, le grand érudit et astronome d'Aix-en Provence, et dont je vais citer quelques fragments. Il est question de parhélies. « Je loge ce phénomène, dit Gassendi, au rang des choses purement naturelles, et estime que s'il a été signe de quelque chose, ce n'a esté que de quelque effect naturel. Je ne veux pas dire que Dieu ne s'en peust servir pour nous signifier quelque chose d'extraordi-naire, mais quoy qu'il en soit, nous n'en avons point de preuve, et estime que Dieu ne se joue point ainsy avec les hommes que de leur proposer des choses à resver et deviner, comme on faict aux petits enfants. Quand il voulut que l'arc-en-ciel fust signe de quelque chose plus que naturelle, il en advertit les hommes ».

Et, venant à la question précise des parhélies du 20 Mars, il ajoute: « Ainsy, ce que vous me marquez que quelques uns estiment que par ces cinq soleils est présagé un insigne changement au Gouvernement de l'Eglise dans les cinq années prochaines, je ne le veux pas contredire comme si j'estois bien asseuré du contraire, mais ces messieurs-là me pardonneront bien, si je ne

les en crois pas, sans qu'ils y ajoutent une révélation du ciel, et tandis que je me tiendray à ce passage: *a signis caeli nolite metuere* ».

Enfin, ce qui montre bien chez lui le souci de l'observation scientifique, il termine en disant: « J'eusse bien désiré que l'observateur eust remarqué encore plusieurs choses, sçavoir est les diamètres de tous ces cercles, leur espaisseur, la distance de ces soleils entre eulx, leur grandeur, la disparition du soleil etc., le vent qu'il faisoit alors, la constitution précédente de l'air, etc.... ».

Nous ne possédons pas la ou les lettres que Peiresc écrivit en réponse: mai il est évident, d'après celle de Gassendi du 9 Septembre suivant, que la question des parhélies y était encore agitée, et que Peiresc signalait un personnage d'Aix spécialisé dans l'observation de ces phénomènes, et dont nous regrettons fort de ne connaître ni le nom ni les travaux. Gassendi en effet écrit à Peiresc: « ...Parmy ce que vous m'aviez escrit de ces parhélies qui avoient paru à Aix, j'avoy fort bien admiré principalement deux choses, l'une qu'elles eussent paru sans aucuns cercles, comme celles de Rome d'environ le même temps...; l'autre que ceste apparition se soit rendue si fréquente à cest homme que vous dittes qu'il en ait peu former des présages pour le temps.. Pour ce qui regarde le présage des couronnes solaires, je n'y ay encore point trouvé de constance. Cet homme dit que quand les couleurs paroissent bien vives, c'est un signe infaillible de pluye. Il est vrai que j'ay veu quelquefois pleuvoir après, mais quelquefois aussi je n'ay rien veu que beau temps ». Et Gassendi rapporte une observation faite par lui à Anvers, le 23 Mai 1629, d'un halo solaire avec de belles couleurs.

C'est peut-être cette lettre de Gassendi qui incita Peiresc, toujours curieux des choses nouvelles et intéressantes, à observer lui-même les météores atmosphériques et à recueillir les observations de ses amis. Précisément, en cette fin d'année 1629, Peiresc avait dû quitter Aix ravagée par la peste et s'était réfugié, un peu désemparé, dans sa propriété de Boisgency, aujourd'hui Belgentier, aux environs d'Hyères (département actuel du Var). Il s'attacha alors à observer avec soin les halos, s'efforçant surtout d'en tirer des lois météorologiques, comme le montrent les indications très précises qu'il donne sur le temps et le vent avant et après le phénomène. Ce cahier d'observations, qui, rédigé tout entier de la main de Peiresc, porte le titre: *Halones seu circuli et coronae solares et lunares*, se trouve, avec la plupart des autres manuscrits du savant Aixois, à la Bibliothèque de Carpentras: il est inédit. Je le

reproduis ici pour la première fois, en supprimant trois passages qui ne se rapportent par aux halos, et en l'accompagnant de quelques notes. Les mots soulignés l'ont été par Peiresc.

* * *

Halones seu circuli et coronae solares et lunares,

A Beaugensier. — Le mardy au soir 29 Janv. 1630. — La lune en sa pleneur ou bien prez, se vid avec la *couronne ou cercle rouge* à l'entour, et un peu de bleuastre ou brun au dehors à travers des brouillars fort blancs. Il avait pleu tout le jour et toute la nuit pcedante, et le temps s'estoit changé du Septentrion au Levant trois jours auparavant, et continua encore ledit Levant tout le Mecredy. Et repleut le Jeudy. Enfin le Vendredy il se tourna de rechef au Septentrion, sans qu'il parust de tempeste.

Le 15 Déc. ⁽¹⁾ *une couronne solaire* parut sur les 9 heures du matin, avec une tempeste de bise qui portait bien de la pluye, ladite bise ayant regné trois jours devant et trois jours après, faisant sept en tout.

Le 30 Octobre à 10 h. du soir, *une Couronne lunaire* avait encore paru par un grand vent de Marin ⁽²⁾ blanc, qui estoit une espèce de tempeste, et qui avoit duré un jour ou deux auparavant et aprez dura tout le dernier Oct. et ammena une grande pluye qui dura deux jours et deux nuits, quasi sans cesser, continuant encore le vent Austral quelques jours, avec de la pluye à diverses venues. Et la tempeste fit bien du désordre aux mers de Tollon ⁽³⁾, et fit courir grande fortune aux galères qui estoient dans le port.

Le Mercredi 13 Febvrier sur les sept heures du soir, l'estoille de Venus, la plus grande d'Orion, et plusieurs autres fixes parurent accompagnées d'un cercle lumineux plus ou moins grand selon les diverses grandeurs desdites estoilles ⁽⁴⁾. Le ciel avoit semblé fort serain et fort calme tout le jour, mais sur le tard s'y estoient formés des petits brouillards subtils, fort eslevez, et fort esloignez de la terre. Comme s'ils s'estoient approchez de si prez desdites estoilles qu'ils fussent parvenus jusques bien avant dans la zone du rayon de la lumière d'icelles estoilles, à tant que le cercle de Venus semblait avoir à

⁽¹⁾ Cette observation, comme la suivante, se rapporte sans aucun doute à l'année 1629.

⁽²⁾ C'est à dire un vent du Sud, venant de la mer.

⁽³⁾ Toulon.

⁽⁴⁾ Observation peu intéressante; il ne s'agit évidemment que de halos de diffraction.

l'œil plus de trois pieds de diamettre, et celuy d'Orion plus d'un demy pied, et quasi un pan; les autres à proportion. La Lune estoit passée soubz l'horizon avec le soleil, ayant estéée marquée comme nouvelle de ce jour-là. Si elle eust esté dessus, elle eust eu de belles couronnes par ce temps là.

Il avoit auparavant regné plus de 3 ou 4 jours des petits Levants et afforce brouillards espais et puantz. La lendemain le vent du Nord se mit dessus et le jour suivant le mral ⁽¹⁾ si fort que c'estoit tempeste, qui ne cessa pas encore le troisième jour. Mais le Dimanche fut fort doubx et fort serain bien que toujours le temps estoit du septentrion. Le Lundy, le Levant se mit dessous demeurant encore le septentrion par dessus et la nuit du Lundy au Mardy il fit une pluye douce qui couvrit de neige toutes les collines d'alentour jusque bien avant dans la vallée. Et le Mardy à midy le mral regaigna le dessus et chassa toutes les nûes bien avant dans la mer. Et dura quelques jours ⁽²⁾.

Le 26 Avril 1630 au soir en pleine Lune y eust quelque espèce de couronne lunaire, mai le jour d'aprez il n'y eust pas de vent fort.

Le Jedy 23^{me} May le Sr chanoine Antelmy ⁽³⁾ de Frejus estant venu coucher à Pignans vid une couronne solaire fort apparente qui fut suyvie de trois jours de grand vent dont celuy du Samedi fut tempeste et abattit afforce bourgeons de vigne; ceux du Vendredy et du Dimanche ne furent pas si grands ⁽⁴⁾.

Le Mercredy 6 Nov. 1630 se virent deux soleils au matin sur les 9 heures allant de Boisgency à S^t Maximin. L'un des quels estoit bien pasle et blaffard, l'autre qui estoit moins rond estoit fort esclattant. Le Sire Baltasar Grange ⁽⁵⁾

(1) Mistral, ou vent de Nord-ouest.

(2) Je supprime les deux paragraphes suivants du manuscrits, qui ont trait, le premier à une observation de nuages, le second aux phases de Vénus.

(3) Peiresc note ici des remarques faites par d'autres personnages. Le chanoine Antelmy dont il s'agit est probablement Pierre Antelmy ou Antelme (1598-1668), ami de Peiresc, qui s'occupa un peu d'astronomie et surtout de météorologie. Il était le neveu d'un autre chanoine Nicolas Antelmy (1567-1646).

(4) Le paragraphe suivant, que je ne reproduis pas, décrit l'observation d'une éclipse de soleil, le 10 Juin 1630.

(5) Ce Baltasar Grange était un maître tanneur d'Aix, à qui Peiresc dans son testament légua une somme de 300 livres. C'est sans doute lui qui, en 1625, accompagna la nièce de Peiresc, Claire de Valavez, lorsqu'elle entra au couvent, et lui porta son coffre.

les vid fort distinctement durant longtemps, et y avoit afforce nuages ou brouillards espais — et estoient tous deux aequidistants de l'horizon. Le jour pcedant il y avait eu une fort grosse pluye durant la journée, de Labech ⁽¹⁾ et de Levant. Et les jours suyvants, il regna des temps bien pluvieux, sans tempeste néanmoins ⁽²⁾.

Le Dimanche 17 Nov. au soir sur les 9 heures parut une couronne à l'entour de la Lune quasi pleine, dont les couleurs estoient fort vives et les nüages ou broillard fort eslevés sur la terre, par un petit vent de mral. Le jour pcedant y avait eu une pluye menüe qui s'estoit renforcée sur le midy, et avoit duré toute la journée et la nuit suyvante du vent de Levant. Le Lundy Mardy et Mercredy suivants ce ne furent que pluyes continuelles jour et nuit dont les torrens et rivières commençoient à faire de grandes inondations. Le Jeudy, le Soleil parut quelques heures, le mral mais faible s'estant mis dessus au plus hault des nües, mais le Levant estoit toujours dessous et donna toujours quelque petite ondée de pluye.

* * *

Pendant que Peiresc notait ainsi les halos de 1630, nous ignorons si Gassendi en observait. Nous savons seulement par une de ses lettres qu'il s'interessa au phénomène qui, le 24 Janvier 1630 émut de nouveau les Romains: double halo — l'un de 22° et l'autre de 47°, avec six faux-soleils. Mais nous ne trouvons aucune observation de ce genre dans le journal de Gassendi, pour ainsi dire inexistant pendant les années 1631 et 1632. En 1633 au contraire, le diaire devient très détaillé, et d'assez nombreux halos y sont notés.

C'est, d'abord, le 17 Janvier 1633, une double couronne, couronne de diffraction et non halo proprement dit, entourant la Lune. Gassendi, qui ce soir là faisait des mesures de distances angulaires au moyen d'un rayon, utilise son instrument pour mesurer les diamètres de ces couronnes: il trouve pour la couronne intérieure, qui est blanche et rouge, six degrés, et pour la couronne extérieure, qui est d'un très beau vert, onze degrés environ. Le tout n'a guère duré que dix minutes.

⁽¹⁾ Le Labech ou Libeccio est le vent de Sud-Ouest.

⁽²⁾ On voit que, par ses observations précédentes, Peiresc avait cru remarquer que les halos sont généralement suivis de fortes tempêtes.

Le 19 Janvier, répétition du même phénomène, de dimensions apparentes un peu moindres. Ces deux observations ont été faites à Digne.

Le 23 Octobre de la même année 1633, à Digne encore, halo lunaire de 4 à 5 heures du matin.

Le 13 décembre, à 9^h du soir, superbe halo lunaire atteignant Jupiter, avec Capella au voisinage immédiat. Gassendi prédit aussitôt le beau temps, qui vient en effet le 14., mais ne dure point.

Enfin le 20 Décembre, par vent du Nord et ciel nuageux, un halo solaire est observé vers midi.

Les observations continuent en 1634. Le 4 Janvier au soir, halo lunaire qui dure une heure, et le 5 Janvier à 11 heures, halo solaire pendant trois quarts d'heure.

Le 4 Février, fragments de halo solaire peu avant midi.

Le 5 Février, jour d'une appulse des Pléiades, inobservable à cause des nuages, halo solaire durant de midi à deux heures.

Le 11 Février, à 7 heures du soir, halo lunaire.

Toutes les observations précédentes sont faites à Digne. Au printemps de 1634, Gassendi est venu s'installer à Aix auprès de Peiresc, et, le 3 Juin, après six jours de forte pluie, un halo lunaire à 10 heures du soir fait espérer le beau temps, qui, en réalité, s'établit pendant les jours qui suivent.

Nous ne lisons plus aucune description de halos pendant le reste de l'année 1634. En 1635, Gassendi est encore à Aix, et note deux halos lunaires le 28 et le 29 Janvier. Le 25 Février au matin, c'est encore un halo lunaire dont on mesure le diamètre, qui est toujours de 44°.

En Avril 1635, Gassendi retourne à Digne, mais il laisse à Aix son secrétaire Antoine Garrat ou Agarrat, très habile observateur, qui travaille en compagnie de Peiresc. Celui-ci écrit à son ami le 26 Avril: « ...En me retirant hier au soir, je m'aperceus d'un halos autour de la lune qui estoit des plus jolis que j'eusse encore veu, à cause des estoilles qui se rencontroient couvertes par iceluy sur les bords. Je laissay Garrat aprez à en prendre les dimensions, et voudroys bien sçavoir si la disposition de l'air n'auroit pas esté si générale que vous eussiez veu en même temps en voz cartiers quelque chose de semblable... Cela m'a ouvert l'esprit à des pensées concernant les arcs en ciel dont je ne m'estois pas encor advisé, et dont je seray bien ayse de vous entretenir quelque jour, Dieu aydant, qui seront peut-être trop esloignées de tout ce que l'on en a escript ».

Nous ignorons quelles étaient ces idées de Peiresc; notons seulement qu'à la fin de la même lettre il déclare n'avoir jamais observé par lui même les parhélies.

En Mai 1635, Gassendi fait un voyage en Provence, visitant de nombreuses curiosités naturelles, ainsi que des monuments, et fait plusieurs observations de phénomènes atmosphériques. Le 6 Mai, au matin, entre Aix et Belgentier, il voit un halo lunaire, et pendant presque toute la journée, un halo solaire. Le 9 Mai, une couronne solaire avec « un espèce de parhélie. Qui n'eust point vu le vray soleil à main droite, il eust pris d'abord ce parhélie pour le soleil mesme, mais paroissant à travers des nuages qui l'eussent rendu sombre et un peu rougeastre ».

Pendant ce voyage, Gassendi admire la cascade de Sillans, entre Draguignan et Fréjus, « à une ou deux mousquetades du village. On y voit constamment un iris » ou arc-en-ciel; et les observations qu'il fait lui permettent d'affirmer que « cette portion d'arc en ciel est de mesme nature que celui que nous voyons communément peint dans les nuées ». En réponse à la lettre où Gassendi lui décrit ce phénomène, Peiresc lui signale la cascade du « Gabe » où, lui a-t-on dit, « on void journellement un arc en ciel double ». Il s'agit évidemment de la grande cascade du Gave, dans le cirque de Gavarnie.

Le 18 Juin 1635, Gassendi étant encore à Digne, Garrat lui envoie un court billet annexé à une lettre de Peiresc: « ...Je vous fait sçavoir comme hier 17 il parut une couronne au Soleil, sur une heure et demi. J'ay pris la haulteur du Soleil qui estoit à 67 degrés et 5 minutes, et le bord de la couronne australe 45° 30 ». C'est donc encore un halo ordinaire: mais l'observation est néanmoins fort intéressante à cause de la grande hauteur du Soleil. On sait que quand l'astre dépasse la hauteur de 63° ou 64°, les halos deviennent très rares. Bravais ⁽¹⁾ ne cite que deux observations où l'astre ait été plus élevé que dans celle de Garrat: l'une, due à Capocci, correspond à une hauteur de 68°; l'autre à une hauteur de 69° 30' (Béziers 1729). L'observation de Garrat, avec 67° 5', mérite donc d'être retenue.

Gassendi note encore un halo lunaire le 27 Septembre 1635, à Digne, puis, en 1636, le 9 Janvier, un halo solaire de 7 heures à 10 heures, suivi de neige vers midi, observé entre Digne et Champtercier (village natal, comme on sait, de Gassendi). Le 5 Août 1636, allant de Digne à Aix, aux environs

(1) BRAVAIS. *Mémoire sur les halos. Journal de l'Ecole Polytechnique. Paris 1845.*

de Meyrargues, il voit un parhélie, de bon matin, le Soleil étant à une hauteur d'environ 5°. Le phénomène — très semblable à celui du 9 Mai de la précédente année — dura jusqu'à ce que l'astre eût atteint une hauteur de 10°.

Voici enfin, le 14 Octobre, à Aix, l'observation d'un halo lunaire qui dura, le soir, pendant trois heures.

Le diaire de Gassendi reste ensuite muet sur les halos, pendant plusieurs années. On y relève encore une observation de halo lunaire, le 10 Mai 1639, à Aix. Ensuite, plus rien. D'ailleurs à partir de 1640, le journal se contente de trois deux ou trois phénomènes astronomiques par an.

Cependant la lecture d'autres œuvres de Gassendi nous permet d'allonger de trois unités la liste des halos observés par ce savant. Dans son *Mercurius in Sole visus*, où il décrit le passage de Mercure devant le Soléil, le 7 Novembre 1631, qu'il fut à peu près seul à observer, il ajoute, en appendice, quelques remarques sur d'autres phénomènes: parlant en particulier d'une occultation de Mars, il signale un halo lunaire, par vent de Nord Ouest, le 6 Février 1632, à une heure du matin. Et dans sa dissertation sur la *Comète de 1652*, il note que, le 6 Avril 1653, il a observé à midi un halo solaire et à 8 heures de soir un halo lunaire.

* * *

Réunissons à présent ces diverses observations en un tableau général, par ordre chronologique: nous aurons ainsi une vue d'ensemble de l'activité des observateurs provençaux touchant l'optique atmosphérique. Dans ce tableau, nous indiquons en troisième colonne le nom de l'observateur: lorsque le halo a été vu par Gassendi, nous ne mettons aucun nom.

En laissant de côté les deux phénomènes observés à Rome, on voit que nous devons aux savants provençaux trente-sept observations d'optique atmosphérique: deux couronnes lunaires, trois parhélies, douze halos solaires et vingt halos lunaires. Sept de ces observations sont inédites. Neuf sont dues à Peiresc et à ses familiers, toutes les autres à Gassendi.

Ces observations sont malheureusement un peu fragmentaires. On ne saurait guère en tirer de conclusions valables relatives à la fréquence des halos. A ce point de vue la série de Tycho Brahe a beaucoup plus de valeur. Cependant la série provençale, comme nous l'avons dit, présente des garanties scientifiques très grandes: les diamètres des couronnes sont mesurés; les heures sont indiquées et parfois les hauteurs de l'astre; enfin un essai d'application

**Tableau des phénomènes atmosphériques
observés par Gassendi et son groupe de collaborateurs
de 1620 à 1653**

Date	Nature	Observateur	Remarques
1620 Fev. 12	☾		
1623 Fev. 20	☾		
1629 Mars 20	☉ . . .	 Scheiner . . .	. . . parhélies et paranthélies
Mai 23	☾		
Oct. 30	☾ . . .	 Peiresc	
Déc. 15	☾ . . .	 Peiresc	
1630 Janv. 24		 (Rome) . . .	. . . double halo avec parhélies
Janv. 29	☾ . . .	 Peiresc	
Avril 26	☾ . . .	 Peiresc	
Mai 23	☾ . . .	 Antelmy	
Nov. 6	☾ . . .	 Grange . . .	. . . parhélie
Nov. 17		 Peiresc	
1632 Fev. 6	☾		
1633 Janv. 17	☾ . . .		} couronnes de diffraction
Janv. 19			
Oct. 23	☾		
Déc. 13	☾		
Déc. 20	☾		
1634 Janv. 4	☾		
Janv. 5	☾		
Fev. 4	☾		
Fev. 5	☾		
Fev. 11	☾		
Juin 3	☾		
1635 Janv. 28	☾		
Janv. 29	☾		
Fev. 25	☾		
Avril 25	☾ . . .	 Peiresc	
Mai 6	☾		
Mai 6	☾		
Mai 9	☾ . . .		. . . parhélie
Juin 17	☾ . . .	 Garrat . . .	. . . tres grande hauteur: 67° 5
Sept. 27	☾		
1636 Janv. 9	☾		
Août 5	☾ . . .		. . . parhélie
Oct. 14	☾		
1639 Mai 10	☾		
1633 Avril 6	☾ et ☾		

à la prévision du temps est tenté, avec plus ou moins de succès ⁽¹⁾. Notons aussi l'intérêt de l'observation de Garrat, où la hauteur solaire atteint 67° 5'.

Avant de terminer, rappelons le rôle joué par Gassendi dans l'observation des *aurores polaires*. Il décrit avec de très nombreux détails l'aurore du 12 Septembre 1621, qu'il a vue aux environs d'Aix, et que l'on a observée en des lieux divers, Grenoble, Paris, Rouen, Toulouse, etc. Il indique qu'il en a vu quatre autres, deux en Septembre, une en Avril, une en Février. Elles sont toujours suivies de beau temps. C'est lui d'ailleurs qui leur a donné le nom d'aurore boréale.

Je crois qu'il convenait de ramener l'attention des historiens, comme j'ai cherché à le faire, sur ces observations de météores atmosphériques, qui sont de beaux témoins de l'activité astronomique et météorologique de Gassendi et de Peiresc.

⁽¹⁾ Remarquons que les halos lunaires ont été observés bien plus fréquemment que les halos solaires. C'est en général le contraire qui a lieu. Bravais cite un observateur qui a noté 47 halos solaires contre 12 lunaires, un autre qui, en 6 ans, a vu 151 halos solaires et 64 lunaires. Je crois qu'on peut expliquer cette fréquence de halos lunaires par le fait que Gassendi notait surtout sur son diaire les phénomènes du soir ou du matin, aperçus tandis qu'il observait ou cherchait à observer les astres. Les halos solaires ne sont remarqués qu'accidentellement.

LUIGI FERDINANDO MARSILI e le sue Collezioni zoologiche

Ant. NEVIANI, S. O. ⁽¹⁾

...fui dipoi condotto dal Signor Dott. Giuseppe Monti a vedere le Cose Naturali delle Indie, che ancora tumultuariamente in sua casa si conservano, e che S. E. il Signor Generale Marsigli aveva portato da Amsterdam, delle quali restai sorpreso per la copia, bellezza e rarità delle medesime, che da sè stesse ponno formare un intero museo, di cui in quel genere non sarà forse il secondo in Italia, possendosi chiamare un tesoro pellegrino, portato in Bologna per illustrare la medica e naturale storia ed osservare nel mondo vecchio in uno raccolto il più scelto di quello nuovo, ammirabile Mondo, stimando io assai più questa giunta, per difficoltà di ottenerla, che quasi tutto il resto che vidi nell'Istituto. (VALLISNIERI ANT. Lettera del 16 Marzo 1726) ⁽²⁾.

Sommario. Cenno sull'opera scientifica del Marsili. - L'Inventario delle Collezioni donate dal M. al Senato Bolognese - Le Collezioni zoologiche marine (Musaeum Maritimum) - Esame dei vari campioni o gruppi di essi. - Riassunto ⁽³⁾.

Mentre tutto il mondo culturale ha la mente rivolta all'Insigne Bolognese, il generale conte LUIGI FERDINANDO MARSILI, del quale ricorre il secondo centenario della morte: che avvenne, per apoplezia, nella sua Città

⁽¹⁾ Nota presentata nella Sessione del 19 Aprile 1931.

⁽²⁾ Ved: L. BORTOLOTTI: *La fondazione dell'Istituto e la Riforma dello « Studio » di Bologna*; nel Vol. « Memorie intorno a L. F. M. » pubblicate nel secondo centenario della morte, per cura del Comitato Marsiliano — Bologna — Nic. Zanichelli, 1930, IX; pag. 465. Questo vol., con altri di occasione, fu pubblicato a cura, e sotto l'intestazione della *R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*. Del medesimo Aut. è il discorso: « L. F. M. e la Riforma dello Studio di Bologna » letto nell'adunanza pubblica solenne del 30-XI-1930, a celebrazione del II Centenario (Mem. Acc. Sc. Ist. Bol., supplem. pag. 1-13, estr.). Discorso assai interessante per le molteplici notizie inedite, intorno alle tristi condizioni nelle quali si trovava lo « Studio » Bolognese ai tempi del Marsili, e alle dolorosissime contrarietà che il Nostro dovette vincere (la più gloriosa delle sue vittorie, disse il BORTOLOTTI) per la realizzazione dei suoi alti ideali.

⁽³⁾ Della Memoria fu divulgato un sunto fra le *Notitiae* a mezzo del primo *Scientiarum Nuncius Radiophonicus*, nel medesimo giorno della sessione, con le seguenti parole: « Extat

natale ⁽¹⁾ il 1. nov. 1730; e in Bologna la R. Acc. delle Scienze ha commemorato degnamente il Nobile Uomo che fondò l'Istituto, ancora oggi fiorente; sia con apposita solenne riunione, alla quale intervennero rappresentanti dei più grandi Istituti scientifici di tutte le Nazioni, sia con la stampa di varî volumi, nei quali vennero pubblicati alcuni dei molti lavori ed appunti inediti, conservati nella Biblioteca Universitaria di Bologna; pensai di contribuire in qualche modo alla conoscenza e diffusione sempre maggiore dell'Opera poliedra del MARSILI, pubblicando nelle *Memorie* della nostra antica Accademia, degli appunti che riguardassero argomenti più consoni ai miei studi, e non trattati da altri ⁽²⁾. Avrei potuto intitolare questo lavoro « L. F. M. Collezionista », in quanto che in esso espongo ciò che riguarda la collezione di animali marini, regalata, con altre del suo ricco e vario Museo, al Senato Bolognese nel 1711; affinchè fosse unita alle collezioni di ULISSE ALDOVRANDI e del march. FERDINANDO COSPI ⁽³⁾, e servisse come materiale di studio per il nuovo grandioso *Istituto delle Scienze*, che Egli tenacemente volle in mezzo a difficoltà ed ostilità infinite, per parte dei parenti e delle Autorità, nonostante che per il bene degli Studi, e per il decoro della sua Città, avesse profuso gli incommensurabili tesori del suo sapere, e gran parte dell'avito patrimonio. Questo Istituto si fuse poi con la Università che aveva sede nell'antico Archiginnasio.

adhuc inventarius Musaei marini qui ab insigni Viro Aloisio Ferdinando Marsili, Patricio bononiensi comparatus fuit, sed a nemine huc usque examini subiectus est. — Nunc autem Antonius Neviani Lyncaeus ipsius inventari inspectionem instituit, pulcherrimas Musaei divitias indicavit, determinationesque quae temporis erroribus inficiuntur opportune ad modernam nomenclaturam reduxit. — Ipse auctor recte iudicavit hoc ad bicentenarias festivitates quae nobili et clarissimo Viro nunc tribuuntur non parum honoris conferre ».

⁽¹⁾ Di CARLO conte MARSIGLI e di MARGARITA contessa ERCOLANI io L. F. M. nacqui in Bologna nel giorno 20 di luglio, a S. Margarita consegnato, dell'anno 1658. Così comincia l'*Autobiografia* ora pubblicata a cura di EMILIO LOVARINI, Bologna - Nic. Zanichelli, 1930, IX; sotto gli auspici della R. Acc. Sc. Istit. di Bologna.

⁽²⁾ Ho scritto anche un articolo: *Nel secondo centenario della morte di Ferdinando Marsili e di Antonio Vallisneri*, in « *Annuario dell'Istituto Fr. S. CABBINI* » 1929-30, 8° Roma (1931, IX), pag. 39-54.

⁽³⁾ I ben noti tredici volumi, in gran parte postumi, dell'ALDOVRANDI servirono quasi esclusivamente alla illustrazione delle collezioni di questo insigne Naturalista; è specialmente l'erbario, che ancor oggi si ammira fra le reliquie Aldrovandiane, che diede motivo a molte monografie, a *spigolature*, come le chiamò il compianto nostro Accademico prof. ET. DE TONI. Le collezioni del marchese COSPI, furono illustrate nel vol.: « *Museo Cospiano* » redatte dal dott. LOR. LEGATI nel 1677.

Uomo di azione, intrepido guerriero, granitico nelle sventure che, dall'infanzia alla morte, si ripeterono con troppa frequenza, magnanimo con i suoi avversari; senza interruzione alcuna, in pace come in guerra, in patria e fuori mise a profitto le sue invidiabili doti di osservatore dei fenomeni naturali; così da fermare con gli scritti quanto ebbe occasione di osservare nelle sue lunghe peregrinazioni ⁽¹⁾; non solo, ma non trascurava occasione di raccogliere od acquistare campioni di minerali rocce e fossili, di animali specialmente marini, di piante, di oggetti archeologici, di libri preziosi; che tutto conservava e faceva giungere alla sua Bologna.

Le biografie del MARSILI non si contano; ad esse rimando il lettore, e specialmente all'*Autobiografia* già accennata, che per pubblicarla occorre passassero ben due secoli! Di altre, pubblicate in questa solenne ricorrenza, mi limito ricordare quella del sig. PERICLE DUCATI ⁽²⁾ ricca di aneddoti ampiamente documentati, e di preziose argomentazioni. Utilissima quella del prof. MARIO LONGENA: *Il conte L. F. M. - Un uomo d'arme e di Scienze* (Ediz. Alpes Milano, 1930, di 346 pag. con 21 illustr. f. t.).

**

Il mio studio è stato determinato dall'acquisto di un volume Marsiliano, non comune, e per lo meno mai citato dai naturalisti sistematici, e su parte di esso si svolge.

Sul frontespizio è impresso a larghi e nitidi caratteri, in nero, il seguente titolo: *Inventaria | rerum omnium | Illustrissimo | et excelso Senatui |*

⁽¹⁾ Non sono ancora tutte note le osservazioni del M. giacchè non poche sono ancora inedite. A parte quelle che vennero pubblicate dal M. stesso, mi piace ricordare quanto Egli fece in relazione alle conoscenze geologiche, che fu argomento allo studio del prof. M. GORTANI: *Idee precorritrici di L. F. M. su la struttura dei monti*; inserito nel vol. innanzi citato pag. 257-275, con fac-simili di disegni diversi, dei quali otto su 5 tavole fuori testo. Il prof. LIPARINI TINO pubblicò un manoscritto inedito dal titolo: *Storia naturale da Gessi a Soli delle miniere che sono nella Romagna fra Forlì, Meldola, Polenta, Cesena e Sarsina*. Questa memoria è stata inserita in altro vol. (pag. 195-210) pubblicato ora a cura dell'Acc. Sc. di Bologna, contenente *Scritti inediti*. Il MARSILI accompagnò il suo studio con tre disegni, dei quali il primo è forse la *prima carta geologica*; le altre due figure sono accuratissime sezioni geologiche.

⁽²⁾ P. DUCATI: *Marsili*. Ediz. Corbaccio, Milano, 1930, 8° di pag. 350, con 10 illustr. f. t., e 20 intercalate, oltre ad un ritratto sulla copertina. Il volume ha per epigrafe il motto fascista: *Libro e Moschetto*.

Bononiae | Ab Illustrissimo, et Excellentissimo Viro | D. Co. ALOYSIO FERDINANDO | DE MARSILIIS | Donatarum | In gratiam novae SCIENTIARUM INSTITUTIONIS. Manca il luogo di stampa e la data; di che ora dirò.

Il volume, in folio (cm. 32×22) stampato su carta assai robusta, non cilindrata, con impresso in filigrana e per ogni foglio le lettere G. A. S. entro un sottile e semplice cerchio di 4 cm. di diametro, è composto di tredici fascicoli di un vario numero di pagine, ciascuno con propria numerazione. Eccone i titoli, trascritti nell'ordine loro, che fu certamente il primitivo.

Pinax librorum. 41 pag.

Synopsis Musaei mineralium. 14 pag.

Inventarium Musaei maritimi, — puta Plantarum, Testaceorum, et aliorum in Mari occurrentium. 20 pag.

Inventarium instrumentorum ad Mechanicam spectantium in infrascriptis Officinis existentium pro respectivo usu ipsarum, et nempe. 3 pag.

Descriptio supellectilis, quae in Astronomico Conclavi asservatur. 5 pag.

Index eorum, quae in Cubiculo Militari servantur. 4 pag.

Index Sculptorum, Signorum, aliorumve ad veterum Monumenta spectantium. 8 pag.

Elenchus Rerum ad Cameram Experimentis physicis deditam pertinentium. 4 pag. ⁽¹⁾.

Ad Horologiorum fabricam spectantia. 1 pag.

Ad artem Toreumaticam Utensilia spectantia. 3 pag.

In Camera indicante Laboratorium Spargiricum adsunt. 1 pag.

Inventarium Typographicum.... 1 pag. ⁽²⁾

Inventarium diversarum Iconum Aeri incisarum. 2 pag.

Il r. p. Carmelitano PELLEGRINO ANTONIO ORLANDI, pubblicò nel 1714, per i tipi di COSTANTINO PISARRI un vol. in 8° di 356 pag. intitolato: *Notizie degli Scrittori Bolognesi e dell'Opere loro stampate e manoscritte*; a pag. 36-37 vi sono stampate delle notizie sulla « Origine, e Fondazione della Nuova Accademia,

⁽¹⁾ AMADUZZI L.: *Gli strumenti di fisica*, pag. 321-327, del citato vol. commemorativo. In questo studio troviamo (pag. 324) la comune, ma pur sempre dolorosa frase: *Del materiale donato dal M. nulla o quasi più rimane!* ».

⁽²⁾ SORSELLI A.: *La Stamperia di L. F. M.*, nel citato vol. commemorativo, pagg. 479-502.

o sia Istituto delle Scienze di Bologna » ⁽¹⁾; detto che il dono generosissimo del Museo, al Senato Bolognese, fu fatto ufficialmente dal Co. MARSILI nel giorno 11 di gennaio dell'anno 1712, aggiunge: « ... Inventario di donazione, già pubblicato alle stampe, per Cost. PISARRI, in fol. »; quindi a detto vol. va assegnata la medesima data, ed al massimo gli ultimi del precedente anno 1711 ⁽²⁾.

(1) A pag. 200-201 di questo vol. è un elenco delle Opere editte ed inedite del M.: ed a pag. 33 è un brevissimo accenno all'*Accademia degli Inquieti* (Mens agitat) fondata in Bologna nel 1691 da MANFREDI EUSTACHIO, che dopo varie vicende divenne l'Istituto ideato dal MARSILI.

(2) La *Notizia* del p. ORLANDI, essendo stata pubblicata quasi contemporaneamente al munifico atto del c. MARSILI, e quando ancora erano in corso le laboriose pratiche per l'attuazione del grandioso progetto che solo parecchi anni dopo ebbe sua completa effettuazione, assume una speciale importanza, per la quale ritengo opportuno trascriverla per intero.

« Il nuovo Istituto delle Scienze di Bologna, fu promosso dal Co. e Generale LUIGI FERDINANDO MARSILI, per il quale, nel giorno 11 di gennaio dell'anno 1712, fece generosissimo dono all'Eccelso Senato di Bologna d'un Nobilissimo e ricchissimo Museo, consistente in gran copia di cose diverse, le quali sono: Libri, in ogni genere singolari, e particolarmente Orientali, Occidentali, Antichi, e Manoscritti: Tartari, Miniere, Minerali, Pietre diverse, Cristalli, Legni, Animali impietriti, Camei, Cavalli, Coralline, Chioccioline, Madreperle e Margherite: Instrumenti Mecanici, Matematici, Astronomici, Geometrici, Iconografici, Militari, per l'esperienza Fisiche, per l'Optica, per i Barometri, per i Termometri, per la Notomia, per la Spargirica, per la Chimica, e per lavorare Orologi: Modelli di legno, e di bronzo di cannoni, di Mortari, di Fortificazioni, d'Argani e di Leve: Armi Turchesche, Lapidì antiche, Idoli, Statue Greche, e Latine, Fragmenti, cioè Teste, Busti, Torsi, Mani, Braccia, e Piedi etc. Urne, e Lucerne sepolcrali; Macchine, Tubi, Torni diversi, per tornire figurato, e in ogni altro modo; Intagli in rame, e in legno, Caratteri diversi per le stampe, e altre cose, tutte comprese nell'*Inventario di donazione, già pubblicato alle stampe*, per Cost. PISARRI, in fol. Perlochè aderendo l'Eccelso Senato al Nobilissimo, e Virtuosissimo Genio del Generoso Donatore, il quale studio sempre un modo d'introdurre in Bologn: un Nuovo Istituto delle Scienze, a somiglianza di quelli di Germania, d'Inghilterra, di Lipsia, di Parigi, e di Londra, ha comperato il Magnifico Palazzo, già fabbricato dal Cardinale Poggi, di chiara memoria, nel quale ha riposto il Nobilissimo Museo, e distribuito in varie stanze gli Utensili necessari alle Scienze, e alle Arti successivamente da professarsi in quelle: Stabilita l'Accademia Clementina dei Pittori, degli Scoltori, e degli Architetti, l'Accademia degli Inquieti... lo Studio della Matematica, le Stanze per la Chimica, per l'Architettura militare, e per le Fortificazioni, per l'Optica, e per le altre Scienze e Arti, a misura dei Capitali sopradetti. Per maggior gloria poscia di sì Nobile Istituto e per gli avanzamenti degli Studiosi Giovani Cittadini, e Forestieri, ha istituita una Nuova Assonteria, composta dei sei Sanatori durabili in vita, i quali sono i Signori: Co: POMPEO GAETANO ERCOLANI, March. FRANCESCO MARIA ALBERGATI CARLO MARIA MARESCALCHI, Co: FRANCESCO SEGNI, Co. VINCENZO BARGELLINI, ANTONIO BOVIO. Ha parimenti eletti per Protettori di detto Nuovo Istituto, S. TOMMASO D'AQUINO, S. CARLO BOR-

È del terzo fascicolo che qui intendo parlare, mentre del secondo, me ne occuperò in un'altra memoria. Come è detto nel titolo, trovansi elencati gli animali marini del Museo, ma solamente i litofiti, cioè quelli che per la maggior parte vennero poi chiamati *zoofiti*, ed i testacei. Però nelle ultime pag. (15-19) sono stampate alcune indicazioni intorno a minerali e rocce « Crystalli et Lapides » che avrebbero dovuto far parte del secondo fascicolo proprio dei minerali; ciò, a quanto mi sembra, fu dovuto alla ubicazione delle collezioni. Nell'ultima pag. (20) sono poche indicazioni sopra alcune collezioni botaniche ⁽¹⁾, ed una di uova di uccelli.

Il Catalogo, o meglio l'*Inventario*, non contiene nomi di Vertebrati preparati a secco o altrimenti conservati, e per quanto è a mia notizia il MARSILI non ne curò la raccolta, quantunque Egli si sia occupato di pesci, e sin della

ROMEO, e S. CATERINA DA BOLOGNA, finalmente ha nominati i Virtuosi Professori i quali dovranno insegnare, leggere e operare in detto luogo, i quali sono i Signori :

Dott. LELIO TRIONFETTI Presidente dell'Istituto e Istoricò Naturale.

Dottore EUSTACHIO MANFREDI, Astronomo.

Dottore BARTOLOMEO BECCARI Fisico Sperimentale.

Dottore MARCANTONIO LAURENTI, Spargirico.

P. D. ERCOLE CORAZZI Olivetano, Matematico.

Dottore GEMINIANO RONDELLI, Bibliotecario.

Dottore MATTEO BAZZANI, Segretario.

Tutti Pubblici Lettori dell'Archiginnasio di Bologna e Soggetti qualificati nelle loro Professioni. Le Costituzioni del detto Istituto delle Scienze sono stampate, in fol. L'apertura di questo nuovo Istituto è stata fatta, nel giorno 13 di Marzo 1714, con pubblica orazione che è alle stampe, recitata dal Padre Lettore ERCOLE CORAZZI Olivetano, alla presenza dei Superiori Maggiori, e un grande concorso di Nobiltà, e di Letterati ».

Su « La fondazione dell'Istituto e la Riforma dello Studio di Bologna » si legga la molto interessante Memoria del prof. ETTORE BORTOLOTTI, inserita a pag. 383-471 del più volte citato Volume commemorativo. In essa, oltre a mille notizie esposte con mirabile chiarezza e precisione, viene pubblicato per la prima volta (p. 405-419) un « Parallelo dello stato moderno della Università di Bologna con l'altre al di là de' Monti », scritto dallo stesso MARSILI, ove sono le linee generali, alle quali il Nostro s'era ispirato per le proposte di fondazione del nuovo Istituto; come pure leggesi (pag. 420-423) la « Istruzione finale al signor BIAGIO ANTONIO FERRARI per la riduzione e regolamento migliore dell'Istituto ». Seguono (pag. 423 - 435) « Le Costituzioni dell'Istituto delle Scienze eretto in Bologna sotto li 12 dicembre 1711 ». Qui trovansi sommariamente elencato il materiale scientifico e di laboratorio, corrispondentemente ai fascicoli del Volume in esame.

⁽¹⁾ RALDACCI ANT.: *I fondamenti botanici nell'Opera di L. F. M.*, nel vol. commemorativo già citato, pag. 277-319.

loro anatomia ⁽¹⁾; ciò, secondo io penso, si dovette alla vita avventurosa dell'Uomo. Gli veniva a volta a volta a mancare il tempo per fare, o far fare, preparazioni di tal sorte; e in quei tempi non era agevol cosa il trasporto di oggetti voluminosi e delicati, e peggio se conservati in liquidi entro fragili recipienti di vetro o di terraglia ⁽²⁾.

Ma anche fra i coralli, madrepori, pori, etc., si notano delle lacune quasi incomprensibili; mancano, ad es., le *fungie* e le *retepore* che troviamo elencate e studiate dagli autori sin dal cinquecento. Si può forse pensare che lo inventario contenesse più un'esposizione sommaria, che un catalogo dei singoli campioni; e che sia stato ricavato da uno schedario non del tutto completo ⁽³⁾.

Passo alla trascrizione promessa, avvertendo che per la parte bibliografica mi sono limitato alle citazioni, e non tutte, degli Autori che sono espressamente ricordati nell'*Inventario*; qualche Autore posteriore al 1712 è stato citato, a volta a volta, per la migliore comprensione delle specie delle quali via via si tratta. Ho doverosamente ricorso all'*Histoire Physique de la Mer* dello stesso MARSILI, l'importantissima opera (pag. 6 n. u. + VI + 173, c. XL tab., e antiporta, in folio. Amsterdam, 1725), che viene giustamente considerata come il primo trattato di Oceanografia.

Nelle collezioni del Museo di zoologia della R. Università di Bologna, annesso alla Cattedra oggi tenuta dall'illustre prof. ALESS. GHIGI, nostro Accademico, sono conservati alcuni esemplari che si ritengono formassero parte delle Collezioni Marsiliane. Per gentilissimo invito di esso professore, spero di recarmi a Bologna e completarne lo studio, che servirà non solo a far

(1) Studi su pesci si trovano nell'opera maggiore del M., il *Danubius Pannonico-Mysicus* (1726), e nello studio sul lago di Garda ora pubblicato nel Volume sugli « Scritti inediti », pag. 3-126, accompagnato da XX tavole; di queste vedi la XVII-XIX, specialmente quest'ultima con particolari anatomici. Su questo argomento, il Bibliotecario, sig. LOD. FRATI, ha pubblicato un articolo, con riproduzione di Figure Marsiliane nella Rivista « Il Garda » a. VI, n. I, gennaio 1931 IX. Nello stesso numero di questo Periodico è un breve sunto della vita del Nostro, redatto dal prof. ACH. FORTI; anche questo accompagnato da illustrazioni.

(2) Occorreranno, al riguardo, altre ricerche nelle carte Marsiliane, giacchè il Nostro, in una lettera del 13-IX-1726 al Card. RUFFO, parlando delle denigrazioni che spacciavano i suoi contemporanei per togliere valore alle sue collezioni, dice che secondo costoro esse erano composte di « Quattro uccellini, farfallette, ed un mazzo di canne d'India ». (cfr. BORTOLOTTI Discorso cit., pag. 11, nota 2).

(3) Anche il primo fascicolo del Vol. in discorso, con l'*Inventario* dei libri, lascia molto a desiderare in fatto di precisione.

conoscere al Mondo Scientifico i cimeli ancora esistenti delle Collezioni del nostro grande Naturalista-Guerriero, ma anche a meglio illustrare le relative parti dell'*Histoire Physique*. Intanto ringrazio vivamente il prof. GHIGI del grazioso invito, come anche ringrazio la sg^{na} GEMMA FALZONI, assistente alla Cattedra di Botanica di detta Università, che ebbe la squisita amabilità di copiare gli antichi cartellini che, conservati integri, accompagnano la collezione.

* * *

Inventarium Musaei Maritimi

PUTA PLANTARUM, TESTACEORUM, ET ALIORUM
IN MARI OCCURRENTIUM.

Quarum Corallia Caput primum. (pag. 1).

1. (Num. 1). *Corallium suae Matrici innatum, et ritu naturali deorsum vegetans; Frusta majora quatuor* ⁽¹⁾.

2. (2). *Matrix insignis Coralliorum erecta inferiori facie, ut clarius eorumdem ortus spectetur.*

3. (3). *Corallii ramus suae Matrici inhaerens, cui et Lithophyton innatum.*

4. (4). *Corallii ramuli cum cortice, quibusdam Lichen marinus consociatus; Frusta quinque.*

5. (5). *Corallii ramuli cuidam Alcyonio innati; Frustum unum.*

6. (6). *Corallium diversis Conchyliorum testis innatum; Frusta tria.*

7. (7). *Corallii ramus crassior, et brevior cum cortice Matrici connaturali innatus. Item alter Ramus, partim decorticatus, et suae adhuc Matrici junctus; Item Ramuli aliquot, longior unus, reliqui breviores, decorticati omnes, laevigati, suae matrici adhuc inhaerentes.*

8. (8). *Ramus Corallii à Matrice separatus, parte inferiori crassior, et laevigatus ramulis superioribus, tenuioribus, nec laevigatis.*

9. (9). *Duo insignes Corallii rami, uterque à Matrice divulsus, unus cum cortice, totus alter decorticatus, et laevigatus.*

(1) Il numero d'ordine consecutivo dall'1 al 254 è mio, ed è questo che viene, per comodità di citazione e di ricerca, richiamato nel testo, il secondo numero (..), è quello stampato nell'*Inventario*, che ricomincia dall'1, gruppo per gruppo.

10. (10). *Tres aliae insigniores Coralliorum Matrices, quibus frustula Corallina innata, necnon alia marina Corpora, ut uni earum Lytophyton, alteri Alcyonium, in ultima verò Conchae, Lichenis fragmenta, et alia.*

11. (11). *Varia Coralliorum frusta prorsus laevigata, et Matricibus adhuc inhaerentia unà cum aliis accidentariò junctis; Frusta numero novem.*

12. (12). *Item Corallium rubicundissimum, nudum, laevigatum et Saxo innatum; Frustum unum magnum.*

13. (13). *Corallia multiplici colorum varietate ludentia, nempe Corallii rubicundissimi frusta quatuor majora; Item Corallii minus rubentis frusta tria; Item Corallii rosei coloris frusta tria majora, et parva tria; Item Corallii xerampelini coloris frusta parva duo; Item Corallii candidi frusta tria, majora duo, alterum minus; Item Corallii, partim albi, partim rubri frusta duo ramosa, aliud exiguum non ramosum.*

14. (14). *Varia Corallii frusta in Maris fundum delapsa, ac detenta, inde extracta, et laevigata, varios ostendunt adscititios colores; Frusta numero undecim; Item Frustum majus sine Matrice in profundo Maris detentum, amisso cortice, lividum veluti colorem contraxit; Item Ramuli aliquot mutili, Matrìci adhuc juncti, in quibus è Mari extractis, ac de industria politis cernitur mixtus color, et quaedam veluti caries.*

15. (15). *Portiones Coralliorum variis Conchyliorum testis naturaliter innatae; Frusta numero quindecim.*

16. (16). *Aliae Coralliorum portiones lapidibus, Spongiis, seu Alcyoniis necnon unà ramusculo ligno innatae; Frusta numero novem.*

Il gruppo, ricchissimo, degli esemplari di Corallo rosso è indubbiamente quello meglio circostanziato nell'*Inventario*, e ciò non meraviglia, sapendo che il MARSILI se ne occupò a lungo, facendo l'importante scoperta dei piccoli polipi costruttori, che egli ritenne per i fiori della pianta Corallo, come considerò in egual modo anche quelli di altri organismi più o meno affini ⁽¹⁾. Nulla è detto

⁽¹⁾ È noto come il corallo sia stato per secoli ritenuto per un minerale arborecente, al quale aderiva schiuma di mare condensata... Dalla metà del seicento sino a poc'oltre la metà del settecento venne ritenuto per un vegetale, e la scoperta del MARSILI servì a ribadire questa erronea credenza; ma l'idea antica non scomparve così presto, nel settecento troviamo ancora autori che sono dubbiosi. Eccone un esempio: « Per verità, egli è assai probabile, che quelle piante pietrose sieno lapides sui generis, e non già parti d'animali o piante petrificate, come molti Autori hanno creduto. Se le radici figurate, sulle quali elle talvolta alignano, danno qualche sospetto, che abbiano potuto appartenere ad un animale, particolarmente una specie di *stella arborescens*; i tronchi provano apertamente il contrario, e non possono mai

dei luoghi di provenienza di quei esemplari; ma, se non tutti, certamente la maggior parte sono del Mediterraneo, e in special modo dei mari di Marsiglia; che, studiati sotto tanti punti di vista, diedero argomento alla redazione delle *Histoire Physique*, nella quale il MARSILI sviluppò a lungo lo studio sul Corallo (pag. 106-135), accompagnandolo di molte figure nelle tav. XXII-XXVIII. Precedentemente (Venezia 1711) ne aveva trattato nell'opuscolo, in 4°, *Brieve ristretto del Saggio Fisico intorno alla Storia del Mare*, con figure colorate a mano in una tavola divisa in due parti, con l'indicazione di tav. I e II; in questa Memoria è pubblicato, in estratto (pag. 5-12) una lettera scritta all'Abate BIGNON, che fu stampata nel *Journal des Savans* del febbraio 1707 (la lettera porta la data: Marseille le 18 décembre 1706). Nel medesimo Giornale, e nel maggio 1707 si ha: *Mémoire envoyée de Marseille le 21 février 1707 à M. l'abbé Bignon pour servir de confirmation à la découverte des fleurs de corail*. Nell'*Histoire de l'Académie Royal des Sciences de Paris*, cart. 48, trovasi: *Observations sur l'analyse des plantes marines et principalement du corail rouge*; e forse alcuni altri ⁽¹⁾.

esser considerati come parti d'un animale: nè si possono ridurre a qualche specie nota di vegetabili. Mr. BEAUMONT afferma, che egli ha presso di se più di venti differenti specie di *trochitae*, tutte meravigliosamente regolari, e che non hanno veruna comparazione con qualsiasi vegetabile a lui noto nella Natura: e non si può comprendere, come tante specie diffuse per molte parti della Terra dovessero venir a perdersi ». (CHAMBERS EFRAIMO: *Dizion. Universale* Venezia, 1749, tm. VIII, pag. 510). Con la denominazione di *Trochitae*, si intendono « specie di pietre fossili figurate, che rassomigliano alle piante ». (id. pag. 509). Non posso non accennare in questa prima citazione del *Dizion. Univ.* come G. LEWIS, autore del *Supplemento*, a pag. 359 del vol. III, dice che il Conte MARSIGLI era « Gentiluomo Francese! ».

(1) Non ho potuto riscontrare l'esattezza delle due ultime citazioni. Un lungo articolo sul Corallo si legge nell'ora citato *Dizionario* del CHAMBERS, tm. III, pag. 209, nel quale sono riportate le opinioni di un buon numero di autori antichi, ed il Traduttore riferì anche di altri del suo tempo; si nota però che il compilatore non aveva una opinione propria, e che le varie notizie sono fra loro piuttosto slegate.

Un accenno ai fiori del Corallo, ma non nel significato Marsiliano, trovo in un vol. di PAOLO BOCCONE (*Museo di Fisica e di Esperienze*, ecc. Venetia, 1697, 4° picc. pag. 253), ove leggesi: « ...aggiunto che il Latte, che si osserva nell'estremità delle ramificazioni del Corallo sia la materia dalla quale si facci la deposizione, e la prima impressione del Corallo sopra qualche solido, sia Conchiglia, pietra, o legno. (Chiamano alcuni l'estremità turgida, porosa, e stellata Fior di Corallo) ».

Per quanto abbia di proposito tralasciato di riferire una quantità di fantasticherie intorno alla natura del Corallo, faccio una eccezione per quanto ho letto in un volumetto stam-

Nella interminabile bibliografia del Corallo rosso, non mi è mai capitato di vedere citato un Catalogo di un museo privato, italiano, della fine del 700; intendo il *Prospetto del museo Bellisomiano Classificato, e compendiosamente descritto da Gio. SERAFINO VOLTA* ⁽¹⁾. Con la denominazione di *Isis nobilis* PALLAS, gli esemplari, in num. di circa 40, sono elencati al num. 38 a-d, a pag. 181.

H. M. DE BLAINVILLE, nel noto *Manuel d'Actinologie ou de zoophytologie* (Paris, 1834, pag. 502 e 680), elenca, descrive e figura (Tav. LXXXVI, fig. 2 2a) il *Corallium rubrum* CAV.; cita il MARSILI, ma non si estende nella storia e nella bibliografia. Nell'ultimo periodo, osserva: «...il est remarquable qu'on n'en a pas encore rencontré de fossile». Non so con precisione chi per primo abbia trovato fossile il Corallo rosso, forse fu il MICHELIN (*Icon.-zoophyt.* 1841-44) In Italia venne citato, per il primo, dal Michelotti nel 1847 (*Fos. ter. mioc. It. sept.*, pag. 54) che lo indica fossile per le colline (miocene) di Torino, e per togliere ogni dubbio, dichiara che i frammenti conservavano una tinta rosea. Il prof. Sacco, nel suo *Catal. paleontologico* (1889, pag. 312) al n. 699 mantiene la specie, attribuita all'Elveziano.

pato a Firenze nel 1769, dell'abate Rocco BOVI: *Dissertazione sopra la produzione de' Coralli*. Quando la teoria vegetale del MARSILI cominciò a tentennare, perchè si riconobbe la natura animale dei polipi, vi furono autori che non vollero di un tratto abbandonare la vecchia teoria, e dissero presso a poco così: «riconosciamo la natura animale dei polipi del Corallo, ma questi animaletti sono parassiti della pianta corallo». Ma siccome la verità si faceva strada, così qualche autore tentò di reagire vivacemente; fra questi è il citato R. BOVI. Egli, dopo averne dette di cotte e di crude contro i fantastici innovatori, più avidi di nomea, che di serietà scientifica e dopo aver sostenuto che i polipini si trovano bensì sul Corallo, ma che questo non è prodotto da quelli, stampa questi periodi, che, per non sciuparli, li trascrivo quasi per intero. «Diasi poi l'altro corpo, e figuriamoci, che sia il corpo di un Uomo il quale essendo pieno di rognà,... Dunque essendo pieno il corpo di quell'Uomo di migliaia, e migliaia di Pellicelli; ed il corpo del Corallo di migliaia e migliaia di Polipi. Dicesi poi a quel Filosofo ignorante di questo nostro mondo, che il Corallo viene ad essere prodotto, e cresciuto da quei Polipi, che in esso Corallo vi sono,... Dato questo... subito quel filosofo troverebbe la sua conseguenza, e direbbe che il corpo di quell'Uomo sia stato prodotto da quei Pellicelli, sopra del quale vi abitano,... ecc. ecc.».

(1) Vol. in 8. di pag. XVI + 304; Pavia (GIUS. BOLZANI), 1787. È un vol. molto interessante, che descrive, od elenca gli esemplari dei tre regni, fossili compresi, del Museo appartenuto ai Marchesi Pio e GIOVANNI BELLISOMI di Pavia. Il VOLTA SEV., è il ben noto autore dell'anonima *Ittiolitologia veronese* (1796), e qualche altro lavoro di paleontologia e di geologia.

Il prof. DE ANGELIS d'OSSAT nello studio sui *Corallari della Collez. MICHELOTTI* nel Museo Geolog. dell'Un. di Roma (1894, pag. 178 (13), ricorda due esemplari certamente attribuibili alla specie in discorso, ma privi del colore roseo indicato dal MICHELOTTI; come bibliografia si limita ad una citazione del SISMONDA ed alla seguente del SEGUENZA. Quest'ultimo Autore in *Disquisizioni paleont. intorno a corallari fossili* (I, 1863, pag. 18) cita il *Cor. rubrum* per il Mioc. di Gravitelli, Scoppo e Trapani presso Messina; ma l'attribuzione cronologica dei terreni, va ringiovanita. Nella grande Memoria su Reggio Cal. (1877-79, pag. 351 e 373) elenca questo Corallo per il Siciliano di Villa S. Giovanni, e per il Saariano di Reggio e dintorni. Io stesso ebbi per due volte occasione di raccogliere frammenti, ancora colorati, di Corallo rosso nei dintorni di Monteleone Calabro, e nei pianalti di San Nicola da Crissa (*Giacim. cetacei fossili n. Monteleonese*, 1886, pag. 71; Contribuz. geol. Catanzarese I, 1887, pag. 176, 181).

*Corallium album ramosum, sive album Officinarum
cum Affinibus. Caput. II. (pag. 2).*

17. (1). *Ramus insignis à Matrice divulsus num. 1. Item Rami valde minores pariter sine Matrice numero tres, vel quatuor.*

18. (2). *Corallium album Ramosum cum adjunctis Corporibus minus purum; Frusta duo.*

19. (3). *Item Frustum unum Concham amplexans; Item Frustum aliud in imo Corallium rubrum ostentans.*

Gli autori precedenti a LINNEO, con la denominazione di *Corallium album* indicavano molte specie, quasi tutte comprese nelle odierne *Madrepore* (s. l.); l'indicazione di *ramosum*, *nodulosum*, *fungosum*, ecc. servì al PALLAS, a LINNÉ ed altri, ad orientarsi; e si cominciarono così ad avere quelle denominazioni, che meglio permisero a limitare le specie. Una serie di tali specie bianche si può, come esempio, vedere nell'*Elenchus Zooph.* del Pallas ⁽¹⁾ sotto i nomi di *Millepora* e *Madrepore*, che riuniti in unico elenco nel mio studio sul Museo degli Scali in Livorno ⁽²⁾

⁽¹⁾ PALLAS P. S.: *Elenchus zoophytorum...* Hagae Comitum, 1766, 8°.

⁽²⁾ NEVIANI ANT.: *Di un Museo di Storia Naturale in Livorno al principio del Sec. XVIII di Tiberio e Pier Paolo Scali.* Mem. P. A. S., N. L., XI, pag. 365 (21), 1928.

La semplice indicazione di *ramosum*, usata dal MARSILI (n. 18) non è sufficiente: e non illumina, al riguardo, neppure l'*Hist. Phys.* ove ne troviamo segnate undici specie (pag. 142 e seg.).

20. (4). *Corallium asperum, candicans adulterinum Joanni Bauhino; Frustula duo, majus unum, alterum minus; Item aliud Frustulum particulae Madreporae adhaerens; Item unum Matrici innatum junctim aliis corporibus, ut Cortici Corallino, et duo alia minora. quorum uni Matrix nulla; alterum verò fragmento Pectinis innatum.*

Di questa specie il MARSILI ne tratta nell'*Hist. Phys.* pag. 143. e la illustra con figure nelle tav. XXXI e XXXII. La frase *Corallium asperum candicans adulterinum*, venne data da TRIONFETTI. Il BAUIN, citato dall'autore, ne ripete (1619, pag. 119) le caratteristiche; mentre il PALLAS (Elenchus, pag. 254) in scrisse la specie come *Millepora pumicosa*. LINNÉ la segnò nella X ediz. sp. 16, come *Millepora crustacea*; ma nella XIII ediz. lo GMELIN (pag. 3782) la riferì alla sp. *Mill. alcornis*. Si tratta di un briozooario conosciuto come *Cellepora spongites*, una delle forme attribuibili all'antica *Adarce seu Porus anguinus* di cui trattai nello scorso anno in una memoria della nostra Accademia (vol. XIV, pag. 215); ed oggi riferibile al gen. *Schizoporella* o a *Stylopoma*.

A complemento di quanto ebbi a scrivere circa *Adarce*, in questa mia memoria, aggiungo i seguenti appunti raccolti durante la compilazione della presente memoria.

PAOLO BOCCONE, in *Museo di Fisica*, pag. 271, scrive di *Adarce* a proposito di *Alcyonium durum, sive Primum Discoridis* (vedi più innanzi al num. 76): « ... *Adarcen* descritta, e figurata dall'ALDROVANDO è un Corpo di sostanza Corallina Porosa, e leggiera, come la precedente. *Lapis Spongiae*, da alcuni nominata *Cystolitos*, è una concrezione picciola, che si trova nelle sinuosità delle *Spongie Marine*, ed è anche formata per iuxta positione di Particelle, che sono penetrate e poi fissate nelle porosità delle *Spongie* sudette, ..., e imita questo *Lapis Spongiae* la natura dell'*Alcyonio* duro, benchè sia di Grana inferiore alle particelle Coralline ».

Il D'ARGENVILLE (Mons ***) nell'opera: *L'Histoire Naturelle eclarcie dans une de ses parties principales, L'Oryctologie*, etc., 1755; a pag. 362 pass., tratta *des Pierres poreuses*, e trascrive le indicazioni relative, prese da un buon numero di Autori; è a pag. 367 che cita *Adarcion* come un « amas de mousses de mer, approchant de l'Alcyon ».

Nella medesima pag., l'Aut. segna una *Spongites*, a quanto pare tratta da un'opera del LANGIUS, che descrive con la seguente frase: « Pierre blanche, couverte de petits trous, d'une nature légère et friable, qui par ses cannelures imite l'éponge; c'est une espèce de Fungus ».

E. BERTRAND nel suo *Dictionn. Universel*, 1763, tm. I, pag. 4, dice che *Adarce* « c'est une écume salée, qui s'attache dans les marais maritimes, aux roseaux; Elle forme des incrustations, et l'on trouve souvent de ces incrustations aux environs de la mer dans le sein de la terre ». L'Aut. ci fa conoscere ancora che « Les Arabes appellent cette substance *Adarchi*, *Atharachi* ou *Adaracha*. Les Polonois *Piana Trzcinna*.

Il medesimo Aut. a pag. 156, del II tm. del *Dictionn.* scrive intorno alla *Reticulaire petrifiée* ou *Pierre-reticulaire*, della quale indica come sinonimi: « Latin, *Lapis reticularis*, *Lapis spongiosus*; *Retepora*; *Eschara marina* IMPERATI; *Reticula marina*, *Porus*; en Allemand *Nezestein*. Come si vede qui vi ha parecchia confusione, e il *Lapis spongites*, di cui qui mi occupo è molto probabilmente la 4^a sp. indicata dall'Aut., cioè « La pierre reticulaire grenelée, qui est parsemée de petits grains, qui la sont souvent confondre avec la Pierre ovaire ».

PALLAS (*Elenchus*, pag. 273) in appendice al gen. *Millepora*, dopo aver detto di varie incrostazioni, aggiunge: « Sub *Adarces* nomine DIOSCORIDES Incrustato nostro analogum quid intellexisse videtur »; riferisce poi quanto si legge nel *Mus. Metall.* dell'ALDROVANDI, da me citato a pag. 210, e termina: « Quod RUMPHIUS *Saxum calcareum* (Amb. VI, pag. 249) appellat, affine quoque huic speciei concrementum esse videtur » (1).

Il testo del PALLAS viene citato vagamente dal DE BLAINVILLE, nel grande *Dizion. di Scienze Naturali* (ediz. ital. vol. I, 1830, pag. 217) al vocabolo *Adarce*, *Adarces* (*Polip.*): « Sembra, secondo Pallas, che sotto questo nome DIOSCORIDE abbia indicato qualche specie d'escare cretacee ».

Il sig. CIORGIO LEWIS in *Ciclopedia*, o Supplemento al *Diz. Univ.* del CHAMBERS (ediz. ital. vol. V, 1775, pag. 242) alla voce *Spugna cotone* ricorda l'*Alcyonium* o *Adarce* « che i Droghieri dell'età posteriori, e moderni sonosi immaginati di vendercela sotto la denominazione di piccola pietra di spugna, *lapis spongiae* ». Segue un grossolano cenno di struttura microscopica, e, detto alla fine dell'articolo che « è una specie di congerie od ammasso d'innumeri di

(1) Non ho trovato l'indicata citazione nell'opera *D'Amboinsche Rariteitkamer* (1705), nè nel *Thesaurus* (1739) che la riassume, per quanto ne abbia diligentemente passato in esame ogni pagina. L'ediz. che ho sottomano è la prima.

semplici piccolissime faccette assomigliantisi grandemente alle scaglie di pesci », termina citando l'*Hist. Phys. de le Mer* del MARSILI. (In altra ediz. del medesimo dizion. che porta eguale data, il citato articolo, trovasi al vol. XVIII, pag. 417).

Del *Lapis Spongiae*, considerato come materiale farmaceutico, mi sono capitate sott'occhio le seguenti citazioni:

Pharmacopoea Schrödero Hoffmanniana illustrata et ornata, 1687, pag. 225: « *Lapis Spongiae* est lapis prorsus friabilis, in spongiis concretis, colore candido vel gryseo. Dicitur Cystolithos (ab usu), Lapis Cappadox quorundam. German. *Schwamstein*. Pierre d'éponge, Sponge-stone, found in sponges ».

Nella *Pharmacopoeia Augustana Renovata*. 1734, scritta da una società di farmacopoli e medici, trovo il *Lapis spongiae* per due sole volte (pag. 103 e 105) usato insieme ad altri ingredienti, come polvere *ad Strumam* e *ad calculum*; di questa ed altre moltissime sostanze nominate nel volume, non sono segnati i caratteri morfologici o biologici relativi.

21. (5). *Corallium album, articulato Bauhini* ⁽¹⁾, *et Imperati accedens sine Matrice; Frustulum unum purum, et elegans; Item sine Matrice Frusta aliquot tartareâ substantia, aliisve adjunctis corporibus confusa, et horum quidem majora quatuor, cum quinto minore; Item ejusdem Corallii adulterini Frustula tria variis Conchis innata.*

22. (13). *Hippuris Saxea Clusii; Frustum unum majus, colore vitiatum; Item alterum longè minus, sed illaesum.*

Ho avvicinato i due numeri, 5 e 13, del MARSILI, perchè trattasi della medesima specie, o, per lo meno, di specie affini. Essendo, con tutta probabilità, esemplari del Mediterraneo, vanno riferiti (CARUS, 1885, pag. 62) a *Mopsea elongata* PHIL. ⁽²⁾. Per i tre Autori citati dal MARSILI, vedi: IMPERATO (1599), pag. 719 con figura; CLUSIUS (1605), lib. VI, cap. 8, pag. 124); GASP. BAUHINI (1623) pag. 366, n. IX ⁽³⁾. L'IMPERATO cita come località l'isola di Maiorca, che non è mentovata dal CARUS. Di questa specie se ne fa parola da molti autori antichi, perchè veramente si impone per le sue caratteristiche, cito solo i seguenti, perchè di essi il nostro Autore ne fa menzione varie volte nell'Inventario; intendo

⁽¹⁾ Per errore di stampa, si legge: *Bacchini*.

⁽²⁾ Al LAMARCK ed al DE BLAINVILLE la specie mediterranea era sconosciuta.

⁽³⁾ Il BAUHIN, pag. 365, intende questa specie del CLUSIUS diversamente: la riferisce di fatti (num. XIX) al suo *Equiseto similis saxea*.

dire l'ALDROVANDI, *Mus. metall.*, 1648, pag. 289, n. 2, il BONANNI, *Mus. Kich.*, 1709, pag. 265, n. 5, f. a pag. 285 e il TOURNEFORT, *Instit.* 1719, pag. 572. Desidero però rivolgere l'attenzione ad un brano del *Museo di Fisica*, ecc. di P. BOCCONE, giacchè questo Aut. trattando dell'*Hippuris Saxea*, pag. 254, meglio e più chiaramente che altrove espone il suo pensiero sui rapporti esistenti fra la membrana esterna di quest'organismo, od il tartaro del Corallo, e la parte solida interna; che Egli immagina costruita dalla parte terminale e più giovane delle branche, entro il rivestimento che agisce come da modello (v. nota al num. 16). È questo un interessante tentativo che si discosta del tutto dal pensiero dei più antichi autori del 500 e prima metà del 600, che ritenevano la parte solida essere esclusivamente minerale, e la parte esterna un prodotto delle acque del mare, senza alcuna relazione genetica fra le due parti. Il capitoletto del nostro Aut., che occupa tutta la pag. meriterebbe di essere trascritto per intero; ma, per brevità, mi limito al necessario.

« Questa produzione marina riconosce il suo principio da materia Salina di Corallo bianco, e la natura per formarla articolata si serve di una Meccanica, e d'un modello di delicata Membrana, ch'è disposto a foggia di capsula oblonga, ma delle quali capsule essendo stata ripiena di particelle Coralline bianche, come Alabastro, vi succede una nodosità, e immediatamente dopo questa producesi un'altra Capsula simile alla prima, ... »; e più oltre, leggesi: « Per questa, e per la precedente Osservazione della Produzione, e dell'origine dell'*Hippuris saxea*, possiamo meglio concepire la produzione del *Corallo Rosso* di Dioscoride... La capsula, il Ricettacolo, ed il modello, del quale essa natura si serve col produrre l'*Hippuris saxea*... è più manifesto al senso dell'Occhio, ... nel *Corallo rosso*... il quale piglia la sua prima impressione dal Tartaro corallino, che hà la Vece di Capsula, di Ricettacolo, e di modello, per ricevere, la juxta posizione delle particelle, che vengono precipitate dall'Lievito, Fermento o Latte, che è di sapore di Pepe; e a poco a poco, per l'Anatomia delle cose naturali si v'è scuoprendo l'ordine, e la Meccanica, con la quale opera la Natura, sì nella Produzione de' solidi, come anche nelle Produzioni Marine ».

23. (6). *Corallium album stellatum Bauhino, Conchae ostreaceae Margaritiferae innatum; Frustum unum parvum.*

GASP. BAUHIN, in Πένταξ (1671, pag. 366) al num. VIII, in dipendenza del gen. *Corallum* segna la indicata specie e cita il *Cor. stellatum* IMPER., senza alcuna descrizione. Nell'*Hist. Naturale* (1599, pag. 714) l'IMPERATO dice questa specie propria dell'Oceano; a pag. 718 ne dà la figura sopra la quale stampa:

Corallo stellato spezie di corallo men solida e men bianca, che il precedente, portata d noi da mari di Spagna. Autori posteriori (LINNÉ-GMELIN, 1788, pag. 3774) lo riportarono alla Madrepora porites, o Porites clavaria DE BLAINV. (M. Actin., pag. 396). TOURNEFORT. Instit. p. 573, lo chiamò Madrepora alba, stellata, major.

24. (7). *Corallium, an albū foliatum? Tournefort. Instit. Rei Herbar.: Frustum unum Matrīci innatum; duo alia sine Matrīce.*

Corallium album, foliatum: Tourn. l. c., pag. 572.

Nei testi da me consultati, non ho trovato citata questa specie, che molto probabilmente si riferisce ad una delle *Madreporae*, dette *foliaceae* od *explanatae* del SOLANDER (*Zooph.*, 1786, pag. 156 e seg.).

25. (8). *Corallio affinis Porus magnus, Bauhino, seu Poro grande dell'Imperato connaturaliori Matrīci innatus; Frustum magnum. duo alia minora, quorum unum sine Matrīce: Item aliud Frustum coenosa materie infectum, et variis Conchis, ac Tubulis marinis copulatum.*

GASP. BAUHIN, in Πίναξ (1671, pag. 367) al gruppo *Pori Corallo affinis*, n. I, cita l'indicata specie e ricorda quella dell'IMPERATO, per la quale vedi *Hist. Nat.*, 1599, pag. 715. Il *Poro grande*, dice l'Aut. « alla radice è quasi in grossezza di braccio humano: ma paragonato al geno de Coralli non have altezza corrispondente... ». TOURNEFORT chiama questa specie: *Madrepora maxima arborea* (*Instit.* pag. 573). Il MARSILI, in *Hist. Phy.*, pag. 140, la chiama *Grand Madrepore*, e ne dà tre figure, 144-146, a tav. XXXI; successivamente, il PALLAS (1766, pag. 302) e LINNÉ-GMELIN (XIII ed., 1788, pag. 3777) riferirono la specie alla *Madrepora ramea*. Con eguale denominazione venne elencata da VOLTA SER. nel *Prosp. Mus. Bellis.*, pag. 180, e poi illustrata da una veramente grande e bella figura (tav. XXXVIII) dal SOLANDER-ELLIS (1786, pag. 155). Trovasi nel Mediterraneo ed è oggi conosciuta come *Dendrophillia ramea* L. (M. EDW.); vedi CARUS. *Prodromus*, 1885, I, pag. 83 (¹).

26. (9). *Madrepora Ramosa Imperato, et Corallio affinis Madrepora Ramosa Bauhino; Frusta à Matrīce divulsa duo: Item aliud, cui Corallium rubrum innatum.*

(¹) DE BLAINVILLE, *Actin.* pag. 354, cita l'ediz. franc. del DONATI, *Adriat.*; in quella italiana (1750) la specie è descritta a pag. LIII (Tav. VI).

Non mi è riescito molto facile decidere a quale specie si debba riferire questa indicazione dell' « Inventario »; ma partendo dalle due citazioni, ritengo di essere giunto ad una esatta conclusione. IMPERATO (*Hist. Nat.*, 1599) appena accenna nel testo alle *Madripore* (pag. 717), ed a pag. 721, presenta una figura, al di sopra della quale pone la seguente dicitura: « Madrepore ramosa con le stremità terminate in piano, ... si vede nelle parti de suoi tronchi molta differenza, perciocchè le parti che sono in luoco de tronchi primi, sono dense, e bianche in modo de Coralli, le seguenti e che sono quasi annue aggiunte, sono rare, e deboli, e di color oscuro, e purpureo, e contenenti alquanto di sustanza simile à membrana, onde puote argomentarsi essere in essa partecipazion di vita sensitiva, nel modo che è nelle vele marine, e nelle spongeie ».

Il BAUHIN GASP., Πίναξ, pag. 367, V, scrive: « Corallus affinis Madrepore ramosa. — Madrepore ramosa IMPER. — In eadem planta varietas et in substantia et colore pro partium diversitate reperitur ». Con la sola denominazione dell'IMPERATO, trovo la specie elencata da TOURNEFORT. *Inst.* pag. 573.

L'incertezza, dovuta alla molteplicità di *Madrepore ramosae*, rappresentate nell' *Hist. Physique de la Mer* e alle varie equivocate citazioni degli Autori, viene a scomparire, confrontando le figure, più che le descrizioni, che sono incomplete, dell'IMPERATO e del MARSILI concedendo un limite alquanto lato a secondarie particolarità, provenienti dal disegno esatto o inesatto, dalla età del campione figurato, dalla prospettiva, ecc. È, in ultima analisi, la fig. 136 della tav. XXX (le fig. 135, 137-139 rappresentano dei particolari) che corrisponde a quella dell'IMPERATO, la descrizione trovasi a pag. 137: *Madrepore Rameux à Calices de substance aisée à froisser*. Ma queste figure non le trovo citate dagli Autori consultati; ora il confronto di detti disegni a tav. XXX, con quelli del numero precedente (25) fanno concludere che si debbano ritenere per rappresentanti due esemplari della medesima specie; difatti in LINNÉ-GMELIN (pag. 3778) leggo la citazione: WORM, *Mus.* pag. 233. *Madrepore ramosa Imperati*, riterita alla *Madrepore ramea* (v. num. precedente), per quanto alcune delle altre citazioni non corrispondano; concordo poi con il BERTOLONI, *Amoen.*, pag. 249, che a *Madr. ramea* pone a sinonimo la *Madr. ramosa* dell'IMPERATO.

27. (10) *Millepora Imperato, et Bauhino; Frustum sine Matrice unum; Item Frustum alterum majus, cui Lithophyton, et Spongia hircina nigra superinnata.*

Si potrebbe, a prima vista, supporre che qui si tratti di un briozoo; ma la figura data dall'IMPERATO (*Hist. Nat.*, pag. 720), al di sopra della quale si ha

la semplice indicazione di *Millepora*, è di una *Madrepora*. Nel testo (pag. 716) l'Aut. così la descrive brevemente: « ...ha moltitudine di germogli, che a modo di folte cannuccie accozzate insieme nascono... ».

GASP. BAUBIN (l. c., pag. 367) elenca semplicemente al num III dei *Pori*: *Milepora Imperati*; ma TOURNEFOR (Institut., pag. 573), l'ascrisse a *Madrepora*.

Anche per questa specie le citazioni sono incerte e contraddittorie; l'ispezione della citata figura dell'IMPERATO, me l'ha fatta riportare alla ben nota *Cladocera caespitosa*, così comune nei nostri terreni neogenici; e nel *Syst. Nat.*, ed. XIII, pag. 3770, alla voce *Madrepora cespitosa* trovai la seguente citazione del WORM: *Mus.* pag. 235. *Millepora Imperati*, che il PALLAS (*Elenchus*, pag. 315) riferisce a *Madrepora flexuosa*.

Alla medesima sp., *Madrepora caespitosa*, viene indicata come sinonimo la *Millepora Imperati*, dal BERTOLONI, nella monografia sui *zoofiti del Porto Lunense* (1^a ediz., 1810, pag. 71; 2^a ediz. in *Amoenit.*, 1819, pag. 247), nella quale trovo le seguenti indicazioni bibliografiche che trascrivo entro il solito limite.

LINNÈ-GMELIN; *Syst.*, pag. 3770, n. 67: *M. cespitosa* ⁽¹⁾.

OLIVI; *Zool. Adriat.*, pag. 218, excl. Linn. syn. *M. fascicularis* ⁽²⁾.

LAMARCK; *Hist. Nat. An. s. vert.*; t. 2, pag. 228, n. 8: *Caryophyllia caespitosa* ⁽³⁾.

PALLAS; *Elenchus*, pag. 315, n. 184: *M. flexuosa*.

IMPERATO; *Hist. Nat.* ed. Napol., pag. 720; ed. Ven., p. 628: *Millepora* ⁽⁴⁾.

BOCCONE; *Mus. di Fisic. e di Esp.*, pag. 288, tab. 9, f. 1: *Madrepora* ⁽⁵⁾.

(1) Dell'IMPERATO troviamo citato il *Porus matronalis*, p. 818; così pure nell'opera del PALLAS, p. 315.

(2) L'Aut., pag. 219, espone alcune Osservazioni sopra le Madrepore fossili, specialmente sul fatto che essendo esse di origine calcarea, si trovano silicizzate in mezzo ai calcari. Sono belle pagine che meritano di essere lette.

(3) Nella 2^a ediz. curata da DESAYES et M. EDWARDS, la specie è descritta in vol. II, pag. 352, n. 8.

(4) Della *Millepora*, l'IMPERATO ne parla a pag. 716 (ediz. Napoli); a pag. 720 evvi una buona figura. In questa ediz. non esiste il *Porus matronalis* citato da alcuni autori.

(5) PAOLO BOCCONE — *Museo di Fisica | e di esperienze | Variato, e decorato | di | osservazioni | Naturali, Note | Medicinali, e Ragionamenti secondo i Principij | de' Moderni | di | Don Paulo Boccone | Gentiluomo di Palermo, Botanico del Serenissimo Gran | Duca di Toscana, Collega dell'Accademia Caesareo | Leopoldina Naturae Curiosorum: | ed al presente | Don Silvio Boccone | Monaco del Sacro Ordine Cistercense della Provincia | di Sicilia: | Con una Dissertazione dell'Origine, (alla | p. 262) e della Prima Impressione delle Produzioni | Marine, come*

BONANNI; *Mus. Kirch.* ed. BATAR., t. I, pag. 173, § 23, tab. 43, n. 9 ⁽¹⁾.

GUALTIERI; *Index*, par. 3, clas. unica, tab. 106, fig. g. *Balanorum cylindraceorum glomus*. *Id.* tab. ultima inter tab. 61 et 62: *Acropora caespitosa* ⁽²⁾.

Fucus, *Coralline*, *Zoophite*, | *Spongie*, ed anche intorno l'Origine | de *Funghi*, con *Figure in Rame*. | ... In *Venetia*, M.DC.XCVII. | Per Jo: *Baptistam Zuccato*, in 4° picc. con tav. in vario formato, e ritratto a prima pag.

Ho riportato per intero il frontespizio di una delle maggiori opere di questo enciclopedico palermitano (e non Savonese, come è stampato in qualche biografia): 24. IV. 1633 - 22. XII. 1704. La migliore biografia da me conosciuta, con l'elenco forse completo delle sue opere, fu scritta da DU-PÉTIT-THOUARS, ed inserita nel vol. VI, pag. 267 della *Biogr. Univers.* ant. e moderna, edita in Venezia dal MISSIAGLIA (1822).

La sopra riportata citazione del BERTOLONI, si riferisce alla fig. 1 della tav. IX, ove è stampato in carattere molto piccolo la parola *Madrepora*; nel testo, alla citata pag. ove è richiamata detta fig. si parla di *Pietre Stellarie* o *Astroites*, che « riconoscono la loro struttura, e la loro composizione dell'aggregato di Cauli Coralloidi, porosi e Stellati ». Il libro è denso di notizie non sempre ben legate fra loro, con considerazioni non sempre chiaramente espresse, e spesso assai curiose, e contrastanti con le idee già manifestate da Autori del tempo e precedentemente. Più oltre riporterò due tratti relativi ai fossili ed alle spugne.

La medesima figura, molto meglio disegnata e chiara trovasi nella tav. inserita a pag. 121, con l'indicazione « *Millepora d'Imperato* » nel molto interessante volumetto: *Recherches et Observations Naturelles* dello stesso Autore, Amsterdam 1674, 8° picc. Dette figure sono state eseguite, copiando in dimensioni minori il bel disegno dell'Imperato, a pag. 720 della *Hist. Nat.* (ediz. 4599).

Delle *pietre stellate* in varie lettere: cioè, la 13^a, pag. 118, diretta al celebre Stenone; la 16^a allo stesso Stenone, pag. 138; la 17^a, pag. 141, diretta ad Arnoldo Seyen e J. Swammerdam. Sono poi assai interessanti le risposte, o lettere direttamente ricevute dall'Aut. per parte di altri scienziati. Sul predetto argomento sono: la lettera di Moran, pag. 125; la 15^a di di Stenone, pag. 135; la 19^a dello Swammerdam, pag. 154; questa di interesse straordinario, e che meriterebbe di essere ripubblicata e commentata, tanto più che non la trovo citata nelle bibliografie di questo infelice scienziato; a questa lettera ne fa seguito un'altra, la 20^a, riguardante l'*Origine et l'Anatomie du Corail rouge*, pag. 173.

⁽¹⁾ La edizione citata dal BERTOLONI porta il titolo: *Rerum Naturalium Historia*, pubblicata dal p. BATTARRA nel 1773; anche la fig. 9 della tav. XLIII, è evidentemente copiata dall'opera dell'IMPERATO, per quanto sia stata alquanto cambiata raccorciandola trasversalmente. Per il *Museum Kircherianum* edito dall'Aut., (il p. FILIPPO BONANNI) nel 1709; è a pag. 266, n. 9, che si tratta della *Millepora* dell'IMPERATO, e la corrispondente trovasi nella tav. a pag. 286, fig. 9. Questo argomento delle *Plantae marinae*, non fa parte, per quanto è a mia cognizione, di lavori precedenti del medesimo Autore.

⁽²⁾ GUALTIERI NICOLA, *Index Testarum Conchyliorum*. Firenze, 1742. La citazione del BERTOLONI è esatta; la figura è piccola ma bene distinta; il Gualtieri nella pag. di spiegazione al *Balanorum Cylindraceorum glomus*, fa seguire: BONAN. *Class. I. num. 14 et 15*. Non com-

ELLIS and SOLANDER; *Nat. hist.*, pag. 151, n. 6, tab. 31, fig. 5, 6; *M. flexuosa* ⁽¹⁾.

ALDROVANDI; *Mus. Metall.*, pag. 292: *Pseudocoralium album fungosum* ⁽²⁾.

MERCATI; *Metall. Vat.*, pag. 134, arm. 6, cap. 22: *Juncus lapideus* ⁽³⁾.

Nel testo è ricordata, con alquanto dubbio, la *Madrepora caliculare* del Cavolini (Mem. pag. 48). Questa citazione va così completata; ed. Napoli, 1785, pag. 48, tav. III, fig. 1-5; ediz. tedesca dello SPRENGEL, 1813, pag. 26, tav. III, fig. 1-5; a me, poi, pare non vi abbia alcun motivo di dubbio.

28. (11). *Madrepora Abrotanoides* Tournefort, et *Abrotanoides planta Saxeae Clusii*; *Frusta duo*.

TOURNEFORT, *Instit.* pag. 573, accanto alla sua *Madrepora abrotanoides*, oltre alla memoria del CLUSIUS (*Exot.* 123) cita J. BAUHIN, 3, 807.

Non ho sottomanò l'opera del CLUSIUS; ma il MARSILI, nell'*Hist. Phis. d. l. Mer.*, pag. 154, dice che la sua *Madrepore a cone* (tav. XXXIV, f. 169; t. XXXV, f. 170) fu dal TRIONFETTI (parere verbale) riportata all'*Abrotanoides* ⁽⁴⁾. Ora, così l'indicazione del TOURNEFORT, come quella del MARSILI, sono da LINNÉ-GMELIN (pag. 3775) riferite a *Madrepora muricata*, come già il PALLAS (*Elenchus*, pag. 327). « Successivamente il LAMARCK (*Hist. an. s. vert.*, II ed., v. II, pag. 448) ed il DE BLAINVILLE (*Actin.*, pag. 390) mantennero la denominazione di *Madrepora abrotanoides*. Rifacendomi per qualche anno più addietro trovo che E. BERTRAND, *Dict. Univers.*, tom. I, pag. 1, al vocabolo *Abrotanoïde*, che è il primo del diligente dizionario, ne dà questa definizione generica: « C'est une sorte de plante marine pétrifiée qui, selon quelques Naturalistes, imite l'aurone [limoncella]. Cette plante coralline est à branches

prendo da dove sia stata tolta questa citazione. Nella nota precedente ho riferito sull'opera del BONANNI.

L'altra figura, sopra citata, è veramente bella ed artistica; sotto vi si legge: « Acropora caespitosa, albida, ramosa, et non ramosa, ramis junceis, ex Museo N. Gualtieri n. 5 ».

⁽¹⁾ Esatta è l'indicazione dell'ELLIS-SOLANDER (1786); la specie manca nell'opera originale dell'ELLIS.

⁽²⁾ Nel testo, pag. 291, l'ALDROVANDI così si esprime: « Pseudocoralium album habet inaequalitates tuberosas, crusta externa ambiente alba, sed pars interna tota fungosa, et friabilis est ».

⁽³⁾ Il cap. XXII dell'indicata opera. porta appunto il titolo *De junco lapideo*; e nella medesima pag. vi è una discreta figura, che molto si allontana da quelle di altri autori del tempo.

composées d'écailles ou de petites tubercules, ou de vessicules poreuses ». Nella nomenclatura ovverosia sinonimi, l'Aut. cita: *Saxum Abrotanoides* e *Millepora Ramosa Abrotanoides*; ed in ultimo, nella bibliografia, trovo: ELLIS, tab. 32, La Haye 4°, 1756; DONATI, tab. 6, La Haye, 4°, 1758; ma nessuna di queste due citazioni corrisponde alla specie ammessa da LINNÉ e LAMARCK.

29. (12). *Tubulara purpurea Imperato, et Coralliis affine Alcyonium rubrum, Bauhino.*

La *Tubipora musica*, cui si riferisce l'elencazione ora riportata, è così nota, che mi limito alla citazione bibliografica di due Autori. IMPERATO, *Hist. Nat.*, 1599, pag. 71, buona fig. a pag. 723; GASP. BAUHIN, Πένταξ, pag. 367, num. XII.

Corallinarum, quae et Litophyta nonnullis vocantur.
Caput III (pag. 3).

30. (1). *Corallina fruticosa recta, alba; Bauhino... seu Litophyton marinum albicans, Gesn: fossil. Plantae num. 3. Item eadem partim decorticata, partim cortice tecta: num. duae, harum una suae Matrisci innata, sed tota ferè nuda: Item eadem omnino cortice denudata; Plantae num. 3.*

31. (2). *Eiusdem Matrisci connaturaliori innatae Plantae duae: Item eadem Saxo durissimo innata; Plantae tres.*

32. (3). *Eadem suae Matrisci insidens, sed Cortice Corallino majori ex parte ramos obductos habens: Item eadem sine Matrisc, ramis tamen aliquot Cortice Corallino tectis; Plant. 1. Item eadem sine Matrisc, ramis verò diversa marina corpora adhaerentia.*

33. (4). *Eadem Matrisci insignioris magnitudinis innata unà cum Tubulis Vermium marinorum ipsam undique obsidentibus; inferius etiam quibusdam Ostreaceis.*

34. (5). *Eadem suae Matrisci juncta adhaerente ad pedem ipsius Arancia marina Bauhini Pinace; necnon Fuco marino eidem Matrisci innato.*

35. (6). *Eadem lapillo fluviali, lino infecto; Plantae duae; Item eadem saxis maioribus angulosis innata, quorum uni etiam Tubuli marini adjuncti; numero duae. Item eadem lapidi foraminoso innata, unà cum Tubulis Vermium petrificatis.*

36. (7). *Eadem sine Matrisc, sed uno sui Ramulo Aranciae marinae corticem insertum habens: Item eadem sine Matrisc, sed quibusdam ramulis*

Corticem Corallinum, et Lichenem marinum cum fragmento Pori cervini adjuncto obtinens.

37. (8). *Eadem suae Matrìci insistens, simulque Spongiolam hircinam nigram eidem Matrìci junctam admittens: Item eadem fragmento Tubuli forsàn marini innata, et in ramis putamen habens ori piscis, vulgò dicti Raza.*

38. (9). *Item eadem Licheni marino petrificato innata, maxima tamen ex parte cortice nuda.*

39. (10). *Eadem diversis Conchyliorum Testis pro Matrìce inservientibus; numero decem, quarum una parvula, penitus decorticata.*

40. (11). *Matrìx insignis, in qua plures Corallinae plantae spectantur, et in eadem Opuntia marina; Lichen marinus, et alia; numero una. Item altera Matrìx, cui unica planta innata.*

41. (12). *Corallina sine Matrìce, cujus ramuli partim Cortice Corallino rubro vestiti, partim spoliati; num. 1.*

42. (13). *Corallina fruticosa, recta, alba, cortice verrucosiore obducta, habita ex Mari Barbarico.*

In questo terzo capitolo il MARSILI ha riunito, meno che al num. 43 (14) seguente, molti esemplari di quella *Corallina* a corteccia rugosa, che venne poscia aggregata al genere *Gorgonia* e, a quanto sembra, tutte di una sola specie: la *Gorg. verrucosa* PALL., comune nel Mediterraneo (CARUS, *Prodr.*, I, pag. 60); se ne eccettui quelle vagamente indicate al num. 41 (12). La citazione della frase del BAUHIN (n. 30), ripetuta parzialmente alla fine della serie (n. 42), chiude come fra due netti limiti le denominazioni intermedie.

I caratteri dati dal BAUHIN, Πέναξ, pag. 366, n. I, sono: « Ligno intus durissimo et nigro cui crusta obducitur, aliis candida, aliis cinerea, aliis rubens, testacea substantia ». Le sinonimie sono: *Juncus petrosus*, AUG.; *Lithophyton marinum albicans*, GESN. foss., e TOURNEF., *Instit.* pag. 574; *Quercus marina* TEOFR.-CLUSIUS, *Hisp. et Exot.*; *Corallina alba*, LOB. TAB.; *Corallium album*, LUGD.; *Muscus marinus fruticosus* CAST.; *Corallii similes frutices* CAES. Mentre non ho trovato nei volumi consultati la citazione del BAUHIN, così come è trascritta nell'inventario, ho constatato che qualcuna delle frasi sinonimiche sono ripetute da varî autori, quali, ad es., il PALLAS, *Elenchus*, pag. 196, LINNÉ-GMELIN (*Syst.* ed. XIII), pag. 3803, e VOLTA SER. *Prospetto*, pag. 173, per la *Gorgonia verrucosa*, come sopra ho detto.

Anche il BERTOLONI, in *Amoen.* pag. 218, riferisce il *Litofto con tonaca di color bianco sucido* elencato nell'*Op. postuma* del GINANNI, alla medesima specie;

mentre il *Litofito con tonaca bianca* del GINANNI, l. c., pag. 15, viene chiamato *Gorgonia stricta* BERTOL.

43. (14). *Aliud Litophyton ex Mari Barbarico, an Peucitis? Aldr. Musaeo* pag. 848.

La citazione, per quanto dubbiosa, del *Peucitis* dell'ALDROVANDI, è l'unico punto che ci permetta qualche ricerca bibliografica.

L'ALDROVANDI (l. c. pag. 848-850) disegna tre sorte di *Peucite*, che definisce (pag. 850): « Tres primae Tabellae ostendunt plantas petrificatas Pinum aemulantes... ». Esse sono delle *Antipathes*, che non corrispondono ad alcuna delle specie descritte e figurate dal MARSILI nella sua *Hist. phys. de la Mer*. La specie aldrovandiana disegnata nella Tabella I, venne riferita alla *Antipathes pennacea* da vari Autori, quali i seguenti: PALLAS, *Elenchus*, pag. 209; LINNÉ-GMELIN, *Syst. ed. XIII*, pag. 3797; LAMOUROUX, *Hist. Pol. Cor.*, pag. 379; LAMARCK, *Hist. an. s. vet.*, ed. II, tav. II, pag. 483.

Corallinae cortice non rugoso (pag. 4).

44. (1). *Corallinae flavescentis, laevis Bauhin. Prodr. Plantae aliquot, quarum una partim decorticata; Item altera partim Cortice Corallino rubro tecta; Item altera Conchae ostraceae indita; Item altera Conchae alterius generis innata, unà cum alia minore decorticata; Item una sine Matrice, habens secum Spongiolam ramosam.*

GASP. BAUHIN, segna nel Πίναξ, pag. 366, n. XV: « Corallina pallide flavescentis cortice laevi: quae 3 in Prodomo ». Nel Προδρομος (1671), pag. 153, cap. VI, n. III, scrive: « Corallina pallide flavescentis laevis; hoc crusta pallide flavescente. laevi ac friabili obducta est: à qua utrinque modo rami, modo styli laeves et flexiles prodeunt ». TOURNEF., *Instit.*, pag. 574, la riferisce al gen. *Lithophyton*, con i medesimi attributi segnati da BAUHIN.

45. (2). *Corallinae rubescentis Plantae maiores, ac minores in totum circiter septem; Item una Matrici majori innata, tota ferè cortice nuda; Item una vix cum Matrice, ramis maxima ex parte, aut Alcyonii substantia, aut Cortice Corallino rubro circumvestitis: Item alia sine matrice, sed insignioribus ramis, quorum nonnulli ima parte Cortice Corallino rubro vestiti.*

Le frasi generiche qui trascritte, con le quali non vi è alcun richiamo di Autori, non permettono alcun riferimento alle forme odierne; esse appar-

terebbero certamente alle *Alcyonaria* di EDW. et H. od *Octactinia* dell'ENBG. e forse al genere *Muricea* LMX. (*Encycl. Meth.*, tom. II, pag. 558).

46. (3). *Corallina olivacei coloris sine Matrice: Ram. 2. simul colligati. Item ramus alter in Matrice, sed integrè denudatus.*

Mi sembra si possa riferire al *Lithophyte 5* del MARSILI (*Hist. Phys.*, pag. 101), del quale l'Aut. dice: « La plante dépouillé de l'écorce, est d'un verd d'Olive ». Questa corrisponderebbe, secondo il PALLAS (*l. c.*, pag. 177), alla *Gorgonia verticillaris*; specie accettata in LINNÉ-GMELIN, XIII, pag. 3798 e DE BLAINV., *M. Actin.*, pag. 506. Vedi anche: VOLTA SER. *Prospetto*, pag. 172.

47. (4). *Corallina, seu Lithophyton majus lateritii coloris sine Matrice; Item alterum per intervalla ramorum decorticatedum.*

Nella *Hist. Phys.* del MARSILI a pag. 99-100, per il *Lithophyte 4*, leggiamo: « L'écorce sortant de l'eau, est de la couleur de la pierre cuite subtile, molle, et qui s'unit fortement à la substance du Lithophyte ». PALLAS determina questo *Lithophytum* come *Gorgonia ceratophyta* del CAVOLINI (*l. c.*, pag. 185); denominazione seguita da vari zoofitologi, come DE BLAINVILLE, *Man. Actin.*, pag. 505, VOLTA SER., *Prospetto*, pag. 172.

48. (5). *Antipathes hirsutum, sive Corallium foliatum Jo: Bauhini, Tom. 3, pag. 805.*

Non ho, al momento, il modo di riscontrare la citazione del MARSILI; ma la frase di J. BAUHIN è riportata da TORNEFORT (*Instit.*, pag. 574), e riferita al *Lithophyton nigrum, setaceum, hirsutum, alterum*; e dal PALLAS nella bibliografia della sua *Gorgonia acerosa* (*l. c.*, pag. 172), nella quale trovo citato il BONANNI, *Mus. Kirch.*, tab. a pag. 284, fig. 2; se ne tiene parola, brevemente, a pag. 267, al § 2. Per LINNÉ-GMELIN (ed. XIII, pag. 3807) si tratta della *Gorgonia setosa*; ma per il LAMARCK (ed. II, vol. II, pag. 493), è la *Gorgonia pinnata* del SOLANDER et ELLIS. In quest'opera (*Nat. Hist. Zooph.*, pag. 87) la specie è così caratterizzata: « *Gorgonia ramosa pinnata, ramulis suboppositis compressis, osculis polypiferis in marginibus seriatim dispositis, carne albido-flavescente intus purpurascens, asse corneo* ». Sembra che questa specie non viva nel Mediterraneo. Le due indicate denominazioni sono unite in sinonimia (*G. Pinnata* SEBA) in DE BLAINVILLE, *Man. Actin.*, pag. 505.

49. (6). *Pseudo-Corallium nigrum in sua Matrice; num. 1. Item ramus sine Matrice limo infectus; num. 2.*

50. (7). *Litophyton nigrum valde ramosum, quibusdam Corallium nigrum dicitur, quia, detracto cortice, aemulatur Corallium nigrum.*

51. (8). *Litophyton nigrum magnum, pallescente adsciticio cortice oblectum: Item totum decorticalum.*

Ho riunito in un solo gruppo queste tre frasi, perchè sono giunto alla persuasione che si tratti di varietà della medesima forma. Le denominazioni binomie o trinomie, si incrociano in tal maniera dagli Autori che ben difficilmente si riuscirà fare chiara luce su esse. Ritengo che la *Gorgonia antipathes* del PALLAS (1766, pag. 193), del LINNÉ-GMELIN (1788, pag. 3804), del VOLTA S. (1787, pag. 171), del LAMARCK (1836, II, pag. 502); come la *Eunicea antipathes* del LAMOUROUX (1816, pag. 434) e del DE BLAINVILLE (1834, pag. 507), sieno da considerarsi come il migliore riferimento. I primi due dei citati autori, danno la specie come propria dei mari delle Indie, ma nelle opere di LINNÉ-GMELIN e di LAMOUROUX, è segnato anche il Mediterraneo.

52. (9). *Fuci marini plantae aliquot decorticatae cum alienis Corporibus, praesertim Cortice Corallino rubro, adnexis.*

Considerando solo le due prime parole della frase, si potrebbe pensare alla ben nota *quercia marina*, ma per l'accento alla decorticazione, il pensiero ritorna alle *Gorgonie* ed affini. La mancanza di un qualsiasi accenno di proprietà, toglie ogni speranza di identificazione, giacchè in questo gruppo varie sono le specie che hanno la corteccia colorata in rosso; propenderei infine per la *Gorgonia ceratophyta* (PALLAS l. c. pag. 185), che è la *Corallina fruticosa purpurea* di GASP. BAUHIN (Πίναξ, pag. 366), il quale segna in sinonimia. *Lithophyton marinum rubri seu purpurei coloris*, GESN.; *Corallina rubens Antiphatidis facie*, LOB.; *Corallina rubra*, TAB.; *Quercus marinus* THEOPHR., CLUS.

53. (10). *Frutex marinus elegantissimus Clusii, cortice pallescente; Ram. 2., idem sine cortice; Ramusculi 2.*

Riportando l'identica denominazione del CLUSIUS, il PALLAS (*Elenchus*, pag. 169) determina la specie come *Gorgonia flabellum*, che oggi si indica come *Rhipidigorgia flabellum* (CARUS, *Prodr. II*, pag. 61); v. anche DE BLAINVILLE, *Man. d'Actin.*, pag. 505. TOURNEFORT, *Instit.*, pag. 574, riferì la specie del CLUSIUS al *Lithophyton reticulatum, purpurascens, maximum*.

Fuci Capillacei, Escharae, Pori Cervini, et huiusmodi (pag. 4).

54. (1). *Fucus Capillaceus, sive Corallina (suae Matrici innata) in Histor: Lugdunensis parte altera pag. 1371., et Muscus maritimus, sive Corallina Officinarum Bauhini Pinace. Idem ramulis Pseudo-Coralliorum innatus: Item unus, cujus ramulis inhaeret Eschara pilei formis: Item unus Conchulae innatus.*

Riferendomi al Πίναξ (pag. 363, n. I del gruppo *Muscus Coralloides*) del BAUHIN, il quale vi include il *Fucus capillaceus* LUGD., riporto la specie alla ben nota alga calcarea, universalmente conosciuta col nome di *Corallina officinalis*.

55. (2). *Frondipora Imperato, et Bauhino sine Matrice: Item eadem Matrici connaturaliori increscens. Item eadem Cochleis diversis insidens: Item eadem Litophyti ramusculo inhaerens: Item eadem cum Spongiola ramosa in eadem Matrice.*

IMPERATO (*Hist. Nat.* pag. 716) dichiara « *La Frondipora* di condizione vicina alla (detta) *Retepora*, con la forma de *Fronde* simili ad assenzo... » e ne dà la fig. a pag. 722: *Frondipora - Eschara marina* GASP. BAUHIN con la semplice indicazione di *Frondipora Imper.* lo cita in Πίναξ, pag. 367, al gruppo « *Pori Corallo affinis* » num. IX. Con eguale denominazione la troviamo in TOURNEFORT, *Instit.*, pag. 576. Nella *Hist. Phys. de la Mer* del MARSILI, troviamo la specie descritta a pag. 150, e fig. a t. 36, f 165 n. 1-3 e 166; nel testo è indicata come: « *Madrepore Rameux ayant des feuilles faites de filamens dont l'extrémité est tantôt distincte, et tantôt mêlée* ». La bibliografia completa anteriore all'800, sarebbe assai lunga; per brevità la limito alle ora riportate citazioni, ed aggiungo che detta specie, è quella di un briozoo ciclostomato assai conosciuto come *Frondipora verrucosa* LMX. (*Krusensternia*). Uno dei primi autori, che lo considerarono come tale fu il DE BLAINVILLE, *Man. Actin.*, pag. 406.

56. (3). *Porus Cervinus super Matrice connaturaliore; Item Porus Cervinus sine Matrice lutosa substantia infectus: Item Conchae innatus, unà cum Corallina, quam circumvestit: Item alter Corallinae decorticatae innatus simul cum aliis marinis Corporibus eiusdem Corallinae ramulos occupantibus.*

57. (4). *Idem Saxo inhaerens cum Lactucæ marinae tubulosæ specie Item idem suæ Matrìci junctus cum asciticiis corporibus, nempe Lichene marino, Escara pileiformi etc.*

Per quanto il MARSILI questa volta non citi l'Aut. del *Porus cervinus*; è facile comprendere che Egli aveva classificato i suoi esemplari tenendo presente il *Poro Cervino* dell'IMPERATO (*Hist. Nat.*), descritto con la seguente frase: « un altro (Poro) che nel rameggiare imita le corna de' cervi, di superficie punteggiata, di altezza men di spanna » con figura a pag. 721. Anche questa specie si trova nella citata opera del MARSILI (pag. 148), come « Madrepore rameux dont les Branches son plates, et presque comme des Lames; toutes piquées nommée, par TRIOMFETTI, *porus cervinus* »; fig. 160 n. 1-3 a tav. XXXIII. Debbo notare come il MARSILI abbia confuso due specie assai diverse; diffatti, a pag. 64, tratta di una « Plante qu' Imperato appelle *Porus Cervinus* », ma fortunatamente le fig. 25, 26, tav. VI, fanno comprendere di che si tratta. Quest'ultima citazione si riferisce ad un briozoo del gen. *Flustra*, mentre la prima è la *Millepora cervicornis* del PALLAS (*Elenchus*, pag. 252), oggi attribuito al gen. *Porella*. Vedi anche *Millepora fasciculis* in BERTOLONI, *Amoen.*, pag. 251.

58. (5) *Porus Cervinus minor, ramusculis planis Cervorum cornua æmulantibus sine Matrìce: Idem in Matrìce: Item idem variis Muscis consociatus.*

La *Plante nommée Porus Cervinus Minor* segnata dal MARSILI nell'*Histoire*, pag. 63, è un altro briozoo riferito dagli Autori a *Flustra securifrons*; trovasi figurata a tav. VI, figg. 23, 24.

59. (6). *Eschara pulla pileiformis Tournefort: Eadem Matrìci naturali increscens: Item eadem subfusco colore varians: Item eadem Purpureæ innata.*

La frase del TOURNEFORT, che la indica come *maxima*, (*Institutiones*, pag. 376) è riportata per intero in LINNÉ-GMELIN (*Syst. ed. XIII*, pag. 3781) e riferita a *Madrepore infundibuliformis*; il DE BLAINVILLE, (*Man. Actin.* pag. 387) l'unisce con *Gemmipora crater* PALL. (*Elenchus*, pag. 332).

Spongiæ (pag. 5).

60. (1). *Spongia elegans, Clusii Exotic, et Spongia infundibili formâ Bauhino Pin. 1.*

BAUHIN GASP. elenca in Πίναξ, p. 369, al cap. *Spongia*, num. IX, citando in sinonimia la *Spongia elegans* del CLUSIUS (*Exot.* lib. 6, c. II); TOURNEFORT (*Instit.*, pag. 575), ne fa una *Spongia infundibulum imitata*. Questa specie viene dal PALLAS (*Elen.* pag. 395) riferita a *Spongia foliascens*; mentre in LINNÉ. GMELIN la troviamo unita a *Spongia infundibuliformis*. LAMARCK (ed. II, pag. 554) in nota alla *Spongia vasculum*, nota: « Il y a tant d'Eponges qui sont infundibiliiformes, que je ne vois pas comment deviner quelle est celle que LINNÉ a désignée par son *Spongia infundibuliformis* » (¹). DE BLAINVILLE (*Man. Actin.*, pag. 533) mantiene la specie ascrivendola al gen. *Halispongia*.

61. (2). *Spongiae molles maximae, veluti Biretiformes; num. 2.*

62. (9) *Spongiae minores aliquot substantiae mollioris, coloribus, figura duritiae variantes, nulli Matrici inhaerentes: Item Spongia globosa, parva, alba lapidi oblongiori innata: Item altera Conchae majori innata: Item altera Matrici lapideae innata, plana rarioris formae.*

Non conosco termini corrispondenti a quelli dei due numeri qui trascritti neppure approssimativi. Non mi è giovata la consultazione dell'*Hist. Phys. de la Mer.*, del Nostro, giacchè in essa, dopo di avere trattato di tre sorte di *Eponge Rameuse*, tratta a lungo di *Eponge* in generale (pag. 53) dichiarando di avere in collezione « plus de 30 diverses sortes d'Eponges ».

(¹) Trascrivo, come ho precedentemente accennato, un breve tratto di una opera di PAOLO BOCCONE sulla natura delle spugne. (*Museo di Fisica* pag. 264): « Nella Fisica non habbiamo altro di certo, che la Figura, il Moto, e leve passioni: con questi Principii dirò il mi parere intorno Prima Impressione delle Spongie marine. . . . Per mezzo del Fuoco centrale preteso dai Moderni, e per mezzo della Fermentazione la Natura fa una continua trasmissione di spiriti per i pori della Terra, e ne fa risultare da ciò una sublimazione di fibre, e di sottilissimi corpi: non hò perciò difficoltà a concepire, e a credere, che nelli Scogli, ò sassi, nascosti sotto e Acque del Mare si facci la sopra riferita sublimazione di particelle di figura di sottilissime fibre capillari e che queste medesime particelle, o fibbre capillari piglino poi aumento per la iuxta positione de' Sali, ò di altre mollecole ò minime sopravvenienti, e accomodati a formare un Volume, ed un corpo fibroso, simile a quello delle Spongie Marine. . . . e sopra venendo poi l'untuosità pretesa, ed i sali marini puo esso Corpo ancora acquistare un seme, una specie di Fermentazione, ed un Moto tale, quali si osserva nelle Zoophite, e nelle Spongie. (Seme) Analogò a quello degli Animati, quale Seme rimanendo inceppato, e imprigionato in qualche corpo addattato a se, col medesimo ordine, col quale siegue la Generatione degl'Animali perfetti nella Terra, introduca anch'egli uno Spirito, una impressione di Moto e di Vita nelle Produzioni Marine, della natura delle Spongie: e perche tali Produzioni Marine partecipano ordinariamente di fibre di Pianta, e da impressione di Seme d'Animale, ed hanno il carattere dell'une, e degli altri furono perciò chiamate Zoophite cioè Pianta Animali ».

63. (3). *Spongiae compressae Imperato, et Bauhino, aliquot differentiae penès colorem, et figuram; harum una veluti Tridachnen Ald. aemulans; in totum 4.*

64. (4). *Aliae Spongiae compressae, seu planiformes latissimae, una flavi coloris, suae Matrici innata, altera coloris fusci; an illa eleganter punctata P. Plumier? apud Tournefort.*

Nelle opere di IMPERATO e di GASP. BAUHIN sopraindicate, la citazione bibliografica relativa è la seguente: IMPERATO *Hist. Nat.*, pag. 727: « Le Spongie schiacciate sono di forma rotonda lata... Furon dette dagli antichi *Achillee* per la lor sottigliezza, e saldezza ... »; la specie non è figurata. GASP. BAUHIN, Πένταξ pag. 368, n. II: *Spongia compressa* IMPER. In mancanza di una maggiore precisazione credo poter riferire le dette forme alla *Spongia flabelliformis* PALLAS (*Elenchus*, pag. 380).

65. (5). *Spongia globosa major Imperato; num. 1.*

Pallas in *Elenchus*, pag. 387, riferisce la *Spongia globosa* IMP. (*Hist. Nat.* pag. 727) alla *Spongia officinalis*, citando anche GASP. BAUHIN, Πένταξ, pag. 368, il quale ricorda il nome di IMPERATO. Riscontro la medesima specie nel sunto del *Prodromus* di J. BAUHIN, pag. 120; nelle *Instit.* del TOURNEFORT, pag. 575, ed in BERTOLONI, *Zooph. Portus Lunae*, pag. 101, e in *Amoen.*, pagg. 225 e 265, che riporta alla *Spongia communis* del LAMARCK.

66. (6). *Spongia marina alba Tabernaemontano Icon.*

GASP. BAUHIN, in Πένταξ, pag. 380, n. III, segna: *Spongia compressa magna*, alla quale unisce: *Spongia marina alba et flava*, TAB. Ger., e la *Spongia compressa latissima*, IMPER. Vedi anche TOURNEFORT (*Histit.* pag. 575) che ripete la detta frase del BAUHIN; la specie che precede riferita alle *Spongie schiacciate* IMPER., è indicata come *Spongia ad usum praestantissima foraminibus exiguis pervia*. Penso che questa seconda citazione del BAUHIN si confonda con quella riferita innanzi ai num. 63-64; diffatti nel testo (pag. 728) vi è solo la denominazione di *Schiacciata dell'Oceano*, mentre l'attributo di *latissima* è stampato in margine. Molto probabilmente sono tutte queste varietà di una unica specie. Il BERTOLONI in *Amoen.*, pag. 232, ascrive alla comune *Spongia officinalis* anche per gli esemplari determinati dal GINANNI come *Spugna arborea schiacciata*; queste vennero dal DE BLAINVILLE ascritte al gen. *Calcispongia*, sez. A, tubulose (*Man. Actin.*, pag. 531).

67. (7). *Spongiae globosae, hircinae, nigrae, suae Matrìci innatae, numero tres, una coeteris minor: Item altera nigra Matrìci innata unâ cum Litophyto albo eidem Matrìci adnato.*

68. (8). *Spongia hircina maior squallido-flavescens, sinuosa; num. 1.*

69. (10). *Spongiae minores aliae durae, seu hircinae nulli Matrìci inhaerentes, colore, ac magnitudinae variae: Item harum nonnullae parvae, Conchis, innatae unâ cum Muscis marinis: Item altera super Concham ostraceam nata: Item altera sine alia Matrìce, quàm ramusculi longitudine, et ultra ipsam excurrentes: Item altera, cui Lichen marinus super innatus unâ cum ramusculis Corallii rubri.*

70. (11). *Spongia hircina nigra maior, annularis veluti formae prae aliis dura; num. 1, non integra, at disrupta.*

71. (13). *Spongia hircina nigra in aliquot simul veluti cylindros assurgens; num. 1. Item minores aliae praedictis affines, sed formae rudioris.*

MERCATI (l. c. pag. 728) così descrive queste spugne: « *Spongie Hircine* furono chiamate le dure, che perciò sono della bontà dalle Spongie degeneri. Sogliono queste esser di figura ineguale, con eminenze diverse, concave, per quali rutta l'acqua marina ». Ecco qualche altra citazione. BAUHIN GASP. Πίναξ, pag. 368, c. IV, *Spongia hircina Imper.*; BAUHIN J., *Prodr.* (sunto), pag. 120, *Sp. hircina*; PALLAS, *Elenchus*, pag. 381 fa la sua *Spongia fasciculata* sinonimo della *Spongia hircina globosa* citata da PLANCHUS; LAMARCK, *H. a. s. v.*, II ed. II vol., pag. 570 riporta le stesse citazioni del PLANCHUS alla sua *Spongia fornicifera*; infine LAMOUROUX, *Hist. pol. cor.*, pag. 54 trattando della *Spongia intestinalis*, aggiunge in nota, che questa specie potrebbe essere la *Sp. hircina* di PLANCHUS; *De Conchis*, pag. 116, tab. XIV, f. D.; pag. 117, t. XV, f. E.

Le cinque specie (denominazione numerale) del GINANNI (*Op. post.* pp. 34, 35), vennero studiate dal BERTOLONI (*Iter. Rav.* pagg. 226, 227), e riferite tutte alla *Spongia fasciculata* L. Gm. (*Syst.* pag. 3823) e varietà; elencate di LAMARCK (*Hist. An. s. Vert.* II, pag. 543, n. 8).

72. (12). *Spongia accedens ad Americanam longissimam, funiculo similem P. Plumier apud Tournefort. num. 2.*

TOURN., *Instit.*, pag. 576: *Spongia Americana, longissima, funicolo similis PLUM.*, insieme ad altre quattro varietà di *Spongia Americana*.

Solamente nell'*Hist. s. Vert.* del LAMARCK (ed. II, vol. II, pag. 568, n. 113), nell'*Hist. d. Pol. Coroll. flex.* del LAMOUROUX (1816, pag. 72, n. 136), trovo per la *Spongia elongata* qualche carattere che si riferisce all'elencazione citata; la

frase diagnostica è la seguente: « Spongia mollis, fibroso-porosa, longissima, cylindracea, subramosa; ramis raris, fibris nudis, reticulatis ».

73. (14). *Spongiolae ramosae parvae admodum aliquot differentiae: Item Spongia ramosa major Conchae Ostreaceae innata; num. 1.*

74. (15). *Spongia ramosa Joanni Bauhino, et Spongiosus fucus Casp. Bauhino, et Fuchi Spongiali Imperato; num. 2, sine Matrice: Item num. 1 Matrici inhaerens.*

« Sono li Fuchi spongiali differenti dalle Spongie, nella compositione c'hanno delle vergelle interne dure, e dense, vestite di fuori di materia più molle, e spongiosa, il che nelle Spongie non avviene, sendo queste materia tutta di consistenza eguale ». Così sono, oltre ad alcune varietà, caratterizzate dall'IMPERATO (*Hist. nat.*, pag. 728). GASP. BAUHIN, Πίναξ, pag. 369) le indica con la seguente frase: « Huius diversae species: una barbae similis: altera arbusculae in ramos divisae: alia instar manus humanae: aliae figurae turbinatae instar pini ». L'impressione che si riceve leggendo queste diagnosi, si è quella che qui non si tratti di spugna, ma di altro organismo non precisabile; ma gli Autori antichi ne fecero, a quanto parmi uniformemente una specie iscritta negli elenchi come *Spongia oculata* come nei seguenti, scritti in ordine cronologico: PALLAS, *Elenchus*, pag. 390; LINNÉ-GMELIN *Syst.* ed. XIII, pag. 3820; LAMOUROUX, *Hist. Pol. Cor.*, pag. 74; LAMARCK-DESHAYES, ed. II, vol. II, pag. 569; forma inclusa in *Halispongia ramosa Ell.* da DE BLAINVILLE, *Actin.* pag. 533.

Alcyonia (pag. 6).

75. (1). *Alcyonium (dum recens) eleganter purpureum, et substantiae durioris.*

Credo dovere riferire all'indicata specie le seguenti due citazioni: LAMOUROUX, *l. c.*, pag. 358, n. 510, *Alc. purpureum*; LAMARCK-DESHAYES, *l. c.* vol. II, p. 608, n. 39, stessa specie. Questa non è propria del Mediterraneo.

75 bis. (2). *Alcyonium, quod tabulatum vocant; hoc circumvestiebatur rupea Caverna ad profunditatem trium pedum; Frusta quatuor; dum attrectatur aculeis inconspicuis vexat manus.*

76. (5). *Alcyonium Spongiosum Officinarum Bauhino, et Alcyonium durum Imperato; num. 3. Item Algae radicibus innatum; num. 3. Item idem fractum, sed ascitilio obscuriore colore varians; num. 1.*

Qualche autore tiene distinto l'*Alc. spongiosum* dall'*Alc. durum*, ma la tendenza maggiore è quella di riunirle. Raccolgo queste citazioni: IMPERATO 1599, pag. 729, nel testo, come seconda specie, parla dell'*Alcyonio duro fistuloso*; a pag. 731 ne dà una figura che attribuisce all'*Alcyonio primo di Dioscoride*. G. BAUHIN, Πίναξ, pag. 368, n. 1, elenca: *Alcyonium durum sive I, Diosc. Imper.* J. BAUHIN, 1619, pag. 120 pone gli *Alcyonium* fra le Spugne e cita l'*Alc. spongiosum offic.* BOCCONE, in *Museo di Fisica* (1697), pag. 721, tratta dell'*Alc. durum, sive Primum Discoridis*, e lo avvicina ad *Adarce* (v. n. 20). TOURNEFORT, *Instit.*, pag. 576, segna analogamente *Alc. durum sive I Discoridis Imper.* PALLAS *Elenchus*, pag. 359, crea un *Alcyonium cotoneum* e vi comprende l'*Alc. primo di Dioscoride*, il *durum* d'IMPERATO; come pure l'*Alc. rubrum* descritto da PLANCHUS (editio 1760), pag. 113, tab. X, fig. B, che viene confrontato con la mela cotogna (*Cotogna marina*, id., pag. 44), con questa frase diagnostica: « *Alc. flavum durius, ovum, vel parvum malum citrium referens* ». Nel *Systema* di LINNÉ-GMELIN, pag. 3813, n. 9, troviamo sotto il nome di *Alc. cydonium* quasi tutte le citazioni ora riportate. LAMARCK-DESHAYES, vol. II, pag. 602, n. 15, accetta la determinazione di LINNÉ (*Alcyon coing de mer*). DONATI, *Adriat.*, pag. 58, t. VIII, tratta dell'*Alc. primo di Dioscoride*, e ne dà una minuta descrizione figurando *oxie* e *triene*. Quest'autore, ed altri, è ricordato da BERTOLONI, *Amoen.* (1819), pag. 229, num. 91, e richiama l'*Alcyon. cydaris* del LAMARCK.

Termino le presenti citazioni dicendo di un ben raro opuscolo, che non ho mai trovato indicato nelle bibliografie, memorie e note consultate. Esso porta per titolo: *Lettera sull'Alc. cerebritico Primo di Dioscoride a Sua Eminenza Reverendissima il Sig. Cardinale Vincenzio Ranuzzi Vescovo di Ancona e Conte di Umana. Iesi, Stamp. P.P. Bonelli MDCCXC.* È un opuscolo di 8 foglietti, formato piccolo (cm. 22,3 × 16) numerati dall'uno all'otto a piedi pag. ed uniti in unico fascicolo; le pag. hanno numerazione romana III-XXI; in quest'ultima è la data: *Sinigaglia 9 Aprile 1791*, e la firma GIAMBATTISTA TONDINI. La lettera accompagna due campioni di *Alc. cerebritico*, pescati nell'Adriatico, che l'Aut. invia a S. Emin. come omaggio e in segno di gratitudine per una cassetta di conchiglie ed altri prodotti marini ricevuti in dono dallo stesso Cardinale RANUZZI il quale, a detta del Sig. TONDINI, era un appassionato collezionista di oggetti di Storia Naturale ⁽¹⁾. L'Aut. discute a lungo

(1) L'Aut., al riguardo, così si esprime: « ... con altrettanta di compiacenza io rifletto al genio magnanimo dell'EMINEZZA VOSTRA REVERENDISSIMA, la quale non solamente nell'atto di maneggiare interessantissimi affari della Santa Sede risiedendo appresso di una remotissima Corte, rivolse l'animo a fornirsi un nobilissimo Gabinetto di Storia Naturale, procuran-

sui caratteri di questo *Alcionio*, e polemizza col GINANNI e con il DONATI notando differenze di struttura, fra quelle che osserva nei suoi esemplari (dice di averne avuti una diecina) e quella indicata da essi. La nota più discordante stà nel negare la presenza di spicole, che chiama *spine vitree*, terminate da tre punte; sostiene poi che non fra gli zoofiti questi *Alcioni* si debbono inserire, ma fra le *Spugne*; quindi fra le piante marine; negando ad esse ogni sorta di movimento che indichi una vita animale. « ... a tutti gli *Alcioni*, egli scrive (pag. XXIII), che ho esaminati, appena appena usciti dal mare, io vi sono stato sopra senza polso e senza fiato, come si suol dire, delle ore intere, immobile ed attento assai più di quello che un Aruspice anticamente non si stesse sopra le palpitanti viscere di una vittima; .. Ciò non ostante mai mi è riuscito di accorgermi di alcun moto, o segno, che indicasse vita ». È, infine, evidente che questa specie è la medesima indicata nel seguente numero.

77. (6). *Alcyonium majus cerebri sinus anfractuosos quodamodo aemulans, obscurioris coloris, ac durum.*

PALLAS, *Elenc.*, pag. 357, n. 210, chiama questa forma *Alcyonium aurantium* nel quale osserva (pag. 358): « *Fibrae fasciculorum, continuæ, lineares, rigidae fragiles, optime asbesto vel pilis Opuntiae comparandæ...* », e cita il MARSILI, il DONATI ed il PLANCHUS.

dosi rarissimi generi esotici con immense spese, ma ritornato in Italia, ha fatto generosissimi doni al celebre Istituto della sua Patria, come non cessa di fargli tutto giorno in aumento di un complesso di rarità, di preziosità, e di meraviglie il più grande di tutta l'Italia ».

Eccoci in presenza di due benemeriti collezionisti, che sarebbe bene conoscere meglio sotto questo punto di vista, che certo potrebbe essere il centro di altre notizie relative alla loro vita scientifica. Per il TONDINI, purtroppo nulla ho trovato nelle mie ricerche; per il Cardinale RANUZZI, ecco quanto ho spigolato, in quella ricchissima fonte di notizie, che è il *Dizion. di Erudizione Storico-Ecclesiastica* del MORONI GAET. vol. LVI, pag. 166, Venezia 1852; vi mancano però quelle notizie che tanto interesserebbero al nostro scopo.

RANUZZI VINCENZO di nobilissima famiglia bolognese, nacque il 1. X. 1726 e morì in Ancona il 27. X. 1800. Dapprima Canonico Lateranense e Vescovo di Tiro, fu Nunzio Apostolico a Venezia (1. X. 1775) e dopo pochi anni (1782) a Lisbona; nel febbraio 1785 fu nominato Cardinale dell'Ord. dei Preti, e Vescovo di Ancona ed Umana; per titolo la Chiesa di S. Maria sopra Minerva. Fu sepolto nella Cattedrale di Ancona.

Sospetto che le collezioni di cui parla il TONDINI, sieno le medesime che furono in mano al Conte PROSPERO RANUZZI; da questi regalate all'abate CAMILLO RANZANI (21-6-1775 - 23-4-1841), e dal RANZANI passate all'Università. Ciò ho rilevato dal discorso tenuto in Bologna, il 30-4-1841 da CORRADO POLITI in Commemorazione di detto Abate (pagg. 31 e 39).

MARSILI, *Hist. Phys.*, pag. 82, sotto il titolo generale di *Des Alcions*, tratta di alcune specie di questi organismi, ed alla fine, avendo raccolto *cette Plante faite en Globe*, ne dà una descrizione della struttura interna, dicendo da prima: « La substance interieure est un amas d'éguilles de couleur blanche cendrée, qui se divisent en autant d'autres petit éguilles, qui piquent le main comme si on manioit des figues d'Inde; elle sont disposés de la circonference au centre, comme de B et C ». Questo richiamo si riferisce alle figg. 72 e 73 della tav. XIX. Più oltre parlando ancora dell'Organizzazione si riferisce ad una figura (G) di uno di questi aghi, e mette in rilievo che sono attraversati da un canale; curioso che disegna una forma diversa da quella descritta. Come appare evidente, qui si tratta di una spugna, e precisamente di una specie di *Geodia*; con nomenclatura moderna, dirò che la *spicola* descritta è una *triena*, mentre quella figurata è una *oxia*.

Per il DONATI (*Storia Natur. Mar. Adriat.*) la citazione fatta dal PALLAS è in parte errata. Essa è precisamente: Pag. 64, tav. IX, fig. A, B, c. L'Aut. chiama questa specie *Tetia sferica*; egli entra in maggiori particolari rispetto alle *spine* e figura (G) come una *oxia* ed uno *stilo*.

Giov. BIANCHI (PLANCHUS), per quanto venuto posteriormente (1760) è meno preciso (pag. 44) e confonde qualche specie; a pag. 115, Appendice, dicendo della struttura, così si esprime: « Varia istorum corpora dissecui, et fibras osseas radiatim dispositas conspexi... ».

VOLTA SER., nel *Prospetto Mus. Bellis.*, pag. 183, al num. 43, elenca un *Alc. aurantium* PALL. ad una var. più dura che porta all'interno un *Arca(m) Noae*.

Il gen. *Geodia*, così come fu stabilito dal LAMARCK (ed. II, vol. II, pag. 593) non sembrerebbe corrispondente alle caratteristiche, quali oggi gli vengono attribuiti. La cavità interna, della quale si parla nelle « Osservazioni » sarebbe quella celenterale; ma lascia anche più dubbioso la « nota » che trovasi in questa seconda edizione, scritta dal MILNE-EDWARDS. Ma a parte questa mia osservazione, il LAMARCK riporta le citazioni sopraindicate del MARSILI e del DONATI alla *Tethya lyncurium* (l. c., pag. 592, n. 5) genere affine alla *Geodia*; così pure il LAMOUREUX, *Hist. zooph.*, pag. 343, n. 478 e LINNÉ-GMELIN, *Syst.* ed. XIII, pag. 3812, n. 7. Come *Tethya lyncurium*, l'« Alcionio in forma di arancio » viene pure citato da BERTOLONI: *Amoen.* pag. 229, n. 92.

78. (8). *Alcyonium, an foraminosum? et Alcyonium quartum Disco-*
ridis Imperato, sine Matrice: Item frustum mutilum Matrìci inhaerens. Item

Alcyonium alterum, an molle? et rursus Alcyonium quartum Dioscoridis Imperato.

Sembra che qui sieno insieme indicate tre specie di *Alcioni*: il *foraminoso*, il *IV* di *Dioscoride* ed il *molle*; ma il *IV* di *Diosc.* viene riferito dall'*IMPERATO* tanto all'*Alc. molle*, pag. 729, con fig. a pag. 732, quanto all'*Alc. stupposo*, pag. 729 con fig. a pag. 733. Quest'ultimo è da considerarsi separatamente (vedi n. 80).

Dell'*Alcyonium molle*, oltre alla trascritta citazione dell'*IMPERATO*, ho solamente quella di *GASP. BAUHIN*, Πίναξ, pag. 368, del *TOURNEFORT*, *Instit.* pag. 576; e del *DE BLAINVILLE*, *Man. Actin.*, pag. 521. Secondo questo *Aut.* la specie andrebbe riferita a *Gorgonia mollis* di *LINNÉ-GMELIN*, XIII, pag. 3799, ed *OLIVI*, *Adriat.*, pag. 239.

L'*Alc. foraminosus* corrisponde al *Fucus troué* del *MARSILI*, *Hist. Phys.*, pag. 69, tav. XI, fig. 50-52, che secondo il parere verbale del *TRIONFETTI* sarebbe: « *Alcyonium albo-cinereum foraminosum Imperati congener* ». Seguendo le citazioni anche dei pochi Autori dei quali mi vado servendo per la compilazione di questo studio, la primitiva denominazione va cambiando; così diventa: *Spongia rubens* per il *PALLAS*, *l. c.*, pag. 389, n. 238; *Spongia nodosa* per *LINNÉ-GMELIN*, *l. c.* pag. 3821, n. 11; e *Spongia arborescens* per *LAMOUROUX*, *l. c.*, pag. 63, n. 120; come per *LAMARCK*, II ed. vol. II, pag. 565, n. 98.

79. (10). *Alcyonium tuberosum, forma Ficus, et Alcyonium quintum Dioscoridis Imperato.*

La presente è forma citata frequentemente dagli Autori; ne ho ricavata la seguente bibliografia.

IMPERATO, 1599, pag. 729. *Alcionio tuberoso* « simile alquanto à radice enfia di rapo »; pag. 734, la prima figura con la scritta: « *Alcionio tuberoso in forma di Fico, frutto. Alcyonio quinto di Dioscoride* ».

BAUHIN JOH., 1619 (sunto), pag. 120, « *Alcyonium tuberosum Imperati* ».

BAUHIN GASP., 1671, Πίναξ, pag. 368, n. VII, « *Alcyon. forma fructus alicuius ficus* ».

TOURNEFORT, 1719, pag. 576, « *Alc. tuberosum, Ficus formâ Imper.* ».

MARSILI, 1725, pag. 87, pl. XVI, fig. 79, « *figue de substance d'Eponge et d'Alcion, nommée par TRIONFETTI, Alcyonium tuberosum formâ ficus Imperati* ».

PALLAS, 1766, pag. 356, n. 209, *Alcyonium ficus*.

LINNÉ-GMELIN, 1788, pag. 3813, n. 10, *idem*.

ELLIS-SOLANDER, 1786, pag. 180, n. 7, *Alcyonium tuberosum*.

ELLIS, 1756, pag. 97, n. 1, plt. XVII, B, b. *Alcyonium pulmonis instar lobatum*. — *Figue de Mer*.

ELLIS-KRÚNIZ, 1767, pag. 89, n. 1, taf. XVII, B. b; *idem*.

MERCATI-LANCISI, 1717, pag. 102, cap. VI, *Alcyonium quintum antiquorum* (con due fig.).

LINNÉ-GMELIN, 1788, XIII ed., pag. 3813, n. 10, *Alcyonium ficus*.

LAMOUREUX, 1816, pag. 47, n. 79, *Spongia fciiformis*; pag. 348, n. 491, *idem* (*tuberosum fciiforme*..).

BERTOLONI, 1919, pag. 229, n. 93, *Alc. ficus*, e *Alc. fciiforme*; cita il MARSILI (v. s.).

DE BLAINVILLE, 1834, pag. 526, Atl. pt. 92, f. 3. *Pulmonellum ficus*.

LAMARCK, 1836, ed. II, vol. II, pag. 599, n. 3, *Alcyonium fciiforme*.

80. (12). *Alcyonium, Stuposum, et Alcyonium quartum Dioscoridis Imperato*.

Accennai poc'anzi, n. 78 (8), che l'*Alcionio quarto* di Dioscoride, venne dall'*IMPERATO* inteso sì come *Alcionio molle*, quanto come *Alcione stupposo*; ciò può essere avvenuto sia per inavvertenza; sia, e forse più facilmente, per la grande difficoltà di comprendere che cosa sieno realmente i vari *Alcioni* di Dioscoride. Certo che questa è una delle forme assai dubbie, e a ben poche si riducono le citazioni fatte dagli Autori.

IMPERATO, *Hist. nat.*, pag. 729, figura a pag. 733: « *Alcyonio stupposo: Alcyonio quarto di Dioscoride* ». La descrizione conferma che l'Aut. intendeva realmente di riferirsi ad una spugna, così come il disegno esprime: « Evvi anco lo stupposo nella consistenza interanea (sic) simile del tutto à stuppa involgiata, e perciò molle al tatto, di coperta, che imita l'*Alcyonio duro*, di figura concava, e che imita spesso la forma di calice, di odor nelle sue concavità piscoso, e caccia alle volte germogli nel modo che si è detto nel molle ».

JOH. BAUHIN, *Prodr.* (sunto, 1619), pag. 120: *Alcyonium stupposum Imperati*.

GASP. BAUHIN, Πίναξ, pag. 368, n. V: *Alcyonium stupposum, vel 4 Diosc. Imper.*

TOURNEFORT, *Instit.*, pag. 576: *Alc. stuposum Imper.*

Nell'opera grandiosa del MERCATI edita dal LANCISI, pag. 96, una molto bella e grande figura di spugna ad infundibulo, che viene, esclusi i particolari, a corrispondere a quella sopra citata dell'*IMPERATO*, è riferita all'*Alcyonium primum*.

BERTOLONI (*Iter. Rav.* pag. 227) fa la *Spongia stuposa* dell'ESPER. sinonimo a *Sp. tupha* L.-GM. (pag. 3824); mentre da questi autori la *Sp. ramosa teres stuposa* di ELLIS et SOL. è mantenuta; ed il LAMARCK (*A. s. V.*, vol. II, pag. 566, n. 103) riferisce la *Sp. stuposa* del MONTAGU alla *Sp. muricata* L.-GM. (pag. 3821, n. 10).

81. (14). *Aranciae Marinae Bauhin. Pinace aliquot differentiae, quarum major unà sine Matrice, alia minor: Item aliae Matrisci innatae unà cum Litophyto: Item aliae geminae eadem Matrisci pariter cum Litophyto: Item tres simul junctae: Item quatuor variis Testaceis adhaerentes: Item quatuor exiguae simul saxo foraminoso insidentes: Item parva altera Algae radici innata.*

Curiosa sorte quella di questa forma, che forse va riferita ad una sola specie; inclusa da prima fra le piante, venne nel periodo di reazione alla vecchia scuola vegetalista ascritta agli animali (LINNÉ, LAMARCK etc.), e poi di nuovo ai vegetali, alle alghe. Alcuni Autori confusero questa specie con quella qui segnata al n. 77 (6). Limito le citazioni alle seguenti:

JOH. BAUHIN, *Prodr.* (sunto), pag. 120: *Arantium marinum.*

GASP. BAUHIN, Πίναξ, pag. 368, n. XII: *Bursa marina et Alcyonii genus*
4 *Caes.*

MARSILI, *Hist. Phys.*, pag. 80, pl. XIII, f. 69: *Orang de mer.*

PLANCUS, *De Conchis*, ed. 2, pag. 44: *Arantias marinas* (citazione occasionale).

PALLAS, *Elenchus*, pag. 352, n. 206: *Alcyonium bursa* (con bibliografia).

LINNÉ-GMELIN, XIII ediz., pag. 3813, n. 8: *idem.*

LAMARCK, II ed., vol. II, pag. 608, n. 38: *idem.*

BERTOLONI, *Amoen.* pag. 225, pag. 70: *idem* (= *Palla marina vellutata*
GINANNI).

82. (15). *Pilae marinae dictae Thophus Juvenci.*

Questa indicazione non si riferisce ad un organismo, ma ad una raccolta di filamenti vegetali, relativamente rigidi e resistenti, formati dallo sfibrarsi delle zoostere, il lento movimento ondosso delle acque del mare su di un fondo scoglioso, ed anche su quella parte di spiaggia che viene coperta dalle onde, allorchè avanzano e che subito si ritraggono, serve ad intrecciare questi filamenti, e dare alla massa una forma sferoide.

IMPERATO, *l. c.*, pag. 729, la denomina *Balla marina*, e la descrive come ora ho detto: «raccolta da minute paglie, e peli in forma ritonda, dal rotolamento dell'acqua marina». A pag. 790 dà due disegni di un *Topho di giovenca*. «Balla generata nel ventre vaccino, di peli involti, e coverta di sostanza tophacea»; è, appunto questo *Topho* che è ricordato nell'Inventario Marsiliano. Vedi anche: GASP. BAUBIN, Πίναξ, pag. 368, n. XIV: *Pila marina* Caes.; e MERCATI (*Metall.*), pag. 111, al cap. XII. *De Pila Marina*, nel quale si parla della sua vera origine.

Un riassunto sulle varie opinioni intorno all'origine della *Pila* o *palla marina*, ove trovansi ricordati gli ora citati Autori, ed altri, leggasi in *Dizion. Universale* del CHAMBERS, Suppl. di G. LEWIS, tm. IV, pag. 217; vi si impara che non solo si pensò fosse un *Tophus juveni*, ma anche di cavallo od altro animale terrestre o marino, come le foche. L'alga, come si è detto, cioè la zoostera, che fornisce le fibre della *Pila*, viene qui chiamata *Alga vitriariorum*.

Un articolo sulla *Pila Marina*, esteso con seri intendimenti scientifici trovasi inserito in una memoria di J. TH. KLEIN, ben noto echinologo⁽¹⁾; detto articolo, che contiene una storia circostanziata sull'argomento, è accompagnata da una tavola, ove sono magistralmente disegnati alcuni rizomi sfilacciati della Zoostera e tre figure delle singolari palle, che tanto diedero da congetturare ai nostri antichi curiosi della Natura.

83. (16). *Favago Aristotelis, seu Vesicaria marina diversorum colorum: Item eadem Aranciae marinae innata: Item eadem Pilae marinae, sive Topho Juveni addita: Item eadem radici Algae marinae inhaerens. num. 2.*

Queste Favagini sono le teche membranose di uova di pesci, o di qualche specie di gasteropodo, talvolta riunite in notevole quantità; sembra si debbano riferire all'*Alcyonio secondo* di DIOSCORIDE.

IMPERATO presenta a pag. 731 due figure, ma non ne tratta nel testo. Sulla prima figura è stampato: «Favagine d'Aristotile, spezie prima composta di formelle cave nere, membranose, ordinate a modo di favo. Alcyonio secondo di Diosc.» Al di sopra della seconda fig. leggesi: «Favagine d'Aristotile, spezie seconda composta di formelle cave membranose sottili, accumulate, e colli-

(¹) La Memoria reca questo frontespizio: JAC. THEOD. KLEIN | ...Descriptiones—Tubulorum | Marinorum | in quorum censum relati | Lapidis caudae cancri Gesneri | et his similes | Belemnitae | eorumque | Alveoli | Secundum dispositionem | Musei Kleiniani | Addita est | Dissertatio epistolaris | de | Pilis Marinis | ...Gediani et Lipsiae MDCCCXXXIII. 4. La dissertazione su la *Pila marina*, trovasi a pag. 33-40.

gate: ciascuna de quali ha alquanto di piegamento. Alcyonio secondo di Dioscoride ».

Una figura consimile alla seconda, ora indicata figura dall'IMPERATO, è disegnata a pag. 11 del volumetto *Trattato de semplici*, etc., 1631 di ANT. DONATI, indicata come. « Alcyonium spungosum Dioscoridis. Favum Marinum quorundam ».

JOH. BAUHIN, *Prodr.* (sunto), pag. 120: *Vesicaria marina, quibusdam spongia marina*; e *Vesicaria marina nigra*. Evidentemente sono due indicazioni prese dall'opera dell'IMPERATO.

GASP. BAUHIN, Πίναξ, pag. 368, n. II: *Favago Australis Alcyonium 2 Dioscor. quod. duplex existit, Imper.* Il vocabolo « Australis » ritengo provenga da una errata trascrizione della parola *Aristotelis*.

ELLIS, *Corall.* (1736) pag. 99, pl. XXXII, fig. B, b: *Alcyonium, seu Vesicaria marina J. Bauhin. Saronnettes de Mer*, « ... j'ai trouvé qu'elles étoient les Ovaires ou les Matrices du Buccin commun ... » ⁽¹⁾.

ELLIS-KRÚNIZ. Id. ediz. ted. del 1767, pag. 91, idem., idem.

PLANCHUS, *De Conchis*, 2ª ediz., pag. 101, al Cap. IX, *De Favagine, quae Μελικηρα et Κηριον Aristoteli*. L'Autore in questo capitolo fa una storia esattamente circostanziata di questa *Favagine* di *Aristotele*, e *Vesicaria* del BAUHIN JON., e riferisce come esso per primo, unitamente al r. p. BATTARRA, nel giorno 9 di Agosto del 1748 avesse osservato nell'interno dei *follicoli* in mezzo all'umore gelatinoso delle incipienti chiocciole ... « Quare apparet Favaginem istam nidum fuisse Cochleae punctatae ».

Vedi anche BERTOLONI (*Iter. Ravennam*, pag. 228) che riferisce sulle *Favagini* citate dal GINANNI (*Op. post.*, pag. 38).

È, parmi, legittima meraviglia, il vedere per tanto tempo gli autori incerti o devianti sulla natura di questa favagine, mentre il RONDELET, sin dal 1554 *De piscibus*, lib. IV, pag. 87, aveva riconosciuto l'esatta origine di quelle vesichette, e ne trattò a lungo con vera competenza.

84. (3). *Alcyonium nigricantis coloris, ferens hinc inde Coralliorum ramulos.*

85. (4). *Alcyonii, quod aiunt, Tabulati differentiae aliquot penès colorem, et magnitudinem; Frusta tria: Item alterum Madreporae adjunctum.*

⁽¹⁾ D'uova consimili ne parlai nella mia Memoria: *Di alcuni briozoi ed altri organismi delle King's Bay*. Atti Acc. Sc. N. Lincei, a. LXXXII, sess. I, pag. 62 (12).

86. (7). *Alcyonii exigua fragmenta petrificata, ex lapidicina Egreg. Item Alcyonium Spongae albae Tabern. simile, sed fusci coloris.*

87. (9). *An Alcyonium fungiforme? repertum ad profunditatem 150. brachiorum Aquae marine.*

88. (11). *Alcyonium variis Testaceis copulatum dum recens è Mari extrahitur, malum Aurantium majus aequans magnitudine, color autem horum nonnullis qualis Aurantio, aliis verò rubescens, ut in adiecta charta cernitur.*

89. (13). *Alcyonii varietates aliquot, observandae; harum nonnullae saxosis Matricibus inhaerentes; aliae sine Matrice. Alcyonium maximum instar cerebri anfructuosum, ex Mari Anconitano; num. 2.*

Ho riunito in un sol gruppo i precedenti sei numeri dell'Inventario Marsiliano perchè in essi non ho trovato attributi sufficienti per poterli riferire ad Alcionii dei quali parlano gli Autori. Ho sopra accennato più volte alla difficoltà, qualche volta effettivamente insuperabile, di fare degli avvicinamenti, se non identificazioni, fra la antica e la moderna nomenclatura, ed una prova molto chiara, se ne ha nelle varie interpretazioni che di una voce danno gli Autori più antichi. Prima di riferire su altro gruppo, elencato nell'Inventario, credo opportuno di passare in rapida rassegna le diverse specie di *Alcyonii* dei quali tratta Dioscoride, servendomi della grande opera del celebre medico senese P. A. MATTIOLI, nell'edizione di Venezia, 1573 (Eredi di Vinc. Valgrisi) che fu curata dallo stesso Autore.

Pag. 878, Cap. XCIV. — Dell'Alcionio.

La traduzione del testo di Dioscoride è presentata dal MATTIOLI nella seguente forma.

«Hassi, che l'*Alcionio* sia di cinque specie. Imperocchè **uno** è denso, acerbo al gusto, spugnoso, di malo odore, grave, et come di pesce: et questo si ritrova copioso nelle rive. Il **secondo** è simile all'unghielle de gli occhi, ovvero alla spogna, con cavo, leggiero, d'odore simile à quello dell'alga. Il **terzo** ha forma di vermicello, di color più porporeo: il quale chiamano alcuni Milesio. Il **quarto** si rassembra alla lana succida, molto vacuo, et leggiero. Il **quinto** ha forma di fungo, senza odore, aspro, di dentro quasi come una pomice, di fuor liscio, et acuto: il quale nasce abbondantissimo in Propontide appresso all'isola di Beshico, chiamato per proprio vocabolo da gli habitatori spiuma di mare». Seguono brevi note intorno alla loro varia azione terapeutica.

Le osservazioni del Commentatore si limitano ad alcuni ricordi bibliografici, specialmente di PLINIO, a poche note caratteristiche morfologiche e all'indicazione di qualche altra notizia sulla terapia di questi organismi. Trascrivo le poche righe di PLINIO tolte dall'edizione del POMBA (Torino, 1882, tm. VIII, pag. 502) lib. XXXII, c. XXXIII (viii).

« Fit in mari et halcyoneum appellatum, ex nidis, ut aliqui existimant, halcyonum et ceycum ⁽¹⁾ ut alii, e sordibus spumarum crassescens: alii e limo, vel quadam maris lanugine. Quatuor eius genera: cinereum, spissum, odoris asperi: alterum molle, lenius, odore fere algae: tertium candidioris vermiculi; quartum pumicosius: spongiaeque putri simile. Paene purpureum, quod optimum, hoc et Milesium vocatur ». La corrispondenza fra le forme indicate da PLINIO e quelle del Dioscoride, per quanto non dalla perfetta identità, si intravede. Anche il MATTIOLI, nel suo commento, nota come PLINIO non abbia tenuto conto del *quinto Alcionio* del Dioscoride, quello a forma di fungo; ed aggiunge, a proposito del significato del vocabolo *Alcionio*, questa giusta considerazione: « Sono alcuni altri, che dicono chiamarsi *Alcionio*, non perchè si faccia egli de nidi da gli alcioni augelli, ma perchè sopra esso raunato insieme dall'onde del mare fanno gli alcioni il nido. Il che ha molto più del verosimile »,

Per chi desidera conoscere qualche cosa di più sopra queste forme di *Alcionii* rimando agli Autori sopra citati, ma specialmente alla *Metallotheca* del MERCATI, edita dal LANCISI, perchè corredata da nitidissime figure. In questo volume oltre alle cinque accennate forme, ne sono descritte altre quattro esse pure figurate. Successivamente (1792) ne trattò molto accuratamente l'abate G. OLIVI in *Zoologia Adriatica*, pagg. 235-254.

Lichenes, et Musci Marini, atque his affinia. (pag. 6).

90. (1). *Lichen marinus Joannis Bauhini; Idem variis corporibus marinis associatus.*

Il *Lichene marino* è stato precedentemente citato come supporto di vari esemplari di *Coralline* (*Gorgonie*), come ai num. 36, 38, 40; il che denota che questo lichene poteva formare delle masse dure, o pietrificate, come è detto al num. 38, facilmente staccabili dal fondo, insieme alle colonie che vi erano sopra cresciute; sarebbe, in breve, un alga floridea, calcarea, laminacea,

(1) Il commentatore nota: *ceycum*, Κήϋξ, *halcyonum mas est*.

cioè la *Nullipora calcarea Auctorum*, come quella figurata dall'IMPERATO (l. c. pag. 734, seconda fig.) e intitolata *Mosco petroso* del quale non parla nel testo; ma che, dopo al nome, aggiunge «da alcuni Alcyonio quinto di Dioscoride», che è tutt'altra cosa. Come citazioni bibliografiche segno: JON. BAUHIN, *Prodr.* (sunto), pag. 120: *Lichen marinus*; e GASP. BAUHIN, Πίναξ, pag. 364, n. II: *Lichen maritimus*, LOB. belg. TAB.; BERTOLONI, *Amoen.*, pag. 217, n. 11, (*Lichenoides*).

91. (2). *Palma sive Manus marina quibusdam, Joanni Bauhino.*

JON. BAUHIN, nel sunto del *Prodromus* (1619, pag. 117) elenca dapprima una *Palma marina*, ⁽¹⁾ e, come ultimo termine della serie, nel cap. *De plantis Marinis*, (pag. 118) segna anche una *Manus seu Palma marina*. MARSILI nell'*Hist. phys.*, p. 85, chiama questa specie *Main de Larron*; a pag. 163, riprende e ne completa la descrizione, sotto la indicazione *de la Plante appellée par les Mariniers Main de ladre*; alcune figure si trovano a tav. XV.

L'*Alcyonium palmatum* che è la denominazione passata in uso, è descritto con tale nome per la prima volta da PALLAS (*Elenchus*, pag. 349, n. 203). Questo Aut. cita, come prima indicazione bibliografica, il RONDELET, *De Aquatilibus*, ed il GESNER, *De Piscibus*. Posseggo l'opera originale del RONDELET, prima e seconda parte, e in essa non vi si trova la *Manus marina* ricordata da PALLAS. Della grande opera del GESNER posseggo la seconda edizione (1620); nel Libro IV: *Qui est de Aquatilibus*, a pag. 524, l'Aut. ha un paragrafo intitolato: *De Manu marina*, con una discreta figura; qui vi sono ricordati due Aut. greci, TEOFRASTO ed il poeta EPICARMO, ma non il RONDELET. La medesima figura è disegnata in ALDROVANDI, *Anim. exang.*, pag. 593; ed in JONSTON, *Exang. aquat.*, pag. 78, tab. XX (fig. n. n.) ⁽²⁾. Per il BERTOLONI, *Amoen.*, pag. 230, n. 100, si tratterebbe dell'*Alcyonium exos* L. GM.

⁽¹⁾ GINANNI. *Op. post.* I, p. 21, cita una *Palma marina*, ma questa venne in seguito ad esame dell'esemplare conservato nelle collezioni, riferito dal BERTOLONI, *Amoen.* pag. 221, a *Fucus cartilagineus* Sp.; mentre la *Palma marina* dell'IMPERATO è riportata al *Fucus Teedii* Tourn. o *Ceramium Teedii* Roth.

⁽²⁾ Il titolo di quest'opera, che qui cito per la prima volta, è il seguente: JOANN. JONSTON, *Historiae Naturalis de Exanguibus aquaticis*, Libri IV, *Tabulis viginti, ab illo celeberrimo MATTHIA MERIANO aeri incisus ornati ex scriptoribus tam antiquis quam recentioribus maxima cura collecti quos ob raritatem denuo imprimendos suscepit. FRANCISCUS JOSEPHUS ECKEBRECHT, Bibliopola Heilbrunnensis, MDCCLXVII.* Vol. in-4° di pag. 3-78 + 6 n. n. e XX tab. Questo volume fa parte di una serie, che, per quanto mi consta, è rimasta incompleta.

Per la citazione di TEOFRASTO nominato dal GESNER segno i seguenti appunti, per i quali mi sono servito della traduzione del prof. FIL. FERRI MANCINI ⁽¹⁾.

Il testo, che trascrivo per intero (pag. 148), dice: « La palma [marina] nasce in alto mare con un gambo assai corto; le verghe crescono su quasi diritte dal basso, non intorno intorno come i rami degli alberi, e si svolgono in un piano, ciascuna separatamente in linee continue, qualche volta per altro intrecciandosi ». Il Commentatore, pag. 433, scrive: « Palma] φοῖβιξ. Pl. l. c.; *Fit et palma fruticum generis*. Questa palma marina non è stata determinata nè dallo SPRENGEL nè dal FRAUS. Lo Spr. cita PALLAS (*Charakt. der Thierpflanzen*, I, 218) che la vorrebbe *Gorgonia pinnata*, ma non si vede che analogia possa avere con le foglie della spina acanacea. Lo stesso Spr. la credette dapprima *Fucus palmatus* GMEL., ma poi ne dubitò, non trovandovi i caratteri indicati da TEOFRASTO. Il *Fucus alatus* è di color rosso, ha un caule che passa per il mezzo della pianta, ma non c'è somiglianza di sorta alcuna con le foglie della palma ». Nessuna meraviglia per l'incertezza di questi autori. I caratteri dati dai primi descrittori, sono quasi sempre così vaghi, che si possono applicare a specie molto diverse, ed i commentatori, li andavano attribuendo ora ad uno ora ad altro organismo, non solo dando maggiore e minore valore ad uno piuttosto che ad altro dei caratteri esposti, ma anche seguendo per altra via il valore delle parole secondo le varie traduzioni.

Effettivamente PALLAS, in *Elenchus*, pag. 174, alla voce *Gorgonia pinnata*, n. 106, ⁽²⁾ cita: *Theopr. hist. pl. lib. IV, t. 7, Palma pelagica*, e ricorda anche LINNÉ; ma dal contesto nulla si rileva circa un qualsiasi relazione fra i caratteri esposti, e quelli dati da TEOFRASTO. La citazione del greco autore, trovasi anche nel *Systema* (ed. XIII, pag. 3806, n. II), ma anche qui senza le necessarie precisazioni.

Siamo davanti ad una duplice via seguita dagli Autori. Gli uni si sono riferiti alla specie oggi chiamata *Alcyonium palmatum*, il ben noto e comune alcionario, octocorallino, privo di scheletro coerente; altri si riferiscono a *Gorgonie*, o forse anche ad *Idroidi*.

⁽¹⁾ *La storia delle piante di TEOFRASTO volgarizzata e annotata da FILIPPO FERRI MANCINI*. Roma, Loescher, 1900; vol. in-8°, di pag. XI + 580.

⁽²⁾ Una *Gorgonia pinnata* Pall. è citata e descritta nel *Prospetto* del VOLTA SER., pag. 173.

Chiudo queste osservazioni scorrendo l'opera del BARRELIER, nella splendida edizione postuma curata ANT. DE JUSSIEU: *Plantes per Galliam, Hispaniam et Italiam observatae*, etc. Parigi, 1714, in folio ⁽¹⁾.

A pag. 118, n. 1310: « *Fucus nanum referens* Inst. R. Herb. 569. Fungus Amanita, marinus, purpurascens. Barr. Icon. 1294 ».

N. 1311: « *Fucus nanum referens*, luteus. Fungus Amanita, marinus gilvo-luteus, Barr. Icon. 1293, n. 1 ».

Le due citazioni si riferiscono all'*Alcyonium palmatum* Pallas. Questo Aut., *Elenchus*, pag. 349, n. 203, riporta in bibliografia i due numeri del BARRELIER, ma solamente l'ultima frase. In LINNÈ-GMELIN, la specie è chiamata *Alc. exos*, pag. 3810, e sono fatte le identiche citazioni che si leggono nella classica opera del PALLAS. Successivamente ne trattarono DE BLAINVILLE, *Man. Actiu.*, pag. 522 (*Lobularia exos*), MILNE EDWARDS, *Les Alcyons*, pag. 3, t. 14 e tanti altri.

Finalmente a pag. 121, n. 1336 dell'opera del BARRELIER leggesi: « Corallina, fruticosa, pennata. Palma marina, Barr. Icon. 1292, n. II. Muscus maritimus, Filicis folio, C. B. Pin. 363. Myriophyllum pelagium Cortusi, Clus. Hist. celj. Caulem emittit Tritici culmo tenuiorem, ramosum, griseum, semipalmarem, foliis instructum duplici serie et Palmae modo dispositis, uncia vix longioribus, capillaribus, nodosis et geniculatis, ut et tota planta, quae sublutea est et non-nihil inflexa ». Nella spiegazione della predetta fig. 1292, II, leggesi semplicemente: *Palma marina*. Gli esemplari furono raccolti dall'Autore alla marina d'Ostia ⁽²⁾.

Questa specie viene concordemente oggi riferita ad *Aglaophenia myriophyllum* L. sp., come vedesi in LINNÈ-GMELIN, pag. 3848, n. 10; in PALLAS, *Elen-*

⁽¹⁾ Quest'opera classica del p. domenicano JACOPO BARRELIER venne pubblicata dal DE JUSSIEU 41 anni dopo la morte dell'Aut. che avvenne in Parigi il mattino del 17. IX. 1673. Egli era nato nella medesima città nel 1606. Fu a Roma per 23 anni, occupandosi oltre al suo sacro ministero, di Botanica e di Medicina (ebbe la laurea nel 1634); percorse erborizzando molta parte dell'Italia media e meridionale; molto studiò la regione marittima di Ostia; fu prediletto dell'Eminentiss. Cardin. Barberini, nepote a P. Urbano VIII. I 1324 disegni che adornano l'Opera, come quelli delle Conchiglie, che occupano le ultime tre tavole, furono dal Nostro diseguali, ed incisi in rame. Il De Jussieu, mentre spostò l'ordine delle descrizioni delle specie, seguendo la classificazione del TOURNEFORT, lasciò inalterato e completo, quello dei disegni, che sono un vero capolavoro di diligenza.

⁽²⁾ Si legga su questo organismo l'opuscolo di JOANN. HIERON. ZANNICHELLI, intitolato *De Myriophyllo Pelagico*, etc. Venezia, 1714, 8°, c. 3 tav. Del *Miriofillo*, l'Aut. ne tratta a pag. 11 e succ. dandone i sinonimi: *Neptuni Palma*, *Penna marina* e *Corallina pennata*.

chus, pag. 153, n. 96 *Sertularia*), (i quali riportano il numero della figura del BARRELIER. LAMARCK, 2^a ediz., vol. II, pag. 159, riferisce detta specie al gen. *Plumularia*, ma non ricorda il BARRELIER.

Concludo questa lunga serie di confronti bibliografici, dicendo che la indicazione dell'« Inventario » del MARSILI va riferita all'*Alcyonium palmatum*. Qualcuno potrà obbiettare che questa specie di *Alcy.* è molle, e quindi contrasta con la generalità degli esemplari della Collezione MARSILI; ma osservo che detto Alcionio si essicca facilmente contraendosi; ed in tale stato, per citare un esempio, erano gli esemplari figurati dal BARRELIER.

92. (3). *Opuntia marina, sive Sertolara Imperato.*

La *Sertolara* di IMPERATO ⁽¹⁾ è figurata e descritta a pag. 748 della citata Opera ed edizione; essa è un'alga marina del genere *Halimeda*. Nell'*Hist. Phys.* il MARSILI (parte IV, pag. 65) così intitola il cap. nel quale ne tratta: « Plante nommée Opuntia Marina, ou Sertolare, par Imperato »; una figura d'insieme trovasi a tav. VII, n. 31, ed un particolare a tav. VIII, n. 32.

93. (4). *Androsaces Chamaeconchae innascens, seu minor, Bauhino Pinace.*

La frase riportata dal MARSILI è identica a quella usata dal BAUHIN in Πίναξ, pag. 367, n. II; vi è aggiunto il sinon. *Androsaces, Cotyledon foliosum marinum*, e qualche altra citazione, che non ho potuto riscontrare. Tutte queste indicazioni vennero trascritte dal TOURNEFORT, *Instit.*, pag. 570, riferendo la specie ad *Acetabulum marinum, minus*, ascritta alla *Sectio II: De herbis marinis*.

Questa *Androsaces* è un'alga, e precisamente la elegantissima *Acetabularia mediterranea* LMX; in quest'Aut. (*Elench.*, pag. 430), come il LINNÈ (XIII, pagina 3833, n. 6), in LAMARCK (ed. II, vol. II, pag. 208), la specie viene considerata come appartenente al regno animale. Il MILNE EDWARDS che curò questa edizione unitamente al DESHAYES, era ancora incerto: « On n'est pas encore fixé sur la nature des Acétabules; M. SCHWEIGER pense que ces êtres singuliers appartiennent au règne végétale, et M. LINK les range parmi les Algues; cette opinion paraît un effet très probables, mais pour l'établir complètement il faudrait faire des nouvelles observations sur la structure et le mode de reproduction ».

(1) Sull'origine di questo nome, ne discussi nella Memoria: *Appunti bibliografici sopra antiche opere relative allo studio di Animali marini inferiori*. Mem. Pont. Acc. Sc. N. Lincei, vol. XIV, 1930, pag. 34 (10).

des Acétabules. Quoi qu'il en soit, il est bien certain que ces êtres ne ressemblent en rien aux Sertulariées ou aux Cellaires avec lesquels il sont associés ici ». Anche DE BLAINVILLE (*Actin.* pag. 556) ascrive la specie ai zoofiti.

Nel 1750 il DONATI nella sua inarrivabile *Storia nat. mar. dell'Adr.*, a pag. 30, cap. II, dal titolo *Androsace del Mattiolo* ne diede una assai accurata descrizione, corredata da undici figure disegnate nelle tav. II; egli ne riconobbe la vera natura vegetale.

BERTOLONI (*Zooph. P. Lunae*, 1810) considerò la specie come tipo del nuovo genere OLIVIA che caratterizzò con le seguenti frasi: « *Pelta horizontalis*, suffulta stipite, basi fixo. *Propagines Globuli intra peltae paginas* ». È noto come questo genere non abbia avuto fortuna; difatti non era necessario. Nella bibliografia vi trovo segnata la *Methall. Vaticana* del MERCATI. In quest'opera la specie è descritta ai cap. XXIII e XXIV, come *Plantula lapidea scutulata* (pag. 135), e *Alia planta lapidea* (pag. 136), con buone figure. Il prof. BERTOLONI, riconobbe questa specie nei manoscritti GINANNI in Ravenna, *Amoen.*, pag. 231, n. 2, ove erano segnate con la comune denominazione di *Androsace marina*.

Nel ristampare la memoria sui zoofiti del Porto Lunense (1819, pag. 277) mantenne il gen. *Olivia*, ed aumentò molto la bibliografia. Però non cita l'opera di DIOSCURIDE, per quanto ricordi la denominazione specifica di *Mathioli* (*Mathiolo*) data dal DONATI e da altri. La specie, in detta opera: *Discorsi di P. A. MATHIOLI*, ediz. 1573, trovasi a pag. 589, cap. CXLIII, *Dell'Androsace*, accompagnate da una buona figura, rappresentante un ciuffo di circa 35 individui aderenti ad un frammento roccioso. Nel testo di DIOSCURIDE, è data come proveniente dalle maremme di Soria. Il commentatore dichiara che il campione figurato proveniva dalle maremme di Toscana, e che gli fu inviato dal celebre botanico LUCA GHINI; ebbe poi da Soria, col medesimo nome di *Androsace*, per mezzo di certo sig. JAC. ANT. CORTUSO padovano, un esemplare, del quale presenta la figura (pag. 590), ma trattasi di una *Fanerogama* terrestre.

Balani, Testudines, Pinnae, etc. (pag. 7).

94. (1). *Balani Matrici suae tophaceae inclusi: Item Balani alterius speciei; Item Piscis Stella vocati differentiae tres.*

In questo numero sono inclusi oggetti molto diversi: i Balani e le Stelle. Ma col nome di *Balani* gli antichi chiamarono animali appartenenti a tipi lontani fra loro, quali dei Crostacei Cirripedi e dei Molluschi bivalvi litodomi, le

odierne *Pholas* e i *Lithodomus*. Un solo indizio abbiamo per comprendere che gli esemplari segnati nell'Inventario appartenevano a questi ultimi, e forse ai *Lithodomi*, perchè è detto che quei *Balani* erano inclusi nella matrice tofacea.

RONDELET (*De Testaceis*, 1555, pag. 49, al cap. *De Pholade*), disegna un pezzo di roccia, con alcune cavità, e solo il disegno a sinistra, per alcune striature mostra la conchiglia; nel testo è detto che queste ricordano quelle dei *Mytuli*, e che « In saxis adeo duris nascitur ut non nisi ferreo maleo diffracto saxo distrahatur ». Il celebre malacologo MARTENS, cui appartenne la copia in mio possesso, postillò: *Lithodomus dactylus*. Del gen. *Pholas* (*Ph. dactylus*) il medesimo autore, ne dà la figura e la descrizione a pag. 23, nel cap. *De Concha altera longa*, presentandola come: *Concham hanc Dactylum esse seu Unguem salsum est*.

ALDROVANDI in *Anim. exang.*, 1606, pag. 521, al cap. *De Balanis*, dapprima nota l'equivoco nel quale caddero i predecessori nell'applicare il nome greco di Βάλανος, che indica molteplicità, ossia la conchiglia fatta di più pezzi, poi nel testo tratta dei Cirripedi. Nel cap. successivo: *De Pholade* (pag. 525) discorre e figura dei *Lithodomus*, che chiama *Pholas*, ripetendo anche la figura del RONDELET. GESNER, *Hist. anim.*, lib. IV, 1620, pag. 713, ripete ancora la figura del RONDELET, ma non porta nuove luci. A più che un secolo di distanza (1767) gli Autori continuavano a copiare le figure del RONDELET, dell'ALDROVANDI od altri, come vedesi in JONSTON, *Exang. aquat.*, pag. 65, tav. XV, nelle varie figure dei *Balani* e delle *Pholas*.

Il ben noto r. p. FILIPPO BONANNI S. J., pioniere della Conchiologia in Italia, nella sua *Ricreazione etc.*, 1681, tratta in apposito capit. V, a pag. 48, della propagazione dei bivalvi che si distinguono col nome di *Ballani*, e ne dà alcuni alla tav. I; per la parte sistematica a pagg. 157, 158 descrive gli esemplari figurati nell'atlante; di essi i num. 25 e 26 rappresentano la *Pholas*, il n. 27 un pezzo di roccia perforata ⁽¹⁾, e le 28 e 29, due *litodomi*. Nell'edi-

(1) Delle tante stravaganze che si trovano negli antichi Autori per spiegare questo o quel fenomeno naturale, mi limito trascrivere quanto leggo, attorno alla perforazione delle rocce per parte delle foladi, nel *Dizion. Univers.* del CHAMBERS, vol. VI, pag. 384. « Vi è una specie particolare di pesci testacei, chiamati *pholas*, che non si trovano in altro luogo, che nelle cavità delle selci, che sempre trovansi esattamente adattate a riceverli. Ora egli è troppo improbabile, che il pesce sia venuto a scavarsi una tal nicchia per ivi seminare; ma appar bensì più verisimigliante, che le *pietre* nelle quali si trovan chiusi i pesci, fossero da prima molli; e che la materia di cui sono formati, trovossi originalmente nel seme del pesce, in quella stessa guisa che la materia la quale forma il guscio dell'ovo, trovasi realmente nel seme di esso »

zione latina del 1684, le rispettive parti si trovano a pag. 29 e 101-102. Una terza edizione fu conglobata nel grosso volume: *Musaeum Kircherianum*, 1709, per la prima parte a pag. 412, e per la seconda a pag. 441-442. Un secolo dopo la prima edizione, a commemorare l'erudito confratello fu ripubblicato il volume con notevoli aggiunte del r. p. GIOV. ANT. BATTARRA S. J.; è nel secondo vol. che si trovano gli indicati argomenti, le vere *foladi* a pag. 25, tav. IX, fig. 23, 24, e i *litodomi* a pag. 30, tav. X, fig. 27 e 28; non è stato riprodotto il disegno della roccia perforata.

Un interessante articolo dal titolo: *De admirando pholadis saxorum Italis Dattelo del Mare, dicti, Monumento, ad littus Puteolanum existente*, leggesi a pag. 153, cap. XI, volume di J. BAPT. BOHADSCH, *De quibusdam Animalibus marinis* ecc. in 4° Dresda, 1761 ⁽¹⁾.

Riguardo alle *Stelle*, è evidente che nulla può dirsi all'infuori che ripetere il nome; si tratta di *Asteroidi*, come di *Ofuroidi*, più difficilmente di *Eurialeae*. Nell'opera del BELON, *De Aquat.*, pag. 388, come nel RONDELET, *De Aquat.*, II, pag. 118 sono descritte alcune specie di questi curiosi animali marini; il RONDELET disegna anche molto bene una *Eurialea* « Immensa et summè admirabilis Dei potentia... ». Nel GESNER, *Hist. anim.*, lib. IV, al cap. *De Stellis marinis*, ed a pag. 922, leggo: « Hic piscis (impropriae piscem vocat) radios habet quinos... ».

95. (2). *Testudines pictae, seu stellatae Wormii, num. quatuor.*

Con il nome di *Testudinei pisces*, alcuni antichi Autori (ALDR., *An. exang.*, p. 229 c) indicavano dei molluschi testacei, ed è in tale senso che qui si deve intendere la frase sopra riportata dall'Inventario; l'attributo di *stellatae* porta il nostro pensiero alle conchiglie del gen. *Patella* con coste sporgenti a guisa di stella, come in *P. longicosta* Lk.

96. (3). *Pinnae variae majores, et minores; num. quinque; Item Villi Pinnarum ad varia utiles.*

Questo numero non necessita di commento.

(1) Questo vol. di pag. 18 n. n. + 169, e XII tav., merita tutta l'attenzione degli studiosi, perchè è uno dei primi che tratta di animali molli marini, con numerosi particolari anatomici. Simpatica è la confessione che l'Aut. fa nella Prefazione, di non avere in lavori precedenti riconosciuto che la cosiddetta *Uva di mare* fosse un agglomerato di *Uova di Seppie*. I disegni minutamente eseguiti su rame, sono dello stesso Autore.

Echini Maritimi (pag. 7).

97. (1). *Echinus aculeis longissimis, ex mari rubro dictus Aldr. de Testac. nobis tamen ex mari Gallico habitus; numero quatuor. seu potiùs Hystrix marinus Imperato, et ap. Scillam lib., cui titulus la Vana Speculazione, etc.*

98. (2). *Item Spinis denudatus; num sex.*

99. (3). *Echinus nudus rarior, et parvus; num 2.*

Integro le indicazioni bibliografiche qui citate:

ALDROVANDI, *Anim. exang.*, 1^a ediz., 1606, lib. III, *De Testaceis*, pag. 400 e succ. L'*Echinus aculeis longissimis ex mari rubro* è brevemente descritto a pag. 406 G, e illustrato con due grandi figure, che occupano ciascuna una intera pag., 407 e 408.

IMPERATO, *Hist. nat.*, ed. 1599, libr. XXVIII, pag. 784: *Estrice marino*, si ritrova nelli mari profondi. La specie è diversa dalla precedente.

SCILLA, *De corp. marinis lapidesc.*, ediz. 1752, pag. 67. Nell'edizione italiana (Napoli, 1670) si parla di echinidi a pag. 147 e seg. ⁽¹⁾.

Un ampio riassunto sullo studio degli Echinidi per parte di antichi autori, si legge in GESNER, *Hist. Anim.*, lib. IV, *De Echinis*, pag. 349-359. Si veggia ancora il mio recente lavoro: *Il primo elenco dei fossili di monte Mario presso Roma*, che comparirà nelle Memorie di questa Pontif. Accad., ove ho trattato di alcune delle specie di Echinidi annoverati nell'Inventario.

100. (4). *Echinometra maxima pelagica Sardica spinis armata: num. 2. Item spinis nuda, num. 2; vid. potius P. Bonan.*

È l'*Echinus melo* degli Autori, illustrato da una grande e discreta figura dell'ALDROVANDI, *Anim. Exang.*, lib. III, pag. 411, con la indicazione: *Echinometra maxima pelagica Sardica*, à D. Castelletto, ne parla a pag. 406. La persona quì nominata è il sig. BERNARDO CASTELLETTO Genovese che raccolse gli esemplari e ne fece dono al grande Naturalista Bolognese.

⁽¹⁾ Questa è la prima edizione, molto ricercata. Porta per titolo: *La Vana Speculazione disingannata dal senso*, ecc. Vol. in 4^o picc. di pag. 8 n. n. + 168. L'antiporta e le XXVIII tav. furono riportate integralmente nelle edizioni successive. Nelle ediz. del 1752 la tav. XXIII è duplicata, cou le medesime figure rovesciate. Il num. XI è riportato in due tav. con differenti disegni.

La citazione del BONANNI, fatta dal MARSILI, si riferisce alle note opere di questo religioso, cioè: *Ricreazione etc.*, 1681, pag. 143, fig. n. 19; ediz. Lat., pag. 92, n. 19; *Mus. Kirch.*, 1709, pag. 437, fig. 19; *Rer. nat.*, 1782, pag. 8, t. IV, fig. 19. La figura, riportata in tutte le edizioni non è stata bene eseguita; le zone sono tutte eguali, radiali o interradianti che sieno; in ogni placchetta è disegnato un solo tubercolo. Nota l'Aut. « Vien nominato (Riccio marino) *Echinometra pelagia* da Aristotile, cioè Riccio grande, perchè supera nella mole tutti gli altri, *pelagia*, perchè suol vivere in mari profondi ». Il p. BATTARRA, nelle sue osservazioni alla quarta edizione richiama i testi di ALDROVANDI, GINANNI, PLANCO, e riconosce l'imperfezione della citata figura. Si veggia ancora GESNER, l. c., pag. 351 e JONSTON, *Exang. aquat.* pag. 51, tav. XIII.

101. (5). *Echinus vulgaris* Aldrov., *spinis armatus; numero tres majores, et minores: Item nudi; num. 5.*

ALDROVANDI, nel vol. *Anim. exang.*, del quale egli stesso curò l'edizione, 1606, descrive brevemente un certo numero di Echini regolari ed irregolari, pag. 400 e seg.; ne presenta 25 disegni, dei quali alcuni mal copiati dal RONDELET, a niuno assegna l'attributo di *vulgaris*, a questa specie però vanno riferite le tre fig. superiori a pag. 423 (407 per err.) e quelle della pag. 425 (409). L'autore cita ripetutamente il BELON ed il RONDELET e ne riporta quasi tutto il testo; di questi l'indicazione bibliografica, non curata dal Naturalista bolognese, è la seguente.

BELON PETR., *De aquat.*, 1553, pag. 384-386, senza figure.

RONDELET GUL., *De Piscib.*, 1854, pag. 577-583, con sei figure.

Come l'ALDROVANDI, così il GESNER, in *Hist. Anim.*, lib. IV (1620), pag. 349-359, trascrive quanto pubblicarono i due precitati Autori, riproducendo le figure del RONDELET, ed aggiungendo molte considerazioni, specialmente sulle opere di ARISTOTILE.

Petrificata varia. (pag. 7).

102. (1). *Tubuli Vermium marinorum maximi aliquot, veluti tartarizzati nu. 3; rursus alii petrificati, ex Insula Melitensi, duobus quorum adhaerent oculi, ut vocant, Serpentum.*

103. (2). *Tubuli Vermium majores aliquot: Item alii triplici terreae Matrici agglutinati.*

104. (3). *Massa Tubulorum marinorum minorum invicem implicatorum et candidorum; numero duplex: Item iidem confusim coacervati, et variis Testaceis adhaerentes: Massae numero quatuor.*

105. (4). *Massa an Tubulorum minorum? in spiras planas veluti re-collectorum, terreaeque substantiae intermixtorum num. 1.*

106. (5). *Massa Tubulorum casu adiunctorum fictili vasculo in Mare delapso.*

107. (6). *Congeries Tubulorum petrificatorum Alcyonium Spongiosum Officinarum aemulans; num. 1.*

Vari degli indicati campioni sono certamente attribuibili a specie diverse di *Serpulae*, ma non è da escludere vi sieno stati compresi degli esemplari oggi riferibili al gen. *Vermetus* od affini, ed al gen. *Siliquaria*. In alcuno dei 20 numeri di questa sezione, troviamo l'indicazione di qualche Autore, ed io pure tralascio qualsiasi ricerca bibliografica, tanto più che ci troviamo davanti ad un gruppo di organismi assai incerto, essendo stati dai vecchi naturalisti assai diversamente interpretati; nella *Metallototeca Vaticana*, ad es., il MERCATI considerò degli esemplari di *Serpula* (*S. intorta*) che riferisce ad un *Alcyonium petrosum vermiculatum* (pag. 110) ⁽¹⁾.

108. (7). *Lapis involutus crusta tartarea, quae frequens occurrit in aquis, ubi Corallia nascuntur, num. 1. Item congeries altera similis crustae tartareae in compressam ovalem figuram disposita.*

109. (8). *Substantia tartarea alba veluti in guttulas parùm assurgentes pulchrè conformata; Frusta tria.*

⁽¹⁾ Circa alle pietrificazioni che si trovano su i Monti, PAOLO BOCCONE, oscilla alquanto nella ricerca delle cause; caratteristica è la seguente, stampata nel citato *Museo di Fisica* etc. (1697) pag. 287: « Mi persuado. che si trovino nella Terra. e nei Monti li medesimi Sali, che sono nel Mare, e che si produchino corpi Coralloidi Stellati simili all'Astroites, ò sia Pietra Stellaria anche fuori dell'Elemento del Mare, e col mezzo di essi Sali, che sono derivati dal Mare, e trasportati dalle Nuvole, e poi depositati, e comunicati dai Fluidi, e dai Liquidi, che si vanno insinuando nella Terra, e ne' Monti. Li semi di tutte le Produzioni sono racchiusi nella Terra, alla quale non possiamo negare queste prerogative, senza farle evidente ingiuria. Se è vero che le Acque del Mare siano levate e portate dalle Meteore altrove, non è improbabile, che dalle medesime Acque, venghino depositate essi Sali Coralloidi, anche nei Monti ». Del resto, il rîdo padre, seguiva fondamentalmente le idee del tempo, come vediamo espone in più libri; così, con varianti alle volte abbastanza curiose, ne pensava l'ALDROVANDI (*Museum Metallicum*, 1648, pag. 818), così ne pensava il dott. LON. LEGARI, come espone nella descrizione del *Museo Cospiano* (1677, pag. 156 pass.).

110. (10). *Musci marini albi, veluti petrificati; Frustum unum.*

111. (17). *Muscus marinus tartaro implicatus, ac tartarizatus; Frusta tria.*

Ho unito in questo gruppo di quattro numeri degli esemplari che ritengo si debbano riferire ad *osteocolle*, ossia a calcare concrezionato attorno a vegetali a rami sottilissimi, o che simulano tale struttura.

112. (9). *Milleporae petrificatae; frusta duo.*

Vedi quanto ho esposto innanzi al n. 27-(10); ma se la *Millepora* dell'IMPERATO elencata nell'Inventario è una *Madrepora*, non si può con altrettanta sicurezza asserirlo per quella qui riportata, giacchè avrebbe potuto riferirsi ad una piuttosto che ad altra specie di briozoo che nei secoli decorsi venivano tutti compresi nel genere *Millepora*.

113. (11). *Conchae minimae albae in massam terreo glutine recollectae; Frusta duo, ex Mari Gallico; Item Conchae aliae minimae subfasci coloris in massam terream congregatae, ex territorio Bononiensi.*

Nulla posso dire delle *Conchae minimae albae* del Mare Gallico; ma la località del Territorio Bolognese mi ha riportato di un balzo a quasi cinquant'anni or sono, quando pieno di entusiasmo percorrevo le colline bolognesi, raccogliendo fossili, rocce e minerali, e scrivevo appunti sopra tutto ciò che venivo osservando al fine di redigere quella « tesi di Laurea » che mi avrebbe permesso di entrare ufficialmente nell'insegnamento e nell'arringo scientifico. Rammento appunto di avere raccolto nella valle del Samoggia e precisamente in località detta Pradalbino, sotto Montoveglio, dei campioni di sabbia gialla indurita conglobante una quantità enorme di piccole bivalvi appartenenti alla *Corbula gibba*, le quali corrispondono in tutto anche per il colore, alla frase sopra riportata ⁽¹⁾. ALDROVANDI nel *Museum Metallicum* (pag. 842, XX *Tabella cum Purpurite*) figura un gruppo di conchiglie, prevalentemente di Gasteropodi, proveniente, appunto, da Pradalbino attribuibili al *Murex torularius*, ed una conchiglia intera che fu interpretata dal dott. FORESTI per una *Pleurotoma turricula Br. sp.*, ma che potrebbe essere benissimo un *Cerithium*.

(¹) Questo mio ricordo giovanile, non va disgiunto da quello reverente del mio compianto ed insigne maestro, il senatore prof. GIOV. CAPELLINI, del suo assistente, e cognato, dott. LUD. FORESTI valente malacologo, esso pure da tempo mancato ai vivi; e del dott. CARLO FORNASINI specialista esimio degli studi sui foraminiferi; triade di scienziati che mi fu illimitatamente prodiga di profittevoli insegnamenti.

114. (12). *Congeries materiae limosae, una cum Lichene marino, et aliis exiguis etiam Corallii stellati particulis.*

115. (13). *Congeries substantiae lutosae cum interceptis variis marinis corporibus marino glutine cohaerentibus; Frusta maiora tria — ex hac Materia fundum Maris accidentale consurgit, cuius fit mentio in mea Historia Maritima.*

116. (14). *Aliae congeries substantiae lutosae marinae cum particulis corporum marinorum variis accidentatiò eidem junctis; Frusta duo maiora: Item Frusta duo saxea minora cum variis fragmentis Testaceorum petrificatis.*

117. (15). *Testacea involuta crusta arenosa (quam in Mare defert Rhodanus) ex qua magna ex parte resultat fundum accidentale Maris Linguadociae.*

118. (16). *Congeries arenae unà cum fragmentis Testaceorum non nihil implicatis: haec quoque non modicam partem constituit fundi accidentalis Maris Linguadociae.*

Gli esemplari inventariati in questi ultimi numeri, non rappresentano dei fossili p. d., ma dei subfossili; ossia frammenti di corallari (latu senso), testacei, ed altri organismi marini inclusi in fanghi induriti o in arenarie conglomerate formanti scogliere. Il MARSILI, al n. 115 (13) ricorda la sua *Historia Maritima*, ossia il vol. *Histoire Physique de le Mer* che ho più volte avuto occasione di ricordare. È nella seconda parte *De son Eau*, che l'Autore parla delle sostanze disciolte o sospese nelle acque del mare che incrostano o conglomerano organismi che in esse vivono; vedi pag. 37 e segg.

119. (18). *Testae Ostraceorum variae, quarum aliquae luto marino adhaerentes, aliae verò divulsae; numero quatuor.*

120. (19). *Massa Ostraceorum fragmento patinae casu in Mare delapsae agglutinatorum; Frusta duo.*

121. (20). *Chama major limo, ac lapillis indita, et petrificata n. 1.*

122. (21). *Testa Mytuli marini semifracta, cum Tubulis Vermium marinorum intus, ac foris adiacentibus.*

Anche questi esemplari di *Ostriche*, di bivalvi corrispondenti alle nostre *Chamae* od altro genere, e di *Mitili*, erano certamente, almeno così io penso, dei subfossili, di specie che ci rimangono indeterminate.

*Alia Testacea petrificata, interim posita
in Camera Fossilium (pag. 8).*

123. (1). *Prima pulcherrima rarissima petrificata ex Montibus, quos vocant d'Alless nelle Savene; n. 2. Item alia ex fodina dicta di Brunette extra Montpellier.*

124. (2). *Petrificata bivalvia majora, ex fodina dicta di Brunette Haec quarta leucae parte distat Montpellier; num. 3, vel 4.*

Il gen. *Pinna*, fra i molluschi bivalvi, è uno dei pochi che abbia attraversato i secoli, senza trasformazione; è interessante sapere che il MARSILI ne aveva in collezione un esemplare fossile pulcherrimo, perchè essendo la conchiglia facilmente sfaldabile e deformabile, si rinviene, in generale, in condizioni tutt'altro che buone.

125. (3). *Pectunculitae ex lapidicina prope Wirrenlas in Comitatu Badensi.*

126. (4). *Lapides duo, virescens unus, alter nigricans, quibus Pectunculi, seu striati Pectinites inserti sunt.*

127. (5). *Pectinites varii maiores, minores aliquot; Item Conchites Indicus duplex.*

Col nome di *Pectunculus* gli antichi Autori, seguendo PLINIO (*Hist. Nat.* libr. XXXII, cap. 7) intendevano letteralmente dei piccoli *Pecten*, mentre oggi intendiamo specie di ben altra sorta, che, prima di LAMARCK, furono incluse nel gen. *Arca*. Di più al riguardo, non è possibile dire.

128. (6). *Cochleae petrificatae Aldr. Mus. pag. 842, majores num. tres, aliae minores num. 2.*

A pag. 842 del *Musaeum Metallicum*, l'ALDROVANDI disegna un nucleo di un grosso gasteropodo trochiforme che il dott. LUD. FORESTI ⁽¹⁾ ritenne appartenere alla *Xenophora infundibulum* Br. L'esemplare figurato fu raccolto nelle montagne bolognesi. Ma penso che la citazione del MARSILI si debba intendere come una indicazione generica di nuclei del tipo Aldrovandiano.

(1) FORESTI LUD.: *Sopra alcuni fossili illustrati e descritti nel Musaeum Metallicum di Ulisse Aldrovandi* — Boll. Soc. Geol. Ital. vol. VI, pag. 112 - Bologna, 1887.

129. (7). *Conchites in Italia frequens, rugosus, apud Bonann. P. 2. pag. 103.*

La citazione dell'opera del p. BONANNI, si riferisce alla edizione seconda, in latino, della *Ricreazione*, ecc. (1684), pag. 103, num. 31; figura di egual numero nell'atlante alla classe seconda *Testaceorum bivalvium*; ed in questa l'Aut. scrive: « Còncha sivè Conchites in Italia frequens rugosus rostro subtereti, et insigniter adunco donatus, describitur a MARTINO LISTER tract. de lapidibus Bivalvibus cap. 2.... ».

Mentre nelle varie edizioni della celebre opera le frasi diagnostiche, e le osservazioni sono integralmente riportate, per questa specie, nella prima edizione in italiano (1681), pag. 158, egual num. 31, si legge: « Conchiglia del mar d'Inghilterra capricciosa nella forma, ordinaria nel color luteo. La riferisce il LISTER nel suo Trattato de *Cochleis Britannicis* ». La frase latina sopra riportata è trascritta nella terza edizione (1709) inclusa nella maggior opera sul *Musaeum Kircherianum*, pag. 442, num. 31 (testo ed atl.); finalmente, nella quarta (1782) curata dal p. BATTARRA, il commentatore disegna la medesima conchiglia al num. 30; nel testo ne cambia l'ordine inscrivendo la specie, sotto al num. 30, pag. 45 al Genus XVI, *Concha gryphoides*, insieme con altra figura, 22, rappresentante l'attuale *Chama gryphoides*. Il testo latino del BONANNI è riportato per intero, e nell'*Adnotatio* il BATTARRA richiama il « *Conchites anomius rugosus, rostro subtereti, et insigniter adunco donatus* LISTER Tab. VIII, n. 45 fossilis est. *Anomia gryphus* LINN. Sy. Nat. Tom. I, Part. II, pag. 1151 ».

Questa specie è la ben nota *Gryphaea arcuata*, citata e disegnata di frequente dagli antichi Autori; l'attributo di *anomia* che vediamo in LISTER, e LINNÉ se ne servì per crearne uno dei suoi generi, era dato anche alla *Tebatulæ*; la valva uncinata della *Gryphea*, veniva così confusa con quella dorsale prolungata dei brachiopodi.

130. (8). *Concha triplex petrificata, rotunda, quarum una cum Tubulis superinditis (haec accedit ad striatam rotundam cum Tubulis, ALD. Mus. Test. 450).*

La citazione si riferisce all'opera *Anim. exang.* dell'ALDROVANDI, lib. III, *De Testac.*, pag. 450 nella quale la prima figura, in alto a sinistra, rappresenta una conchiglia di *Cardium* ricoperta da serpule, con l'indicazione: *Concha striata rotunda alia cum tubulis*.

131. (9). *Conchites striati bivalves*; numero duo.

132. (10). *Bucardites accedens ad illos Aldr. Mus. pag. 479, et 480.*

133. (11). *An Conchites laevis Bucarditi accedens? sed rarioris formae, repertus in Rheno Bononiensi prope locum dictum la Madonna del Sasso.*

Con il nome di *Bucardites* gli antichi Autori indicavano le bivalvi che oggi si ascrivono ai generi *Cardium*, *Isocardia* ed affini. Ritengo che gli esemplari inventariati al num. 131 (9) siano dei *Cardium*; mentre nel num. successivo si tratta veramente dell'*Isocardia cor*, data la citazione sopra scritta. Di fatti a pag. 479 del *Mus. Metall.* sono tre figure di *Bucardites triplex* che rappresentano appunto l'*Isocardia cor* come rilevò anche il FORESTI nel sopra citato lavoro, pag. 99, n. 37, e fece notare anche come le figg. 1 e 3 rappresentino due modelli interni, e la 2 un esemplare con la conchiglia. Anche le due fig. della pag. 480, indicate come *Bucardites duplex reticulatus unus, levis alter*, sono nuclei di *Isocardia cor*. Il dott. FORESTI (id. n. 38) ci fa sapere che l'esemplare corrispondente alla prima di detta figura, il *Bucardites reticulatus*, si conserva nelle collezioni del Museo Geologico Universitario Bolognese ed è « formato da una marna calcarea indurita che ha subito delle screpolature e delle risaldature analogamente a quanto succede nelle pietre geometriche o septarie ».

Il *Conchites laevis* dei num. 133 (11) con tutta probabilità era un campione di *Isocardia cor*, di marna indurita, come il *Bucardites reticulatus*, ma senza rilegature; di fatti nel cosiddetto *Schlier* bolognese della vallata del Reno se ne rinvenivano di frequente. Il prof. GORTANI in una nota: *Reliquie Geologiche Aldrovandiane*, Imola 1907, indica anche il *Buc. laevis* fra i fossili conservati tuttavia (pag. 8, n. 28).

134. (12). *Ostracomorphos lapis*; Aldr. *Mus. pag. 474 ex Rheno Bononiensi prope Montem dictum Madonna del Sasso.*

Il numero della pag. ora riportato non corrisponde; l'*Ostracomorphos Lapis* è descritto e figurato a pag. 464 del *Musaeum Metall.*: « Alii Ostracitem indigitant illum lapidem, qui varias figuras Ostrearum, et Chamarum repraesentat. Nobis autem talis lapis Ostracomorphos nominatur, et in sequenti tabella delineatur ». La figura rappresenta un magnifico campione di calcare conchigliare, ove i singoli individui sono distintamente disegnati, così da tentarne una determinazione specifica. Il dott. FORESTI (*l. c.*, pag. 95, n. 24) ritiene si tratti di un esemplare proveniente dall'eocene parigino.

135. (13). *Echinites magnus*: Aldr. Mus. pag. 456.

136. (14). *Echinites aliquot petrificati variae magnitudinis ex Montibus prope Barchinonam*.

137. (15). *Echinus major petrificatus, saxo inclusus, ex Montibus prope Barchinonam*.

138. (16). *Echinites petrificati è Montibus delle Savene in Territorio dicto d'Aless*.

139. (17). *Aculei petrificati Hystricis marini (vulgò dicuntur Bastoncini di S. Paolo) apud Scillam pag. 168, Tab. 24*.

140. (19). *Echinites, sive potius Echini majores petrificati; numero duo*.

Per gli Echini fossili qui elencati ai num. 136, 137, 138 e 140, nulla si può dire all'infuori che probabilmente sono tutti esemplari di Echinoidi regolari. L'*Echinites magnus* dell'ALDROVANDI (*Mus. Metall.*, pag. 456, fig. *Echinites magnus*) è così descritto dall'Autore: «Nobis etiam communicatus fuit lapis Echini speciem aemulans ex materia alba densatus, multi signis insignitus quae astra imitabantur, vel summitatem quorundam Juncorum, qui in mari lapidescunt: basis huius lapidis erat plana, colore albo, subviridi, et luteo re-referata; habebatq; particulam Selenitidi lapidi valde similem, immò duo, vel tria extra eiusdem naturae cum superioribus. Hic damus delineatum Echinum forma stellati lapideum, quem magnum Echinitem indigitare possumus». La figura mostra chiaramente che l'esemplare descritto è un *Conoclypeus*. Il prof. GORTANI (l. c., pag. 10, n. 73) determina questa specie come *Conocl. Anachoreta Ag.*

Per gli aculei, di cui al num. 139 (17), lo SCILLA a pag. 148 dell'ediz. italiana (1670), a pag. 67 dell'ediz. latina (1752), risolve la questione che cosa siano i *Bastoncini di S. Paolo*, disegnando a tav. XXIV, fig. II un frammento di *cidaris* con un aculeo; altri due separati ne figura al num. III.

141. (18). *Conchae luto agglutinatae, prope Mediterraneum repertae*.

142. (20). *Terra Argillacea Ostraceam Concham parvam, ac laevem intus claudens*.

143. (21). *Marmor rubrum cum Musculis petrificatis repertum sopra il Lago di Lugano*.

144. (22). *Conchites reperti in loco dicto Neuchastel*.

145. (23). *Ostreum petrificatum cum fluore intus splendido*.

146. (25). *Chamae aliquot striatae, et petrificatae*.

147. (26). *Conchae laeves petrificatae, lapidibus in Minera ferri re-
pertis inclusae, nempe in Minera ferri Territorii Interamniae, vulgò Terni.*

Nessuna indicazione precisa od approssimativa si può dare dei fossili elencati in questo gruppo. Il *Musculus* del num. 143 (21) incluso nel marmo rosso, non è certamente un *Mytilus* od una *Modiola* che un tempo venivano riuniti in esso genere *Musculus*.

148. (24). *Turbines petrificati variae magnitudinis, ex Montibus di
Cassis, non procul à Mari.*

149. (27). *Frusta aliquot Turbinum rarioris formae aenei coloris pe-
trificatorum, ex Territorio Parisiensi: Item parvus Nautilus Indicus aenei
coloris petrificatus.*

150. (32). *Turbinites, et Cochlites variae magnitudinis, ferè omnes
parvi.*

Si tratta qui di Gasteropodi fossili non determinabili. Quanto al *Nautilus Indicus* citato al num. 149 (27), noto come al tempo del MARSILI non si faceva ancora la distinzione fra i Nautili e le Ammoniti, che erano chiamati « Corni d'Ammonite » nome usato altrove dal MARSILI; quindi ritengo che qui si tratti di una di quelle forme di Ammoniti più o meno globose, che assumono un portamento simile a quello dei Nautili; escludo ancora i foraminiferi, che furono in seguito chiamati con egual nome.

151. (28). *Buccinites, an Buccinae respondens P. Bonann. Edit. Latin.
pag. 137.*

L'indicazione bibliografica non è precisa. A pag. 137 della *Recreatio* (1681) sono elencate quattro specie di *Buccinae*, ai numeri 190-193, figurate con eguale numerazione nell'Atlante. Con la nomenclatura linneana, esse corrispondono a 190, *Murex antiquus*; 191, *Buccinum perdx*; 192, *Bulla achatina*; 193, *Murex reticularis*. Penso che gli esemplari Marsiliani si riferiscono a quest'ultima specie, oggi conosciuta con il nome di *Ranella gigantea*, che è discretamente comune nei nostri terreni pliocenici e postpliocenici. Rammento di averne raccolti dei superbi esemplari nel pliocene recente, forse postpliocene, nei pressi di Monteleone Calabro.

152. (29). *Buccinites; an Aldr. Mus. pag. 470.*

Nella citata pag. del *Musaeum Metall.* sono tre figure; il *Buccinities* è rappresentato alla fig. 2, che è un nucleo di *Natica sp.* secondo FORESTI (*l. c.*, pag. 97, n. 30).

153. (30). *Cochlites umbilicatus, an respondens Cochleae umbilicatae?*
Aldr. Mus. pag. 396.

Il num. della pag. è errato. È a pag. 471 che è accennato ad una forma umbilicata e figurata al num. 2: « Verum sub numero 2 figuratur Muricites alter superiori longè minor leucophaei coloris, neque tot volutas habet; immò circa umbilicum quasdam videtur habere eminentias, quales in Murice observari solent ». Al di sopra delle figure, ed al num. 2 è stampato semplicemente: *Muricites alter*. FORESTI (*l. c.*, pag. 97, n. 31) riferisce questa forma a *Natica sp.*

154. (31). *Turbinities Ald. Mus. pag. 472.*

Nel testo dell'ALDROVANDI l'esemplare è indicato con la denominazione generica di *Turbinities* e più propriamente di *Spiroidem*; sopra la figura è stampata la sola parola *Turbinities*. La figura rappresenta un frammento di roccia con la negativa di un *Conus* ed il suo modello interno; il disegno è grossolano. (FORESTI, *l. c.*, pag. 98, n. 32).

Partes petrificatae Piscium Coriaceorum (pag. 9).

155. (33). *Glossopetrae majores, et minores, harum plures Piscis Lamiae, aliquot Piscis Caniculae, et demum quinque Piscis Messanensibus dicti Columbina, ò Pesce Vacca: Item plurimae aliae valde exiguae dicti Piscis Caniculae.*

In questo numero dell'Inventario, il MARSILI non cita l'Opera dello SCILLA ma non vi ha dubbio che da essa ha preso le indieazioni nominative di *Columbina* o *Pesce Vacca*. Come è noto lo SCILLA fu uno dei maggiori sostenitori, se non il primo, che le *glossopetrae* fossero denti di squali. Nel vol. *De Corporibus marinis etc.* 1752 (la prima edizione in italiano è del 1670, pag. 57) a pag. 20, si legge: « Etsi vero mihi non parvi est taedii, tibi tamen satisfacere in animo est, nonnullas ostendendo dentes, ut intelligere possis ... varietatem, et differentiam dentium, qui in ore cujusdam speciei caniculae, quae vulgo a nobis *Colombina* sive *Vacca* nuncupatur, a dentibus communis caniculae;... ». Nel medesimo vol. dopo la pag. 84 ne seguono altre cinque non numerate; in esse trovasi l'*Index tabularum* con la spiegazione delle figure, ed una sola

citazione bibliografica, per quanto riguarda questo argomento. Le tavole con le figure di tali denti sono: Tav. I, III, IV f. 1, V, VI f. 1, 2, 4, VII, f. II, III (varî denti per ciascun numero) XIV f. 1 a 5, XXVII col capo a bocca aperta del *pesce Vacca*, XXVIII f. 1 l'intero pesce, f. 2 il *p. Stampella*, che è il *p. Martello*, f. III, tre denti di quest'ultimo. Nella nomenclatura moderna, i precitati nomi hanno questi corrispondenti: pesce lamia = *Carcharodon Rondeletii*, *p. canicola* o gattuccio = *Scyllium canicola*, *p. colombina* o vacca = *Hexanchus griseus*, *p. stampella* o martello = *Zygaena malleus* o *Sphyrna zygaena*.

La citazione bibliografica trovasi nella prima tavola: ... *de quo Aldovrandus loquitur libro 3, cap. 51. De piscibus*. Scorro la edizione princeps *De piscibus et de cetis* (1613) postuma, a cura di JOANNES CORNELIUS UTERVERIUS e di HIERONIMUS TAMBURINUS. Non 51°, ma 31°, a pag. 372 è il capitolo nel quale l'ALDOVANDI tratta *De piscibus cartilagineis in genere*, e specialmente nella parte intitolata *Genus. Differentiae. Synonima*; le specie indicate sono descritte e figurate, spesso fantasticamente, nelle pagine successive.

Lo studio più celebre nella prima metà del seicento, è quello di FABIO COLONNA, Linceo: *Dissert. de Glossopetris*, edito in Roma nel 1616; da allora in poi più non si contano le pubblicazioni sopra quei fossili. Ritengo opportuno ricordare l'articolo *Glossopetre - Dent de Poisson petrifiée*, che si legge a pag. 246 e seg. nel tm. I, *Dictionn. Univers.* di E. BERTRAND, 1763; giacchè vi sono elencate 27 forme di questi fossili, con i nomi relativi; liste che non ho avuto mai occasione di vedere in altre pubblicazioni precedenti il XIX sec.

Uno dei primi scienziati, se non il primo, che diede una giusta interpretazione sulla natura dei fossili, fu ANDREA CESALPINO, il quale nel lib. II, cap. XLIII del suo Trattato, *De Metallicis* (Roma, 1596, pag. 131) trattando dapprima del *Lapis Judaicus*, accenna poi ad altri fossili, dice di alcuni dei modi di intendere per parte degli Autori: « At vero finis cuius gratia rationem in jis quae carent anima ponere non possumus, quanquam sunt qui putent ob influxus caelestes figuras animalium, et plantarum introduci etiam in inanimatis; unde Ostreas et multa Conchilia, et alia animalia lapidea reperi »; ed aggiunge (pag. 133): « At facultatem organicam, quae animae propria est, non offendemus, si dicamus; huiusmodi corpora non pauca, sed multa imo innumerabilia eandem prorsus configurationem cum viventibus habentia, viventia extitisse, sed postea aut sponte, aut ob aliquem succum lapidescentem concrevisse in lapideam substantiam. Praecipue id patiuntur ostrearum, et caeterorum similium testae, et ossa animalium, et ligna quaedam intra terram diu condita:

cum enim minus putrescant interim lapidescunt ob terream substantiam. Reperitae autem sunt veluti Ostrearum medullae figura crassioris Amygdalae aut mali Persici, materia ad figuram continentis concreta. His similem ortum habere putandum est lapidem Judaicum: esse scilicet veluti medullam concretam alicuius Conchilij, aut arboris fructum, materia lapidescente in eum locum corrivata. Sic videtur Belemnites, Glossopetra, et ea quae in fulmine putatur decidere, ex Pinna, aut aliquo eius generis Conchilio ortum ducere. Neque mirandum in mediterraneis, et montibus altissimis reperiri animalia maritima in lapides conversa, non enim absurdum est, ubique mare extitisse, imo necessarium ut tradit Aristoteles ⁽¹⁾.

156. (34). *Oculus Serpentis nigri coloris lucidissimus: Item Glossopetra purpurascens, radice nigra: Item Pectinites mellei coloris ad diaphaneitatem vergentis.*

157. (35). *Oculi, ut vocant, Serpentum; sed valde exigui — sunt species dentis.*

La promiscuità del materiale si può spiegare, o ritenendo che varî campioni di una medesima località, che è taciuta, si trovassero entro una medesima scattoletta; oppure che gli individui dei varî gruppi fossero uniti in un solo campione fossilifero.

Degli *Oculi Serpentis*, nell' « Inventario » se ne trova fatto cenno occasionale altrove (n. 102). Essi, come qui lo avverte lo stesso MARSILI, *sunt species dentis*. Lo SCILLA (l. c.) ne disegna un buon numero nella tav. II; nell'*Index tabularum*, stampa la seguente spiegazione: « n. I, II, III, IV. Maxillae, seu maxillarum partes piscium vulgo Sarco, Orata, et Dentato. Hi fortasse pisces iidem sunt ac Sargus, Aurata, et Dentex, quorum nomina, et descriptiones vide sis apud FRANCISCUM WILLUGHBEIUM, seu Jo. RAIUM libr. 4. sect. 5. membr. 2. cap. 7. et 5. et 13. — Num. V. Dentes in lapidem conversi, qui in Melitae insula reperiuntur ». Nel testo ne tratta a pag. 25 e 26; in quest'ultima

(1) Il testo citato, è la prima edizione, 1596, in-4^o picc. di pag. 15 n. n. + 222. Una seconda edizione fu pubblicata in Norimberga nel 1602. Copie di questa edizione si trovano nelle nostre biblioteche, ma sono rarissime in vendita; secondo bibliografi del 1700 erano rare sin d'allora. Nulla nella famosa biblioteca Osleriana. Per una copia della seconda edizione attualmente in vendita in Roma, si pretendono 1200 lire. Una copia della prima ediz. è stata da poco tempo da me acquistata; essa appartenne (dal 22-XII-1900) al compianto nostro Accademico prof. Rom. MELI; nell'interno della copertina di fondo è scritto, con calligrafia probabilmente settecentesca: *rarum inventuq; difficillimum opus.*

ricorda il nome popolare: « ... eos si licet lapillos vulgo serpentium oculos nuncupatos fuisse quondam dentes, ac partes oris *Sargi, Auratae*, et similium piscium, qui et numero, et varietate quamplurimi per maria omnia innatant, et capiuntur » ⁽¹⁾.

Petrificata alia Testacea (pag. 9).

158. (1). *Matrix insignis magnitudinis, Conchites diversarum specierum terrae implicatos continens, habita ex loco dicto Valchirchen Sylvae nigrae; hujus frusta majora quatuor, et quintum minus.*

159. (2). *Lapis Asteriis columnaribus refertissimus, erutus penès Pagum Dogern: Item alius lapis ingens in vicinia praecedentis repertus, cui Ossa humana lapidea inserta.*

160. (5). *Ostrea petrificata majora aliquot.*

161. (7). *Ostreae oblongioris genus petrificatum, numero quatuor — invenitur procul à Montpellier, ad distantiam leucaee.*

162. (9). *Concha insignis petrificata, cortice nitido, observanda, num. 2, est posita, ubi loratae sunt ipsae Pinnae petrificatae,*

Su le voci di questi numeri nulla vi è da dire di speciale.

163. (3). *Matrices, in quibus Pectines, et alia Testacea terrae permixta; numero quatuor, seu quinque. Item Matrix continens Conchites in Italia frequentes; apud Bonann. p. 2. pag. 103.*

Nulla da dire sui *Pectines*; quanto a *Conchites* rimando il lettore al numero 129 (7) ove trovasi la medesima citazione bibliografica.

164. (4). *Cornua Ammonis maxima, majora, minora, minima variorum colorum, alia fracta, alia integra, et omnia simul permulta.*

È inventariato un gruppo di Ammoniti, per le quali non essendo stato fatto alcun riferimento bibliografico con figure, rimane la completa indeterminatezza.

⁽¹⁾ Nell'ediz. ital. del 1670, pag. 164, lo Scilla è più breve: « fig. I-II-III-IV, Parti delle ossature delle teste de' Pesci, *Sarco, Orata e Dentato*. — Fig. V. Denti petrificati, che si trovano in Malta, detti volgarmente, *Occhi di Serpi* ». Il testo corrispondente a quello latino sopra riportato, nella ediz. italiana, trovasi a pag. 67.

165. (6). *Argyroconchites* ? apud Aldr. Mus. pag. 87.

Con il nome di *Argyroconchites*, ALDROVANDI (*Mus. Metall.*, 1606, pag. 87) figura una bivalve di facile determinazione; essa è la *Perna Soldani* (v. FORESTI, l. c., pag. 82, n. 3). È noto come le conchiglie di questa specie si sfaldano facilmente, e mantengano più o meno bene i riflessi madreperlacei; a questo carattere dà maggiore importanza l'ALDROVANDI: *Sexto loco figuratur concha lapidea argentea, quae conchites argyroides, vel potius Argyroconchites vocatur referens figuram conchae Margaritiferae*.

L'esemplare della collezione MARSILI, come quello o quelli dell'ALDROVANDI con tutta probabilità provenivano dai depositi fossiliferi delle Colline Bolognesi, e per i primi, fors'anche dai pressi della *Madonna del Sasso*, località che vedemmo ricordata varie volte dal nostro Autore. Nel 1746 questa specie fu oggetto di studio al celebre naturalista bolognese GIUSEPPE MONTI, con una memoria che intitolò: *De ostreo fossili magnitudine et figura insigni* (Comm. Bonon. Instit., Opuscula, Tm. II, pars 2, pag. 339-346), corredandola di una tavola doppia con tre grandi figure (I, III, IV) e due di dettaglio (II, V). Egli cita, appunto, come giacimento la *Madonna del Sasso*, e quello non lontano di *Battidizzo*.

166. (8). *Ostrea non vulgaris formae petrificata, insigniter striata, horum aliqua simul agglutinata; rursus alterum, in cujus superficie Balanorum species: Reperiuntur statim extra Montpellier in colle dicto Perrù: Item Conchitae imbricati; numero duo reperti nel Frictal: Item Massa ex Ostreis insigniter striatis, et Balanis super inhaerentibus, necnon aliis simul agglutinalis, num. 1.*

I *balani* qui citati sono effettivamente i Cirripedi, come con egual nome generico oggi si intendono, e non come altrove vedemmo il medesimo vocabolo usato per indicare litodomi o foladi. L'attributo di *insigniter striata* dato all'*Ostrea non vulgaris* potrebbe far pensare ad un *Pecten*; ma siccome il MARSILI tiene sempre distinti i *Pecten* da *Ostrea*, così è a questo genere che v'è riferito l'elencato campione, e penso possa essere l'*Ostrea Bellovacina* Lk. ⁽¹⁾, od altra consimile fra i fossili della Francia.

Per le *Conchitae imbricatae* non è stata segnata nell'Inventario alcuna indicazione bibliografica, ma il BONANNI con tale nome presenta due figure che

⁽¹⁾ DESHAYES G.-P., *Descr. Coq. Foss. Env. Paris*, 1824, tm. I, pag. 356; t. XLVIII, f. 1, 2; t. XLIX, f. 1, 2; t. L. f. 6; t. LV, f. 1-3.

gli Aut. riportano a *Chama gigas*, ossia alle grandi *Tridacne*. Vedi: BONANNI, *Ricreatione*, 1681, pag. 169, n. 83; pag. 170, n. 84; atl. 2^a cl., n. 83 e 84; id. *Recreatio*, 1684, pag. 109; num. e fig. eguali; id. *Mus. Kirch.*, 1709, pag. 446, num. e fig. 82 e 83; id. ediz. BATTARRA, 1782, vol. II, pag. 46, tav. XIII, fig. 82, 83.

*Alia Petrificata in seclitorio subtilis fenestram (pag. 10).
In prima huius capsula.*

167. (1). *Pagurus lapideus* Aldrov. *Mus.* pag. 461.

Vedi in ALDROVANDI, *Mus. metall.*, 1606, lib. IV, pag. 461, la fig. del *Pagurus Lapidus*, disegnato per la superficie inferiore, con discreti particolari delle zampe con chele, e dell'addome; è un grosso granchio di un genere affine a *Calappa*, nel testo l'Aut. cita una frase Aristotelica, ma non dà alcun carattere morfologico. Secondo il prof. GORTANI (l. c., pag. 10, n. 81) è da riferirsi al gen. *Harpatocarcinus*.

168. (2). *Lapides Islebiani, seu Ichthyomorphos apud Aldr. Mus.* pag. 101, *hujus aliquot varietates, inter quas Psetites: Item Rhombites, et alii ejusdem Aldr.*

Alla citata pag. del *Mus. Metall.*, Lib. I, al di sopra della figura, rappresentante una lastra con impronta di un pesce fossile, si legge: *Lapis Islebianus Ichthyomorphos. Spinos fortè Theophrasti*. Nel testo, per la località, è detto: « Islebia est oppidum Comitum Mansfeldensium in Saxonia, ubi talis lapis instar laminae durus, et aere abundans, formam piscis habens aereis conspicuam, qualis in praesenti icone demonstratur ». Il dott. FORESTI (l. c., pag. 89, n. 8) ha preso in considerazione anche questo ittiolite, e lo riferisce, con non assoluta certezza, al *Palaeoniscus Freieslebeni* Ag. comune nello *zechstein* di Mansfeld in Sassonia, che è precisamente la località citata dall'ALDROVANDI. Il dott. FORESTI testimonia ancora che l'esemplare è uno dei pochi salvati dall'antico museo, e si conserva in Bologna. Il Foresti, seguendo l'opinione dell'AGASSIZ ascrive alla medesima specie anche la prima figura a pag. 102; dell'esemplare di questa l'Aldrovandi non indica la località.

Nell'« Inventario » dopo il citato numero, vi è un num. 3, che non pongo nella serie generale, perchè il materiale è indicato solamente come *figurata varia, ut spina dorsi, folia, et aliquot alia*.

*Series Conchyliorum, seu Testaceorum
ad Musaeum Maritimum spectantium (pag. 10).*

169. (1). *Conchae aliquot Margarithiferae, in quibus visitur processus variae formationis Margaritarum; duodecim circiter, cum aliis Conchis Margaritiferis, sed dicto processui non inservientibus.*

170. (2). *Mytuli maiores, seu marini apud Aldr. Mus. Item Mytulus fluviatilis crassiori testae, interdum Margaritifer. ex Bohemia.*

Sono diversi i generi di bivalvi elencati in questo piccolo gruppo. Le prime *Conchae Margarithiferae* con perle, sono le notissime *Meleagrinae*. *Aliis Conchis margaritiferis* si riferisce ad una o più specie oggi assegnate al gen. *Avicula*.

Nell'inventario, è incorso un errore di citazione. L'Opera dell'ALDROVANDI ove si tratta di *Mytuli*, non è il *Musaeum Metallicum*, ma il vol. *De Anim. exanguibus* (1606); a pag. 512 e seg. sono alcune figure riferentesi al gen. *Mytilus* attuale, e fra queste anche i *Mytuli majores seu marini*, che rappresentano il *M. galloprovincialis*. Il *Mytulus fluviatilis* non trovasi indicato nelle illustrazioni, ma a pag. 512, ultime righe, ove elenca varie specie di queste bivalvi. dice di una *altera figura unius tantum Mytuli minoris fluviatilis icon*. Come è noto, in questa, come in altre opere di questo Autore, le figure non sono numerate, e manca un riferimento preciso nel testo; però seguendo attentamente il testo, e le figure che si succedono si giunge per il *M. fluviatilis* alle prime due fig. a pag. 515, dette: *Mituli oblongi* che rappresentano una *Unio*; la fig. di sinistra rappresenta la sola conchiglia, in quella di destra, vi è disegnato l'animale; ambedue sono vedute dal lato ventrale.

*Testacea locata in superiori parte
Plutei patente (pag. 10).*

171. (1). *Tridachne. Aldr. de Testac. pag. 446, et 447, num. 2.*

La citazione ora riportata si riferisce al vol. *Anim. Exang.*, lib. III *de Testac.* A pag. 446 e 447, l'Aut. ha presentato due grandi disegni, ciascuno dei quali occupa l'intera pag. di *Tridacnes pars exterior*, e *Tridacnes pars interior*. Il testo si svolge a pag. 445, Cap. XLIII: *De concha imbricata Rondeletii*. Questa specie è già stata segnata al num. 166 (8).

L'ALDROVANDI segue in gran parte il RONDELET, il quale ne tratta nella citata opera *Univ. aquat. II* (1555), pag. 20: *De Concha imbricata*, con figura. Vedi anche JONSTON, *Exang. aquat.*, pag. 54, num. 2, tav. XIII (fig. n. n.).

172. (2). *Murex Marmoreus* num. 2 (*praeter quatuor deteriores in imo positos*) Aldr. de Testac. pag. 355.

Nella edizione principe del vol. *Anim. Exang.*, lib. III, pag. 334, trovasi il Cap. IX, *De Murice Marmoreo Rondeletii*. Come illustrazioni abbiamo: pag. 334, *M. marmoreus* riportato dall'Opera del RONDELET; pag. 335 e 336 due figure grandi che occupano l'intera pag. di altro *M. marmoreus*, *supine et prone depictus*; a pag. 337 vi sono quattro figure, cioè: *M. marm. Zoographi*, *M. marm. striatus et virgatus*, *M. marm. candidus*, *M. marm. purpurascens*. Essi sono degli *Strombi*; non essendo segnato altro attributo nell'indicazione inventariale possiamo ritenere che nella collezione Marsiliana vi fossero rappresentate tutte quelle specie. Il *Murice marmoreo* del RONDELET è disegnato a pag. 76, dell'*Univ. aquat.* e determinato dal MARTENS come *Strombus gigas* (nota m. s. in margine). Trovo questa medesima figura riportata nell'Atlante (tav. XI, fig. in alto a sinistra) del vol. JONSTON, *Exang. aquat.* (1767).

173. (3). *Buccinum maximum duplex, colore varians; Item alia quinque, due paulò minora, tria adhuc minora inferius locata, et rursus quatuor paululum minora, quorum unum nitidum maculis spadiceis sinuosis inpersum, labro dentibus albis donato, sed interiecto spadiceo colore, aliud verò eorumdem adhuc minus, fasciis flavescentibus, et albis notatum, dentibus in utroque labio albis: Item Buccinum parvum laevigatum, ex albo rosei coloris in labro, notatum* 74.

174. (8). *Buccinum magnum fasciis sinuosis, violaceis eleganter pictum; num. 1.*

L'antichissimo genere *Buccinum* venne attraverso i secoli, smembrato in tanta quantità di generi, succedutisi con accrescimento di valanga, che riesce di una difficoltà straordinaria fare qualche raffronto fra la vecchia e la moderna nomenclatura; e ciò tanto più quando gli Autori non hanno corredato di figure il loro testo. Per il *Buccinum maximum*, ed anche per il *B. magnum*, qui elencati, ritengo si tratti del *Triton nodiferum*, del quale ho discusso nella recente mia memoria sul *Primo elenco dei fossili di Monte Mario* al num. 38.

175. (4). *Murex Indicus maximus, colore varians; numero 2.*

Nei libri consultati non mi è stato possibile rinvenire un *Murex Indicus*. Negli Autori antichi, RONDELET, ALDROVANDI, ecc., il nome di *Murex* era dato anche agli odierni *Cassis*; penso, il termine di *maximus*, forse che lo faccia riferire ad uno dei *Cassis* giganti, che appunto vivono nei mari Indiani. Ho pensato ancora vi sia stato errore di trascrizione del nome specifico. Con l'attributo di *Indicus* vi sono quattro specie, ma tre di queste si riferiscono ad individui piccoli, che male si addicono al termine *maximus* adoperato dal MARSILI; solo il *Cylindrus Indicus*, classis IV, n. 123, che corrisponde al *Conus marmoratus* dà individui relativamente grossi.

176. (5). *Nautilus primi generis Aristotel. apud Aldr. de Test. pag. 260, num. 2, majores, et duo minores.*

L'ALDROVANDI nella pag. ora citata, presenta, in una grande figura, l'*Argonauta argo*, con l'animale e parte dei tentacoli allargati, sollevati; con la seguente leggenda: *Nautili primum genus Aristotelis secundum Bellonium et autorem*. Nell'Opera *De Aquatilibus* del BELON, il testo trovasi a pag. 378 e 379; la figura a pag. 380, con la indicazione; *Ναυτίλος Graecis, Nautilus vel Nauticus Latinis, Muscarolo Neapolitanis*. Nei volumi del BONANNI, poi, la specie è figurata al n. 13 della cl. prima; per l'edizione italiana a pag. 142, per la seconda latina a pag. 91; nel *Mus. Kirch.* a pag. 425; ed infine nel *Rer. Nat.* a pag. 3. Il RONDELET, prima, aveva pubblicato, detta seconda figura, a pag. 97. Con la medesima denominazione, la specie trovasi in JONSTON, *Exang. aquat.* (1767), pag. 39, tav. X, fig. 2 e 7.

177. (6). *Nautilus laevigatus, perfracta prora apud Aldr. de Test., pag. 265, num. 1.*

Qui l'ALDROVANDI disegna due conchiglie del *Nautilus Pompilius*; l'una e l'altra presentano una porzione aperta per mostrare le concamerazioni. Le indicazioni relative sono: *Nautilus testa rudi cortice oblecta ac variegata castaneo colore.* — *Nautilus alter laevigatus, uterq; aperta perfracta prora*. Nella successiva pag. 266 sono altre tre figure; la prima rappresenta un *Nautilus ab Indis varjis imaginibus extimo cortice insculptis exornatus*. Le altre due sono *Nautili structura media*, ossia sezionati per mostrare l'intera serie delle concamerazioni; noto come nel centro dei setti sia regolarmente disegnato il tubicino calcareo che per un certo tratto accompagna il sifone.

Riferendomi ai soli autori citati al numero precedente, l'indicazione bibliografica è la seguente:

BELON, *De aquat.*, pag. 381: *Nautilus alter*; fig. a pag. 382: *Nautilus alter, vulgo Gallico Coquille de pourcelene, ou grosse coquille de Nacre de perle.*

BONANNI, *Ricreazione*, pag. 136, n. 1; egual num. nell'Atlante, alla prima classe; la figura n. 2 rappresenta la conchiglia per buona parte aperta. *Re-creatio*, pag. 88, 89, n. 1, 2. *Mus. Kirch.*, pag. 435, n. 1, 2. *Rerum Nat. Hist.*, pag. 1, 2, num. id.

JONSTON, *Exang. aquat.*: pag. 39, tav. X, fig. 3, 4. (Le spiegazioni: *Testa Nautili, Nautili structura*, furono, per errore, invertite).

178. (7). *Cochlea olim in usu oleario. Aldr. de Test. pag. 395.*

ALDROVANDI, alla citata pag., cap. XXXII: *De Cochlea, quae in oleario usu erat*, presenta due disegni: il primo: *Cochlea Rondeletij quae erat in usu oleario*; il secondo: *Cochlea alia superiori similis*. La prima indicazione rimanda alla citata monografia del RONDELET a pag. 96, cap. XXVII, con intestazione identica a quella riportata dall'ALDROVANDI. Il malacologo MARTENS, in margine alla copia che ho sottomano, scrisse *Turbo marmoratus*. Quanto alla seconda figura dell'ALDROVANDI sembrami doversi riferire al *Turbo smaragdus*; questa, impiccolita, trovasi anche in JONSTON, *Exang. aquat.*, pag. 50, tab. XII (fig. n. n.) e segnata: *Cochlea olearia*.

179. (9). *Cochleae rugosae, rugis elatis, et umbilicatae, colore, at magnitudine variantes; num. 8. Item his accedentes tres aliae minores.*

180. (10). *Rugosae aliae rugis parùm elatis, sed nitidioribus; num. 5.*

Manca nel testo ora trascritto la citazione di Autore; ma l'indicata specie si trova in RONDELET, *Univ. aquat.* II, pag. 106, cap. XLII: *De Cochlea rugosa et umbilicata*. Nel testo l'Aut. asserisce che questa corrisponde alla *terza specie di Nautilo* secondo ARISTOTELE, e come tale lo considerò prima il BELON, *De Aq.*, pag. 383: *Tertia Nautili species ab Aristotele prodita*; la figura, all'infuori di minimi particolari, è eguale a quella inserita dal RONDELET.

ALDROVANDI, *Anim. exang.*, cap. XXXIV, pag. 396, ripete titolo, figura e descrizione; ed è inutile dire che altrettanto fa GMELIN, *Hist. anim.*, lib. IV, pag. 242.

La specie si riporta nettamente all'attuale *Dolium galea* LAMK.

181. (11). *Concha Persica major Aldr. de Test. pag. 569, num. 1. Item Persica minor Aldr. ibidem.*

Nell'edizione principe (1606) dell'Opera citata dell'ALDROVANDI, di queste specie, si tratta a pag. 559: Cap. LXXXIII, *De Concha Persica*; alla pag. successiva, sono due figure; la superiore *Concha Persica maior*, e l'inferiore *Concha Persica minor*, che evidentemente corrispondono alla duplice indicazione del MARSILI.

LINNÈ GMELIN, *Syst.* ed. XIII, pag. 3466, citando l'ALDROVANDI, e senza fare distinzione fra le due figure, le pone in sinonimia con la sua *Voluta Olla*. Successivamente il DESBAYES in LAMARCK, *Hist. An. s. Vet.*, 2. edit. v. X, tiene distinte le due figure dell'ALDROVANDI, che furono trascurate dal LAMARCK nell'edizione originale; così, la *Concha persica maior* è stata riferita alla *Voluta Neptuni* GMEL. (pag. 379), e la *Concha persica minor* alla *Voluta Olla* LIN. (pag. 381).

182. (12). *Concha prima P. Bonann. (tota castanei coloris) in Recreatione mentis etc. edit. lat. pag. 112, descript. Tab. I, fig. prima.*

Questa specie, venne dagli Autori riferita alla *Voluta imperialis*, cioè alla *Vol. aethiopica* di LINNÈ.

La figura presentata dal BONANNI è sempre la prima della classe III; le pag. variano secondo l'edizione: 1681, pag. 174; 1684, pag. 112; 1709, pag. 449; 1782, p. 60; per l'*Adnotatio* del p. BATTARRA, vedi pag. 64.

183. (13). *Purpura Pentadactylos apud Aldr. pag. 286.*

ALDROVANDI, *Anim. exang.*, lib. III, pag. 286. Sono due figure con la scritta: *Purpura pentadactylos Bellonij prone et supine*, rappresentanti la *Pterocera chiragra* LIN. Esse figure furono copiate dal volumetto del BELON, *De aquat.*, lib. II, pag. 412, che hanno anche la medesima denominazione. Nell'opera del RONDELET, *Univ. aquat.*, pag. 79, disegna un'altra specie di *Pterocera*, la *lambis* LIN., che attribuisce all'antichissimo genere Aristotelico *απορραῖς*, che per la prima volta, fu qui accettato nel linguaggio scientifico, ed usato per la medesima specie da ALDROVANDI (*l. c.*, pag. 341). GESNER, *De aquat.*, ne tratta a pag. 62; ma la *Purpura pentadactylus* del BELON è figurata e descritta a pag. 762. Nel 1767 lo JONSTON, *Exang. aquat.*, confondendo l'*Aporrhais* (*Pterocera*) con *Murex coracoides* (*Strombus* sp.), ripete la fig. a tav. XII (fig. n. n.).

184. (14). *Murex Galeiformis, seu triangularis Rondeletii, minor apud Bonan.: Turbo num. 155, edit. lat. pag. 131, fig. 155, num. 2.*

Qui troviamo confuse due forme di conchiglie assai diverse. Il *Turbo* del Bonanni, è il *Dolium galea*, var. con tubercoli molto prominenti ed in una sola serie lungo l'ultimo anfratto. Il *M. triangularis* del RONDELET (*De aq.* II, lib. II, cap. VIII, pag. 77: *De Maurice triangulari*, con figura) è il *Cassis tuberosa* M. — ALDROVANDI riproduce la figura del RONDELET (*Anim. exang.*, lib. III) a pag. 339 con eguale denominazione specifica; altrettanto fa il GESNER (*l. c.*) a pag. 586.

Per il *Dolium galea* la bibliografia del BONANNI è la seguente: 1681, ed. ital., pag. 204; 1684, ed. lat., pag. 131; 1709, *Mus. Kirch.*, pag. 458; 1782, *Rer. Nat.*, pag. 78; la figura porta il num. 155 in tutte le edizioni.

185. (15). *Cochlea Echinop[h]ora tam major, qudm minor apud Aldr de Test. pag. 398, et 399 majores duae, minores quinque, inter quas una disrupta; Item geminae aliae ex Classe minorum: Item aliae elegantiores, et solidioris testae, una rosei coloris, altera cinereopallescentis. Item Cancellus in Buccina ex Zoographo, Aldr. de Crustac. pag. 220.*

Nelle citate pag. dell'ALDROVANDI, cap. XXXVII, *De Cochlea Echinophora*, sono tre figure della comune *Cassidaria echinophora* LINN. con la denominazione di *Cochlea echinophora Rondeletij*; ma solo la prima figura fu copiata dal RONDELET (*l. c.*, pag. 99, cap. XXX); le altre due furono aggiunte; di esse la terza può considerarsi come la var. *thyrrena*. La seconda citazione del MAHSILI (ALDR., *Anim. exang.*, lib. II, *De Crust.*, pag. 220) si riferisce ad una figura di una conchiglia che va riportata alla medesima specie, ma non bene disegnata, contenente un *Paguro*. RONDELET, *De pisc. mar.*, 1554, pag. 553, tratta di questi *Paguri*, cap. XII: *De Cancelli et Scyllaro*, ma dà altri disegni. La fig. dell'ALDROVANDI, è riportata dal GESNER, *Hist. Anim.*, pag. 164, con la indicazione: *Cancelli in buccino effigies, quam olim Cornelius Sittardus mihi communicavit*. Nel 1767, sempre come *Cancellus in Buccino*, l'identica figura trovasi in JONSTON, *Exang. aqual.*, tav. VII, fig. 10. La *echinophora* tipica denominata *Cochlea rugosa*, è disegnata a tav. X, fig. 9.

Nelle opere del BONANNI, mai è stato studiato o figurato un *Paguro*; il *Buccinum echinophorum*, è rappresentato dalle fig. 18, 19 e 160 della cl. III, e sotto eguali numeri nelle seguenti pagine: ed. 1681, pag. 179, 206; 1684, pag. 115, 152; 1709, pag. 451, 458; 1782, pag. 82, per i primi due numeri, e pag. 79 per il nuovo num. 162 (tav. XXVIII).

186. (16). *Cochleae Cyliindroides lutei coloris*, num. 2, et altera parum minor, striata, alba, maculis spadiceis infecta; Item *Cochlea Cyliindroides*, altera apud Aldr. num. 3. Item alia minor imo orbium non tuberosa, coloris, spadicei albis maculis admixti.

187. (17). *Cochleae Cyliindroides valde minores*, num. 6, variè coloratae; Item aliae duae similes.

Le *Cochleae Cyliindroides* degli antichi naturalisti corrispondono agli attuali *Conus*. La *Cochlea Cyliindroides altera*, disegnata dall'ALDROVANDI (*Anim. exang.*, pag. 39^o), è il *Conus textile* LIN., figura trascurata da LINNÉ-GMELIN, ma citata dal DESHAYES in LAMARCK, 2^a ediz., vol. XI, pag. 123.

188. (18). *Cochleae aliae Cyliindroides pertinentes ad Classem*, numeri 142. P. Bonann. edit. lat., et pag. 129, num. 9. Item altera his accedens, sed testae tenuioris, maculis latioribus ex flavo dilutè rubescentibus, num. 1.

La citata figura del BONANNI è la *Oliva porphyria* LINN. La bibliografia, per il medesimo Autore, è: 1681, pag. 202, n. 142: « Non ricamò mai ago francese opera si capricciosa, quanto è quella, che si vede fatta con le tinture di questa specie, ... »; 1684, pag. 129; 1709, pag. 457; 1782, pag. 59, sempre al n. 142. Il p. BATTARRA, nell'*Adnotatio*. pag. 60, ricorda la *Voluta porphyria* di LINNÉ (XIII. ed., pag. 3438, n. 16).

189. (19). *Turbo auritus accedens ad illos P. Bonn. num. 151, et 152. num. 8 hi variè colorati, et nonnulli tuberculis circa orbes praediti.*

La figura 152 del BONANNI è indubbiamente la *Cassis* (s. g. *Casmaria*) *vibex* LINN. non con altrettanta sicurezza si può dire della figura al n. 151. Nella sec. ediz. dell'opera di LAMARCK-DESHAYES, vol. X, pag. 38 troviamo la fig. 151 riferita al *Cassis vibex*, e a pag. 39 sono riferite al *Cassis erinaceus* le fig. 152 e 153. Qui evidentemente è corso un equivoco, perchè la specialissima competenza del DESHAYES non era compatibile con una confusione dovuta a poca conoscenza. In LINNÉ-GMELIN (XIII edit.) troviamo tutto riferito esattamente. Il num. 151, in nota a pag. 3485 è dichiarato indeterminabile; il num. 152, a pag. 3479, è determinato come *Buccinum vibex*, e il num. 153, a pag. 3478, prende il nome di *Buccinum erinaceus*. Nella quarta ediz. dell'elenco conchiologico del BONANNI, 1782, pag. 91, il p. BATTARRA, riporta il predetto num. 151 a *Semicassis eburnea* Klein. Nel testo, il BONANNI chiama questa discussa forma: *Turbine*, detto dell'Aldrovando, *Orecchiuto*;

che trovo descritto e figurato a pag. 349, Cap. XVIII, del vol. *Anim. exang.* ma questa specie, tratta dall'*Univ. acquat.* del RONDELET, pag. 91, e ben tutt'altra cosa; secondo il MARTENS (postilla m. s.) è lo *Strombus granulatus*.

190. (20). *Cochleae Muricatae*, numeri 229, apud P. Bononn., et pag. 141. edit. lat. num. 4 majores; Item tres minores; Item aliae tres adhuc minores.

Detta fig. 229 è ripetuta nelle quattro edizioni del BONANNI e ad essa va aggiunta la fig. 299; 1681, pag. 221; 1684, pag. 141; 1709, pag. 453; 1782, pag. 73. Questa specie, secondo LINNÉ-GMELIN, ed. XIII, pag. 3512, è riferibile allo *Strombus pugilis* LINN.; vedi anche LAMARCK-DESHAYES, ed. II, vol. IX. pag. 697. In quest'opera il DESHAYES richiama anche l'ALDROVANDI, *De Testac. (Anim. exang.)*, pag. 337, fig. 3, e pag. 340, fig. 3. La prima di queste figure è dall'ALDROV. indicata come *Murex marmoreus purpureus* e la seconda come *Murex orthoceras purpureus*.

191. (21). *Cochleae dictae Musicales num. 2. spectant ad num. 296*, P. Bonnan.

Vedi BONANNI *ll. cc.*, 1681, pag. 242, n. 296; 1684, pag. 154, n. 296, 1709, pag. 469, n. 297; 1782, pag. 63, n. 297. Nella prima edizione è caratteristico il seguente periodo: « Vien detto [Murice] con ragione Chiocciola Musica, havendo la Natura su quattro linee, che con doppio ordine lo fasciano, spruzzato di schizzi, e goccioline, ordinate fra loro con le distanze, e con le grandezze, si che paiono tante note del canto ». LINNÉ-GMELIN, XIII ed., pag. 3460, e LAMARCK-DESHAYES, II ed., vol. X, pag. 391, alla citata fig. n. 296, aggiungono giustamente anche la fig. 297; è la *Voluta musica* L.

192. (22). *Concha num. 1. venerea, lactea respondens num. 252*. P. Bonann. edit. lat. pag. 145.

193. (23). *Conchae venereae variè coloratae majores, et aliae minores in totum num. 10*.

Solo la prima delle indicate specie è possibile precisare; essa è la ben nota *Ovula ovum* LINN., od *Ovula oviformis* LAMK. Per essa, vedi:

BONANNI: 1681, pag. 226, n. 252; 1684, pag. 145, n. 252; 1709, pag. 464, n. 251; 1782, pag. 53, n. 251. LINNÉ-GMELIN, XIII ed., pag. 342, n. 1 (*Bulla*). LAMARCK-DESHAYES, II ed., vol. X, pag. 467, n. 1 (*Ovula oviformis*).

194. (24) *Concha Nerite dicta Aldrov. hae majores, et minores varie coloratae num. 9.*

E' nel vol. *De anim. Exang.*, lib. III, pag. 363, Cap. XXVI, che l'ALDROVANDI tratta *de Nerite*; così nel Cap. XVII, pag. 365, *De Nerite Aeliani* e nel Cap. XXVIII, pag. 368, *De Nerite Bellonii*. Si tratta di un miscuglio di specie, da tempo ascritte a generi diversi ed assai lontani nella serie; sono *Naticae*, *Neritinae*, *Cyclops*, etc.; mescolanza consimile doveva essere quella del citato numero nella collezione marsiliana.

195. (25). *Purpura numeri 268. P. Bonn. edit. lat. pag. 149, n. 1.*

La citata figura del BONANNI rappresenta un *Murex haustellum* LINN. Di questa specie ho trattato a lungo nella memoria ancora sottostampa « Il primo elenco etc. » ai §§ 34, 35. Per il BONANNI vedi: 1681, pag. 233, n. 268; 1684 pag. 149, n. 268; 1709, pag. 466, n. 270; 1782, pag. 69, tav. XXXV, n. 270. LINNÉ-GMELIN, ed. XIII, pag. 3524, n. 1.

196. (26). *Murex pertinens ad illum numeri 357. P. Bonnan. edit. lat. pag. 164.*

Questa specie viene dagli Aut. riferita al *Murex Morio* di LINNÉ. Manca nella prima edizione del BONANNI; per le successive vedi: 1684, pag. 164, n. 357; 1709, pag. 472, n. 350; 1782, pag. 89, n. 350. Vedi inoltre: LINNÉ-GMELIN, ed. XIII, pag. 3544, n. 62, *Murex Morio*, e LAMARCK-DESHAYES, ed. II, vol. IX, pag. 451, n. 16, *Fusus Morio*.

197. (27) *Cochlea pertinens ad numerum 20., seu potius 21. P. Bon. edit. lat. pag. 115.*

BONANNI: 1681, pag. 179, nn. 20, 21 come nelle ediz. successive; 1684, pag. 115; 1709, pag. 451; 1782, pag. 77. Troviamo questa forma determinata come *Buccinum areola* in LINNÉ-GMELIN, XIII ed., pag. 3475, n. 17, con l'aggiunta dubitativa della fig. 154? LAMARCK, II ed., vol. X, pag. 27, n. 9, *Cassis areola*, cita solo la fig. 154; mentre la fig. 20 è riferita al *Cassis saburon* LK. manca, parmi, la citazione corrispondente alla fig. 21.

198. (29), *Turbo parvus num. 1 accedens ad illum numeri 46. P. Bonnan. edit. lat. pag. 119, seu paulò aliter coronatus.*

La specie venne determinata come *Murex babylonius* var. δ da LINNÉ-

GMELIN, ed. XIII, pag. 3544, n. 52; e da LAMARCK, ed II, pag. 351, n. 17, a *Pleurotoma babylonica*.

BONANNI: ed. 1681, pag. 185, n. 46, con eguale num. nelle success.; 1684, pag. 119; 1709, pag. 452; 1782, pag. 93. Il p. BATTARRA nell'*Adnotatio*, pag. 95, n. 46, cita: *Tessarodactylus* ROND., cap. 22, pag. 92. La seconda figura del RONDELET, *Univ. Aquat.* II, si rassomiglia effettivamente alla figura data dal BONANNI, ma si riferisce ad un esemplare giovane di *Chenopus pespelecani*, della quale specie la figura di sinistra rappresenta un esemplare adulto.

199. (32). *Murex Marmoreus tuberculis insignoribus asper, figurâ, non colore, non nihil accedit ad Muricem numeri 290. P. Bonnan. edit. lat., pag. 195.*

Nell'edizione latina, 1684, del BONANNI il testo relativo alla fig. 290, trovavasi a pag. 154 e non a pag. 195, come fu stampato nell'«*Inventario*». L'Aut. chiama questa specie: *Murex Triangularis, costis marmoreis etiam cinctus*. Nella prima ediz., 1681, vedi pag. 240, n. 290; nella terza, 1709, pag. 468, n. 291, e nell'ultima, 1782, pag. 88, n. 291.

LINNÉ-GMELIN, *Syst.* ed. XIII, pag. 3533, riferirono le specie al *Murex femoralis* e in LAMARCK-DESHAYES, ed II, vol. IX, pag. 632, al *Triton femorale*.

200. (28). *Turbines variae magnitudinis, et variorum colorum, quorum alii laevigati, alii verò elatis striis spiraliter ductis notati; hi posteriores num. 4., reliqui autem 11.*

201. (30). *Cochlea fasciata, lineis ex albo, et fusco alternatim, et spiraliter ductis fasciolas minores intercipientibus, num. 1.*

202. (31). *Purpura terrei coloris in imo ex parte roseo maculati, aculeis in primo orbe per intervalla ductis, et insignioribus, ast in extremo orbe plurimis valde exiguis.*

203. (33). *Murex Stromboides, bilinguis Columnae Observ. Aquatil. pag. 60.*

204. (34). *Purpura coloris castanei luridi, lineis nigricantibus, parallelis transversim ductis; intus in labio notatur Purpura 1.*

Gli esemplari catalogati in questi ultimi numeri non sono determinabili; così pure il *Murex Stromboides* del COLONNA non so a quale specie riferirlo; non essendo possibile la corrispondenza con le poche omonime in LINNÉ ed in LAMARCK.

*Testacea locata in inferiori parte ejusdem Plutei, in ocl-
clasis Capsulis (ad dexteram sitis) quae singulae in
triginta duo loculamenta subdividuntur (pag. 12).*

In Capsula notata num. 11.

Univalvia.

205. (1). *Dentaliformia aliquot differentiarum, in loculamento primo.*

206. (2). *Patelliformia, et Auriculiformia, in octo sequentibus locu-
lamenti.*

207. (3). *Umbilici marini dicti aliquot differentiae, in loculamenti
9., et 10.*

208. (4). *Conchae Venereae exiguae parvae, aliae majores, et aliae adhuc
majores in totum num... in loculamenti inclusivè a num 14. usque ad totum 32.*

I nomi segnati in questa piccola sezione di Conchiglie, indicano delle fa-
miglie intere; la prima indicazione comprende i *Dentali*; la seconda si sdoppia
nelle *Patellae* ed *Haliotis*; la terza comprende *opercoli*, specialmente di *Tro-
chus*; nell'ultima si includono piccole *Cypreae*, e molto probabilmente delle
Olivae, *Bullae* e simili.

Capsula num. 12 (pag. 12).

209. (1). *Nautili Aristotelis, et Indici duplex differentia, in locula-
mento primo.*

Di queste specie di *Nautili*, cioè dell'*Argonauta argo* e del *Nautilus Pom-
pilius* si è detto precedentemente ai num. 176 (5) e 177 (6); questi ultimi
esemplari essendo stati collocati nella parte superiore dello scaffale a vetri,
dovevano essere dei più grandi; così i più piccoli erano conservati in cassetti.

210. (2). *Cochleae umbilicatae, et non umbilicatae majores, minores,
minimae, à loculamento inclusivè secundo usque ad totum decimum.*

211. (3). *Cochleae rugosae, non rugosae, Echinophorae majores, et mi-
nores, necnon aliae affines, à loculamento inclusive num. 11., usque ad to-
tum 21.*

Per le conchiglie *umbilicatae* e *rugosae*, vedi i precedenti numeri 179 (9)
e 180 (11); per la *Echinophora*, vedi il 185 (15).

212. (4). *Conchae Neritodes Fabii Columnae, loculamentum unum, puta numeri 22.*

Rimando al precedente numero 194 (24).

213. (5). *Murices laevigati parvi, et Cochleae Cyliindroides parvae, à loculam. inclusivè num. 23. usque ad 29.*

Per le *C. Cyliindroides*, vedi i numeri 186-187-188 (16-17-18); per i *Murices laevigati*, con i soli esemplari alla mano si potrebbe fare una determinazione.

214. (6). *Murex praestantior Gallis Cochlea Musica dictus, Bonnan. num. 296., et 297. edit. lat., in loculamento numeri 30.*

Nell'inventario si trova la *Voluta Musica* LINNÈ indicata al num. 21, già sopra segnato; vedi 191 (21). Il numero degli esemplari contenuti nel cassetto, fa ritenere che vi fossero riunite diverse specie.

215. (7). *Murex Stromboides Fab. Columnae de Aquatil., loculam. unum, puta 31.*

Dissi di questa specie, che mi è rimasta indeterminata, al num. 203 (33); anche in questo caso, il numero abbondante di esemplari, ci dice trattarsi di specie e generi differenti.

216. (8). *Muricum binae differentiae, una laevis, ac splendida, altera obscurè rugosa, nec splendens, in loculam. ultimo.*

Capsula 13 (pag. 12).

217. (1). *Turbo Pentadactylus et Tesserodactylus Aldr. de Test. p. 357, loculam. num. primo.*

Questa specie è descritta ed illustrata dall'ALDROVANDI nel vol. *De Anim. exang.*, lib. III, *De Test.*, pag. 357 e 358, al cap. XXII; *De Turbine pentadactylo et Tesserodactylo*; si tratta del *Chenopus pespelecani* L.; nella pag. 357 sono tre figure senza alcuna indicazione; quella di mezzo rappresenta un individuo giovane, con il peristoma libero appena digitato; la terza figura, è una var. che si può ravvicinare al *Chen. Uttingerianus* Risso. Nella successiva pag. 358 vi sono altre cinque figure della medesima specie; la quinta: *Pentadact. cum eschara*, ha aderente una colonia di briozoi specificamente indeterminabili. Nel

testo, tralasciando la citazione, che è uso quasi costante dell'Aut., troviamo trascritto per intero quanto ne stampò il RONDELET in *Univ. aquat.* II, pag. 92, caput XXII con due figure. Vedi per questa specie il cap. 41 del mio studio, sotto stampa, sul *primo elenco dei fossili di M. Mario*. Il MARSHALLI qui non cita l'opera del BONANNI, compagna inseparabile nelle sue determinazioni; la specie vi è illustrata da due figure, num. 85 e 87, eguale nelle varie edizioni, cioè 1681, pag. 192; 1684, pag. 123; 1709, pag. 454; 1782, pag. 94.

218. (2). *Murex Pentadactylus*, numeri 312, et 313. P. Bonnan. Edit. lat., loculam. 2.

L'unica figura presentata dal BONANNI porta doppia e diversa numerazione nelle prime due edizioni, e un solo numero nelle altre due. Cioè: 1681, pag. 247, n. 314 e 315; 1684, pag. 157, num. 312 e 313; 1709, pag. 470, num. 316; 1782, pag. 76, num. 316. Questa figura, disegnata di scorcio, venne citata in LINNÈ-GMELIN per lo *Strombus scorpius*, XIII edit., pag. 3508; e da LAMARCK-DESHAYES, 2^a ediz., vol. IX, p. 674, per la *Pterocera pseudo-scorpio*.

219. (3). *Murex Pentadactylus spectans ad illum numeri 314 et 315*. Bonnan. Edit. lat., locul. 3.

Queste due figure rappresentano la *Pterocera chiragra*, di cui dissi al num. 183; anche per queste vi fu scambio di numero nelle prime due edizioni della *Recreatio*. 1681, pag. 247, num. 312, 313; 1684, pag. 157, num. 314 e 315; 1709, pag. 470, num. 317 e 318; 1782, pag. 76, num. 317 e 318. Vedi LINNÈ-GMELIN, XIII ed., pag. 3507: *Strombus chiragra*, var. *b*, junior.

220. (4). *Conchulae Neritiformes exiguae, variarum differentiarum*, à loculamento inclusivè 4. per totum 8.

221. (5). *Conchae Neritiformes majores, eleganter variae, et variorum colorum*, à loculam. inclusivè numero 9. usque ad 11. inclusive.

222. (6). *Cochleae insigniter muricatae majores, et minores*, à loculam. inclusivè 12. usque ad 14. inclusivè.

223. (8). *Cochleae ex genere ad Trochi specialim dicti Fabio Columnae pertinentes cum aliis affinis*, in loculam. 16.

224. (9). *Cochleae parvae, colore Conchae Margaritiferae*, in loculam. 17.

225. (10). *Purpurae variae magnitudinis, figurae, et colorum*, à loculamento inclusivè 18. usque ad 32. inclusivè.

Queste ultime indicazioni sono così vaghe che è impossibile una determinazione moderna; meno forse il num. 223 (8); ma mi è mancato il modo di fare qualche riscontro. Quanto alle *Conchae margaritiferae* del num. 224 (9), si tratta evidentemente di quei piccoli *Trochus* che si spogliano artificialmente dell'epiteca, e che, scoperto lo strato iridescente, si adoperano per ornamento di cornicette, cofanetti, collane, etc.

226. (7). *Cochleae ex Mari Indico, numeri 27. P. Bonnan. Edit. lat., loculamentum unum, puta 15.*

« Inter pulchriores recensenda est haec Cochlea extero in mari Indiarum progenita, et partium fabrica elegantissima ». Così comincia il BONANNI la descrizione del veramente bello *Solarium perspectivum*, edit. 1684, pag. 116, n. 27 e 28. « È mirabile nell'artificio » lo dichiara nella ediz. italiana, 1681, pag. 151, num. c. s.; ediz. 1707, pag. 451, num. 26, 27; 1782, pag. 106, num. 26, 27.

Capsula 14 (pag. 13).

227. (1). *Cochleae turbinatae variae magnitudinis, figurae, et colorum, à loculam. inclusivè 1. usque ad quintum inclusivè.*

228. (2). *Cochleae minimae variarum differentiarum, à loculamento num. 6. usque ad octavum inclusivae.*

229 (3). *Item Cochleae parùm majores, ex Classe Trochi, ac Turbinum; Item Trochi, et hujusmodi, à loculamento inclusivè numero 9. usque ad 11. inclusivè.*

230. (4). *Turbines variarum differentiarum majores, minores, tuberculosi, striati, vel laeves, multiplicis coloris, à loculam. 12. inclusivè, usque ad 25. inclusivè.*

231. (5). *Cochleae Cylindroides, partim in loculum. 25. usque ad 32 inclusivè.*

Cassetto, questo, che doveva contenere un grande numero di esemplari, rappresentanti molte specie, che nell'Inventario vennero troppo sommariamente indicate. Qualche attributo, assai vago, leggemo in alcuni dei numeri precedenti. Le *Cochleae Cylindroides*, come vedemmo, num. 186-188 (16-18), sono dei *Conus*, *Olivae* etc. dei quali generi, il MARSILI possedeva moltissimi esemplari, tanto da occupare essi soli il cassetto seguente.

Capsula 15 (pag. 13).

232. (1). *Cochleae Cyliindroides praeedentibus similes, in loculam. numeri primi.*

233. (2). *Aliae Cyliindroides majores, à loculam. inclusivè num. 2. usque ad 9. inclusivè.*

234. (3). *Cochleae Cyliindroides pertinentes ad numerum 141., et 142. P. Bonnan. edit. lat., a loculam. 10. inclusivè usque ad 16 inclusivè.*

235. (4). *Item aliae Cyliindroides, testae tenuioris, ac nitidae, praeter unam rugosam, non nitidam, omnes variè maculatae, in loculam. 17., et 18.*

Sono le conchiglie accennate nel gruppo precedente; solo di quelle segnate al num. 234 (3) si ha una precisazione. L'indicazione bibliografica, va così completata. BONANNI, *Ricr.*, 1681, pag. 202, num. 141, 142; 1684, pag. 129; 1709, pag. 457; 1782, pag. 59, sempre ai medesimi numeri. Di queste due figure, quella disegnata al num. 142, si trova già elencata innanzi a num. 188 e vedemmo che si riferisce all'*Oliva porphyria* LINNÈ. Quanto alla fig. 141, si riferisce egualmente al gen. *Oliva*, ma alla specie *Voluta utriculus* secondo LINNÈ, var. η; XIII ediz., pag. 3441, num. 19. *Oliva utriculus* in LAMARCK-DESHAYES, II ediz., vol. X, pag. 624, num. 46. Il DESHAYES, in una nota a piedi pag., lamenta che lo GMELIN abbia, con l'accennata denominazione, confuso diverse specie.

Incipiunt Bivalvia (pag. 13).

236. (1). *Aliquot differentiae Margaritarum in Musculis nascentium, ex Bohemia, in loculam, 19. 20., et 21. In hoc posteriore habetur Musculus respondens Muscolo Authoris dicto apud Aldr. de Testac. pag. 514.*

Il cap. LXX, *De Musculis*, comincia nella citata Opera dell'ALDROVANDI a pag. 508; a pag. 509, sono due figure: la prima « *Muscoli Rondel.* » rappresenta un gruppo di *Mitili* (*Mytilus edulis junior*), e la seconda « *Musculus alter* » è una *Tellina planata*. Nel successivo capitolo LXXI, pag. 510: *De Mytulis*, si tratta di bivalvi diverse, oggi riferibili ai gen. *Mytilus*, *Unio*, *Arca* ed altri; alla citata pag. 514 la figura migliore rappresenta due valve, una veduta dall'interno, l'altra dall'esterno, di *Mytilus Galloprovincialis*. Nella successiva pag. 515, la terza figura rappresenta un grosso Mitilo, fasciato trasversalmente, ed indicato come *Mitilus niger cum strijs flavis in superiori parte*. Detta figura,

alquanto impicciolita, trovasi riprodotta in JONSTON, *Exang. aquat.*, tav. XV, fig. 6.

La figura dei *Muscoli Rondel.* che si vede in ALDROVANDI, è tratta dal più volte citato vol. del RONDELET, *Univ. aquat.* II, pag. 46, cap. XLV, *De Musculis*; l'interpretazione della fig. in *Mytilus edulis jun.* è del MARTENS, che di suo pugno la segnò in margine. Nell'opera di DIOSCURIDE, il MATTIOLI, pag. 230, edizione 1573, disegna esclusivamente delle specie del gen. *Arca* in cinque figure. Per il *Musculus* con perle che trovasi in Boemia, bisogna riferirsi alle prime due figure dell'ALDROVANDI a pag. 515: *Mituli oblongi*, dei quali ho già scritto al num. 170 (2).

237. (2). *Pecten Margaritiferus primus apud Lister lib. 3. Conchyliorum, Parte 2. Sectione prima, Cap. primo, in loculam. 22., in quo etiam Musculus Matthioli, apud Ald. de Testac. pag. 513.*

Non ho potuto controllare il *P. margarit.* del LISTER, che non l'ho trovato citato in alcuna delle numerose opere e memorie consultate; per il *Musculus Matthioli*, vedi il numero precedente.

238. (3). *Concha tenuis testae Aldr. de Test. pag. 465, duplicis, seu triplicis differentiae penes colorem, in loculam. 23.*

Con l'indicazione sopra riportata, l'ALDROVANDI intitola il cap. LVII. Le figure sono a pag. 465 (per err. 459), e rappresentano due specie del gen. *Avicula* istituito da LAMARCK, dapprima iscritte nel gen. *Mytilus*. Una di queste credo si possa identificare con il *Myt. hirundo* L., partim, divenuto poi *Avicula Tarentina* Lk. Il gruppo elegantemente disposto a rosa, è riprodotto in JONSTON, *Exang. aquat.*, tav. XIII, ultima fig.

239. (4). *Ostreum ex Jamaica testae tenuissimae, cujus Icon apud Lister lib. 3. Conchyl., Sectione prima, Cap. 3., ac duplicis quoad colorem differentiae, in loculam. 24.*

240. (5). *Pinnae variae magnitudinis, coloris etc., in loculam. à num. inclusivè 25. usque ad 31 inclusivè.*

241. (6). *Solen ex genere illorum apud Aldr. de Testac. pag. 528, in loculam. 31.*

Le indicazioni non sono tanto precise da giungere ad una determinazione specifica. Nel vol. *Anim. Exang.*, lib. III, *De Testac.* dell'ALDROVANDI, a pag. 527, si inizia il cap. LXXV, *De Solene*. A pag. 528 sono i disegni: *Solen foemina*

Bellonij, Solen mas Rondel. nu. 1, e Solen foemina Rondel. nu. 2.; nella successiva pagina vediamo il *Solen mas authoris* e la *Cappa longa vulgò Venetij dicta*. Non essendo stato fatto, nell'Inventario, nessun accenno di riferimento ad una o ad altra delle predette figure, è da ritenere che nella collezione marsiliana fossero unite, nel loculo 31, specie da attribuirsi a tutte quelle figure.

Il sopra detto *Solen foemina Bellonij* è chiamato *Donax foemina, Capa da detto Venetis*; v. BELON, *De aquat.*, pag. 414, seconda figura, che venne in LINNÈ-GMELIN, XIII edit., pag. 3224 riferita al *Solen Siliqua*. Alla medesima specie va unita la figura *De Solene mare* del RONDELET, *Univ. aquat.* II, pag. 43 (non 93, come leggesi in LINNÈ-GMELIN, pag. 3224).

De Solene foemina in RONDELET, *l. c.*, pag. 41, è il *Solen marginatus* secondo un autografo del MARTENS. Il *Solen mas authoris*, pag. 529 dell'ALDROVANDI, corrisponderebbe al *Solen vagina*; come la *Cappa longa* al *Solen cul-tellus*. I disegni dei *S. mas et foemina* del RONDELET sono riprodotti in JONSTON, *Exang. aquat.*, tav. XV, fig. 20, 21.

Capsula 16 (pag. 14).

242. (1). *Balanus numeri 25., et 26. Bonnan. Edit. lat. pag. 101., et 102., duplicis differentiae, in loculam. num. 1., et 2.*

Di questi *balani*, che oggi si denominano *foladi*, ho già parlato al numero 94 (1).

243. (2). *Tellinae variae, magnitudine, coloribus, et aliter differentes, à loculam. 3. inclusivè, usque ad 11 inclusivè.*

Col nome di *Telline*, gli antichi Autori, indicavano molte specie diverse appartenenti oggi ad un numero quasi indeterminabile di generi. La mancanza di ogni indicazione, impedisce una qualsiasi assegnazione anche approssimativa.

244. (3) *Ostrea accedens ad illam numeri 21. Bonnan. Edit. lat. pag. 100., in locul. 12.*

È questo lo *Spondylus gaederopus* LINN. Per l'opera del BONANNI vedi: *Ricreazione*, 1681, pag. 134; 1684, pag. 100; 1709, pag. 441; 1782, pag. 43; in tutte le edizioni la figura porta il numero 21.

Di questa specie, conosciuta comunemente anche con il nome di *pes-asini*, ne ho trattato, nella già citata Memoria sul primo elenco dei fossili di Monte

Mario, al num. 93. Il nome specifico di *gaederopus*, è molto antico, e lo troviamo già nel vol. *De Aquat.* del BELON, 1553, pag. 416, come denominazione che accenna ad avvicinarsi alla moderna; ma presa dagli antichi Greci e Latini, quali GALENO, PLINIO, MACROBIO; ecc. Un articolo storico però non molto particolareggiato, si legge in RONDELET, *Univ. aquat.* II, pag. 41. Varie delle figure pubblicate dal RONDELET e dall'ALDROVANDI, si trovano riprodotte in JONSTON, *Exang. aquat.*, tav. XIII (*Ostrea gaideropoda*, *Spondylus Aldr.*).

245. (4). *Concha pertinens ad Corallinam asperam apud Aldr. p. 456., in loculam. 13.*

Nella citata pag. del vol. *Anim. Exang.*, lib. III, *De Testac.*, dell'ALDROVANDI, si parla *De Concha corallina Rondel.* con tre fig. E' la terza, in basso a destra della pag., che disegna una figura di *Concha corallina aspera*, veduta dal dorso. E' una conchiglia rotondeggiante, ricoperta di spine, che nel disegno appaiono coniche e sottili; ma la figura è grossolana e di non facile riferimento: nell'insieme sembra appartenere ad uno *Spondylus*.

246. (5). *Ostraceum parvum margine insigniter rostrato ad Ostream Arboream accedens in Historia Conchyliorum Lister lib. 3. Item aliud, cujus Icon sinè nomine apud Lister in Appendice ad lib. 3. Conchil., quae est de Conchylis; Item Ostreum parvum omnino candidum, loculam. num. 14.*

247. (6). *Chamulae minimae chartulis, et pyxidi ligneae inclusae; Item aliae minores, majores, maximae, aliae laeves, aut striatae, aliae lineis irregularibus exaratae, aliae echinatae dictae, et multiplici colorum, ac macularum varietate etiam distinctae, à loculam. 15. inclusivè, usque ad 32. inclusivè.*

In questi due numeri, è indicato, assai sommariamente, un numero certamente grande di specie, che nella cassetta occupavano 19 compartimenti; tanta ricchezza ci rimane ignota.

Capsula 17 (pag. 14),

248. (1). *Concha maxima, marmorea, imbricata, exotica Fabii Columnae de Aquatil. pag. 12.*

E' un esemplare di *Tridacna gigas*, o fors'anche di un *Hippopus*.

Di queste bivalvi giganti si è già tenuto parola al num. 171 (1).

249. (2). *Concha imbricata è rubro Mari spectans ad numero 83. P. Bonnan. Edit. lat. pag. 109. Item aliae quatuor minores prorsus candidae, in loculam. 2., et 3.*

Gli autori riportano il disegno del BONANNI qui citato alla *Tridacna gigas*, come nel precedente numero; ma questa non è specie del Mar Rosso. In questo mare trovasi invece la *Tridacna elongata* Lmk., che « raggiunge talvolta straordinarie dimensioni, perfino più di 4 decimetri di lunghezza, ed un peso considerevole » ⁽¹⁾. Le conchiglie minori restano indeterminate.

250. (3). *Concha, Pecten dicta, Italicè Cappa santa, triplicis differentiae, in locul. 4. 5. 6.*

La *Cappa santa*, è il *Pecten Jacobaeus*, sul quale ho scritto recentemente nel citato lavoro su M. Mario, al num. 75. Nulla si può dire sulle varietà accennate nell' « Inventario ».

251. (4). *Pectines variae magnitudinis, laeves alii, alii rugosi, et colorum multiplici varietate elegantissimi, à loculam. num. 7 inclusivè, usque ad 32 inclusivè.*

Sono 25 suddivisioni, o cassetline del 17° cassetto, con una ricca collezione di *Pettini*, che ci restano sconosciuti.

Purtroppo ci rimangono ignoti anche gli esemplari fossili, appena accennati, che erano conservati nelle tre seguenti Capsule. Faccio la trascrizione relativa per completamento bibliografico.

Capsula 18 (pag. 14).

252. (1). *Testacea Petrificata, seu Corpora terrea à Testaceorum Impressionibus figurata, à loculam. 1. inclusivè, usque ad 32.*

Capsula 19 (pag. 14).

253. *Sequuntur diversa alia Petrificata, sed similis, conditionis praecedentibus Capsulae 18., à loculam. 1. inclusivè usque ad 32.*

⁽¹⁾ LESSEL ART., *Malacol. del M. Rosso*, 1869. Pisa, 8°; pag. 79.

Capsula 20 (pag. 14).

254. *Sequuntur alia petrificata, ut in duabus praecedentibus, à locul. 1. inclusive usque ad 32.*

* * *

Nel medesimo scaffale, ed a sinistra, erano altre 10 *capsulae*, divise in 32 *loculamenta*, come precedentemente; in queste le prime 7 contenevano cristalli e pietre preziose. Nelle *Capsulae* 8-10, erano altri oggetti, dei quali trascrivo la distinta, senza osservazioni.

Capsula 8. (pag. 15).

Lapilli, et hujusmodi in Animalibus repertis locatae, à primo loculamento usque ad 32.

- Num. 1. — *Calculi è ventriculo Urogalli, Chelidoniis virtute similes.*
» 2. — *Semina, an potiùs Calculi per alvum, et urinam copiosè reiecta diversis vicibus.*
» 3. — *Calculi a Vessica Bubula ingenti numero extracti.*
» 4. — *Rhodites Nevaricus Rosam foliis videlicet crenatis referens; ita ibi in Scheda legitur, sed huc fortè non pertinent.*
» 5. — *Cystis Moschifera.*
» 6. — *Lapis bezoardicus, ex Hispania allatus, pulcher sed examinandus.*
» 7. — *Bezoar ex Germania.*
» 8. — *Lapis Renalis Bovinus, aenei coloris, egregius, superficte tuberculis aspera.*
» 9. — *Lapis ex Cysti fellea Mulieris in nostro Xenodochio nuncupato della Vita, mortuae.*
» 10. — *Nephrolithia bubula.*
» 11. — *Globuli intestinis Cervis foris adnati.*
» 12. — *Chololithos è Cysti fellea nobilis Matronae.*
» 13. — *Pila bezoardica, cui lapis inductus fuerat.*
» 14. — *Epomphalus Porcin. Crystall.*

- » 15. — *Lapis in visceribus Equi forsitan repertus.*
- » 16. — *Mola virilis.*
- » 17. — *Calculus in Vessica fellea Joannis Lasp. ab Ambringen.*
- » 18. — *Calculus è Nare Mulieris.*
- » 19. — *Calculus de Renibus Caprae.*
- » 20. — *Calculus è Vessica Pueri octo annorum extractus anno 1606.*
- » 21. — *Taurini fellis lapis juxta Scaligerum etc.*
- » 22. — *Epomphalus, Calculus ex umbilico Porcino.*
- » 23. — *Calculus è Diarrhaea Equi.*
- » 24. — *Calculus è Cysti fellea Mulieris Hal.*
- » 25. — *Calculus ex felle Capr.*
- » 26. — *Pilae cortice obductae, ex Ventriculis Animalium.*
- » 27. — *Pila sinè cortice, ex ventriculo Vituli.*
- » 28. — *Pila pilosa ovina cortice nigro tecta.*
- » 29. — *Pilae pilosae binae, ex ventriculo Rupicaprae.*
- » 30. — *Lapis peregrinus dictus Pietra Gobra.*

Capsula 9. (pag. 16).

In loculamenta primo et secundo quaedam observanda. In reliquis loculentis nihil adhuc.

Capsula 10. (pag. 16).

Cochleae Terrestres, et Lacustres variae, majores, minores, minimae, à loculamento primo usque ad 32.

Seguono, pagg. 17-19 altre indicazioni sommarie di minerali e di qualche fossile, contenuti in 20 *Capsule* di un altro Armadio; più alcuni Utensili del Museo Marittimo; di questi minerali dirò nella mia successiva memoria sul *Museo Mineralogico del MARSILI*.

* * *

Il fascicolo termina alla pag. 20, con un breve elenco di campioni di Botanica e di Uova di Uccelli, al quale ho accennato in principio.

Apographum Gazophylacii Botanici.

- Num. 1. — *Hortus Hyemalis, siccatarum scilicet Herbarum, sex Voluminibus in folio compræhensarum, olim è Germania missus.*
- » 2. — *Series Lignorum horizontaliter, ac verticaliter sectorum in dies complenda.*
- » 3. — *Semina Plantarum quamplurima ligneis pyxidulis inclusa, ordine alphabetico dispositis, et quæ desunt, supplebuntur.*
- » 4. — *Fructus aliquot exotici, quorum inchoata series uberiùs locupletanda.*
- » 5. — *Fungi Arborum, aliarumve Stirpium duri, qui asservari possunt.*
- » 6. — *Instrumenta ferrea, Cultri scilicet, Serra, et alia pro Insitione Vegetabilium, in totum numero octo.*

Utensilia huc attinentia, Scaphæ ligneæ non coloratæ, quibus insident pyxidulæ ligneæ semina continentes. Item Theræ Scriptoriæ, una major in ingressum camerae sita, sex autem minores intra cameram distributæ.

Series distincta Ovorum.

Avium speciebus respondentium, quæ in Territorio nostro nidificant.

*
**

Dall'esame fatto della Collezione zoologica e paleontologica del MARSILI si deduce, che essa era assai ricca in campioni, per quanto non si estendesse a tutta la serie animale, ma solo a forme marine che si conservano a secco, per i gusci, o altre parti esterne calcaree, chitinose, ecc.

Di fossili, il MARSILI possedeva anche altri esemplari che sono elencati nell'Inventario speciale dei Minerali, del quale spero fare commento analogo al presente.

Le specie sono per la maggior parte indicate sommariamente; ma è necessario tener presente che l'elenco in esame, non fu opera scientifica; ma un *Inventario* redatto per essere allegato agli atti Notarili, per la cessione del

Palazzo Poggi, con suppellettili, biblioteca, istrumenti, collezioni, tipografia, ecc. che furono annessi. Questi documenti rappresentano, direi, opera provvidenziale, perchè senza di essi nulla sapremmo di queste storiche collezioni, che pur rimasero così dimenticate.

Le indicazioni, abbastanza frequenti di alcuni autori per le conchiglie, ed i confronti con l'opera del MARSILI su l'*Hist. Phys. de le Mer*, per i zoofiti, come i richiami, non molti a dir vero, ma a parer mio sufficienti, fatti da altri Autori, mi hanno permesso di determinare ora con sicurezza, ora per approssimazione un buon numero di specie, così da meglio stimare il valore scientifico della Collezione del nostro insigne bolognese.

Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo

Nota di A. MASOTTI presentata dal S. O. DE SANCTIS ⁽¹⁾

Sommario. — Premessa una formula che dà l'energia cinetica di una corrente circolatoria, se ne deduce la seguente proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo in presenza di una parete cilindrica alla quale il vortice è parallelo. Considerata una circonferenza col centro nella traccia del vortice ed avente raggio piccolissimo, essa è permanentemente linea di flusso: durante il movimento del vortice si mantiene costante la energia cinetica della corrente che fluisce tra la predetta circonferenza e la parete, e si può affermare che il movimento del vortice avviene appunto in modo che tale energia cinetica sia costante.

Si constata poi che la stessa energia cinetica, mutata di segno, si può assumere come potenziale della risultante delle azioni dinamiche subite da l'unità di lunghezza di un sottile cilindro rotondo fisso la cui sezione retta è la circonferenza dianzi considerata.

1. È noto come si determina la energia cinetica di un liquido perfetto ed omogeneo, in moto piano ed irrotazionale. Sia μ la densità costante del liquido; siano φ e ψ , rispettivamente, il potenziale cinetico e la funzione di corrente: la relazione

$$(1) \quad T = \frac{\mu}{2} \int_s \varphi d\psi$$

dà l'energia cinetica T , riferita allo strato di spessore unitario, della porzione del liquido contenuta dalla linea s ; su questa linea, percorsa in modo da lasciare a sinistra la porzione considerata del liquido, si intende valutato l'integrale del secondo membro ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 maggio 1931.

⁽²⁾ LAMB, *Hydrodynamics*, V ediz., § 61, form. 2 (Cambridge, University Press, 1924).
V. anche: CISOTTI, *Sopra alcuni integrali di campo nel piano complesso*, § 3 (« Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei », vol. IX, ser. 6^a, I sem. 1929, pp. 12-15).

Se la porzione considerata del liquido è limitata dalle due linee equipotenziali:

$$\varphi = \varphi_1, \quad \varphi = \varphi_2 \quad (\varphi_1 < \varphi_2)$$

e dalle due linee di flusso:

$$\psi = \psi_1, \quad \psi = \psi_2 \quad (\psi_1 > \psi_2)$$

allora la (1) dà:

$$(2) \quad T = \frac{\mu}{2} (\varphi_2 - \varphi_1) (\psi_1 - \psi_2),$$

e poichè la differenza $\psi_1 - \psi_2$ misura la portata q che fluisce tra le due linee di flusso considerate, si ha pure:

$$(3) \quad T = \frac{\mu}{2} q (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Consideriamo ora la parte di una corrente circolatoria che è limitata da due linee di flusso. La precedente formula dà subito per l'energia cinetica che le compete la seguente espressione:

$$(4) \quad T = \frac{\mu}{2} C q,$$

se C è il valore costante della circolazione lungo ogni linea di flusso.

2. Consideriamo ora un vortice rettilineo in presenza di una parete cilindrica s . Il movimento indotto nel liquido ammette la funzione di corrente:

$$(5) \quad \psi = - \frac{C}{2\pi} (\log r + G_{mr}),$$

se C indica la intensità del vortice, r è la distanza del generico punto P del campo del moto dalla traccia M del vortice, e G_{mr} designa il valore assunto in P dalla funzione preliminare di Green relativa al campo del moto ed avente il polo M ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ MASOTTI, *Sul moto di un vortice rettilineo*, § 1 (in questo volume degli « Atti », pp. 235-245).

Fu già fatta l'osservazione che risulta linea di flusso, in ogni istante, una circonferenza σ col centro nel punto M ed avente il raggio piccolissimo ϱ , sulla quale

$$(6) \quad \psi = -\frac{C}{2\pi} (\log \varrho + G_{MM}),$$

dove G_{MM} indica il valore che la funzione G_{MM} assume nel suo polo M ⁽¹⁾.

Poichè la funzione ψ si annulla sulla parete s , il suo valore (6) dà la portata fluente, in ogni istante, tra σ ed s . Discende quindi dalla (4) la seguente espressione della energia cinetica della corrente che fluisce, in ogni istante, tra la predetta circonferenza e la parete:

$$(7) \quad T = -\frac{\mu C^2}{4\pi} (\log \varrho + G_{MM}).$$

Ora si ricordi che il vortice si muove in modo che G_{MM} si mantenga costante ⁽²⁾. Quindi, in virtù della (7), *si manterrà costante durante il moto del vortice anche la energia cinetica T* , anzi la (7) permette di affermare che *il vortice si muove appunto in modo che tale energia cinetica non vari col tempo* ⁽³⁾.

3. Supponiamo ora che la circonferenza σ sia una parete rigida fissa: immaginiamo, cioè, sostituito il liquido interno al cilindro di cui σ è la traccia, con un sottile cilindro rotondo rigido. Questa sostituzione è lecita, perchè la distribuzione delle velocità che discende dalla funzione di corrente (5) è irrotazionale, e può quindi appartenere ad un moto stazionario nel quale la circonferenza σ è linea di flusso.

⁽¹⁾ MASOTTI, loc. cit., § 7.

⁽²⁾ MASOTTI, loc. cit., § 3.

⁽³⁾ Non osiamo dire che si mantiene costante l'energia cinetica totale del movimento. Questa consta della energia cinetica della corrente che fluisce tra la circonferenza e la parete, che abbiamo indicata con T e che è costante, e, di più, della energia cinetica che compete al liquido contenuto dentro la circonferenza; si osserva che la distribuzione delle velocità dentro alla circonferenza (che ammette la funzione di corrente (6), con ϱ variabile) ha carattere permanente, e si sarebbe indotti da ciò ad affermare che la corrispondente energia cinetica è costante, se essa non fosse, come è, *infinita*.

In tal caso si determinò l'azione dinamica subita dal cilindro per unità di lunghezza ⁽⁴⁾. Si trovò che essa deriva dal potenziale:

$$(8) \quad U = \frac{\mu C^2}{4\pi} G_{mm}.$$

In virtù della (7) si potrà assumere come potenziale il seguente, che sarà lecito indicare ancora con U :

$$(9) \quad U = -T.$$

Si osserva che se nel centro della circonferenza σ la funzione G_{mm} ha un massimo o un minimo, la corrispondente T ha un minimo oppure un massimo, ed è nulla la risultante delle azioni dinamiche subite dal cilindro.

(4) MASOTTI, loc. cit., § 7.

Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica

Nota di A. MASOTTI presentata dal S. O. DE SANCTIS ⁽¹⁾

Sommario. — Un vortice rettilineo è in presenza di una parete cilindrica, alle generatrici della quale è parallelo. Il moto indotto nel liquido limitato dalla parete è piano ed irrotazionale. — Sia M_1 la traccia del vortice su un generico piano normale ad esso, e sia V_{12} il valore della velocità indotta in un altro punto M_2 . Si consideri poi M_2 come traccia di un vortice avente la stessa intensità del precedente, e sia V_{21} il valore della velocità indotta da questo vortice in M_1 . Sia, fra queste velocità, la relazione:

$$\frac{V_{12}}{V_{21}} = \frac{e^{G_2}}{e^{G_1}},$$

nella quale G_1 e G_2 indicano i valori che le funzioni preliminari di Green relative ai punti M_1 e M_2 assumono nei rispettivi poli. — Se, in particolare, G_1 è eguale a G_2 , le velocità indotte sono eguali.

1. Consideriamo dapprima il moto piano indotto dentro ad una circonferenza di centro O e raggio a da un vortice di intensità C collocato nel punto N_1 . Sia ϱ_1 la distanza di N_1 dal centro della circonferenza ($\varrho_1 < a$); sarà $\varrho'_1 = a^2/\varrho_1$ la distanza dal centro del punto N'_1 , coniugato di N_1 rispetto alla circonferenza. La funzione di corrente del moto provocato dal vortice è la seguente:

$$(1) \quad \psi_1 = -\frac{C}{2\pi} \log \frac{ar_1}{\varrho_1 r'_1},$$

se r_1 e r'_1 sono le distanze di un generico punto del campo del moto da N_1 e N'_1 rispettivamente ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 maggio 1931.

⁽²⁾ La funzione di corrente è definita a meno di una costante addittiva arbitraria, che si è determinata in modo che la funzione stessa si annulli sulla circonferenza. — La medesima avvertenza vale per la funzione di corrente definita dalla (3).

Si deduce dalla (1) il valore della velocità indotta dal vortice N_1 in un altro punto N_2 ⁽¹⁾:

$$(2) \quad v_{12} = \text{mod} (\text{grad } \psi_1)_{N_2} = \left(-\frac{C}{2\pi} \frac{a^2 - q_1^2}{q_1 r_1 r'_1} \right)_{N_2}.$$

Consideriamo ora il moto indotto, nella stessa circonferenza, da un vortice avente ancora la intensità C , ma collocato in N_2 . Questo movimento ammette la funzione di corrente

$$(3) \quad \psi_2 = -\frac{C}{2\pi} \log \frac{ar_2}{q_2 r'_2},$$

se r_2 e r'_2 indicano le distanze del generico punto del campo del moto da N_2 e dal suo coniugato N'_2 rispetto alla circonferenza, e $q_2 = ON_2$.

La velocità indotta dal vortice N_2 nel punto N_1 ha il valore

$$(4) \quad v_{21} = \text{mod} (\text{grad } \psi_2)_{N_1} = \left(-\frac{C}{2\pi} \frac{a^2 - q_2^2}{q_2 r_2 r'_2} \right)_{N_1}.$$

Si osservi ora che

$$(5) \quad (r_1)_{N_2} = (r_2)_{N_1} = \overline{N_1 N_2}, \quad q_1 (r'_1)_{N_2} = q_2 (r'_2)_{N_1}.$$

⁽¹⁾ Si ha infatti:

$$\begin{aligned} \text{grad } \psi_1 &= -\frac{C}{2\pi} \text{grad} \log \frac{r_1}{r'_1} = -\frac{C}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} \text{grad } r_1 - \frac{1}{r'_1} \text{grad } r'_1 \right) = \\ &= -\frac{C}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} \alpha_1 - \frac{1}{r'_1} \alpha'_1 \right), \end{aligned}$$

essendo α_1 e α'_1 , rispettivamente, i versori di $N_2 - N_1$ e $N_2 - N'_1$. Se β è l'angolo $N_1 \hat{N}_2 N'_1$, si ha quindi:

$$\begin{aligned} v_{12}^2 &= (\text{grad } \psi_1)^2 = \frac{C^2}{4\pi^2} \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_1'^2} - 2 \frac{1}{r_1 r_1'} \cos \beta \right) = \\ &= \frac{C^2}{4\pi^2} \frac{1}{r_1^2 r_1'^2} (r_1^2 + r_1'^2 - 2r_1 r_1' \cos \beta); \end{aligned}$$

e poichè dal triangolo $N_1 N_2 N'_1$ risulta che $\overline{N_1 N_1'}^2 = \overline{N_1 N_2}^2 + \overline{N'_1 N_2}^2 - 2 \overline{N_1 N_2} \cdot \overline{N'_1 N_2} \cos \beta$, ossia che

$$\left(\frac{a^2}{q_1} - q_1 \right)^2 = r_1^2 + r_1'^2 - 2r_1 r_1' \cos \beta,$$

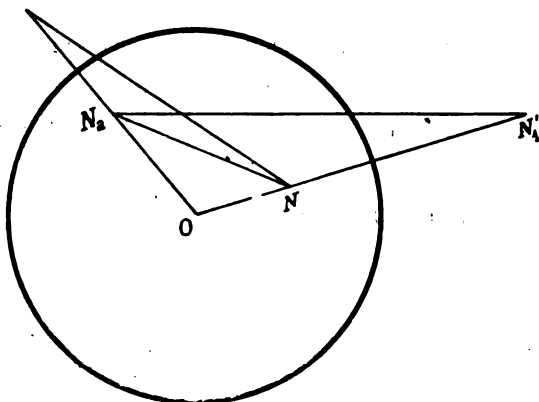
si ha subito, dalla precedente, la (2). — Con il medesimo procedimento si deduce la (4) dalla (3).

e si ricordi che

$$(6) \quad \Gamma_1 = \log \frac{a}{a^2 - q_1^2}, \quad \Gamma_2 = \log \frac{a}{a^2 - q_2^2}$$

sono i valori che le funzioni preliminari di Green, relative ai punti N_1 e N_2 , assumono nei rispettivi poli ⁽⁴⁾; si deduce allora dalle (2) e (4) che

$$(7) \quad \frac{v_{12}}{v_{21}} = \frac{e^{\Gamma_2}}{e^{\Gamma_1}}.$$



⁽⁴⁾ La seconda delle (5) si può giustificare direttamente. Basta considerare i triangoli ON_1N_2 e $ON_1N'_2$. Da essi si deduce:

$$\overline{N_1N_2}^2 = \overline{ON_1}^2 + \overline{ON_2}^2 - 2 \overline{ON_1} \cdot \overline{ON_2} \cos \widehat{N_1ON_2},$$

$$\overline{N_1N'_2}^2 = \overline{ON_1}^2 + \overline{ON'_2}^2 - 2 \overline{ON_1} \cdot \overline{ON'_2} \cos \widehat{N_1ON'_2},$$

ossia

$$r_1'^2 = \frac{a^4}{q_1^2} + q_2^2 - 2 \frac{a^2}{q_1} q_2 \cos \widehat{N_1ON_2}, \quad r_2'^2 = q_1^2 + \frac{a^4}{q_2^2} - 2 q_1 \frac{a^2}{q_2} \cos \widehat{N_1ON_2}$$

da cui $q_1^2 r_1'^2 = q_2^2 r_2'^2$, e quindi $q_1 r'_1 = q_2 r'_2$. — Se si osserva che le funzioni di corrente ψ_1 e ψ_2 sono i prodotti per $C/2\pi$ delle funzioni (non preliminari) di Green, relative ai punti N_1 e N_2 , l'eguaglianza $q_1 r'_1 = q_2 r'_2$ risulta come immediata conseguenza della nota proprietà di simmetria di queste funzioni. — Per le (6) v. la Nota *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, in questo volume degli « Atti », pp. 209-216, form. (2).

Questa relazione di reciprocità, constatata nel caso in cui la parete rigida che limita il campo del moto è circolare, vale in generale; noi lo dimostreremo con l'aiuto di una rappresentazione conforme ⁽¹⁾.

2. Sia

$$(8) \quad z = f(\zeta)$$

la relazione che stabilisce una rappresentazione conforme del cerchio Σ considerato nel precedente paragrafo, appartenente al piano della variabile complessa $\zeta = \xi + i\eta$, sull'area S , limitata dalla linea s , appartenente al piano della variabile complessa $z = x + iy$.

Ai punti N_1 e N_2 , di Σ , corrisponderanno due punti, M_1 e M_2 , di S . Se N_1 è traccia di un vortice di intensità C , anche M_1 è traccia di un vortice che ha la stessa intensità. Poichè fra le velocità complesse, w e W , in due punti corrispondenti di Σ e di S sta notoriamente la relazione

$$(9) \quad W = w \frac{d\zeta}{dz},$$

si dedurrà la seguente relazione fra i valori delle velocità:

$$(10) \quad V = \frac{v}{\mu},$$

nella quale compare il modulo μ della rappresentazione conforme:

$$(11) \quad \mu = \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|.$$

Discende dalla (10) il valore della velocità indotta dal vortice M_1 nel punto M_2 :

$$(12) \quad V_{12} = \frac{v_{12}}{\mu_2},$$

essendo μ_2 il valore assunto da μ nel punto M_2 .

⁽¹⁾ Si trova pure che, nel caso in cui la parete è circolare, la relazione (7) sussiste non soltanto pei moduli delle velocità indotte, ma anche per le loro componenti secondo $N_1 N_2$. Ne segue che le due velocità indotte sono egualmente inclinate sulla $N_1 N_2$.

Si ha una espressione analoga per il valore della velocità che un vortice di intensità C , collocato in M_2 , induce nel punto M_1 :

$$(13) \quad V_{21} = -\frac{v_{21}}{\mu_1},$$

essendo μ_1 il valore assunto da μ nel punto M_1 .

Siano G_1 e G_2 i valori che le funzioni preliminari di Green, per l'area S , relative ai punti M_1 e M_2 , assumono nei poli rispettivi. Stanno le relazioni ⁽¹⁾:

$$(14) \quad \Gamma_1 = G_1 + \log \mu_1, \quad \Gamma_2 = G_2 + \log \mu_2.$$

Tenendo conto delle (12), (13), (14), la (7) diviene:

$$(15) \quad \frac{V_{12}}{V_{21}} = \frac{e^{G_2}}{e^{G_1}},$$

sicchè la relazione di reciprocità (7), che fu constatata direttamente per una parete circolare, vale anche per una parete qualsiasi

Si osserva che se $G_1 = G_2$, allora $V_{12} = V_{21}$; in tal caso i punti M_1 e M_2 sono sulla stessa linea di livello della funzione già indicata con G_{mm} ⁽²⁾, ed è questa la condizione caratteristica affinché il valore della velocità indotta dal vortice M_1 nel punto M_2 eguagli il valore della velocità indotta dal vortice M_2 nel punto M_1 ⁽³⁾.

3. Osservazioni. a) La funzione di corrente del movimento indotto da un vortice di intensità C in presenza di una parete è il prodotto della costante $C/2\pi$ per la funzione (non preliminare) di Green, relativa al campo del moto ed avente per polo la traccia M_1 del vortice ⁽⁴⁾. Indicheremo con $\mathcal{G}_{M_1, m_1}$ il

⁽¹⁾ MASOTTI, loc. cit., form. (10).

⁽²⁾ MASOTTI, loc. cit.

⁽³⁾ Si nota che se il vortice M_1 ha l'intensità C_1 e il vortice M_2 ha l'intensità C_2 , si ha la relazione seguente, nella quale è contenuta evidentemente la (15):

$$\frac{V_{12}}{V_{21}} = \frac{C_1 e^{G_2}}{C_2 e^{G_1}};$$

da questa discende che $V_{12} = V_{21}$ se $C_1 e^{-G_1} = C_2 e^{-G_2}$.

⁽⁴⁾ MASOTTI, *Sul moto di un vortice rettilineo*, § 1 (in questo volume degli « Atti », pp. 235-245).

valore assunto da questa funzione nel punto M_2 . Se ricordiamo che il valore della velocità indotta dal vortice M_1 nel punto M_2 è il modulo del gradiente in M_2 della funzione di corrente, si può scrivere la (15) sotto la forma seguente:

$$(16) \quad \frac{\text{mod grad}_{M_2} \mathcal{G}_{M_1 M_2}}{\text{mod grad}_{M_1} \mathcal{G}_{M_2 M_1}} = \frac{e^{G_2}}{e^{G_1}} ;$$

questa relazione esprime una proprietà della funzione di Green.

b) Siano M_1, M_2, M_3 tre punti del campo S precedentemente considerato. Applichiamo la (15), successivamente, alle tre coppie di punti $M_1 M_2, M_2 M_3, M_3 M_1$; si ottengono le eguaglianze

$$\frac{V_{12}}{V_{21}} = \frac{e^{G_2}}{e^{G_1}} , \quad \frac{V_{23}}{V_{32}} = \frac{e^{G_3}}{e^{G_2}} , \quad \frac{V_{31}}{V_{13}} = \frac{e^{G_1}}{e^{G_3}}$$

dalle quali, moltiplicando membro a membro e riducendo a forma intera, discende la seguente relazione di simmetria:

$$(17) \quad V_{12} V_{23} V_{31} = V_{21} V_{32} V_{13} .$$

La stessa relazione vale per un numero qualsiasi n di punti, $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$:

$$(18) \quad V_{12} V_{23} \dots V_{n-1n} V_{n1} = V_{21} V_{32} \dots V_{nn-1} V_{1n} .$$

Sulle varietà a curvatura costante

Nota di MARIA PASTORI presentata dal S. O. DE SANCTIS ⁽¹⁾

Sommario. — La nota forma dei simboli di Riemann per le varietà a curvatura costante rientra, come caso particolare, nell'espressione data dal Prof. Cisotti per i tensori isotropi. Si constata, in base a tale espressione che le varietà a curvatura possono venir caratterizzate dall'avere il tensore di Riemann-Christoffel isotropo.

Le V_3 a curvatura costante possono anche venir caratterizzate dall'avere isotropo il tensore di Ricci.

In una V_n qualunque si può introdurre un tensore analogo a quello di Ricci e che, nel caso della curvatura costante è isotropo.

E' noto che se si impone ad una varietà riemanniana V_n di essere isotropa, e cioè di avere in ogni punto la curvatura riemanniana indipendente dalla giacitura, essa risulta a curvatura costante, e cioè indipendente anche dal posto [teorema di Schur ⁽²⁾]. E' noto inoltre che le varietà a curvatura costante sono caratterizzate dall'avere i simboli di Riemann (di prima specie) proporzionali ai minori di secondo ordine del discriminante della forma fondamentale :

$$(1) \quad ds^2 = a_{ik} dx^i dx^k \quad (i, j, h, k = 1, 2, \dots n)$$

essendo il fattore di proporzionalità la curvatura riemanniana ⁽³⁾.

In questa Nota osservo che a questa stessa forma dei simboli di Riemann si giunge imponendo al tensore di Riemann-Christoffel di essere isotropo nel senso introdotto dal Prof. Cisotti per le varietà euclidee ⁽⁴⁾ e da me esteso per

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 maggio 1931.

⁽²⁾ Cfr. ad. es. L. BIANCHI. « Lezioni di geometria differenziale ». (Bologna, Zanichelli, 1924 - III ed., Vol. II, Parte II, pag. 438) oppure T. LEVI-CIVITA « Lezioni di calcolo differenziale assoluto ». (Roma, Stock, 1925, p. 245).

⁽³⁾ L. BIANCHI. Loco cit. p. 432 oppure T. LEVI-CIVITA. Loco cit. p. 242.

⁽⁴⁾ U. CISOTTI. « Tensori isotropi ». (Rend. della R. Accad. Naz. dei Lincei. - Vol. XI, serie 6*, 1° sem. 1930, pp. 727-731). — « Tensori isotropi e tensori emisotropi ». (Ibidem. pp. 917-920). — « Tensori quadrupli isotropi » (Ibidem. pp. 1055-1058).

le varietà riemanniane ⁽¹⁾. La isotropia dei tensori introdotta dal prof. Cisotti, ed ispirata al concetto di isotropia elastica, comprende quindi come caso particolare, la isotropia delle varietà nel senso classico.

L'isotropia del tensore di Riemann-Cristoffel porta alla isotropia di un altro tensore, ad esso intimamente legato, il tensore di Ricci, comunemente considerato per le varietà a tre dimensioni, ma che si può facilmente estendere al caso generale.

1. — L'espressione del più generale tensore quadruplo isotropo, è in forma covariante, la seguente:

$$(2) \quad R_{ijkl} = A a_{ij} a_{kl} + B a_{ik} a_{jl} + C a_{il} a_{jk}$$

essendo A, B, C scalari qualsiasi ⁽²⁾. Se supponiamo che (2) siano le componenti del tensore di Riemann-Christoffel (simboli di Riemann di prima specie) relativo alle varietà V_n , dovranno, per le note proprietà di tale tensore, essere nulle quelle tra esse che hanno eguali i primi due o gli ultimi due indici.

Consideriamo dapprima le componenti ad indici tutti eguali. Si ha per (2):

$$R_{iiii} = a_{ii}^2 (A + B + C) = 0 .$$

Ora, supponendo come nell'ordinaria geometria riemanniana, la (1) definita positiva, non potranno essere nulle tutte le a_{ii} , e si conclude quindi:

$$(3) \quad A + B + C = 0 .$$

2. — Consideriamo ora quelle componenti nulle che contengono due o tre indici distinti. Da (2) e (3) si ricava per $i \neq j$:

$$(4a) \quad R_{iijj} = A (a_{ii} a_{jj} - a_{ij}^2) = 0 .$$

Analogamente per $i \neq j \neq h$, si ha:

$$(4b) \quad R_{iijh} = A (a_{ii} a_{jh} - a_{ij} a_{ih}) = 0$$

$$(4c) \quad R_{ijhh} = A (a_{ij} a_{hh} - a_{ih} a_{jh}) = 0 .$$

⁽¹⁾ M. PASTORI. « Sui tensori isotropi: relazioni tra le componenti ». (Rend. della R. Acc. Naz. dei Lincei. - Vol. XII, serie 6^a, 2^o sem. 1930, pp. 374-379). — « Espressione generale dei tensori isotropi » (Ibidem. pp. 499-502).

⁽²⁾ U. CISOTTI. Loco terzo cit. n. 7 e M. PASTORI. Loco secondo cit. n. 2.

Ora è facile vedere che i determinanti di secondo ordine che figurano nelle (4a), (4b), (4c) non possono essere tutti nulli senza che sia nullo il discriminante della forma (1) ⁽¹⁾. Si conclude quindi:

$$(5) \quad A = 0$$

e per (3)

$$(6) \quad B = -C$$

La (2) diviene:

$$(7) \quad R_{ijk} = B (a_{ih} a_{jk} - a_{ik} a_{jh})$$

dove, per il teorema di Schur, B è costante

Poichè viceversa un tensore di componenti (7) è un particolare tensore isotropo, possiamo concludere che *le varietà a curvatura costante sono caratterizzate dall'aver isotropo il tensore Riemann-Christoffel*.

3. — Consideriamo ora una varietà riemanniana a tre dimensioni. Conservando ad R_{ijk} ($i, j, h, k, p, q = 1, 2, 3$) il significato di componenti del tensore di Riemann-Christoffel, ricordiamo che si indica col nome di tensore di Ricci il tensore doppio simmetrico definito, in forma controvariante, nel modo seguente:

$$(8) \quad \alpha^{pq} = \frac{1}{4} \epsilon^{pij} \epsilon^{qhk} R_{ijk} \quad (2)$$

⁽¹⁾ Osserviamo infatti che ciascuno dei determinanti di secondo ordine considerati contiene almeno un elemento della diagonale principale. Ora è facile rappresentare il determinante delle a_{ik} come una somma di termini, in ciascuno dei quali figuri come fattore uno di tali minori di secondo ordine.

Sviluppiamo ad es. il determinante secondo gli elementi della prima riga: il minore complementare di a_{11} contiene in ogni riga un elemento della diagonale principale, mentre in ciascuno degli altri minori c'è una sola riga priva di elementi della diagonale principale. Possiamo quindi dire di avere una somma di minori di ordine $n-1$, in ciascuno dei quali c'è, al più, una riga priva di elementi della diagonale principale. Sviluppando ciascuno di questi minori secondo gli elementi di tale riga perverremo a una somma di minori di ordine $n-2$ della stessa natura, e procedendo sempre allo stesso modo sui minori che successivamente si ottengono, giungeremo allo sviluppo sopra descritto.

⁽²⁾ Cfr. T. LEVI-CIVITA. « The absolute differential calculus ». Blakie and Son, London and Glasgow (1927) p. 199 form. (33'). In questa formula le ϵ sono nulle quando i loro indici non sono tutti distinti, e se lo sono, hanno il valore di $+\frac{1}{\sqrt{a}}$ o $-\frac{1}{\sqrt{a}}$ (con a discriminante della forma fondamentale) secondo che la permutazione che presentano è di classe pari o dispari, rispetto alla fondamentale 1, 2, 3.

o anche:

$$(8') \quad \alpha^{pq} = \frac{R^{p+1, p+2, q+1, q+2}}{a}$$

dove a è il discriminante della forma fondamentale, e si conviene di dare lo stesso valore agli indici che differiscono tra loro di 3 ⁽¹⁾.

Se la varietà è a curvatura costante, si ha per (7) e (8').

$$(9) \quad \alpha^{pq} = B a^{pq}$$

o, in forma covariante:

$$(9') \quad \alpha_{pq} = B a_{pq}.$$

La (9') rientra nell'espressione del più generale tensore doppio isotropo ⁽²⁾. Viceversa supposto che il tensore di Ricci sia isotropo, ossia supposte verificate le (9), (9'), con B eventualmente funzione del posto, da esse e da (8') si ricavano le (7) e, per il teorema di Schur, si conclude $B = \text{costante}$.

Quindi le V_3 a curvatura costante sono caratterizzate dall' avere isotropo il tensore di Ricci.

4. — Tornando a considerare le varietà ad n dimensioni, possiamo estendere le formole (8) e (8') nel modo seguente:

$$(10) \quad \begin{aligned} \alpha^{i_1 i_2 \dots i_{n-2} j_1 j_2 \dots j_{n-2}} &= \frac{1}{4} \varepsilon^{i_1 i_2 \dots i_n} \varepsilon^{j_1 j_2 \dots j_n} R_{i_{n-1} i_n j_{n-1} j_n} = \\ &= \frac{R_{i_{n-1} i_n j_{n-1} j_n}}{a} \end{aligned}$$

con analogo significato dei simboli.

Nel caso dell'isotropia, per (7) si ha:

$$(10') \quad \alpha^{i_1 i_2 \dots i_{n-2} j_1 j_2 \dots j_{n-2}} = B \frac{a_{i_{n-1} j_{n-1}} a_{i_n j_n} - a_{i_{n-1} j_n} a_{i_n j_{n-1}}}{a}.$$

⁽¹⁾ T. LEVI-CIVITA. Loco ultimo cit. form. (33).

⁽²⁾ U. CISORTI Loco secondo cit. n. 2. Si osservi che dalle formole di definizione (8) discende pure che il tensore di componenti α^{pq} è isotropo se lo è quello di componenti R_{ijhk} . Infatti il tensore ε è emisotropo (V. CISORTI. Loco secondo cit. n. 3) il suo quadrato è quindi isotropo, ed è pure isotropo il composto del suo quadrato con un altro tensore isotropo.

Le (10), (10') definiscono, mediante le componenti del tensore quadruplo di Riemann-Christoffel ⁽¹⁾, un tensore $2(n-2)^{to}$, simmetrico rispetto ai due gruppi di indici $i_1 i_2 \dots i_n, j_1 j_2 \dots j_n$, ed emisimmetrico rispetto agli indici di ciascun gruppo, e che, nel caso dell'isotropia, è pure isotropo ⁽²⁾.

Si può osservare, a proposito di questo tensore, che poichè per $n > 3$ è $2(n-2) \geq 4$, le (10) (10') permettono, solo nel caso di $n = 3$, di esprimere mediante le componenti del tensore di Riemann-Christoffel quelle di un tensore di rango inferiore.

Nel caso di $n = 2$ si ha da (10) (10') un invariante, che come risulta dalle formole stesse, è la curvatura riemanniana.

⁽¹⁾ Si noti che i 4 termini diversi da zero della sommatoria che figura nel secondo membro di (10) risultano eguali per l'emisimmetria delle R rispetto ai primi due e agli ultimi due indici,

⁽²⁾ Cfr. nota (2) a p. 477.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE VI DEL 17 MAGGIO 1931

	PAG.
Accademici presenti	311
GIANFRANCESCHI, Pres. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Sul calore del principio della eutropia agli estremi dell'asse dei tempi.</i>	311
MARTINELLI S. O. — Presentazione di una Nota dell'estraneo Martinuzzi dal titolo: <i>Sulla possibilità della formazione della grandine a quota relativamente bassa</i>	311
» » — Presentazione da parte del Dr. De Filippi della <i>Storia della spedizione scientifica italiana nell'Himalaja, Caracorum e Turkestan cinese.</i>	311
PALAZZO S. O. — Presentazione in omaggio di un Opuscolo del Dott. Di Filippo, e di una sua propria pubblicazione	312
ANILE S. O. — Presentazione in omaggio di una serie di pubblicazioni del P. Tisserant sulla flora dell'Africa equatoriale, e di pubblicazioni del Prof. D'Agata	312
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Per la storia della Dottrina sulla metamorfosi delle piante.</i>	313
» » — Annunzio del conferimento di una medaglia d'oro al S. C. Pasquini.	313
SCATIZZI S. C. — Presentazione di due sue Note dal titolo: <i>Estensione della gamma euleriana e sue applicazioni, e Il mio giroplano.</i>	313
LEVI-CIVITA S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Riflessione e rifrazione nella relatività generale</i>	313
BARBADO S. C. — Presentazione in omaggio di una sua pubblicazione	313
PASQUINI S. C. — Presentazione in omaggio di una sua pubblicazione e di un lavoro del Dr. Reverberi.	313
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Nota inviata dal S. O. Colonnetti, dal titolo: <i>L'influenza dello sforzo di taglio sulla freccia di una trave inflessa</i>	313
» » — Presentazione di una Nota inviata dal S. C. Hofbauer, dal titolo: <i>Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter</i> (3. Folge).	313

	PAG.
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di tre Note di estranei: Pastori: <i>Sulle varietà a curvatura costante</i> ; Masotti: <i>Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo</i> ; Masotti: <i>Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica</i>	313
GIANFRANCESCHI, Pres. — Presentazione in omaggio di una pubblicazione del Prof. Vignon.	314
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni giunte in omaggio all'Accademia.	314
» » — Annunzio di un plico suggellato Bendandi, consegnato all'Accademia e depositato in archivio	314
» » — Annunzio della partecipazione della Accademia alle feste centenarie del Collège de France	314

COMITATO SEGRETO.

Nomina del Prof. R. Toniolo a Socio Corrispondente	315
Conferma del S. O. Gianfranceschi a Presidente	315
Conferma del S. O. Morano Membro del Comitato	315
Nomina del S. O. Lombardi a Membro del Comitato	316
Conferma del S. O. Lepri a Tesoriere	316
Conferma del S. O. Silvestri a Censore	316
Preannunzio di due nuovi SS. CC.	316

MEMORIE E NOTE.

COLONNETTI S. O. — L'influenza dello sforzo di taglio sulla freccia di una trave inflessa	317
NEVIANI S. O. — Per la Storia della Dottrina sulla Metamorfosi delle Piante.	321
LEVI-CIVITA S. C. — Rifrazione e riflessione nella relatività generale.	332
HOFBAUER S. C. — Neue Formeln zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes	353
HUMBERT S. C. — Notes historiques sur l'observation des halos	364
NEVIANI S. O. — Luigi Ferdinando Marsili e le sue collezioni zoologiche	376
MASOTTI — Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>).	464
MASOTTI — Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>).	468
PASTORI — Sulle varietà a curvatura costante (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>).	474

ATTI
DELLA
PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE VII DEL 21 GIUGNO 1931



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9
—
1931

L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori

ATTI

DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV - SESSIONE VII - 21 GIUGNO 1931

PRESIDENZA: Rev.mo Prof. P. GIUSEPPE GIANFRANCESCO

Accademici presenti. — Ordinari: ANILE — CARONIA — DI LEGGE — GIANFRANCESCO — KAAS — LEPRI — LOMBARDI — LUIGIONI — MARTINELLI — MORANO — NAPOLI — NEVIANI — PALAZZO — TEOFILATO — DE SANCTIS, *Segretario*.

Corrispondenti: BARBADO — CAPRA — DE ANGELIS D'OSSAT — LEVI-CIVITA — MANNUCCI — PASQUINI — RANZI — RIVERA — UGOLINI — VANNI.

La Seduta venne aperta alle 17.15.

Il *Segretario* lesse il verbale della precedente seduta del 17 maggio, che venne approvato senza osservazioni.

Il S. O. NAPOLI presentò in omaggio a nome del suo confratello MICHELE PORCELLI una pubblicazione dal titolo: *La Flora Arpinate*, e pronunciò le seguenti parole:

Per noi vecchi raccoglitori erboristi la comparsa di queste pubblicazioni di flore locali ci rallegrano e ci fanno rimpiangere uno sport sano, educativo e molto istruttivo, purtroppo messo da parte. Il Padre PORCELLI non ha inteso compilare una flora arpinate completa e particolareggiata, potendo noi facilmente riferire alle opere classiche, ma dare una guida ai futuri raccoglitori e fissare il carattere della flora locale, in dipendenza delle speciali condizioni del terreno e dell'atmosfera.

Per facilitare la raccolta sono frequenti le indicazioni delle particolari località, con aggiunta di notizie interessanti intorno agli usi generali e locali a cui servono le varie piante. In una parola il lavoro mi pare un serio e paziente

contribuito alla conoscenza della flora, utilissimo specialmente per i principianti che vi trovano una via facile alla determinazione delle specie, e quindi allo studio pratico della botanica sistematica.

Il S. O. LUIGIONI lesse una necrologia dell'Accademico P. Erich Wasmann S. I., inviata dal S. O. GEMELLI.

Il S. O. TEOFILATO presentò una sua Nota: *Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo*.

Il S. O. PALAZZO presentò una Nota dell'estraneo PACINI: *Sui nuclei di condensazione emessi dai metalli*, per azione del vapor d'acqua alla temperatura ordinaria, e ne dette un breve sunto.

Il S. O. CARONIA presentò in omaggio due pubblicazioni del Prof. CASSUTO: *Sulla funzionalità renale, e su Alcune anomalie reno-ureterali*.

È specialmente importante la prima nota, in cui l'A., a proposito dello studio della funzionalità renale mediante l'eliminazione di speciali sostanze coloranti, illustra un proprio metodo colorimetrico per il dosaggio di tali sostanze, che permette una più precisa indagine sulle condizioni funzionali del rene, indagine molto importante ai fini della diagnosi e della terapia.

Il S. O. NEVIANI presentò una sua Memoria: *Illustrazione del Museo mineralogico Marsili*.

Presentò inoltre una ricca serie di pubblicazioni del Prof. Enrico CLERICI, le quali riguardano per la massima parte la geo-paleontologia romana, stratigrafia, petrografia, mineralogia, paleontologia animale e vegetale macroscopica e microscopica, specie di diatomee, che provano tutta la vigorosa attività scientifica dell'A.

Il S. C. DE ANGELIS D'OSSAT si associò al Neviani nel far notare l'importanza delle pubblicazioni del Clerici delle quali segue l'elenco.

1886 — *Fossili quaternari suolo di Roma*. (Boll. R. Com. Geol.).

» — *Natura geologica fondazioni Banca Nazionale in Roma*. (B.R.C.G.).

» — *Formazioni quaternarie dintorni di Roma*. (B. R. C. G.).

1887 — *Travertino di Fiano Romano*. (B. R. C. G.).

» — *Resti di castoreo rinvenuti nei dintorni di Roma*. (B. R. C. G.).

- 1887 — *Fossili nel tufo grigio di Peperino presso Roma.* (Boll. Soc. Geol. Ital.).
» — *Vitis vinifera fossile nei dintorni di Roma.* (B. S. G. I.).
- 1888 — *Felini della Caverna al Monte delle Gioie presso Roma.* (B.R.C.G.).
» — *Corbicula fluminalis* dei dintorni di Roma. (B. S. G. I.).
» — *Flora dei Tufi Vulcanici della Provincia di Roma.* (B. S. G. I.).
» — *Escursioni (della Soc. Geol. It.) tra Rimini e S. Marino.* (B.S.G.I.).
» — *Duna quaternaria al Capo delle Mele in Liguria.* (B. S. G. I.).
» — *Escursioni Sez. Paleotnologica Congr. Geolog. di Savona.* (B.S.G.I.).
- 1890 — *La Pietra di Subiaco in Provincia di Roma.* (B. R. C. G.).
» — *Fossili Terreni quaternari falde del Gianicolo in Roma.* (B.R.G..C.).
» — *Metodo per preparare sezioni microscopiche.* (Riv. It. Sc. Nat.).
- 1891 — *Argille plioceniche sinistra del Tevere, interno di Roma.* (B.S.G.I.).
» — *Castor fiber, Elephas meridionalis e periodo glaciale nei dintorni di Roma.* (B. S. G. I.).
» — *Chirografo di Pio VI e la Pietra di Subiaco.* (Rass. Sc. Geol. in It.).
» — *Legni fossili quaternari - Prealpi Giulie.* (In alto).
- 1892 — *Argilla grigiastria ai Monti Parioli presso Roma* (B. S. G. I.).
- 1893 — *Formazione salmastra dintorni di Roma.* (Rend. R. Acc. dei Lincei).
» — *Natura del suolo di Roma.* (R. A. L.).
» — *Pliocene alla base dei Cornicolani e Lucani.* (R. A. L.).
» — *Flora nelle fondazioni del Ponte a Ripetta.* (B. S. G. I.).
» — *Impronte di foglie nei tufi granulari di Roma.* (B. S. G. I.).
» — *Guglielmo Terrigi.* (B. S. G. I.).
» — *Conseguenze per sbagliata interpretazione di fossili.* (R. I. S. N.).
- 1894 — *Tufo Vulcanici sulla via Flaminia.* (R. A. L.).
» — *Tufo Vulcanici a Nord di Roma.* (R. A. L.).
» — *Origine dei Tufo Vulcanici a Nord di Roma.* (R. A. L.).
» — *Ancora sull'origine ed età dei tufo vulcanici a nord di Roma.* (R.A.L.).
» — *Giacimento di Diatomee presso Tor di Valle.* (B. S. G. I.).
» — *Spugne fossili del suolo di Roma* (B. S. G. I.).
» — *Diatomee fossili del suolo di Roma.* (B. S. G. I.).
- 1895 — *Ulteriori notizie rinvenimento Mammiferi fossili.* (B. S. G. I.).
» — *Sistema Vulcanico Vulsino* (R. A. L.).
» — *Castore nella lignite di Spoleto.* (B. S. G. I.).
» — *Giacimento di Diatomee presso Viterbo.* (B. S. C. I.).
» — *Acicularia Italica.* (B. S. G. I.).
- 1896 — *Giacimento diatomeifero presso Orvieto.* (B. S. G. I.).

- 1896 — *Fossili fra i monti Cornicolari e Lucani.* (B. S. G. I.).
» — *Notizie di Geologia Romana.* (B. S. G. I.).
» — *Petrificazione artificiale dei Tessuti Vegetali.* (R. A. L.).
» — *Dintorni di S. Faustino - Umbria* (B. S. G. I.).
» — *La Nave di Caligola nel lago di Nemi.* (B. S. G. I.).
1897 — *Diatomee nei dintorni di Montalto.* (B. S. G. I.).
» — *Progetto di carta dei giacimenti diatomeiferi.* (B. S. G. I.).
» — *Terreni di Decima presso Roma.* (B. S. G. I.).
» — *Al Professore Alessandro Fortis.* (Lettera aperta).
1898 — *Sui monti Parioli presso Roma.* (B. S. G. I.).
1899 — *Recenti scavi presso il nuovo ponte a Ripetta in Roma.* (B. S. G. I.).
1900 — *Geologia del Viterbese.* (R. A. L.).
» — *Sabbie di Bravetta presso Roma.* (R. A. L.).
1901 — *Cupisaldi per la Geologia dei dintorni di Roma.* (R. A. L.).
» — *Perforazione del Colle Quirinale.* (B. S. G. I.).
» — *Polveri sciroccali nel marzo 1901.* (B. S. G. I.).
» — *Inondazione del Tevere del Dicembre 1900.* (B. S. G. I.).
1902 — *Ancora sulle polveri sciroccali.* (B. S. G. I.).
» — *Conifera fossile dell'Inolese.* (B. S. G. I.).
1903 — *Farina fossile affiorante a Borghetto.* (B. S. G. I.).
» — *Escursione (Soc. Geol. It.) nei dintorni di Siena ed al Monte Amiata.* (B. S. G. I.).
1904 — *Stratigrafia del Vulcano Laziale.* (R. A. L.).
» — *Resti di Conifere del Monte Amiata.* (B. S. G. I.).
» — *Giacimento diatomeifero di S. Tecla presso Acireale.* (B. S. G. I.).
1905 — *Una trivellazione presso Roma sulla via Casilina.* (R. A. L.).
» — *Sedimenti di M. Mario anteriori al tufo granulare.* (R. A. L.).
1906 — *Sabbie fossilifere di Malagrotta sulla via Aurelia.* (R. A. L.).
1907 — *Liquidi per la separazione dei minerali.* (R. A. L.).
» — *Determinazione dell'indice di rifrazione al microscopico.* (R. A. L.).
» — *Escursione (Soc. Geol. Ital.) a Tiroli.* (B. S. G. I.).
» — *Diatomee presso il Lago di Avigliana.* (B. S. G. I.).
» — *Ricerche microscopiche su Calcari Liasici di Tiroli.* (B. S. G. I.).
1908 — *Fondazioni del Palazzo del Parlamento in Roma.* (B. S. G. I.).
» — *Escursione (Soc. Geol. It.) a Viterbo.* (B. S. G. I.).
» — *Calcere farinosi di S. Demetrio nei Vestini.* (B. S. G. I.).
1909 — *Sabbie di Ficcanozzi presso Palermo.* (B. S. G. I.).

- 1909 — *Due campioni raccolti nella Valle del Bove*. (B. S. G. I.).
- 1910 — *Viscosità dei liquidi per la separazione meccanica dei minerali*. (R. A. L.).
- » — *Ciottoli trachi-andesitici e giacimenti diatomeiferi a Tragliata - Roma*. (B. S. G. I.).
- 1911 — *Trivellazione del Ponte Fabricio*. Roma. (R. A. L.).
- » — *Dintorni del Casale Lunghezza*. Roma. (B. S. G. I.).
- 1912 — *Filippo Bonetti*. (B. S. G. I.).
- » — *La Geologia a Roma negli ultimi cinquanta anni*. (Atti Soc. It. Pr. Sc.).
- 1914 — *Sedimenti del Lago di Scanno e di Piediluco*. (B. S. G. I.).
- 1917 — *Ialite nella Lava di Vermicino*. (B. S. G. I.).
- 1918 — *Formazioni vulcaniche dell'Agro Romano (Confer.)*. («Ingegneria It.»).
- 1920 — *Minerale polverulento di Dorgali in Sardegna*. (R. A. L.).
- » — *Pelagosite di Canalgrande nell'ingliesente*. (R. A. L.).
- » — *Nuova giacitura di Minerali presso Roma*. (R. A. L.).
- » — *Marmitte nel Tufo al Fosso della madriola presso Roma*. (B. S. G. I.).
- » — *Centenario dell'Opera del Brocchi « Stato fisico del suolo di Roma »*. (B. S. G. I.).
- 1921 — *Ialite nei dintorni di Roma*. (B. S. G. I.).
- » — *Divisione prismatica di Leucitite presso Roma*. (B. S. G. I.).
- » — *Analisi meccanica nella Meteorite di Bur-Ilacaba*. (B. S. G. I.).
- » — *Analisi isopiecnomerica delle Rocce*. (Nuovi Annali Minist. Agr.).
- 1922 — *Ulteriori ricerche sui liquidi pesanti per la separazione dei Minerali*. (R. A. L.).
- » — *La prima edizione del discorso delle Acque Albule di Andrea Bucci - 1563*. (N. A. M. A.).
- » — *Pozzi trivellati nella Regione Pontina*. (N. A. M. A.).
- 1923 — *Analisi fotoclisoscopica*. (N. A. M. A.).
- » — *Presunta roccia aurifera di Sassoferrato*. (B. S. G. I.).
- » — *Indice di rifrazione del petrolio*. (B. G. S. I.).
- » — *Sul problema del petrolio*. (B. S. G. I.).
- 1924 — *Saggio bibliografico di Psammografia Italiana*. (B. S. G. I.).
- » — *Recenti trivellazioni nella regione Pontina*. (B. S. G. I.).
- » — *Ulteriori ritrovamenti di Ialite nei dintorni di Roma*. (B. S. G. I.).
- » — *Ulteriori notizie sui pozzi trivellati nella regione Pontina*. (N.A.M.A.).
- » — *Excursion pétologique aux Marais Pontins*. (IV Confér. Int. de Pédal.).
- » — *Il XXXVIII Congresso Geologico Italiano*. («La Miniera Italiana»).

- 1925 — *Una miscela di fusione per l'analisi isopicnomerica.* (R. A. L.).
» — *Diffusione di organismi microscopici in rocce che accompagnano i tufi.* (R. A. L.).
» — *Luigi Faussone.* (B. S. G. I.).
» — *Supposta roccia asfaltica di Baunei in Sardegna.* (B. S. G. I.).
» — *Una vola Planariae dim. di M. Mario.* (B. S. G. I.).
» — *Ricerca d'acqua a monte di Leva in Agro Romano.* (B. S. G. I.).
» — *Antonio Verri.* (Min. Ital.).
1926 — *Resti d'Ippopotamo al Monte Antenne.* (B. S. G. I.).
» — *Rocce incontrate nella ricerca d'acqua a Calandrella in Agro Romano.* (B. S. G. I.).
1928 — *Affioramento di lava a Petronella in Agro Romano.* (R. A. L.).
» — *Applicabilità dell'analisi isopicnomerica alle rocce aurifere.* (R. A. L.).
» — *Provetta per raccogliere residui sabbiosi.* (B. S. G. I.).
» — *Sulla cosiddetta Silice amorfa dei Sagoni Rossi di Lustignano.* (B. S. G. I.).
1929 — *Ricerca d'acqua a Nord della Storta in Agro Romano.* (B. S. G. I.).
» — *Il lago di S. Giovanni in Agro Tiburtino.* (Atti IV Congr. Intern. Limerol.
» — *La costituzione Geologica del suolo di Roma ed il Lupercale.* (Atti I Congr. Naz. Studi Rom.).
1930 — *Osservazioni geo-mineralogiche sulle Sabbie del Soratte.* (B. S. G. I.).

Il S. C. C. RANZI fece omaggio di due sue pubblicazioni « *Duplicitas cruciata in embrioni di Cefalopodi* » e « *Maturità sessuale degli Anellidi e fasi lunari* ». La prima rappresenta l'ulteriore svolgimento delle sue ricerche di Embriologia sperimentale dei Cefalopodi sulle quali ha ripetutamente riferito all'Accademia; la seconda rappresenta invece il primo acconto di nuove ricerche che la Stazione Zoologica di Napoli ha intrapreso per vedere di precisare i fattori che determinano la maturità sessuale degli organismi marini.

Il S. C. PASQUINI fece omaggio di una sua recente pubblicazione « *Sulla rigenerazione del cristallino in larve di Anfibi Anuri* » nella quale, in collaborazione della Dott.ssa DELLA MONICA, comunica i risultati di suoi esperimenti su cinque specie di Anfibi che hanno manifestato una maggiore o minore velocità del processo di formazione secondaria su cristallino, e che hanno dimostrato, per la prima volta negli Anuri, che la rigenerazione dal margine

inferiore irideo, non inibisce quella superiore e che le due rigenerazioni possono avvenire contemporaneamente

Presentò ancora in omaggio tre lavori del Dr. Giuseppe MONTALENTI, dell'Istituto di Zoologia di Roma di cui uno di *Istiofisiologia dei Termitidi* l'altro *Sui processi di escrezione dei flagellati Ipermastigini*, il terzo di Storia della Scienza: *Il secondo centenario di Lazzaro Spallanzani*.

Il S. C. DE ANGELIS d'OSSAT presentò una Memoria: *La Geologia e le Catacombe romane. III Salaria vetus*.

Il S. C. VANNI presentò una sua Nota: *L'opera del P. Grimaldi d. C. d. G.*

Il S. C. RIVERA presentò una sua Nota: *Prospettiva di lotta contro il marciume radicale del gelso*.

Sulla comunicazione Rivera prese la parola il S. O. KAAS.

Il Segretario DE SANCTIS presentò i seguenti lavori di Accademici:

COLONNETTI, S. O. e PUGNO — *Sulla tecnica delle prove di elasticità dei materiali da costruzione*.

HOFBAUER, S. C. — *Neue Formeln zur Berechnung der Spezifischen Wärme, und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes - 2. Folge*.

NOBILE, S. C. — *Determinazione delle potenze necessarie e delle potenze disponibili per il volo*.

ed i seguenti di estranei:

RACHEL — *Sugli enti del calcolo vettoriale*, inviata dal S. O. GIORGI.

MASOTTI — *Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo*.

Il Presidente ricordò il fisico Maxwell nel centenario della sua nascita.

Il Segretario presentò le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio da Accademici:

GEMELLI, S. O. — *Varie pubblicazioni proprie e di allievi edita dalla Università Cattolica del S. Cuore*.

NAVÁS, S. O. — *Excursió entomologica a la Vall de Noya de Cardos. (Lleida).*

- *Insectos de Somalia y Eritrea.*
- *Insetti neuroteri ed affini.*
- *Insetti della Romagna.*
- *Insectos de la Argentina.*
- *Algunos insectos de Chile.*
- *Nevropteres et insectes Voisins.*
- *Insectos del Museo de Paris.*
- *Reseña científica de Historia Natural.*
- *Insectes du Congo Belgo.*
- *Insectos da la India.*

e le seguenti di estranei:

BATTAGLIA M. — *Miocardite sifilitica.*

— *Metodo di conservazione e d'impiego del bacillo della tubercolosi per la vaccinoterapia.*

CORBELLINI G. — *Dell'associabilità di n congruenze di curve nello spazio ad n dimensioni.*

PROFILI U. — *Immunologia.*

SAVASTANO L. — *Studi Virgiliani.*

VIGNON M. P. — *Recherches sur les sauterelles - feuilles de l'Amerique tropicale.*

Ateneo del Pontificio Seminario Romano De anno Academico 1930-31
Commentarium.

Revista matematica hispano-americana (Marzo-Abril 1931).

Rivista italiana di letteratura dialettale. (Primo trimestre 1931).

Rendiconti del Seminario Matematico di Padova - (Gennaio-Marzo 1931).
Università del S. Cuore (Vari lavori).

Il Corpo Accademico, su parere favorevole del Comitato, approvò per alzata di mano, l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dei tre lavori di estranei:

MASOTTI — *Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo, presentato dal S. O. DE SANCTIS.*

PACINI — *Sui nuclei di condensazione emessi dai metalli*, presentato dal S. O. PALAZZO.

RACHEL — *Sugli enti del calcolo vettoriale*, inviato dal S. O. GIORGI.

Il Corpo Accademico, su richiesta del Comitato, deliberò per alzata di mano di delegare al Comitato stesso la facoltà di concedere l'inserzione nelle pubblicazioni dell'Accademia dei lavori di estranei che eventualmente pervenissero prima della Seduta del venturo dicembre, come pure concesse la facoltà di inserire nelle pubblicazioni dell'anno LXXXIV, lavori che eventualmente giungessero durante le ferie, provvedendo, ove ne sia il caso, con un fascicolo suppletivo di Atti.

Il *Segretario* comunicò che l'Emo Card. Eugenio PACELLI, Segretario di Stato di Sua Santità, con venerato dispaccio N. 102303 del 9 giugno, ha partecipato che il Santo Padre si è degnato dare la Sua Sovrana Sanzione alla conferma del S. O. GIANFRANCESCHI nell'ufficio di Presidente per il biennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1933, alla conferma del S. O. MORANO, nell'ufficio di Membro del Comitato Accademico per il triennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1934, ed alla nomina del S. O. LOMBARDI a Membro del Comitato Accademico per il triennio 1° dicembre 1931 - 1° dicembre 1934.

Il *Presidente* comunicò che l'Accademia aderirà alla commemorazione di Michele Faraday, il quale, fu già Socio dei Lincei, e che, promossa dalla *Royal Institutione*, avrà luogo in Londra nel prossimo settembre.

Il *Segretario* comunicò che hanno inviato all'Accademia lettera di ringraziamento il S. O. GIANFRANCESCHI per la sua conferma nell'ufficio di Presidente, il S. O. MORANO per la sua conferma nell'ufficio di Membro del Comitato, il S. O. LOMBARDI per la sua nomina a Membro del Comitato, il S. O. SILVESTRI, per la sua conferma nell'ufficio di Censore, ed il Prof. Toniolo per la sua recente nomina a Socio Corrispondente.

Infine, il *Presidente* augurò ai Colleghi felici vacanze.

COMITATO SEGRETO

Il Corpo Accademico, riunito in seduta segreta, nominò Soci Corrispondente il Prof. Antonio DE GREGORIO ROCASOLANO, Rettore della Università di ZARAGOZA, ed il Dott. Filippo DE FILIPPI.

Venne approvato il cambio degli Atti con gli *Annali dei Lavori Pubblici*, con la Rivista *L'Aerotecnica*, e con la *Revista Matematica Hispano-Americana*.

La Seduta venne tolta alle 18.30.

MEMORIE E NOTE

Il P. Erich Wasmann S. J.

Parole di AGOSTINO GEMELLI S. O. ⁽¹⁾

Il 27 Febbraio scorso in Valkenburg (Olanda) passava a miglior vita il Padre *Erico Wasmann S. J.*

Mi pare doveroso che alla Sua memoria la nostra Accademia, che lo ebbe tra i suoi più stimati Soci, dedichi alcune pagine dei propri Atti per attestare le singolari qualità scientifiche del defunto collega e per ricordare i grandi servizi da Lui resi alla disciplina che coltivava e l'opera indefessa con la quale Egli difese la Fede cattolica su quel terreno delle scienze biologiche che parve, nel periodo di tempo al quale Egli appartenne, il campo preferito per dimostrare i pretesi conflitti di scienza e Fede. È un onore il compito di parlare di un così eminente collega; ma è anche occasione propizia per assolvere quel debito di gratitudine che l'amicizia stabilisce fra uomini intesi ad una medesima mèta.

Il P. Wasmann stesso ci ha raccontato la Sua vita, e lo ha fatto di recente, in occasione delle onoranze ⁽²⁾ che gli sono state tributate nel 70° anno di vita; non è senza commozione che si legge nel fascicolo 43 di « *Stella matutina* » come è sorta la sua vocazione scientifica e come Egli ha con perseveranza corrisposto ad essa ad onta di un organismo che la malattia ha sempre insidiato e tormentato. Era nato a Merano il 29 Maggio 1859 dal pittore Federico, che aveva collaborato in Roma con l'Overbeck e che era pittore di buona fama; educato prima dai Benedettini di Merano e poi dai Francescani di Hall, nel 1875 entrò nella Compagnia di Gesù. La sua cattiva salute, lesioni polmonari che sempre lo fecero tribolare per cinquant'anni, lo costrinsero, per ordine dei medici, a fare passeggiate nei boschi. Gli si offrì

⁽¹⁾ Commemorazione fatta nella Sessione del 21 Giugno 1931.

⁽²⁾ Vedasi: *Wasmann-Festband*, a cura di A. Reichensperger, (Zoolog. Anzeiger LXXXII, Leipzig 1929); *La obra entomologica del Rev. P. Erich Wasmann*, per Carlos Bruch, (Revista de la Sociedad Entomologica Argentina, Nr. 10, 31 Octubre 1929).

in questo modo occasione di osservare l'attività di un Coleottero, *Rhynchites betulae*, e di rendersi conto dei suoi istinti e costumi di vita. Lo spirito di osservazione di questo autodidatta si rivelò subito singolare e caratterizzò la vita di P. Wasmann. Costretto molte volte durante le crisi della sua malattia a recarsi in vari luoghi, ne traeva occasione per osservare questo o quell'insetto; divenne così in breve un maestro nello studio sia delle *formiche* e delle *termiti*, che dei loro ospiti. Egli però non fu un puro sistematico; in occasione di una polemica, Egli stesso ebbe a scrivere che non basta osservare i fatti; è doveroso interpretarli, senza di che non se ne coglie il significato e non si fa opera di vera scienza. E se P. Wasmann ebbe accuratezza di osservatore, sì che Egli ha preso un posto assai onorevole fra i sistematici, però i titoli migliori di gloria nel campo scientifico gli spettano per gli studi di biologia in cui la interpretazione guida a cogliere le leggi dei fenomeni. Ristretto fu il campo delle Sue osservazioni: le formiche, le termiti e i loro ospiti; ma ne cavò notevoli conoscenze morfologiche per elevarsi dapprima alla soluzione dei problemi biologici riferentisi ad essi, poscia a quelli dei problemi più generali delle discipline biologiche: l'origine della specie e la evoluzione degli istinti.

I primi studi sulle formiche datano dal 1886; in questo campo perseverò per cinquant'anni, così da divenire uno dei più insigni mirmecologi.

Non mi è possibile dare una rassegna di tutte le pubblicazioni scientifiche del P. Wasmann, che assommano a più di trecento. Mi accontenterò di una sommaria rassegna, bastante a mettere in luce il valore dei contributi scientifici apportati dal nostro compianto collega alle discipline biologiche.

Le prime importanti indagini furono dirette alla sistematica. Alle nostre conoscenze sulle specie dei generi *Lomechusa*, *Atemeles*, *Zyras* e *Dinarda* e più tardi dei *Clavigeridi* e dei *Paussidi* sono stati da Lui apportati importanti contributi; furono da Lui descritte molte nuove specie; è di molte altre accertata la distribuzione geografica. Fra le pubblicazioni di questo primo periodo sono da segnalarsi, per la speciale importanza, tre memorie; l'una, pubblicata nel 1888, sulle *Lomechusa* e *Atemeles*, l'altra del 1890 sugli ospiti delle formiche e delle termiti; e una del 1891 sui nidi, sulle colonie miste di formiche. Spirito profondamente osservatore, sapeva raccogliere preziosa messe di fatti, ovunque le vicende della vita lo portavano. I Suoi confratelli di ogni parte del mondo gli mandavano prezioso materiale; colleghi gli spedivano materiale per la determinazione. In breve, ossia nel 1891, poté pubblicare un elenco

critico degli artropodi ospiti delle formiche e delle termiti. Inoltre fece una magnifica raccolta di formiche, termiti e loro ospiti.

Come già ho accennato, nello studio di tali insetti il P. Wasmann non si limitava a fare pura opera di sistematica; in breve la Sua attenzione di biologo fu attratta dal fatto dell'adattamento dell'istinto dei varî artropodi alla vita delle formiche e delle termiti, e di qui fu condotto a interpretare i rapporti biologici delle formiche e dei loro ospiti, e il loro adattamento morfologico alle mutate condizioni di vita. Frutto di questa attività sono le due opere « *Istinto ed intelligenza nel regno animale* » (della quale venne pubblicata una traduzione italiana alla quale ho premesso una prefazione), nonchè « *Studi comparati sulla vita delle formiche* » e « *Sullo sviluppo degli istinti* ». In particolar modo in questo campo il P. Wasmann chiarì il fenomeno della similia; inoltre si oppose alle teorie di Escherich, di Bethe e di Forel sulle attività psichiche delle formiche e mostrò l'infondatezza di quella psicologia popolare che, dalla analogia della attività degli animali con le manifestazioni della attività umana, trae, come conseguenza, che gli animali sono forniti di intelligenza.

Inoltre dallo studio della sistematica degli ospiti delle formiche e delle termiti il P. Wasmann venne tratto a osservare la trasformazione di alcune specie per adattamento alle nuove condizioni di vita; di qui ebbe origine la Sua celebre monografia, pubblicata nel 1901, nella quale si pone, per rispondere affermativamente, il quesito: si hanno realmente delle specie animali delle quali si può ricostruire l'albero genealogico attraverso il processo di evoluzione? La dimostrazione che si hanno specie che non sono costanti e che, per processo di adattamento, si sono trasformate anche morfologicamente, lo condusse a scrivere un volume per un pubblico più vasto: *La moderna biologia e la dottrina della evoluzione*. Questo libro venne tradotto in più lingue ed anche in italiano. In esso il P. Wasmann, dopo di aver indicato le caratteristiche della biologia contemporanea, dimostra che la dottrina della evoluzione, intesa come polifilogenesi (denominazione da me proposta in una lunga introduzione alla traduzione italiana e con la quale ho mirato a completare il lavoro del P. Wasmann da un punto di vista meno morfologico e più fisiologico), è conciliabile con la dottrina della creazione e si presenta come interpretazione legittima della origine delle specie attualmente viventi. Le prove che il Wasmann ci offre sono desunte dal particolare campo dei suoi studi, specie da quelli sopra la schiavitù degli ospiti delle formiche e delle termiti (specialmente *Lomechusa*, *Dinarda*, *Atemeles*). Questa dimostrazione, senza dubbio,

ha un valore limitato, perchè limitato è il campo dal quale è tratta; e appunto per ciò, nella edizione italiana, io ho illustrato quale altra prova se ne possa dare, specialmente fuori del campo morfologico; ma resta tuttavia una bella ed efficace dimostrazione, fondata tutta su osservazioni originali e personali.

Questa incursione nel campo della dottrina della evoluzione provocò attacchi al P. Wasmann da parte dei Monisti; sono rimaste celebri le discussioni tenute dal Wasmann con E. Haeckel; con le quali Egli poté vittoriosamente contribuire a quello sfacelo del Monismo haeckeliano che fu uno degli episodi più caratteristici della vita scientifica avanti guerra nella Germania.

La vita del P. Wasmann continuò fino all'ultimo indefessa e tutta dedicata a studi morfologici e sistematici, così da offrirci anche negli ultimi venti anni un copioso materiale di osservazioni, sempre nel campo delle formiche, delle termiti e dei loro ospiti, nonchè dei loro istinti. Descrizioni di nuove specie a lui mandate per osservazioni da ogni parte del mondo, esami delle complesse questioni riferenti alla formazione delle società di formiche e termiti, analisi degli istinti, ecc., costituiscono il materiale di numerose memorie che si susseguirono ininterrottamente sino agli ultimi giorni della vita del grande zoologo.

È giusto ricordare ciò che più sopra ho detto, e cioè che la vita di P. Wasmann fu una vita combattuta dalle malattie e che Egli ha studiato sempre lottando con il decadere delle forze; ma il P. Wasmann aveva un'alta idea della missione dello scienziato cattolico, alimentata da una fede profonda, per quanto semplice e persino infantile. Lo incontrai nel passato estate alla riunione annuale della Goerres. Era invecchiato e cadente; ma modesto e sereno come di consueto e con il sorriso sul labbro; pronto sempre, come Egli fu per cinquant'anni, al lavoro d'ogni giorno, come alla chiamata del Giudice eterno.

E la chiamata, troppo volte temuta dai Suoi confratelli, è questa volta venuta e ha tolto alla scienza un cultore severo, alla apologetica un difensore appassionato, alla vita religiosa un uomo modello di sacrificio e di preghiera.

Roma, 21 Giugno 1931.

Pubblicazioni scientifiche del Rev. P. Erich Wasmann ⁽¹⁾

- 1884 — Die Honigameise des Göttergartens — (*Stimmen aus Maria Laach*, 27, pp. 275-285).
— — Die Trichterwickler — Eine naturwissenschaftliche Studie über den Thierinstinkt, mit einem Anhang über die neueste Biologie und Systematik der *Rhynchites*-Arten und ihrer Verwandten (*Attelabiden*, *Rhynchitiden* und *Nemonygiden*) — (*München*, 8.^o, pp. 266, 3 Taf. und Textfig.).
- 1886 — Aus dem Leben einer Ameise — (*Stimmen aus Maria Laach*, pp. 413-427).
— — Ueber die Lebensweise einiger Ameisengäste — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* XXX, pp. 49-66).
- 1887 — Bemerkungen ueber die *Attelabiden*, *Rhynchitiden* und *Nemonygiden* von Holländisch Limburg — (*Tijdschr. Entom.* XXX, pp. 309-315).
— — Die getreidesammelnden Ameisen in alter und neuer Zeit — (*Stimmen aus Maria Laach* 33, pp. 360-374).
— — Neue brasilianische *Staphyliniden*, bei *Eciton hamatum* gesammelt von Dr. W. Müller — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* XXXI, pp. 403-416, pl. V.).
— — Ueber die europäischen *Atemeles* — (*idem* pp. 97-107).
— — Ueber die Lebensweise einiger Ameisengäste — (*idem* pp. 108-122).
- 1888 — Beiträge zur Lebensweise der Gattungen *Atemeles* und *Lomechusa* (*Tijdschr. Entom.* pp. 245-328).
— — Besprechung von E. Everts. Nieuwe Naamliste van Nederlandsche Schildchlenkelige Insecten — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* XXXII, pp. 361-362).
— — Beziehungen zu fremden Ameisenarten in den zusammengesetzten Nestern — (*Natur u. Offenbarung* 34, p. 193).
— — Diebsameisen und Gastameisen — (*idem* p. 321).
— — Ueber die Lebensweise des *Hydrophilus piceus* — (*idem* p. 152).
- 1889 — Die Bedeutung der Palpen bei den Insekten — (*Biolog. Centralbl.* 9, pp. 303-308 — *Berichtigung* l. c. 10, p. 96, 1890).
— — Die Lebensbeziehungen der Ameisen — (*Stimmen aus Maria Laach* p. 67).
— — Die sklavenhaltenden Ameisen — (*Natur u. Offenbarung* 35, p. 1 e p. 471).
— — Fortschritte und Aufgaben der Entomologie — (*Stimmen aus Maria Laach* p. 126).
— — Nachträgliche Bemerkungen zu *Ecithocara* und *Ecitomorpha* (*Deutsche Entom. Zeitschr.* p. 414).
— — Neue *Eciton*-Gäste aus Südbrasilien — (*idem* pp. 185-190 e p. 414).
— — Ueber *Xenoccephalus* Wasm. und *Vatesus* Sharp. — (*idem* p. 190).
— — Besprechung von F. Pantel, Catalogue des Coléoptères carnassiers terrestres des environs de Uclès — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* p. 146).
— — Ueber einige myrmecophile *Heteropteren* — (*idem* p. 191-192).

⁽¹⁾ Elenco redatto dal S. O. Paolo Luigioni in base agli schedari della biblioteca del « Deutsches Entomologisches Institut der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft » di Berlin-Dahlem.

- 1889 — Wechselbezeichnungen zwischen Pflanzen und Ameisen in tropischer Amerika
(*Natur u. Offenbarung* 35, pp. 487-489).
- — Zur Kenntniss der *Dinarda*-Formen (*Wiener Entom. Zeigt.* VIII, pp. 281-282).
- — Zur Lebens und Entwicklungsgeschichte von *Dinarda* — (*idem* pp. 153-162).
- 1890 — *Apteranillus Foreli* n. sp. — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 318-320).
- — Der Nahrungsinstinkt der Amazonenameise — (*Natur u. Offenbarung* 36, p. 77).
- — Einige neue Hermaphroditen von *Myrmica scabrinodis* und *laevinodis* — (*Stettiner Entom. Zeitg.* pp. 298-299).
- — *Myrmecophila Salomonis* n. sp. — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 303-304).
- — *Sunius setulosus* n. sp. — (*idem* p. 304).
- — Neue myrmecophile *Staphyliniden* aus Brasilien - - (*idem* pp. 305-318).
- — Ueber die verschiedenen Zwischenformen von Weibchen und Arbeiterinnen bei Ameisen — (*Stettiner Entom. Zeitg.* LI, pp. 300-309).
- — Vergleichende Studien über Ameisengäste und Termitengäste — (*Tijdschr. Entom.* XXXIII, pp. 27-97 e 262-266).
- — Verzeichniss der von Dr. August Forel in Süd-Tunesien und Ost-Algerien gesammelten Ameisen-Gäste — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 297-304).
- — Wie gründet die Amazonenameise neue Kolonien? — (*Natur u. Offenbarung* 36, p. 154).
- — Zur Frage nach dem Gehörsvermögen der Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* 11, pp. 26-27).
- 1891 — Die zusammengesetzten Nester und gemischten Kolonien der Ameisen — Ein Beitrag zur Biologie, Psychologie und Entwicklungsgeschichte der Ameisengesellschaften — (*Münster: Aschendorff.* pp. 262, 2 pl.).
- — Eine neue *Clavigeride* aus Madagaskar mit einigen vergleichenden biologischen Bemerkungen — (*Stettiner Entom. Zeitg.* pp. 3-10, pl. I).
- — Neue Termitophilen, mit einer Uebersicht über die *Termiten*-gäste — (*Verhandl. zool. bot. Wien* pp. 647-659, pl. VI).
- — Parthenogenesis der Ameisen durch Künstliche Temperatur-verhältnisse (*Biolog. Centralbl.* 11, pp. 21-23).
- — Verzeichniss der Ameisen und Ameisengäste von Hollandisch Limburg — (*Tijdschr. Entom.* XXXIV, pp. 39-64).
- — Vorbemerkungen zu den « Internationalen Beziehungen » der Ameisengäste — (*Biolog. Centralbl.* XI, pp. 331-342).
- — Zur Bedeutung der Fuler bei *Myrmedonia* — (*idem* pp. 23-26).
- — Zur Frage nach dem Gehörsvermögen der Ameisen — (*idem* p. 26).
- 1892 — Die internationalen Bezeichnungen von *Lomechusa strumosa* — (*idem* XII, pp. 584-589 e 638-669).
- — Ein neuer *Paussus* vom Somaliland — (*MT. Schr. Entom. Gesell.* VIII, pp. 335-357).
- — Einiges über springende Ameisen — (*Wiener Entom. Zeigt.* XI, pp. 316-317).
- — Zur Biologie einiger Ameisengäste — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 347-351).
- 1893 — Eine myrmecophile *Ceratopogon*-Larve — (*Wiener Entom. Zeigt.* XII, pp. 277-279).
- — Einige neue *Termiten* aus Ceylon und Madagascar, mit Bemerkungen über deren Gäste — (*idem* pp. 239-247).

- 1893 — Lautäuberungen der Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* XIII, pp. 39-40).
 — — Neue Myrmekophilinen — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 97-112).
 — — Ueber *Paussiger* und *Aeticeropsis* Wasm. — (*Wiener Entom. Zeigt.* XII, pp. 257).
 — — Zwei neue *Staphyliniden*-gattungen aus Sikkim — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 206-208).
 1894 — Die europäischen *Dinarda* mit Beschreibung einer neuen deutschen Art — (*idem* pp. 275-280).
 — — *Formica exsecta* Nyl., und ihre Nestgenossen — (*Verhandl. Ver. Rheinland* pp. 10-22 e 70).
 — — Kritisches Verzeichniss der mirmekophilen und termitophilen Arthropoden, mit Angabe der Lebensweise und mit Beschreibung neuer Arten — (*Berlin*, 8^o XIII e 231 pp.).
 — — Zur Lebens- und Entwicklungsgeschichte von *Atemeles pubicollis*, mit einem Nachtrag über *Atemeles emarginatus* — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 281-284).
 — — Zur Morphologie, Biologie und Pathologie der Nonne — (*Biolog. Centralbl.* 14, pp. 59-64).
 — — Ueber *Xantholinus atratus* Heer — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 285-286).
 — — Zur Myrmekophilen Fauna des Rheinlandes — (*idem* pp. 273-274).
 1895 — Die Reblaus — (*Freiburg* 8^o pp. 34).
 — — Die Ameisen- und Termitengäste von Brasilien. I Theil, mit einem Anhang von Dr. August Forel — (*Verhandl. zool. bot. Gesellsch. Wien* pp. 137-179).
 — — Die ergatogynen Formen bei den Ameisen und ihre Erklärung — (*Biolog. Centralbl.* 15, pp. 606-622 e 624-646, fig. 1-4).
 — — Zur Literatur der *Paussiden*-Larven — (*Deutsche Ent. Zeitschr.* p. 44).
 — — Ueber termitophile *Cicindeliden* — (*idem* pp. 289-290).
 — — Verzeichniss der von Prof. Dr. August Forel im Frühling, 1893, in der Algerischen Provinz Oran gesammelten Ameisengäste (*idem* pp. 45-47).
 — — Zur Kenntniss der myrmekophilen und termitophilen Arthropoden — (*Zoolog. Anzeig.* 18, pp. 111-114).
 — — Zur Kenntniss einiger *Thorictus*-Arten — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 291-294).
 — — Zur Kenntniss einiger schwieriger *Thorictus*-Arten — (*idem* pp. 41-44).
 1896 — A Revision of the genus *Clidicus* — (*Notes Leyden Mus.* Vol. 18 pp. 14-18).
 — — Viaggio di Leonardo Fea in Birmania — Neue Termitophilen und Termiten aus Indien — (*Ann. Mus. Civ. Stor. Nat. Genova* Vol. XXXVI, pp. 613-630, 1 tav.).
 — — Os hospedes das formigas e dos termites (« cupim ») no Brazil — Parte I. — (*Bol. Mus. Paraens* Vol. 1 Nr. 3 pp. 273-324).
 — — Einige neue *Paussus* aus Java, mit Bemerkungen über die myrmekophile Lebensweise der *Paussiden* — (*Notes Leyden Mus.* Vol. 18 pp. 63-88, 1 Taf.).
 — — Revision der *Lomechusa*-Gruppe — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 244-256, 2 Fig.).
 — — Zoologische Ergebnisse einer von Dr. K. Escherich und L. Kathariner nach Central-Kleinasien unternommenen Reise Myrmecophilen — (*idem* pp. 237-241).
 — Die Myrmekophilen und Termitophilen — Vortrag gehalten 16 Sept. 1895 zu Leyden — (*C. R. Séance III. Congr. Internat. Zool. Leyde* pp. 411-440, 1 Fig.).
 — — *Dinarda*-Arten oder Rassen? — (*Wiener Entom. Zeigt.* XV, pp. 125-142).
 — — Kritische Bemerkungen über einige Myrmekophilen und Termitophilen — (*idem* pp. 32-36)

- 1896 — Neue Termitophilen aus Indien — IV. Nachtrag — (*Ann. Mus. Civ. Stor. Nat. Genova Vol. XXXVII. pp. 149-153, 2 figg.*).
 — — Note sur la chasse des Coléoptères myrmecophiles et termitophiles — (*Rennes, Ch. Oberthur 8°, 4 p. avec 8 Fig.*).
 1897 — Bemerkungen über einige Ameisen von Madagascar — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 20 Nr. 536 pp. 249-251*).
 — — Neue Myrmekophilen aus Madagaskar — (*Deutsche Entom. Zeitschr. Heft 2 pp. 257-272, 2 Taf.*).
 — — Ein neuer Dorylidengast aus Südafrika — (*idem p. 278*).
 — — Eine neue (termitophile) *Myrmedonia* aus Westafrika — (*idem p. 279*).
 — — Zur Biologie der *Lomechusa*-Gruppe — (*idem pp. 275-277*).
 — — Eine neue *Xenodusa* aus Colorado mit einer Tabelle der *Xenodusa*-Arten — (*idem pp. 273-274, 1 Taf.*).
 — — Ein neuer *Eciton*-Gast aus Nord Carolina — (*idem pp. 280-282, 2 Figg. auf Taf.*).
 — — Ein neues myrmekophiles Silphidengenus aus Costa Rica — (*idem pp. 283-285, 2 Figg. auf Taf.*).
 — — Beutetiere von *Polybia Scutellaris* (White) Sauss. — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 20 Nr. 538 pp. 276-279*).
 — — Die Familie der *Paussiden* — (*Stimmen aus Maria Laach 53 pp. 400-411 e 520-536*).
 — — Einige Bemerkungen zur 5. Auflage von Calwer's « Käferbuch » — (*Ent. Nachr. Jahrg. XXIII. pp. 1-5*).
 — — Ein neuer *Fustigerodes* (*Braunsi* n. sp.) aus der Capkolonie — (*Entom. Zeit. Jahrg. XVI. pp. 201-202*).
 — — Instinkt und Intelligenz im Tierreich — (*Freiburg, Herder, 8° p. 94. — 2 Ediz. 1899 — 3 Ediz. 1905*).
 — — Revision der *Lomechusa*-Gruppe — (*Deutsche Entom. Zeitschr. pp. 244-256, 2 Fig.*).
 — — Selbstbiographie einer *Lomechusa* — (*Stimmen aus Maria Laach 52, pp. 69-83 — 2^a Edit. Urania Wien, 4° 1911 pp. 563-573 Fig. 1-3*).
 — — Termiten von Madagaskar und Ostafrika — (*Wiss. Ergebn. Madaskaar Ost. Afr.*)
 — — (*Abh. Senckenb. Nat. Ges., Band. 21 pp. 137-182, 2 Taf.*).
 — — Ueber ergatoides Weibchen und Pseudogynen bei Ameisen — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 20 Nr. 536 pp. 251-253*).
 — — Ueber *Fustigerodes* (*Novoclaviger*) *Wroughtoni* Wasm. — (*Wiener Entom. Zeitschr. XVI. p. 202*).
 — — Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. — LXXVII. Einige neue Termitophile Myrmedonien aus Birma — (*Ann. Mus. Civ. Stor. Nat. Genova Vol. XXXVIII. pp. 28-31, 5 figg.*).
 — — Zur Biologie und Morphologie der *Lomechusa*-Gruppe — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 20, Nr. 546, pp. 463-471, 8 Figg.*).
 — — Zur Kenntnis einiger *Thorictus*-Arten — 3 Stück. — (*Deutsche Entom. Zeitschr. Heft. 2, pp. 242-243*).
 1898 — Augenlose Thiere — (*Stimmen aus Maria Laach*).
 — — Die Höblentiere — (*idem*).

- 1898 — Eine neue dorylophile *Tachyporinen*-Gattung aus Südafrika — (*Wiener Entom. Zeitg.* XVII. pp. 101-103, 4 Fig.).
- — Eine neue *Philusina* vom Cap — (*idem* pp. 103-104).
- — Eine neue Reflextheorie des Ameisenlebens — (*Biolog. Centralbl.* 18. pp. 578-589).
- — Ein kleiner Beitrag zur Myrmekophilen-Fauna von Vorarlberg — (*Mitth. schweiz. Entom. Gesell.* Vol. 10, pp. 134-135).
- — Ueber *Novoclaviger* und *Fustigerodes* — (*Wiener Entom. Zeitg.* XVII. pp. 96-99, 3 fgg.).
- — Ameisenfang von *Theridium triste* Hahn — (*Zoolog. Anzeig.* Bd. 21, pp. 230-232).
- — *Thoricus Foreli* als Ectoparasit der Ameisenfüler — (*idem* pp. 435-436 e 536-546, 7 fgg.).
- — Ein neuer *Claviger* aus Bosnien — (*Wiener Entom. Zeitg.* XVII. p. 135).
- — Ueber Myrmekophilen — (*Tijdschr. Entom.* D. 41 Versl. pp. 60-65).
- — Zur Lebensweise von *Thoricus Foreli* mit einem anatomischen Anhang — (*Natur. u. Offenbarung Münster* Bd. 44 pp. 466-478, 1 Taf.).
- — Einige neue myrmecophile Anthiciden aus Indien — (*Verhandl. zool. bot. Gesell. Wien*, 48, pp. 482-484).
- — Neuere über *Paussiden* (Referate) — (*idem* pp. 507-515).
- 1899 — Der Lichtsinn augenloser Tiere — (*Stimmen aus Maria Laach*).
- — Neue Termitophilen und Myrmecophilen aus Indien — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 145-169, 2 Taf.).
- — Ein neues myrmecophiles *Curculionidengenus* aus der Kapkolonie — (*idem* pp. 170-171, 1 Taf.).
- — Ein neues (termitophile?) *Tenebrionidengenus* aus Kamerun — (*idem* pp. 172-173 1 Taf.).
- — Eine neue dorylophile *Myrmedonia* aus der Kapkolonie, mit einigen anderen Notizen über Dorylinengäste — (*idem* pp. 174-177).
- — Ein neues physogastres *Aleocharinen*-Genus aus der Kapkolonie — (*idem* pp. 178-179, 1 Taf.).
- — *Lasius fuliginosus* als Raubameise — (*Zoolog. Anzeig.* Bd. 22 pp. 85-87, 153, 1 fgg.).
- — G. D. Havilans's Beobachtungen über die Termitophilie von *Rhopalometus angusticollis* Boh. — (Beitrag zur Kenntniss der Myrmecophilen und Termitophilen 97) — (*Verhandl. zool. bot. Gesell. Wien* Bd. 49 pp. 245-249).
- — Langlebige Insecten — (*Stimmen aus Maria Laach* 57 pp. 496-506, 4 fgg.).
- — Mit Schimmelpilzen behaftete Ameisenkolonien — (*Natur u. Offenbarung* 45. pp. 505).
- — Zur Kenntniss der bosnischen Myrmekophilen und Ameisen — (*Wissensch. Mitth. Bosnien Hercegov.* Bd. 6 pp. 767-772, 3 fgg.).
- — Die psychischen Fähigkeiten der Ameisen — (95 Beitr. Kenntn. Myrmekoph. Termitoph.) — (*Zoologica* Bd. 11 Heft 26., 132 pp., 3 Taf.). — II. Ediz., Stuttgart, E. Schweizerbart, 1909, 4^o, 190 pp., 5 Taf.).
- — Neue *Paussiden* mit einem biologischen Nachtrag — (*Notes Leyden Mus.* Vol. 21 pp. 33-52, 2 Taf.).
- — Ein neuer *Termitodiscus* aus Natal — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* pp. 401-402).

- 1899 — Zur Beschreibung von *Termes obesus* Ramb. — (*idem* p. 402).
 — — Zwei neue *Lobopelta*-Gäste aus Südafrika — (*idem* pp. 403-404, 1 fig.).
 — — Zwei neue myrmekophile *Philusina*-Arten aus Südafrika — (*idem* pp. 405-406).
 — — Ueber *Atemeles pubicollis* und die Pseudogynen von *Formica rufa* — (*idem* pp. 407-409).
 — — Ein neuer von *Eciton carolinense* — (*idem* pp. 409-410).
 — — Ein neuer *Melipona*-Gast (*Scotocryptus Goeldii*) aus Pará — (*idem* p. 411).
- 1900 — Einige Bemerkungen zur vergleichenden Psychologie und Sinnesphysiologie — (*Biolog. Centralbl.* 20. pp. 342-350).
 — — Neue Dorylinengäste aus dem neotropischen und dem äthiopischen Faunengebiet (114 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Zoolog. Jahrb. Abt. Syst. Bd. 14.* pp. 215-289, 2 Taf.).
 — — *Termitoxenia*, ein neues flügelloses physogastres *Dipterengenus* aus Termitennestern — (113 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Zeitschr. wiss. Zoolog. Bd. 67,* pp. 599-617, 1 Taf.).
 — — Vergleichende Studien über des Seelenleben der Ameisen und der Nötern Thiere — (2^a Ediz., Freiburg, Herder, 8°. pp. 152., 5 Figg.).
 — — Zur Kenntnis der termitophilen und myrmekophilen *Cetoniden* Südafrikas — (*Illustr. Zeitschr. Entom. Bd. 5,* pp. 65-68 e 81-84, 1 Taf.).
- 1901 — Biologie oder Ethologie I — (*Biolog. Centralbl.* 21 pp. 391-400).
 — — Giebt es thatsächlich Arten, die heute noch in der Stammesentwicklung begriffen sind? Zugleich mit allgemeineren Bemerkungen über die Entwicklung der Myrmekophilie und Termitophilie und über das Wesen der Symphilie. (118 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*idem* pp. 689-711 e 737-752).
 — — Nerven physiologie und Tierpsychologie — (*idem* pp. 23-31).
 — — *Termitoxenia* ein neues flügelloses, physogastres *Dipterengenus* aus Termitennestern — (*II. Zeitschr. wiss. Zoolog. Bd. 70* pp. 289-298).
 — — On Some Genera of Staphylinidae described by Thos. L. Casey (*Canad. Entom. Vol. 33* pp. 249-252).
 — — Zum Orientierungsvermögen der Ameisen — (*Allgem. Zeitschr. Entom. Bd. 6.* pp. 19-21 e 41-43, 1 Fig.).
 — — Zwei neue *Liometopum*-Gäste aus Colorado — (116 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Wiener Entom. Zeitg.* XX. pp. 145-147).
 — — Zur Lebensweise der Ameisengrillen (Myrmecophyla) — (*Natur u. Offenbarung* 47, pp. 129-152, 1 Fig.). — *Reimpr. Insekten Börse* 1902, pp. 43-44, 52-53, 59-60, 68-69, 75-76, 83, 91, 99-100, 107-108, 115-116, 1 Fig.
- 1901-1902 — Neues über die zusammengesetzten Nester und gemachten Kolonien der Ameisen — (*Allgem. Zeitschr. Entom. Bd. 6* pp. 353-355, 369-371 — *Bd. 7* pp. 1-5, 33-37, 72-77, 100-108, 136-139, 167-173, 206-208, 235-240, 260-265, 293-298, 340-345, 385-390, 422-427, 441-449, 1 Taf.)
- 1901-1903 — Die moderne Biologie und die Entwicklungstheorie — (*Ursprünglich eine Reihe von Abhandlungen in » Stimmen aus Maria Laach »* — 2 Edit. Freiburg, Herder

- 1904, 8°. 323 pp. 4 Taf. 40 Textfig. — 3 Edit. 1906, 31 u. 530 pp. 7 Taf., 54 Textfig.
- 1902 — *Coléoptères myrmécophiles* recueillis par le Prof. A. Lameere en Algérie — (Ann. Soc. Ent. Belg. T. 46 p. 159).
- — Biologische und phylogenetische Bemerkungen über die *Dorylinengäste* der alten und der neuen Welt, mit specieller Berücksichtigung ihrer Convergenzerscheinungen — (Verhandl. deutsch. zool. Ges. 12. Vers. pp. 86-98).
- — Neue Bestätigungen der *Lomechusa*-Pseudogynentheorie — (idem pp. 98-108).
- — Ein neuer myrmekophiler *Ilyobates* aus dem Rheinland (*Ilyobates brevicornis* n. sp.) — (Deutsche entom. Zeitschr. pp. 62).
- — Zur Ameisenfauna von Helgoland — (idem pp. 63-64).
- — Einige Bemerkungen zu J. Sjöstedt's « Monographie der Termiten Afrikas » (Biolog. Centralbl. 22. pp. 714-717).
- — Riesige Kurzflügler als *Hymenoptere*-Gäste — (132 Beitrag zur Kenntniss de Myrmekophilen und Termitophilen) — (Insektenbörse Jahrg. 19 pp. 267-268, 275-276, 282, 3 Fig.).
- — Noch ein Wort zu Bethe's Reflextheorie — (Biolog. Centralbl. 22. pp. 573-576).
- — *Termiten, Termitophilen und Myrmekophilen*, gesammelt auf Ceylon von Dr. W. Horn 1899, mit anderem ostindischen Material Bearbeitet (129 Beitrag zur Kenntniss der Myrmecophilen und Termitophilen) — (Zool. Jahrb. Abt. Syst. Bd. 17 pp. 99-164, 2 Taf.).
- — Ueber die Gattung *Schizillus* Wasm. — (Deutsche Entom. Zeitschr. p. 244).
- — Verzeichniss der von Dr. W. Horn auf Ceylon 1899 gesammelten *Termiten, Termitophilen und Myrmekophilen* — (idem pp. 79-80).
- — Zur Kenntnis der myrmecophilen *Antennophorus* und anderer auf Ameisen und Termiten reitender *Acarinen* — (121 Beitrag zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen) — (Zool. Anzeig. Bd. 25 pp. 66-76).
- — Zur näheren Kenntnis der termitophilen *Dipterengattung Termitoxenia* Wasm. — (Verhandl. 5. Internat. Zool. Congres. Berlin pp. 852-872, 1 Taf.).
- — *Species novae Insectorum Termitophilorum ex America meridionali* — (Tijdschr. Entom. 45, pp. 95-107, 1 Taf.).
- — Zwei neue europäische *Coleopteren* — (Deutsche entom. Zeitschr. p. 16).
- — *Species novae Insectorum termitophilorum a Dr. Filippo Silvestri in America meridionali inventae* — (Boll. Mus. Zool. Anat. Comp. Torino T. 17 nr. 427 pp. 6).
- 1903 — Berichtigung — (Deutsche entom. Zeitschr. pp. 236).
- — Die monistische Identitätstheorie und die vergleichende Psychologie — (Biolog. Centralbl. 23 pp. 545-556).
- — Die Thorakalanhänge der *Termitoxeniidae*, ihr Bau, ihre imaginale Entwicklung und phylogenetische Bedeutung — (Verhandl. deutsch. zool. Gesellsch. 13 Vers. pp. 113-120, 2 Taf.).
- — Konstant theorie oder Descendenz theorie? — (Stimmen aus Maria Laach 64).
- — Zum Mimicrytypus der *Dorylinengäste* — (135 Beitrag zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen) — (Zool. Anzeig. Bd. 26 pp. 581-590).

- 1903 — Zur Brutpflege der blutroten Raubameise (*Formica sanguinea* Latr.) — (*Insektenbörse Jahrg. 20* pp. 275-276).
- — Zur näheren Kenntnis des echten Gastverhältnisses (Symphilie) bei den Ameisen und Termitengästen — (*Biolog. Centralbl. Bd. 23* pp. 63-72, 195-207. 232-248, 261-276, 298-310, 25 figg.).
- — *Ilyobates brevicornis* Wasm. — *Stenus rubra* Er. var. — (*Deutsche entom. Zeitschr. pp. 236*).
- 1904 — Contribuição para o estudio dos hospedes de abelhas brasileiras — (*Rev. Mus. Paulista Vol. 6* pp. 482-487).
- — Zur Kontroverse über die psychischen Fähigkeiten der Tiere insbesondere der Ameisen — (*Natur und Schule 3* pp. 20-26, 80-89, 133-142, 4 fig).
- — Ein neuer *Atemeles* aus Luxemburg — (*Deutsche entom. Zeitschr. pp. 9-11*).
- — Neue Beiträge zur Kenntniss der *Paussiden*, mit biologischen und phylogenetischen Bemerkungen (142 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Notes Leyden Mus. Vol. 25* pp. 1-82, 6 Taf.).
- — Remarques critiques sur la phylogénie et la division systématique des Termitides (*Ann. Soc. entom. Belg. T. 48* pp. 370-371 — *Reponse a Mr. Wasmann par J. Desneux* pp. 372-378).
- — Termitophilen aus dem Sudan. Determinirt und beschrieben von E. Wasmann. S. I. unter Mitwirkung von Prof. Aug. Forel, K. Escherich und G. Breddin (139 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Results Swed. zoolog. Exped. Egypt Pt. 1 Nr. 13* pp. 21, 1 Taf.).
- — Zur Kenntniss der Gäste der Treiberameisen und ihrer Wirthe am obern Congo, nach den Sammlungen und Beobachtungen von P. Herm. Kohl C. SS. C. bearbeitet (138 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Zoolog. Jahrb. Suppl. 7 Festschr. Weismann* pp. 611-682, 3 Taf.).
- 1905 — Berichtigungen zu Note I dieses Bandes — (*Notes Leyden Mus. Vol. 25* pp. 110).
- — Die phylogenetische Umbildung ostindischer Ameisengäste in Termitengäste — (*Mitt. Schweiz. entom. Ges. Vol. 11* pp. 66-70 — *C. R. 6me Congr. Internat. Zoolog. Berne* pp. 436-459, 1 Taf.).
- — Ursprung und Entwicklung der Sklaverei bei den Ameisen (146 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd. 25* pp. 117-127, 129-144, 161-169, 256-257, 273-292, 2 figg.).
- — Versuche mit einem brasilianischen Ameisennest in Holland (150 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen) — (*Tijdschr. Entom. D. 48*, pp. 209-213, 1 Taf.).
- — Wissenschaftliche Beweisführung oder Intoleranz? Eine letzte Erwiderung an Herrn Prof. Aug. Forel — (*Biolog. Centralbl. 25* pp. 621-624).
- — Zur Myrmecophagie der Grünspechte — (*Tijdschr. Ent. 48*, pp. 214-220, 1 Taf.).
- — Beobachtungen über *Polyrhachis dives* auf Java, die ihre Larven zum Spinnen der Nester benutzt — (*Notes Leyden Mus. 25* pp. 133-140).
- — Zur Lebensweise einiger in und ausländischen Ameisengäste (148 Beitrag zur Kenntniss der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Zeitschr. wiss. Insektenbiolog. Bd. 1* pp. 329-336, 384-390, 418-428).

- 1905 — Offener Brief an Herrn Prof. Haeckel — (*Germania* Nr. 99, *Estratto* 8^o p. 11).
- — Nochmals zur Frage über die temporär gemisarten Kolonien und den Ursprungs der Sklaverei bei den Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* 25, pp. 644–653).
- — *Termitusa*, nouveau genre d'*Aleochariens* termitophiles — (*Revue Entom. Caen.* 24 pp. 199–200).
- 1906 — Beispiele rezenter Artenbildung bei Ameisengästen und Termitengästen — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 26 pp. 565–580).
- — Die Gäste der Ameisen und der Termiten — (*Verhandl. Gesell. deutsch. Nat. Aertze* 77. Vers. Tl. 5 Hälfte 1 pp. 212–216).
- — Zur Geschichte der Sklaverei beim Wolke der Ameisen — (*Stimmen aus Maria Laach* 70).
- — Zur Lebensweise von *Atemeles pratensis* Wasm. — (*Zeitschr. wiss. Insektenbiolog.* Bd. 2 pp. 1–12, 37–42, 3 figg.).
- — Zur Kenntniss der Ameisen und Ameisengäste von Luxemburg: — (3 Parti: 1 e 2 *Arch. Inst. Luxemburg, Sect. Sc.* 2 pp. 104–124, 2 Taf. — 2. l. c. 1909, pp. 1–104, 3 Taf.):
- 1907 — Der Kampf um das Entwicklungs-Problem in Berlin — (*Freiburg, Herder*, 8^o, 12–162 p.).
- — Das Entwicklungsproblem — (*Umschau, Frankfurt/M* XI. Jahrg. pp. 261–264, 285–289).
- — Ueber einige afrikanische *Paussiden* mit Beschreibung zweier neuer *Paussus* (159 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Deutsche entom. Zeitschr.* pp. 147–153. 1 Taf.).
- — Ueber einige *Paussiden* des Deutschen Entomologischen National-Museums (160 Beiträge zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen) — (*idem.* pp. 561–566, 4 figg.).
- — Sur les nids des fourmis migrantes (*Eciton* et *Anomma*) — (*Atti Pont. Accad. Romana Nuovi Lincei*, LX, pp. 1–6).
- 1908 — Ein neuer *Paussus* von Togo. — (*Deutsche Entom. Zeitschr.* p. 576).
- — Parallélisme entre les sociétés des fourmis et les sociétés humaines — (*Ann. Soc. scient. Bruxelles Ann.* 32 *Bull.* pp. 89–91).
- — Weitere Beiträge zum sozialen Parasitismus und der Sklaverei bei den Ameisen (Zugleich 162 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 28 pp. 257–271, 290–306, 321–333, 353–382, 417–441, 726–731, 3 figg.).
- — Zur Kastenbildung und Systematik der Termiten (*idem* pp. 68–73).
- — Zur Kontroverse über die psychische Fähigkeiten der Thiere, insbesondere der Ameisen — (*Natur und Schule* Bd. 3 pp. 20–26, 80–99, 133–142, 4 figg.).
- — On the evolution of *Dinarda* a Genus of Coleoptera — (*Zoologist* 4. Vol. 12 pp. 68–71).
- — *Myrmecusa*, Eine neue Gattung zwischen *Myrmedonia* und *Lomechusa* — (165 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Ann. Mus. Civ. Stor. Nat. Genova* 3. Vol. 4 pp. 38–42, 5 figg.).
- — L'udito nelle formiche — (*Riv. Fis. Matem. Sc. Nat. Pavia*, 5, Nr. 108, p. 7).
- — Zur Diskussion über die Tragweite der Abstammungslehre — (*Naturwiss. Wochenschrift. Jena. N. F.* Bd. VII, pp. 49–54).

- 1909 — Die progressive Artbildung und die *Dinarda*-Formen — (*Natur u. Offenbarung* 55 pp. 321-346, fig. 1-2).
- — Escherich's neue Termitenstudie — (*Biolog. Centralbl.* 29. pp. 216-224).
 - — Die psychischen Fähigkeiten der Ameisen — (2. Ediz. Stuttgart).
 - — *Myrmecosaurus* ein neues myrmekophiles Staphylinidengenuss (171 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zoolog. Anzeiger* Bd. 34. pp. 765-768, 3 figg.).
 - — Ueber gemischte Kolonien von *Lasius*-Arten-Kritische Bemerkungen und neue Beobachtungen — (*idem* Bd. 35 pp. 129-141).
 - — Ueber den Ursprung des sozialen Parasitismus der Sklaverei und der Myrmekophilie bei den Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* 29. pp. 587-604, 619-637, 651-663, 683-703, fig. 1-2).
 - — Zur Geschichte der Sklaverei und des sozialen Parasitismus bei den Ameisen — (*Nat. Wochenschr.* Bd. 24 pp. 401-407, 5 figg.).
- 1909-1910 — Ueber den Ursprung des sozialen Parasitismus der Sklaverei und der Myrmekophilie bei den Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 29 pp. 587-604, 620-637, 651-663, 683-703, 2 figg.).
- 1910 — Zur Doppelwichtigkeit der *Atemeles* — (*Deutsche Ent. Nat. Bibl.* 1. pp. 55-62, 62-64).
- — Nachträge zum sozialen Parasitismus und der Sklaverei bei den Ameisen (Zugleich 177 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 30 pp. 453-464, 475-496, 515-524).
 - — Nils Holmgren's neue Termitenstudien und seine Exsudattheorie — (175 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*idem* pp. 303-310).
 - — Ueber das Wesen und den Ursprung der Symphilie (173 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*idem* pp. 97-102, 129-138, 161-181).
 - — *Staphylinus*-Arten als Ameisenräuber (174 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zeitschr. wiss. Insektenbiolog.* Bd. 6 pp. 5-10, 37-39).
 - — Zur Kenntnis der Gattung *Pleuropterus* und anderer Paussiden — (182 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Ann. Soc. ent. Belgique* T. 54 pp. 392-402, 4 figg.).
- 1910-1911 — Termiten von Madagaskar, den Comoren und Inseln Ostafrikas — Voeltzkow, Reise in Ostafrika — (*Wiss. Ergebn.* Bd. 3 pp. 117-127, 7 figg.).
- 1911 — Ameisen und ihre Gäste — (*Tijdschr. Ent. m. D.* 54 p. XXXV-XXXVI).
- — Ein neuer *Paussus* aus Ceylon, mit einer Uebersicht über die Paussidenwirte — (*idem* pp. 195-207).
 - — Ueber *Paussiden* — (*idem* pp. XXXVII-XXXVIII).
 - — *Atemeles siculus* Rotth. und seine Verwandten — (181 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Deutsche entom. Zeitschr.* pp. 39-43).
 - — Die Ameisen und ihre Gäste — (1^{er} Congrès Intern. Entom. Vol. 1, *Memor.* pp. 209-234, 6 Taf.).
 - — Die Anpassungsmerkmale der *Atemeles*, mit einer Uebersicht über die mitteleuropäischen Verwandten von *Atemeles paradoxus*, Grav. — (179 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem* pp. 265-272).
 - — Ein neuer *Paussus* aus Ceylon, mit einer Uebersicht über die Paussidenwirte — (*Tijdschr. Entom. D.* 54 pp. 195-207).

- 1911 — Gibt es erbliche Instinktmifikationen im Verhalten der Ameisen gegenüber ihren Gästen? (183 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 37 pp. 7-18*).
- — K. Escherich, Termitenleben auf Ceylon — (Zugleich 189 Beitrag zur Kenntnis der Termitophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd. 31 pp. 394-412. 425-434*).
- — Zur Kenntnis der Termiten und Termitengäste vom Belgischen Congo — (*Rev. Zoology Afric. 1 pp. 91-117, 145-176, 5 Taf., 2 Fig.*).
- 1912 — H. Sauter's Formosa-Ausbeute — *Paussidae* — (197 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Suppl. Entom. Nr. 1-4, 1 Taf.*).
- — *Mimanomma spectrum*, ein neuer Dorylinengast des extremsten Mimikrytypus — (194 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zoolog. Anzeig. Bd. 39 pp. 473-481, 8 figg.*).
- — Neue *Anomma*-Gäste aus Deutsch-Ost-Afrika — (193 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Rundsch. Jahrg. 29 pp. 41-43*).
- — Neue Beiträge zur Kenntnis der Termitophilen und Myrmecophilen — (*Zeitschr. wiss. Zoolog. Bd. 101 Festschr. Ludwig. pp. 70-115, 3 Taf.*).
- — Nils Holmgren's « Termitenstudien », Systematik der Termiten — (*Biolog. Centralbl. Bd. 32 pp. 586-590*).
- — Neue Beispiele der Umbildung von Dorylinengästen zu Termitengästen — (*Verhandl. Gesell. Deutscher Naturf. Aertz (1913) pp. 1-4*).
- — Ein neuer Fall zur Geschichte der Sklaverei bei den Ameisen — (*idem (1913), sep. pp. 1-4*).
- 1913 — Ein neuer Fall zur Geschichte der Sklaverei bei den Ameisen — (*idem Vers. 84 Tl., 2 Hälfte 1 pp. 264-268*).
- — Gäste von *Ecton praedator* Sm. aus dem Staate Espirito Santo (Südbrasilien) — (*Entom. Mitt. Bd. 2 pp. 376-380*).
- — Ein neuer *Paussus* aus Südindien mit Bemerkungen zur Stammesgeschichte der Paussiden — (203 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 381-383*).
- — *Lasius emarginatus* Ol., eine kartonnestbauende Ameise — (*Biolog. Centralbl. Bd. 33 pp. 264-266, 1 Taf.*).
- — Nachschrift — Ueber *pratensis* als Sklaven von *sanguinea* — (*idem pp. 672-675*).
- — Revision der *Termitoxeniinae* von Ostindien und Ceylon — (*Ann. Soc. entom. Belgique T. 57 pp. 16-22, 4 figg.*).
- — The Ants and their Guests — (*Ann. Rep. Smithson. Inst. Washington 1912 pp. 455-474, 10 pls.*).
- — Zwei neue *Paussiden* und ein neuer *Rhysoaussine* aus Niederländisch Indien — (*Tijdschr. Entom. D. 55 pp. 255-262, 1 Taf.*).
- 1914 — Ameisenplagen im Gefolge der Kultur — (*Stimmen aus Maria Laach 87, pp. 589-598*).
- — Bemerkungen zu W. Bönner's Studie über *Formica fusca picea* Nyl. — (*Biolog. Centralbl. 34. pp. 76-80*).
- 1915 — Eine neue *Pseudomyrma* aus der Ochsenhorndornakazie in Mexico, mit Bemerkungen über Ameisen in Akaziendornen und ihre Gäste. Ein kritischer Beitrag zur Pflan-

- zen-Myrmekophilie — (212 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — *Tijdschr. Entom. D.* 58 pp. 296-325, 4 Taf.).
- 1915 — Luxemburger Ameisenkolonien mit Mendel's an Mischung — (*Festschr. Luxemb. Naturforsch., sep.* p. 15).
- — Ueber Ameisenkolonien mit Mendel'scher Mischung — (Zugleich 208, Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd.* 35 pp. 113-127).
- — Neue Beiträge zur Biologie von *Lomechusa* und *Atemeles* mit Kritischen Bemerkungen über das echte Gastverhältnis — (*Zeitschr. wiss. Zool.* 114. pp. 233-402, 2 Taf. 1 Karte, 2 fig.).
- — Zwei für Holland neue Ameisen, mit anderen Bemerkungen über Ameisen und deren Gäste aus Süd-Limburg — (*Tijdschr. Entom. D.* 58 pp. 150-162).
- — *Anergatides Kohli*, eine neue arbeitlose Schmarotzeraameise vom oberen Kongo — (213 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Bd.* 4 pp. 279-288, 2 Taf.).
- — Das Gesellschaftsleben der Ameisen. Das Zusammenleben von Ameisen verschiedener Arten und von Ameisen und Termiten. Gesammelte Beiträge zur sozialen Symbiose bei den Ameisen — (*Münster i. W.: Aschendorffsche Verlagsbuchhandlung Band I.* 8.° 413, XX pp. 7 Taf. 16 figg.).
- — Nachtrag zum Mendelismus bei Ameisen — (*Biolog. Centralbl.* 35 pp. 561-564).
- — Revision der Gattung *Aenictonia* Wasm. (211 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Bd.* 4 pp. 26-35, 1 Taf.).
- — Erster Nachtrag zur Revision der Gattung *Aenictonia* Wasm., nebst einer Revision der Gattung *Dorylopora* Wasm. — (213 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem* pp. 202-205).
- — Zweiter Nachtrag zur Revision der Gattung *Aenictonia* Wasm. — (214 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem* pp. 289-290).
- — Nils Holmgren's « Termitenstudien » — IV. Versuch einer systematischen Monographie der Termiten der orientalischen Region — (*Biolog. Centralbl. Bd.* 35, pp. 379-385).
- — Viviparität und Entwicklung von *Lomechusa* und *Atemeles* — (216 Beitrag zur Kenntnis der Myrmecophilen) — *Wiener Entomol. Zeitg.* XXXIV. pp. 382-393).
- 1916 — Nachtrag zum Mendelismus bei Ameisen — (219 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd.* 35 pp. 561-564).
- — Wissenschaftliche Ergebnisse einer Forschungsreise nach Ostindien, ausgeführt im Auftrage der Kgl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin von K. v. Buttel-Reepen. — V. *Termitophile* und *Myrmekophile Coleopteren*. Gesammelt von Herren Prof. Dr. v. Buttel-Reepen in den Jahren 1911-1912 — (207 Beitrag zur Kenntnis der Termitophilen und Myrmekophilen) — (*Zoolog. Jahrb. Abt. Syst. Bd.* 39 pp. 169-210, 2 Taf.).
- — Neue *Dorylophile Staphyliniden* Afrikas — (217 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Bd.* 5 pp. 92-109. 134-147, 1 Taf.).
- 1917 — Neue Anpassungstypen bei Dorylinengästen Afrikas — (*Zeitschr. wiss. Zool.* 117. pp. 257-360, Taf.).

- 1917 — Bemerkungen zur neuen Auflage von Calver's « Käferbuch » — (*Biolog. Centralbl.* 37 pp. 108-112).
- Die Ausbreitung der argentinischen Ameise in der Kapkolonie und ihr Einfluss auf die einheimische Ameisenfauna (Mitgeteilt nach Beobachtungen von Dr. Hans Brauns) — (*Entom. Mitt.* Bd. 6 pp. 184-186).
- — Die neue Ausgabe des « Tierbuches » Albert des Grohen — (*Berl. Zentralbl.* 37. pp. 210-215).
- 1918 — Neue Paussiden aus Zentral und Südwest-Afrika — *Neue Beitr. System. Insekten.* 1 pp. 111-112).
- — Bemerkungen zur neuen Auflage von K. Escherich « Die Ameise » — (Zugleich 229 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 38, pp. 116-129).
- — Die *Histeridae* der Genera Insectorum von Heinrich Bickhardt — (224 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Blätt.* Jahrg. 14 pp. 37-41).
- Die Kriege bei den Ameisen — (*Deutsche Zeitg. Estr.* pp. 12, 6 fig.).
- — Uebersicht der myrmecophilen Paederinengattung *Myrmecosaurus* Wasm. — (*Entom. Blätt.* 14 pp. 210-214, 1 fig.).
- — *Lebioderus Goryi* Westw. var. nov. *bicolor* — (*Zool. Mededeelingen-Leyde*, IV. pp. 251-253).
- — Myrmekophile und termitophile Koleopteren aus Ostindien, gesammelt hauptsächlich von P. J. Assmuth S. J. und J. B. Corporaal — I. *Paussidae* und *Clavigerinae* — (222 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — (*Tijdschr. Entom. D.* 60 pp. 382-408, 3 Taf.).
- — Myrmekophile und termitophile Coleopteren aus Ostindien, hauptsächlich gesammelt von P. J. Assmuth S. J. — II. *Scarabaeidae* — (223 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen) — *Wien. entom. Zeitg.* XXXVII. pp. 1-23, 2 Taf.).
- — Totale Rotblindheit der kleinen Stubenfliege (*Homalomyia cunicularis* L. — (*Biolog. Centralbl.* Bd. 38 p. 130).
- — Ueber die von v. Rothkirch 1912 in Kamerun gesammelten Myrmekophilen — (227 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt.* Bd. 7 pp. 135-149, 1 Taf.).
- — Ueber *Pleuropterus Dohrni* Rits. und *Lujae* Wasm. und die Larve von *Pleuropterus Dohrni* — (228 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Tijdschr. Entom. D.* 61 pp. 76-87; 1 Taf.).
- — Ueber *Solenopsis geminata laevissima* Sm. und ihre Gäste — (226 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Blätt.* Jahrg. 14 pp. 69-76).
- — Zur Lebensweise und Fortpflanzung von *Pseudacteon formicarum* Verr. (*Dipt. Phoridae*) — *Biolog. Centralbl.* 38 pp. 317-319, fig. 1-8, Nachtrag p. 456).
- 1919 — Unsere Kenntnis der fossilen Paussiden — (*Tijdschr. Entom.* 62, *Suppl. Versl.* pp. XL-XXIV).
- 1920 — Die Gastpflege-Instinkte der Ameisen und die Vererbung erworbener Eigenschaften — (*idem D.* 63 *Versl.* pp. IV-IX).

- 1920 — Ein neuer termitophiler *Orthogonius* (*O. Assmuthi*) aus Vorderindien — 236 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen und Termitophilen — (*Entom. Mitt. Bd. 9 pp. 80-82*).
- — Ueber unsere Kenntnis der fossilen *Paussiden* — (*Tijdschr. Entom. D. 62 Versl. p. XL-XLIV. — Kritische uebersicht der Literatur*).
- — Wissenschaftliche Ergebnisse der Deutschen Zentral Afrika-Expedition 1907-1908 unter Führung Adolf Friedrichs, Herzogs zu Mecklenburg — (225 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 109-130, 2 Taf.*).
- — Die Gastpflege der Ameisen, ihre biologischen und philosophischen Probleme — (*Berlin, Gebr. Borntraeger 8°. XVII e 274 pp., 2 Taf., 1 fig.*).
- 1921 — Die Probleme in der Gastpflege der Ameisen — (*Stimmen der Zeit 102*).
- — Ueber einige indische *Rhysopaussinen* — (238 Beitrag zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen) — (*Tijdschr. Entom. D. 64 pp. 14-30, 1 Taf.*).
- — Ein neuer *Articerus* aus Qucensland — (239 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Blätter XVII. pp. 110-111*).
- — Ein neuer *Ceratoderus* aus Tonkin — (241 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 159-162*).
- 1922 — Neue oder wenig bekannte *Paussiden* aus Rhodesia, gesammelt von Hereward Dollman 1913-1915 — (240 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Tijdschr. Entom. D. 65 pp. 131-159, 2 Taf.*).
- — Die *Paussiden* des Zoologischen Museums zu Hamburg (ausser der Gattung *Arthrop-terus*), mit einem Anhang über die Endomychidengattung *Trochoideus* — (243 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Mitt. zool. Staatsinst. Zool. Mus. Hamburg Jahrg. 39 pp. 12-38, 1 Taf.*).
- 1923 — Alte Berichte über die *Atta*-Nester Südamerikas, mit einem statistischen Vergleich der Anpassungen an *Atta* und an *Eciton* — (244 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd. 43 pp. 106-115*).
- — Die fremddienliche Zweckmässigkeit in der Gastpflege der Ameisen — (*Bull. Soc. Fribourg. Sc. Nat. Vol. 26 pp. 133-136*).
- — Die Larvenernährung bei den Ameisen und die Theorie der Trophallaxis — (*Mem. Pontif. Acc. romana Nuovi Lincei (2) Vol. 6 pp. 67-87*).
- — Eine interessante Instinktregulation bei Ameisen (*Lasius mixtus* Nyl.) — (*Atti Pontif. Acc. romana Nuovi Lincei Anno 76 pp. 255-259*).
- — Zum Mimikrytypus der dorytophilien *Aleocharinen* — (*Tijdschr. Entom. D. 66 pp. LVII-LX*).
- — Das Anpassungsproblem in der Biologie — (*Handel XIX Nederl. Natuuren Geneesk., Congress. Haarlem pp. 125-129*).
- 1925 — Ameisenmimikry (250 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Abhandl. zur theoretischen Biologie-Berlin-Heft 19, V. e 164 pp. 3 Taf.*).
- — Die Ameisenmimikry — (*Die Naturwissenschaften Jahrg. 13 pp. 925-932, 944-951. 16 fig.*).
- — Drei neue myrmecophile *Staphyliniden* — (252 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Deutsche Entom. Zeitschr. pp. 1-10, 1 Taf.*).

- 1925 — Die Gesetze der Vererbung und der Anpassung in ihrer Beziehung zur Teleologie
(*Stimmen der Zeit, Freiburg/Br. Bd. 108 pp. 411-423*).
- — Zur Kenntnis der Gattung *Fustigerodes* Reitt. — (254 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Deutsche Entom. Zeitschr. pp. 235-237*).
- — Kritische Bemerkungen zur Kenntnis der Myrmecophilen und Termitophilen — (255 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Biolog. Centralbl. Bd. 45 pp. 136-143*).
- — Wie ein moderner Naturforscher aufstieg zum Gottesglauben — (*Stimmen der Zeit, Freiburg/Br. Bd. 109 pp. 321-333*).
- — Die Bedeutung der Substitutionsversuche für die Tierpsychologie — (*Bericht IX. Congress für experimentelle Psychologie-München (Jena 1926) pp. 235-239*).
- 1926 — *Doryloxenus, Mimocete, Megaloxenus* — (261 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Bd. 15 pp. 113-116, 4 fig.*).
- — Die Ameisenmimikry — (*Verhandl. 3. Internat. Entom. Kongr. Zürich, Bd. 2 pp. 331-333*).
- — Welche Stellung sollen wir zur Abstammungslehre einnehmen? — (*Jahrbuch 1926 des kathol. deutsch. Vereins für missionsärztl. Fürsorge und des miss. Instituts pp. 94-111*).
- — Versuche über Farbensinn des Rapskäfers (*Meligethes aeneus* L.) — (*Zeitschr. für wiss. Insect. Biologie Bd. XXI, pp. 147*).
- — Die *Paussiden*-Gattungen des baltischen Bernsteins — (265 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zoolog. Anzeiger Bd. 68 pp. 25-30*).
- — Die *Arthropterus*-Formen des baltischen Bernsteins — (267 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 225-232*).
- — Zur Streitfrage der Ameisenmimikry — (268 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 225-232*).
- — Was hat die biologische Myrmekophilen und Termitophilenkunde der entomologischen Systematik geschenkt? — (*Entom. Mitt. Bd. 15 pp. 417-418*).
- 1927 — *Paussiden* des Baltischen Bernsteins und die Stammesgeschichte der *Paussiden* — (*Tijdschr. Entom. LXX, pp. LXII-LXIX*).
- — Aus dem Stammbuch eines uralten Geschlechtes — (*Stimmen der Zeit, Freiburg/Br. Bd. 114 pp. 197-212, 1 Taf.*).
- 1928 — Zur Kenntnis von *Mimeciton* und der Anpassungen der Myrmekophilen — Eine Antwort an Franz Heikertinger und W. M. Wheeler — (273 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Zoolog. Anzeiger LXXVI, pp. 165-184, figg.*).
- — Fauna Sumatrensis — Beitrag nr. 55 — *Paussidae*: Genus *Paussus* L. — (274 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Entom. Mitt. Bd. 17 pp. 238-242, 3 figg.*).
- — *Ptinidae* aus Sumatra und Java — (275 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*idem pp. 242-244, figg.*).
- — Aus dem Leben einer Ameise — (*Wiener entom. Zeigt. Bd. 45 pp. 156-153*).
- 1929 — *Paussiden* des baltischen Bernsteins und die Stammesgeschichte der *Paussiden* — (270 Beitrag zur Kenntnis der Myrmekophilen) — (*Bernstein-Forschungen (Amber Studies) Heft. I., Berlin, pp. 1-110, 7 Taf.*).

- 1929 — Ein neuer *Xenocephalus* aus Costarica — (*Wiener entom. Zeitg.* XLVI. pp. 81-82).
— — Selbstbiographie. — (*Stella-Hefte Feldkirch*, Nr. 45).
- WASMANN E. e NILS HOLMGREN — Tabelle der *Termitophya* und *Xenogaster* — Arten — (191 Beitrag zur Kenntnis der Termitophilen) — (*Zoolog. Anzeig.* 1911 Bd. 38 pp. 428-429).
- WASMANN E. e F. WERNER — Ergebnisse der mit Subvention aus der Erbsehaft Treitsl unternommenen zoologischen Forschungsreise Dr. Franz Werner's nach dem ägyptischen Sudan und Nord-Uganda XIX und XX. *Termiten und Embidaria* — (*Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien*, 1912, Bd. 121 Abt. 1 pp. 171-179, 7 figg.).
- WASMANN E. e BRAUNS H. — New genera and species of south african myrmecophilous and termitophilous beetles — (*S. A. Journ. Nat. Hist. Pretoria* 1925, Vol. V pp. 101-118, 2 Taf.).
-

Una nuova specie del genere “ *Amphimallus* Latr. ., dell’Italia meridionale

Coleoptera (Fam. *Scarabaeidae*).

Nota di PAOLO LUIGIONI S. O. ⁽¹⁾

***Amphimallus* *Gianfranceschii* nov. sp.**

Corpo oblungo, sensibilmente ovalare, convesso al dorso, di un colore fondamentale fulvo-rossastro, lucido. La fronte, le guance, il margine dell’epistoma e quello esterno delle tibie anteriori sono fuliginei; l’area mediale del pronoto, due zone irregolari, allungate e sublaterali delle elitre e i tarsi si presentano castagni; il pigidio è più chiaro degli urosterniti.

Capo ⁽²⁾. - *Cranio* sublucido. L’estrema sua regione dorsale anteriore (regione epistomale), separata dalla fronte retrostante mediante una evidente sutura, è fortemente concava, grossolanamente e sparsamente punteggiato-alveolata nel mezzo, più fittamente sui lati e mostra il margine anteriore, rivolto verso l’alto, debolmente incavato.

Fronte limitata verso il vertice da un sottile rilievo trasverso e percorsa medialmente e trasversalmente da una fine sutura irregolarmente prominente che distingue un’area anteriore sublucida a punteggiatura alveolata piuttosto sparsa ed un’area posteriore subopaca a punteggiatura più minuta e più fitta.

Vertice lucido, con pochi punti (in una o due serie irregolari) nel mezzo e anteriormente e con due zone laterali fittamente punteggiate.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 Giugno 1931.

⁽²⁾ Uso la terminologia seguita dal Prof. Guido Grandi nel suo bel lavoro sui Lamellicorni: Contributo alla conoscenza biologica e morfologica di alcuni Lamellicorni fillofagi ecc. (*Boll. Lab. Zool. gen. e Agraria della R. Scuola Sup. Agric. di Portici, XVIII, 1925 pp. 159-224*).

Occipite e tempie lucidi e lisci. Guance e tratti laterali della porzione ventralmente ripiegata dell'epistoma forniti di setole robuste, rossastre e un po' arcuate.

Occhi rotondi, globulari, intaccati in avanti da un prolungamento careniforme del cranio che s'inoltra fin quasi verso la metà dell'occhio mede-

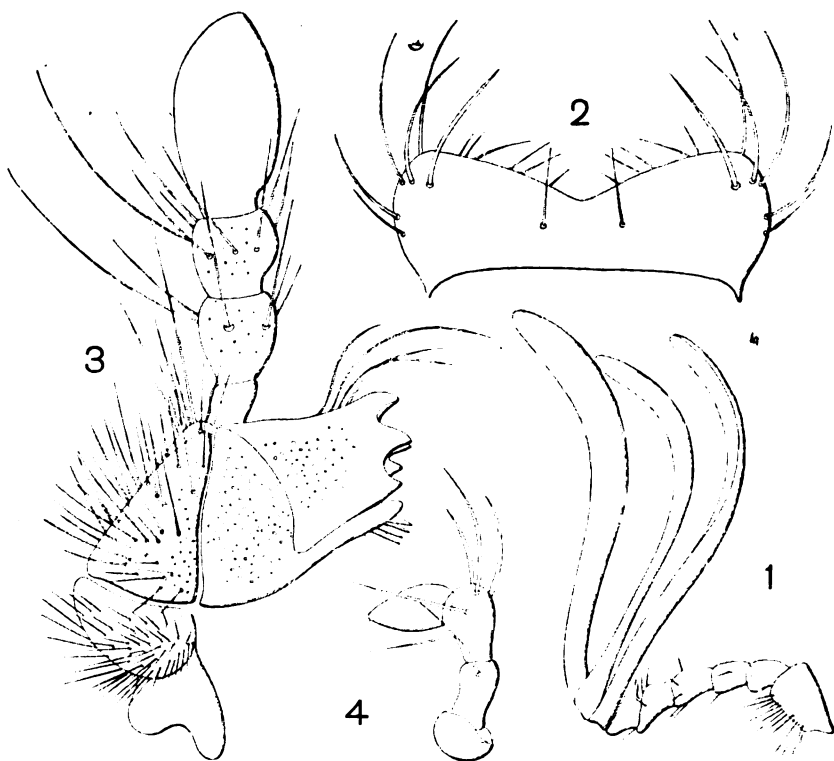


FIG. A. — 1. Antenna - 2. Labbro superiore - 3. Mascella del primo paio (veduta ventralmente). - 4. Palpo labiale.

simo. Tale prolungamento è munito per tutta la sua lunghezza di fitti peli setuliformi rossastri rivolti all'insù.

Antenne di 9 articoli (fig. A. 1) di color fulvo-rossastro nello scapo e rossastro più scuro nelle lamelle. Il 1° articolo attenuato prossimalmente brevemente claviforme, densamente cigliato di peli rossastri nella parte interna, lungo circa una volta e mezza la sua larghezza distale. Il 2° lungo circa la metà del primo, quasi uguale in lunghezza al 3°, al 4° ed al 5°, e fortemente incavato alla base. Il 4° ed il 5° art. muniti anteriormente

(o per meglio dire internamente) di una gibbosità, ampiamente rotondata nel 4°, più stretta nel 5°. Nel 6° art., che è anche più breve del precedente, tale gibbosità assume l'aspetto di un processo odontoide; nel 7°, 8° e 9° si trasforma in una grande lamella leggermente incurvata all'indietro, gradualmente allargata ed arrotondata all'apice e lunga circa una volta ed un terzo i primi sei articoli considerati insieme.

Labbro superiore (Fig. A. 2) largo più di cinque volte la sua lunghezza mediana, fortemente incavato nel mezzo del suo margine anteriore e munito di varie setole lunghe, robuste ed arcuate, delle quali dieci maggiori sono inserite in due gruppi laterali-anteriori e due sono dorsali-submediali. Altre di minor lunghezza si trovano lungo il margine anteriore del pezzo.

Mandibole con la porzione distale bidentata avente il dente subapicale più sporgente di quello apicale. Il pezzo molare presenta, come di consueto nei Lamellicorni, una superficie a scoltura diversa nelle due mandibole.

Mascelle del primo paio (Fig. A. 3). Il lobo esterno, largo e massiccio è provvisto distalmente di 5 denti (3 ventrali e 2 dorsali reciprocamente alternati). Il lobo interno, subdigitiforme e sublaminare, è fornito subdistalmente ed internamente di un gruppo di rigide spinule.

Palpi mascellari col 1° art. piccolo e circa tanto lungo quanto largo; il 2° ed il 3° quasi equilunghi e un po' meno lunghi di due volte il 1°; il 4° ovale, lungo poco meno dei tre precedenti considerati insieme e circa tre volte la propria massima larghezza; sensibilmente appuntito all'estremità e schiacciato dal lato dorsale esterno da una larga ed evidente fossetta oblunga.

Labbro inferiore: Il margine anteriore dello sclerite distale (mento + eulabro) mostra una intaccatura mediana semicircolare, verso la quale il margine stesso, a sinistra ed a destra, si abbassa.

Palpi labiali (Fig. A. 4) coi primi due articoli pressochè equilunghi; il 1° però è appena ingrossato all'apice, mentre il 2° si allarga distalmente in modo da assumere l'aspetto di una pera capovolta; il 3° art. appena un po' più lungo del precedente, lungo due volte la propria maggior larghezza e attenuato all'apice.

Torace. - *Pronoto* convesso, lucido, percorso medialmente e longitudinalmente da un solco debole ma bene evidente; i suoi angoli anteriori sporgono abbastanza ad angolo retto; tutti i suoi margini sono strettamente orlati; quelli laterali appaiono minutamente denticolati e, a cominciare da circa metà (precisamente da un po' meno della metà) della loro lunghezza,

decorrono all'indietro quasi dritti e reciprocamente convergenti. Margine posteriore largamente bisinuato. Tutta la superficie del pronoto è punteggiato-alveolata, ma meno fittamente nelle zone laterali. Anteriormente e posteriormente esso è fornito di una frangia di peli fitti, brevi e giallo dorati; lateralmente di rade setole lunghette ed arcuate; medialmente, e particolarmente nella sua regione posteriore, di altre setole lunghette, rade ed inclinate all'indietro.

Regione sterno-pleurale protoracica rivestita di lunga peluria giallo dorata, molto fitta lungo i margini anteriore e posteriore. *Mesonoto* con lo *scutello* lucido, triangolare (a lati curvilinei), sparsamente punteggiato fuorchè in una stretta ed irregolare area longitudinale mediale, provvisto di un certo numero di setole lunghette e piegate all'indietro.

Elitre glabre, convesse, al dorso subpianeggianti, sensibilmente allargate verso la metà della loro lunghezza, finemente orlate lungo tutto il loro contorno, fornite ciascuna di cinque costole, compresa la parasuturale. Le due più interne, dopo quest'ultima, sono più rilevate; la quarta è meno prominente; la quinta (esterna) è la più stretta e la meno sporgente di tutte. Tutte le costole sono quasi lisce e recano qualche raro pelo; gli intervalli fra di esse invece appaiono rugoso-punteggiati. *Callo omerale* bene evidente per una leggera depressione basilare. Margini forniti di peli radi giallo-rossastri. *Epipleure* intiere in orlo sottilissimo che si confonde quasi con quello del contorno delle elitre.

Ali completamente sviluppate.

Mesosterno lucido, medialmente punteggiato e con uno scarso numero di peli.

Episterni mesotoracici ugualmente lucidi, sparsamente punteggiati e con pochi peli.

Epimeri mesotoracici fittamente punteggiati e rivestiti da fitte e lunghe setole giallo-dorate.

Regione sterno-pleurale metatoracica fittamente punteggiata e provvista di un denso rivestimento di lunghi peli giallo-dorati.

Zampe cosparse di grossi punti sui femori, sulle tibie e nella parte dorsale degli articoli dei tarsi. Apice delle tibie (medie e posteriori) coronato di corte spinule, estremità dei primi quattro articoli dei tarsi fornita di lunghe e robuste setole rossastre.

Zampe anteriori robuste, con la tibia tridentata al margine esterno, munita di un aguzzo sperone apicale, e più breve del tarso. Il 1° art.

di questo è un po' più breve del 2°, il 3° è appena un po' più lungo del 2° ed il 4° un po' più lungo del 3°; il 5° art. è un po' meno lungo dei due precedenti considerati insieme.

Zampe medie con due speroni apicali alla tibia, questa munita esternamente, un po' più avanti della metà, di una piccola cresta obliqua ornata di spinule. I primi quattro art. dei tarsi sono, all'incirca, equilunghi; il 5° è lungo una volta e mezza il 4°.

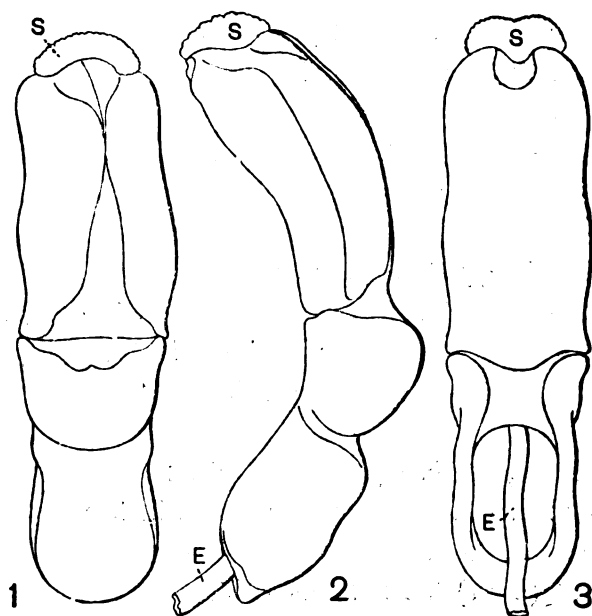


FIG. B. — Organo copulatorio: 1. veduto dal dorso - 2. veduto di fianco
3. veduto dal ventre - E. canale eiaculatore - S. porzione del sacco interno.

Zampe posteriori con la tibia conformata come nelle zampe medie e munita pure di due notevoli speroni. Il 1° art. del tarso è un po' più breve del 2°, il 3° è uguale al 2°, il 4° è un po' più breve del 3°, il 5° un po' più lungo del 4°.

Unghie dei tarsi grandi, divaricate, con un denticolo basilare nella parte interna.

Addome: *Urosterniti* lucenti anteriormente, finemente e densamente punteggiati nella loro regione posteriore, cosparsi di fine peluria giallastra coriacea, torniti di una serie trasversa regolare subanteriore di setole spiniformi.

Pigidio strettamente e finemente orlato ai margini, brevemente intaccato all'apice, cosparso di finissimi punti cicatricosi, radi e superficiali; ornato di pochi peli sottili, lunghetti e piegati all'indietro e di numerose setole lunghette giallo rossastre alla sua estremità distale posteriore.

Organo copulatorio (Aedeagus) robusto, relativamente lungo, ricurvo, costituito da un solo paramero, strozzato verso la metà anteriore e nel terzo posteriore. (Fig. B. 1, 2 e 3). Visto di profilo, la strozzatura posteriore appare fortemente gibbosa. Parte mediana basale rilevata longitudinalmente in carena, apice arrotondato ed a forma di cucchiaino, molto incavato nella parte interna nel punto di estroflessione del pene.

Lung. mm. 13-15, Larg. mm. 7-8 1/2.

Femmina ignota.

Tipi in mia collezione ed in quella del Laboratorio di Entomologia della R. Scuola Superiore di Agricoltura di Portici.

La nuova specie appartiene al gruppo degli *Amphimallus* caratterizzato da Mulsant per avere le elitre ornate di cinque costole (*pini*, *pygialis*) però non rassomiglia a nessuna di tali specie nè per la forma nè pel colorito, che sono totalmente diversi, e nemmeno per le costole che sono molto meno rilevate.

La nuova specie, che in segno di omaggio, ho il piacere di dedicare al nome dell'illustre Prof. Giuseppe Gianfranceschi S. J., il benemerito Presidente di questa Accademia, fu rinvenuta in pochissimi esemplari, tutti ♂♂, nei dintorni di Novoli (Lecce) il 22 Maggio 1915.

Roma, 19 Aprile 1931.

Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo nelle ali

Nota di PIETRO TEOFILATO S. O. ⁽¹⁾

Sommario. — La legge quadratica della resistenza viene espressa sotto forma complessa. Di questa forma si trae profitto per calcolare la resistenza all'avanzamento in un profilo di Jonkowsky e rendere possibile un confronto con i dati sperimentali.

§ 1) È noto che una corrente fluida, investendo una parete rigida esercita sopra di questa forze tangenziali, le quali hanno la direzione della velocità e sono proporzionali alla componente normale del gradiente di velocità, $\frac{\partial V}{\partial n}$, con un coefficiente di proporzionalità ρv , se trattasi di forze unitarie, dove ρ rappresenta la densità dell'aria e v il coefficiente di viscosità.

D'altra parte i risultati sperimentali ottenuti soffiando l'aria nell'interno di un tubo cilindrico a sezione circolare ovvero sulla doppia parete di un rettangolo di piccolo spessore e col lato maggiore nella direzione della corrente assegnano per questi una resistenza che può esprimersi mediante la formola:

$$\propto \frac{\rho}{2} \Sigma V_0^2 \quad (1)$$

dove V_0 è la velocità della corrente a distanza infinita dalla parete rigida, Σ la superficie (lambita) di questa, $\propto$ un coefficiente adimensionale che esperienze recenti, eseguite sopra ali, mostrano dipendere dal numero di Reynolds.

Osserveremo che per essere la superficie rigida Σ rivestita da uno strato vorticoso (strato limite) straordinariamente sottile, risulta lecito supporre che la Σ sia composta di elementi piani $d\Sigma$ rispettivamente paralleli ed eguali ai corrispondenti elementi $d\Sigma_1$ della superficie Σ_1 di separazione tra

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 Giugno 1931.

lo strato limite e il fluido irrotazionale. Sarà dunque lecito scrivere la (1) sotto la forma:

$$\propto \frac{\rho}{2} \int_{\Sigma_1} V_0^2 d\Sigma_1. \quad (2)$$

Naturalmente la forma dei corpi sperimentati, la loro disposizione rispetto alla direzione della corrente, l'esuberante loro lunghezza in questa direzione, l'adatta conformazione della poppa e della prua, tale da ridurre il prematuro distacco dei filetti fluidi e con esso la scia, inducono a legittimare l'assunto che:

1) le sollecitazioni aerodinamiche misurate nelle accennate esperienze si possano con grande approssimazione attribuire al solo attrito;

2) che la legge (2) trovata per quei corpi aventi la dimensione longitudinale molto grande rispetto alla trasversa, vada modificata, quando si tratti di corpi nei quali non sia accentuato il rapporto fra le dimensioni, e sostituita con l'altra:

$$\propto \frac{\rho}{2} \int_{\Sigma_1} |\underline{V}|^2 \underline{i} d\Sigma_1 \quad (3)$$

dove $|\underline{V}|$ è la grandezza della velocità della particella fluida che appartiene alla parte irrotazionale del fluido e che lambisce l'elemento $d\Sigma_1$ della superficie terminale dello strato limite, ed $\underline{i}$ il tensore della medesima velocità.

Infatti mentre nei corpi della prima specie, lungo la massima parte della loro superficie fino ai punti di separazione tra fluido irrotazionale e strato limite, la velocità si conserva, salvo in un insieme superficiale trascurabile rispetto ad S e costituito dalle regioni estreme, sempre eguale a V_0 in grandezza e direzione, ond'è lecito nella formola (2) attribuire ad ogni elemento $d\Sigma_1$ il moltiplicatore V_0^2 , invece non altrettanto può affermarsi per i corpi dell'altra specie per i quali si rende manifesta l'assegnazione del moltiplicatore $|\underline{V}|^2 \cdot \underline{i}$ ai rispettivi elementi $d\Sigma_1$. Evidentemente dall'ammissione (3) segue:

$$\frac{1}{2} \propto \int |\underline{V}|^2 \underline{i} d\Sigma_1 = \nu \int \frac{\partial V}{\partial n} d\Sigma_1,$$

equazione che lega gli elementi di due parti del fluido, in quanto $\underline{V}$ nel primo membro si riferisce all'esterno dello strato limite mentre nel secondo all'interno. In tal modo il secondo membro non diventa nullo come avverrebbe se la derivata normale fosse relativa all'esterno di Σ_1 .

Nella presente nota, valendoci di risultati da noi precedentemente ottenuti ⁽¹⁾, anzitutto esprimiamo in forma di variabile complessa la legge di resistenza (3) dovuta all'attrito e poi facciamo applicazione del risultato in profili alari di Jonkowsky per rendere possibile il raffronto tra le deduzioni teoriche così ottenute e i dati sperimentali istituiti ⁽²⁾ o da istituirsi a riguardo.

L'applicabilità della (3) non trova certo ostacolo nella teoria di Jonkowsky qualora si concepisca il profilo pur rivestito dello strato limite, ove si genera la circolazione, ma così sottile, anzi infinitesimo, che il fluido irrotazionale arrivi effettivamente fino al profilo.

§ 2) Si consideri la superficie cilindrica indefinita relativa ad un profilo alare e sopra di essa un elemento di apertura unitaria, nella direzione delle generatrici, e di larghezza $|dz|$ lungo il profilo. La variabile complessa z serva ad indicare i vari punti del piano di quest'ultimo, il numero complesso V indichi la velocità del moto piano e l'accento indichi numero complesso coniugato di un altro rappresentato da analoga lettera non accentata.

Sopra l'elemento considerato, avente l'area $|dz| \cdot 1$, sarà:

$$\kappa \varrho |V|^2 |dz|$$

la forza elementare agente tangenzialmente; la sua direzione coinciderà col vettore definito dal numero complesso $\pm dz$, secondo che, percorrendo il contorno dell'ala in un determinato verso, il verso che ne risulta per il vettore individuato dal numero dz , coincide o no col verso della velocità.

Potremo quindi scrivere:

$$dF = \pm \kappa \varrho V V' dz .$$

Facilmente si trova ⁽³⁾ che $V' dz = V dz'$; pertanto:

$$dF = \pm \kappa \frac{\varrho}{2} V^2 dz'$$

$$dF' = \pm \kappa \frac{\varrho}{2} V'^2 dz .$$

⁽¹⁾ *Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefnita*, P. Acc. d. Scienze. Aprile 1931.

⁽²⁾ Ho notizia soltanto di dati elaborati al tunnel di Gottinga e al tunnel di Mosca. Per quest'ultimo cfr.: *Aerodynamical investigations by Jurieff and N. P. Lessnikowa*, Moscow, 1928. Per il primo cfr.: *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchs-Anstalt zu Göttingen. III Lieferung*, Berlin, 1927.

⁽³⁾ Loc. cit.

Indicando con i simboli $\int_e$ $\int_i$ rispettivamente i cammini di integrazione lungo l'estradosso e lungo l'intradosso del profilo alare a partire dal punto critico prodiero e fino a quello poppiere, i quali punti segnano il cambiamento di verso della velocità, avremo:

$$F' = \kappa \frac{\rho}{2} \left[\int_e V'^2 dz - \int_i V'^2 dz \right] = \kappa \frac{\rho}{2} \left[\int_e \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz - \int_i \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz \right]$$

essendo w il potenziale complesso di velocità.

La formola può scriversi altrimenti introducendo le risultanti aerodinamiche di estradosso e intradosso espresse rispettivamente dai numeri complessi R_e ed R_i .

Infatti si ha evidentemente:

$$F' = \frac{\kappa}{i} \left[\frac{\rho}{2} i \left(\int_e V'^2 dz - i \gamma (z'_1 - z'_0) \right) - \frac{\rho}{2} i \left(\int_i V'^2 dz - i \gamma (z'_1 - z'_0) \right) \right]$$

ed allora, se $\frac{\gamma}{\rho}$ rappresenta la somma del carico di pressione più il carico di velocità, a distanza infinitamente grande, e se gli indici 0 ed 1 stanno a distinguere elementi relativi ai punti critici, potremo scrivere in base a formole dedotte nel lavoro citato:

$$F' = \frac{\kappa}{i} (R'_e - R'_i)$$

e anche

$$F = \kappa i (R_e - R_i) .$$

§ 3) Consideriamo un profilo di Jonkowski ottenuto dal circolo generatore di raggio a nel piano ζ mediante il prodotto delle due trasformazioni conformi:

$$\zeta = (\zeta_1 - \zeta_0) e^{i\alpha} , \quad z = \zeta_1 + \frac{b^2}{\zeta_1} .$$

Sia α l'angolo d'incidenza del vento rispetto alla corda del profilo e sia α propriamente il valore corretto mediante la nota formola di Betz se vogliamo trasportare i risultati ad ali di apertura finita; sia poi β l'angolo for-

mato dall'asse x e dal raggio congiungente il punto critico di poppa col centro del circolo generatore; sia V_0 lo scalare che misura la velocità del vento all'infinito e infine $\mathcal{C}$ la circolazione espressa com'è noto da:

$$\mathcal{C} = -4\pi a V_0 \sin(\alpha + \beta) .$$

Il potenziale complesso w sarà:

$$w(\zeta) = -V_0 \left(\zeta + \frac{a^2}{\zeta} \right) - \frac{\mathcal{C}i}{2\pi} \log \zeta .$$

Posto allora:

$$c_0 = 1 , \quad c_1 = -4i \sin(\alpha + \beta) , \quad c_2 = -4 \sin^2(\alpha + \beta) - 2 ,$$

$$c_3 = 4i \sin(\alpha + \beta) , \quad c_4 = 1 ,$$

$$f(\zeta_1) = \frac{\zeta_1^2}{\zeta_1^2 - b^2} ,$$

e infine:

$$S = 4a . 1 \text{ (superficie della pianta alare, per unità di apertura d'ala) }^{(1)}$$

si trova allora per l'intorno del punto $\zeta_1 = \zeta_0$:

$$\begin{aligned} \int V'^2 dz &= \int \left(\frac{dw}{d\zeta} \right)^2 e^{2i\alpha} f(\zeta_1) d\zeta_1 = V_0^2 e^{2i\alpha} \sum_{n=0}^4 c_n e^{-in\alpha} a^n \int \frac{f(\zeta_1)}{(\zeta_1 - \zeta_0)^n} d\zeta_1 = \\ &= \frac{1}{4} S V_0^2 \sum_{n=0}^4 c_n a^{n-1} e^{-(n-2)i\alpha} \int \frac{d\zeta_1}{(\zeta_1 - \zeta_0)^n} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} f^{(k)}(\zeta_0) (\zeta_1 - \zeta_0)^k . \end{aligned} \quad (4)$$

D'altra parte la decomposizione in elementi semplici della funzione integranda fornisce:

$$\int V'^2 dz = \frac{1}{4} S V_0^2 \left[a_1 \log(\zeta_1 + b) + a_2 \log(\zeta_1 - b) + b_0 \log(\zeta_1 - \zeta_0) - \sum_{m=1}^3 b_m \frac{a^m}{(\zeta_1 - \zeta_0)^m} \right] \quad (5)$$

⁽¹⁾ Questo valore di S è tanto più approssimato quanto più sottile è l'ala.

dove b_0 e b_m sono coefficienti che si ottengono dal confronto della (5) con la (4) e cioè:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{f'''(\zeta_0)}{3} c_4 a^3 e^{-2i\alpha} + \frac{f''(\zeta_0)}{2} c_3 a^2 e^{-i\alpha} + f'(\zeta_0) c_2 a + f(\zeta_0) c_1 e^{i\alpha} \\ b_1 &= \frac{f''(\zeta_0)}{2} c_4 a^3 e^{-2i\alpha} + f'(\zeta_0) c_3 a e^{-i\alpha} + f(\zeta_0) c_2 \\ b_2 &= \frac{1}{2} \left[f'(\zeta_0) a c_4 e^{-2i\alpha} + f(\zeta_0) c_3 e^{-i\alpha} \right] \\ b_3 &= \frac{1}{3} f(\zeta_0) c_4 e^{-2i\alpha} . \end{aligned}$$

Quanto a $\frac{1}{4} SV_0^2 a_1$ ed $\frac{1}{4} SV_0^2 a_2$ basta riflettere che essi sono rispettivamente i residui dei poli semplici $\zeta_1 = -b$, $\zeta_1 = +b$. Pertanto l'integrale $\int V'^2 dz$ esteso a un cammino t chiuso intorno al punto $-b$ è eguale a $\frac{1}{2} \pi SV_0^2 a_1 i$. D'altra parte sempre per lo stesso cammino t e a causa dell'olomorfia della funzione:

$$\Phi \equiv \left(\frac{dw}{d\zeta} \right)^2 e^{2i\alpha} \zeta_1^2 / (\zeta_1 - b)$$

lungo t e dentro t , si ha:

$$\int V'^2 dz = \int \frac{\Phi}{\zeta_1 + b} dz_1 = 2\pi i (\Phi)_{\zeta_1 = -b} .$$

Ne deriva che:

$$\frac{1}{4} SV_0^2 a_1 = - \frac{b}{2} \left(\frac{dw}{d\zeta} \right)^2_{\zeta_1 = -b} e^{2i\alpha}$$

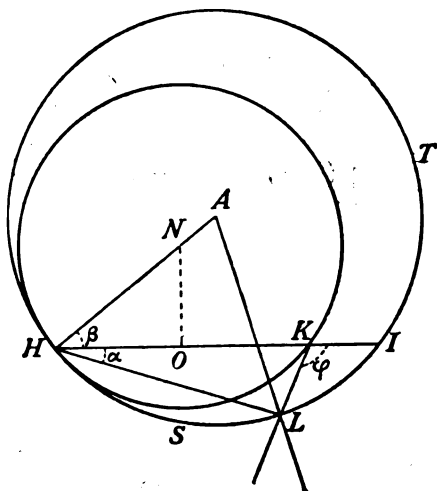
e quindi:

$$a_1 = 0$$

essendo $-b$ un punto di velocità nulla. Analogamente si avrebbe:

$$\frac{1}{4} SV_0^2 a_2 = \frac{b}{2} \left(\frac{dw}{d\zeta} \right)^2_{\zeta_1 = b} e^{2i\alpha} .$$

Nella variabile ζ_1 il cammino di integrazione corrispondente all'estradosso è l'arco LTH del circolo generatore, mentre il cammino corrispondente all'intradosso, cambiato di verso, è l'arco LSH. Dunque $\zeta_1 - b$ varierà da $\overline{KL} e^{-i\varphi}$ ad $\overline{HK} e^{i\pi}$ e perciò si avrà:



$$\begin{aligned} \left[\log (\zeta_1 - b) \right]_0^1 &= \log \frac{\overline{HK}}{\overline{KL}} + i(\pi + \varphi) \quad (\text{lungo LTH}) = \\ &= \log \frac{\overline{HK}}{\overline{KL}} - i(\pi - \varphi) \quad (\text{lungo LSH}). \end{aligned}$$

Ne deriva quale contributo del secondo termine della (5) l'espressione:

$$\frac{1}{2} SV_0^2 a_2 \left(\log \frac{\overline{HK}}{\overline{KL}} + i\varphi \right).$$

Così il contributo del terzo termine sarà:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} SV_0^2 b_0 \left[\text{angolo concavo } \widehat{HAL} - \text{angolo convesso } \widehat{HAL} \right] = \\ = \frac{1}{4} SV_0^2 b_0 i \left(\pi + 2\alpha + 2\beta - (\pi - 2\alpha - 2\beta) \right) = SV_0^2 b_0 i (\alpha + \beta). \end{aligned}$$

Infine il contributo dovuto alla sommatoria che costituisce l'ultimo termine della (5) è:

$$-\frac{1}{2} SV_0^2 \sum_{m=1}^3 b_m \left(e^{-mi(\pi+\beta)} - e^{mi(2\alpha+\beta)} \right).$$

Risulterà quindi:

$$F' = \frac{1}{4} \kappa_0 SV_0^2 \left\{ 2a_2 \left(\log \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \alpha} + i\varphi \right) + 4b_0 i(\alpha + \beta) - \right. \\ \left. - 2 \sum_1^3 b_m \left[(-1)^m e^{-mi\beta} - e^{mi(2\alpha+\beta)} \right] \right\}.$$

Posto:

$$\frac{a}{b - \zeta_0} = \eta \quad \frac{a}{b} = \sigma \quad \frac{\zeta_0}{b} = \varepsilon$$

potremo scrivere in forma adimensionale:

$$f(\zeta_0) = -\frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} = -\varphi_0, \quad a f'(\zeta_0) = -\frac{2\varepsilon\sigma}{(1 - \varepsilon^2)^2} = -\varphi_1, \\ \frac{a^2 f''(\zeta_0)}{2} = -\frac{1 + 3\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^3} \sigma^2 = -\varphi_2, \quad \frac{a^3 f'''(\zeta_0)}{3} = -\frac{4\varepsilon(1 + \varepsilon^2)}{(1 - \varepsilon^2)^4} \sigma^3 = -\varphi_3, \\ \tan \varphi = \frac{\sigma \sin \alpha \cos(\alpha + \beta)}{\sigma \cos \alpha \cos(\alpha + \beta) - 1}, \\ a_2 = \frac{1}{2\sigma} \sum_{s=0}^4 c_s \eta^s e^{(2-s)i\alpha}, \\ b_m = -\frac{1}{m} \sum_{s=m+1}^4 c_s \varphi_{s-(m+1)} e^{(2-s)i\alpha}$$

(compreso $m = 0$ oltre che $m = 1, 2, 3$ purchè s'intenda $\frac{1}{0} = 1$).

Mutando i in $-i$ e moltiplicando per $e^{i\alpha}$ avremo il numero complesso $F e^{i\alpha}$; indicando col simbolo $\mathcal{R}$ la parte reale di un generico numero complesso, la resistenza di profilo (in direzione del vento) verrà evidentemente espressa da

$$c_{xp}(\alpha) = \mathcal{R} \frac{F e^{i\alpha}}{\frac{\rho}{2} SV_0^2} = \mathcal{R} \frac{F' e^{-i\alpha}}{\frac{\rho}{2} SV_0^2}.$$

Naturalmente il coefficiente dell'unità immaginaria darebbe la variazione di portanza a causa della resistenza.

Quando si tratti di profili simmetrici risulta $\beta = 0$, onde è ξ_0 reale e sono quindi anche reali $\varepsilon \varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$; essendo

$$\tan \varphi = \frac{\sigma \sin \alpha \cos \alpha}{\sigma \cos^2 \alpha - 1} ,$$

ne viene:

$$\begin{aligned} c_{xp}(\alpha) = & \frac{1}{2} \kappa \left\{ \frac{1}{\sigma} \log \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \alpha} \left[\cos \alpha - \eta^2 (4 \sin^2 \alpha + 2) \cos \alpha + 8 \eta^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \eta^4 \cos 3\alpha \right] + \right. \\ & + \frac{\varphi}{\sigma} \left[-\sin \alpha + 4 \eta \sin \alpha - \eta^2 (4 \sin^2 \alpha + 2) \sin \alpha - 4 \eta^3 \sin \alpha \cos 2\alpha + \eta^4 \sin 3\alpha \right] + \\ & + 4 \alpha \left[-4 \varphi_0 \sin \alpha + \varphi_1 (4 \sin^2 \alpha + 2) \sin \alpha + 4 \varphi_2 \sin \alpha \cos 2\alpha - \varphi_3 \sin 3\alpha \right] + \\ & + 4 \cos \alpha \left[\varphi_0 (4 \sin^2 \alpha + 2) - \varphi_1 \sin^2 \alpha - \varphi_2 \cos 2\alpha \right] - \\ & \left. - 2 \sin \alpha \sin 2\alpha \left[-4 \varphi_0 + \varphi_1 \right] - \frac{4}{3} \varphi_0 \cdot \cos 3\alpha \right\} . \end{aligned} \quad (6)$$

Per l'incidenza nulla, essendo

$$\frac{HK}{KL} = \frac{2b}{2a - 2b} = \frac{1}{\sigma - 1} ,$$

si avrà:

$$c_{xp} = \frac{1}{2} \kappa \left[\frac{(1 - \eta^2)^2}{\sigma} \log \frac{1}{\sigma - 1} + \frac{20}{3} \varphi_0 - 4 \varphi_2 \right] . \quad (7)$$

Nel fascicolo « Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt » di Göttinga (III Lieferung 1927) trovansi dati sperimentali sopra modelli con profilo di Joukowsky e allungamento 5. Posto d in luogo di ξ_0 , l in luogo di b , D in luogo di $2a$ e detta l la lunghezza della corda alare, il riferimento tra i nostri simboli e quelli del citato fascicolo è dato dalle formole:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= d/l , \quad \sigma = \frac{1}{2} \frac{D/t}{l/t} , \quad \eta = \frac{D/t}{2 (l/t) (1 - \varepsilon)} \\ &- c_{xp}(0) = 100 c_w \text{ (per } \alpha = 0) , \end{aligned}$$

avendo tenuto conto del verso dell'asse κ . Assunto ad esempio $\kappa = 0,0003 : \frac{1}{16}$, secondo le esperienze di Zahm, si ha allora lo specchio seguente :

N. d'ordine del profilo	ε	D/t	l/t	η	σ	φ_0	φ_2	$c_{xp} (0)$ calcolato con la (7)	$100 c_w$ per $\alpha = 0$ sperimentata a Gottinga
538	0,15	1,132	0,492	1,35	1,15	0,023	1,51	1,13	1,78
539	0,20	1,168	0,487	1,50	1,20	0,041	1,82	1,30	1,61
540	0,25	1,198	0,479	1,66	1,25	0,067	2,25	1,35	1,93

Per vero, come pure appare da questa tabella, qualche risultato sperimentale è da ritenersi anomalo; d'altra parte non è possibile, per il momento, un utile confronto con le formole perchè non si dispone, come si desidera, di un gruppo di prove sistematiche che permettano di paragonare varie ali a *parità di incidenza* e per diverse incidenze. Tuttavia possiamo affermare che la (6) non è applicabile a incidenze oltrepassanti le normali di volo, mentre la (7) è forse verificata con una certa approssimazione se, prescindendo dall'anomalia, le differenze si attribuiscono alla diversità di κ cioè alla diversità di condizioni delle superficie sperimentate.

Sulla tecnica delle prove di elasticità dei materiali da costruzione.

Nota di G. COLONNETTI S. O. e di G. M. PUGNO ⁽¹⁾

Sommario. — In questa Nota viene segnalato un errore sistematico a cui vanno soggette, in maggiore o minore misura, le ordinarie macchine per le prove sui materiali da costruzione, e che può avere non trascurabile influenza sulla determinazione delle caratteristiche elastiche dei materiali.

Del nostro piano di ricerche sperimentali sulle caratteristiche elastiche delle leghe leggere ⁽²⁾ facevano naturalmente parte anche le consuete verifiche della precisione e della sensibilità delle macchine di prova e degli apparecchi di misura impiegati.

Su tali verifiche non ci eravamo però neppur soffermati nelle nostre precedenti relazioni. Ci eravamo infatti quasi sempre serviti, per le nostre esperienze, di macchine nuovissime, appositamente acquistate da una delle più note e stimate case costruttrici ⁽³⁾, ed avevamo avuta l'avvertenza di riservar tali macchine alle sole prove di elasticità, evitando accuratamente di sottoporle a quelle sollecitazioni anormali e dinamiche che possono prodursi all'atto della rottura dei saggi, e che, a lungo andare, avrebbero potuto comunque deteriorarle. Non avevamo quindi ragione alcuna di dubitare delle indicazioni dell'apparecchio misuratore degli sforzi dopo che la sua precisione e la sua sensibilità erano state accertate e riconosciute soddisfacenti in una prova di collaudo condotta in modo conforme alle norme dettate dai vari Convegni internazionali che si sono di proposito occupati di questo argomento ⁽⁴⁾.

⁽¹⁾ Nota presentata alla Sessione del 21 Giugno 1931.

⁽²⁾ G. COLONNETTI e G. M. PUGNO. Su l'isteresi elastica dell'alluminio e delle sue leghe. *Memorie della Pont. Accad. delle Scienze Nuovi Lincei*, vol. XIV, Roma 1930.

⁽³⁾ J. AMSLER di Sciaffusa (Svizzera).

⁽⁴⁾ Cfr. A. MARTENS. *Traité des Essais des matériaux (Méthodes, machines, instruments de mesure)* trad. franc. di P. BREUIL, Paris 1904. — M. PANETTI. *Prove dei metalli* Torino Sten 1907.

Senonchè in questi ultimi tempi, la singolarità di alcuni dei risultati ottenuti sperimentando su materiali energicamente incruditi ⁽¹⁾, e più ancora il fatto che tali risultati sottoposti a controllo con altre macchine e da altri sperimentatori ⁽²⁾ erano stati a volte ritrovati, a volte no, ci avevano fatto concepire qualche sospetto sulla possibilità che la forma dei cicli da noi rilevati fosse influenzata da qualche errore non accidentale, derivante da difetto di funzionamento degli apparecchi di misura.

Un dubbio opportunamente sollevato dal Collega C. L. Ricci in base ad esperienze da lui altra volta eseguite su altro genere di macchine, ci ha indotti ad approfondire la questione attraverso uno studio sistematico del modo di comportarsi delle varie macchine di prova del nostro Laboratorio ⁽³⁾.

⁽¹⁾ G. M. Pugno. Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento ed i fenomeni di isteresi elastica. Atti della Pont. Accad. delle Scienze Nuovi Lincei, sessione del 19 aprile 1931.

⁽²⁾ Le esperienze di cui alla Nota testè citata dell'Ing. Pugno vennero ripetute, con esito favorevole, su di una macchina *Losenhausen* da 3 tonn. (mod. 02NW) universale per prove su fili dell'Istituto Sperimentale del Ministero delle Comunicazioni a Roma, messa gentilmente a disposizione dalla Direzione dell'Istituto in occasione della XIII Riunione dell'Associazione Nazionale Italiana per le prove sui materiali per costruzione. (Roma, 10 aprile 1931).

Per contro gli stessi risultati non vennero ritrovati dal Ch.mo Prof. C. L. Ricci che cortesemente si prestò ad eseguire prove di verifica nel suo Laboratorio della R. Scuola di Ingegneria di Napoli.

⁽³⁾ Tali macchine si possono, agli effetti del presente studio, classificare nel modo seguente:

a) macchine in cui la misura dello sforzo è fatta con mezzi esclusivamente meccanici: *Amster* verticale da 5 tonn. con pendolo di inclinazione comandato da leve su cuscinetti a sfere; *Mohr e Federhaff* da 10 tonn. con stadera a romano comandata da leve su coltelli; *Curioni-Guidi* da 80 tonn. con stadera a romano comandata da leve su coltelli; *Mohr e Federhaff* da 150 tonn. con stadera a romano comandata da leve su coltelli.

b) macchine in cui la misura dello sforzo è fatta con mezzi esclusivamente idraulici: *Mohr e Federhaff* da 20 tonn. a reazione idraulica e manometri di misura.

c) macchine in cui la misura dello sforzo è fatta con mezzi meccanici ma comandati dalla pressione del fluido motore; *Amster* verticale da 10 tonn. con pendolo di inclinazione comandato dalla pressione dell'olio; *Amster* orizzontale da 10 tonn. con pendolo di inclinazione comandato dalla pressione dell'olio.

Al momento di licenziar le bozze di questa breve Nota veniamo informati che anche il Prof. Ricci ha, per parte sua, iniziato uno studio organico sul funzionamento delle macchine di prova del suo Laboratorio nella R. Scuola di Ingegneria di Napoli: studio i cui primi risultati sono raccolti in una Nota da lui presentata in questi giorni alla Società Reale delle Scienze di Napoli.

Segnaliamo pertanto all'attenzione dei Lettori questo notevole contributo, pur non tacendo che i fenomeni da noi ultimamente osservati, e di cui qui rendiamo conto, sono assai più complessi di quelli prospettati in questo suo scritto dal Ricci, e che gli errori a cui essi danno luogo non potrebbero in alcun modo venire eliminati coi metodi di correzione da lui ideati.

Ora i risultati ottenuti sono, a parer nostro, tali da dover essere subito e pubblicamente denunciati, non solo per quel che essi implicano di rettifiche e correzioni alle nostre precedenti relazioni sull'argomento delle proprietà elastiche delle leghe leggere, ma anche e soprattutto perchè, trascendendo i limiti di tale particolare argomento, essi investono in pieno ed in modo inaspettatamente grave tutta la tecnica delle prove sulla elasticità dei materiali.

*
* *

Dire in modo preciso, e nel tempo stesso generale, in che cosa veramente consistano gli inconvenienti che siamo costretti a lamentare non è facile cosa. Non si tratta infatti soltanto del prevedibile effetto delle resistenze di attrito nei coltelli, nei perni, nei pistoncini, ed in genere nei diversi organi di cui è costituito l'apparato di misura degli sforzi, poichè, se non ci inganniamo, tale effetto dovrebbe essere immediatamente denunciato da un difetto di sensibilità.

Si tratta di qualche cosa di assai più complesso, che non sapremmo esprimere efficacemente se non ricorrendo ancora una volta al concetto di « isteresi » inteso nel suo senso più lato. Risulta infatti dalle nostre esperienze che il valore dello sforzo indicato dall'apparato di misura di una delle nostre ordinarie macchine di prova, può differire dal valore dello sforzo da essa macchina effettivamente esercitato sul saggio, e ciò sia per eccesso che per difetto, ed in misura più o meno grande, dipendentemente dai valori che lo sforzo stesso ha assunti prima di raggiungere il valore attuale.

Citiamo, tra i tanti casi che abbiamo potuto osservare, un caso veramente tipico. Una certa macchina ⁽¹⁾ sottoposta a controllo diretto mediante applicazione dei pesi gradatamente crescenti, aveva presentata una concordanza assolutamente perfetta tra gli sforzi effettivamente applicati e quelli indicati dall'apparato di misura di cui la macchina è provvista; la sua sensibilità si era d'altronde rivelata ottima. Abbiamo allora provato ad invertire il senso di variazione degli sforzi, ed i risultati furono deplorabili; l'insieme dell'esperienza si trova brevemente riassunto nella seguente tabella:

(1) *Amsler* verticale da 10 tonn. con pendolo di inclinazione comandato dalla pressione dell'olio.

Sforzi effettivamente esercitati mediante applicazione diretta di pesi.	Sforzi indicati dall'apparato di misura della macchina.	Differenze parziali
kg.	kg.	
100	100	
110	110	10
120	120	10
130	130	10
140	140	10
130	137	- 3
120	129	- 8
110	120	- 9
100	110	-10
110	114	4
120	122	8
130	131	9
140	140	9

E' bene evidente che uno sperimentatore il quale, non avvertito di un simile stranissimo comportamento, accetti come veritiere le indicazioni dell'apparato di misura da lui controllato e riconosciuto esatto operando con carichi crescenti, sarà condotto ad attribuire al modulo di elasticità dei materiali su cui sperimenta dei valori nettamente errati per difetto immediatamente dopo ogni inversione nel senso di variazione degli sforzi. Il modulo gli apparirà poi più o meno rapidamente crescente nei successivi intervalli di variazione del carico, con una legge non dissimile da quella che noi stessi abbiamo tante volte osservata nel caso delle leghe leggere, e che, in un primo tempo, noi abbiamo naturalmente interpretata come un caratteristico modo di variare delle proprietà elastiche di quei materiali.

Se ed in quale misura possono essere attribuite ad errore sistematico delle nostre esperienze le singolarità di comportamento che noi abbiamo attribuite a quelle leghe, non siamo ancora in grado di precisare. Le prime esperienze da noi eseguite mediante l'applicazione diretta di pesi sembrano confermare la presenza, nelle leghe da noi studiate, di quei minimi del modulo di elasticità normale (immediatamente dopo una inversione del senso di variazione dei carichi) ai quali è connessa l'esistenza dei cicli ad area negativa. Ma queste esperienze, per essere veramente concludenti, dovranno venir eseguite con mezzi strumentali che consentano una precisione delle misure

assai più grande di quella di cui abitualmente ci si contenta. Sull'argomento ci riserviamo d'altronde di ritornare non appena saremo in possesso di elementi veramente sicuri e definitivi di giudizio.

Ma a parte questa, per noi doverosa, segnalazione dell'errore da cui le nostre misure erano affette, vi è un altro ordine di considerazioni, di ben più vasta portata, che deve qui venir messo senz'altro in evidenza.

Non sono infatti soltanto i cicli di isteresi elastica che questo errore sistematico può infirmare, bensì tutte le determinazioni del modulo di elasticità e dei limiti di elasticità e di proporzionalità che si fanno nei nostri Laboratorii seguendo i classici metodi di Bauschinger e di Bach.

E' infatti caratteristico di questi procedimenti l'uso di variazioni di carico alternativamente crescenti e decrescenti; e se è vero che in essi non si ha occasione di tener conto dei rapporti tra variazioni di sforzo e corrispondenti deformazioni nelle fasi del carico decrescente, non è men vero che tali rapporti, nelle fasi dei carichi crescenti in cui vengono utilizzati, risulteranno alterati dall'errore sistematico di cui stiamo discorrendo sempre quando tali fasi succedano a fasi di carichi decrescenti; ed alterati nel senso atto a correggere l'eventuale progressivo incurvarsi del diagramma di deformazione effettivo del materiale verso l'asse delle deformazioni.

Il risultato sarà una valutazione errata tanto del limite di proporzionalità che del modulo di elasticità: nelle condizioni più comuni si avrà un accrescimento fittizio del primo, ed un'apparente diminuzione del secondo.

Più incerte ancora si presentano le cose nel caso della determinazione del limite di elasticità che può essere influenzato persino dalle operazioni che abitualmente si fanno precedere all'esperienza propriamente detta, e che ne determinano pertanto le condizioni iniziali.

Stabilire l'entità od anche soltanto i limiti di questi errori ci sembra ardua impresa perchè essi si manifestano in modi tutt'affatto differenti da una macchina all'altra, e per una stessa macchina variano moltissimo col variare del modo e del grado di lubrificazione dei singoli suoi organi.

Per dare un'idea della complessità del fenomeno e delle sorprese che esso può riserbare, basti dire che l'errore può in qualche caso persino cambiare di segno. In una macchina a comando idraulico, in cui l'apparato di misura degli sforzi è azionato dalla pressione stessa del liquido motore ⁽¹⁾, ci è ac-

(1) *Amsler* orizzontale da 10 tonn. con pendolo di inclinazione comandato dalla pressione dell'olio.

caduto di constatare che, per il prevalere degli attriti nel cilindro principale su quelli proprii del pistoncino dell'apparato di misura, ad ogni inversione del senso di variazione degli sforzi l'indicazione di questi precedeva sensibilmente la loro realizzazione effettiva.

Allo stato delle cose noi siamo piuttosto indotti a chiederci se l'uso delle macchine di prova dei materiali — nelle quali sotto il preponderante influsso della Scuola e dell'Industria tedesca noi abbiamo forse riposta una eccessiva fiducia — non debba venir limitato alle sole prove di resistenza interessanti la pratica tecnica; e se per le esperienze che hanno per fine lo studio delle proprietà elastiche dei materiali non sia preferibile che gli Ingegneri ritornino ai dispositivi elementari, ma ben più sicuri, che sono tuttora preferiti dai Fisici.

LUIGI FERDINANDO MARSILI e le sue Collezioni mineralogiche

Antonio NEVIANI, S. O. ⁽¹⁾

Sommario. Continuazione dell'illustrazione degli *Inventari* delle Collezioni naturalistiche donate dal conte L. F. Marsili al Senato Bolognese (11 genn. 1712). Seconda parte. Le collezioni mineralogiche (*Synopsis Musaei Mineralium*) = *Terrae insignes* — *Succi concreti pingues et macri* — *Fluores ac Tartari* — *Lapides* — *Crystalli* — *Marcasitae* — *Minerae Cinnabris et Mercurii* — *Min. Ferri* — *Min. Cupri* — *Min. Antimoni Plumbi et Stanni* — *Min. Argenti* — *Min. Auri* — *Ligna et Animalium partes petrificatae* — *Lapides variarum Figurarum* — *Appendice*.

Nella Sessione del 19 aprile di quest'anno, presentai a questa Accademia uno studio nel quale illustrai l'*Inventarium Musaei Marittimi* di L. F. MARSILI, redatto nei primi anni del XVIII secolo, come Allegato agli Atti di donazione che il munifico Patrizio Bolognese, in mezzo ad infinite contrarietà, fece al Senato Bolognese, per la fondazione di un grandioso *Istituto delle Scienze*, nel Palazzo Poggi, appositamente acquistato; che venne poi unito alla Università che allora aveva sede nello storico Palazzo detto dell'*Archiginnasio*; con trasporto della sede Universitaria in detto Palazzo Poggi, che rimane tuttavia il centro dello Studio Bolognese. In detto mio studio, il lettore potrà

(¹) Presentata nella Sessione del 21 Giugno 1931. — Nel giorno 25 success. a mezzo del *Nuncius Radiophonicus* (N. 3, pag. 12) ne fu data notizia con le seguenti parole: « In sessione 6^a huius Pontificiae Academiae Ant. Neviani Lyncaeus locutus est de musaeo Marino ab Aloisio Ferd. Marsili comparato deque eodem factus est sermo etiam in S. N. R. n.º 1. — Ipse Auctor nunc ad finem perduxit etiam inventarium musaei mineralogici ab eodem Viro dono dati Senatui Bononiensi simul cum palatio Poggi ut Institutioni Scientiarum inserviret. Auctor, in memoria quam de hac re Academia praelo dabit, illustrationem inventarii curavit denominationesque ad hodiernam nomenclaturam reduxit ».

trovare anche un buon numero di notizie sulla vita e sulle opere del MARSILI, tratte da antiche e da recenti pubblicazioni.

Oggi, presento la seconda ed ultima parte illustrativa delle raccolte di Storia Naturale fatte dal MARSILI, cioè quella dei *Minerali*, non meno interessante del Museo Marittimo. Le specie e le varietà, secondo i concetti del tempo, sono riunite in una ventina di capitoli, ciascuno con propria numerazione, che porta il numero totale a 314; ma, evidentemente, il numero effettivo dei campioni doveva sorpassare di non poco il migliaio; numero ancora moltiplicato, per i moltissimi esemplari contenuti in non pochi cassetti sommariamente indicati.

Per semplificare gli eventuali richiami, ho segnato una numerazione unica accanto a quella dell'originale.

I primi grandi gruppi contengono Terre argillose e Pomici, Solfi, Vetrioli, Allumi e Sali, Fluori e Tartari; Pietre, in gran parte calcaree, fra le quali alcune fossilifere, Marmi e Pietre dure, poche Gemme, Quarzi con la denominazione antica di Cristalli. Seguono i Metalli, distinti in Marcassite, in min. di Cinabro, di Ferro, di Rame, di Antimonio Piombo e Stagno, di Argento e di Oro. Il penultimo gruppo, contiene legni pietrificati ed ossa di grossi mammiferi. Termina una piccola raccolta di *Lapides variarum figurarum naturalia aut artificialia*, corrispondenti in gran parte a quelle *forme imitative*, che da tempo ho denominate *Foliti* ⁽¹⁾. Riporto in *Appendice* quella parte di Inventario mineralogico, assai sommario, che fu stampato nel fascicolo relativo al Museo Marittimo; e della quale non tenni conto nel mio lavoro precedente.

Intorno agli studi del MARSILI sui minerali, oltre a quelli da lui stesso pubblicati, si hanno fra i manoscritti conservati presso la Biblioteca della R. Università di Bologna vari fascicoli, autografi o di altra mano, come rilevasi dal *Catalogo dei manoscritti di L. F. M. conservati, ecc.*, compilato da LODOVICO FRATI ed edito della Casa LEO S. OLSCHKI in Firenze, 1928. Vol. in 4° di 162 pagg. Limito la trascrizione al titolo dei fascicoli contenuti nel vol. 104 (l. c. pag. 116) intestato:

Marsili, L. F. Catalogi mineralium (Titolo esterno:) *Catalogi diversi di minerali che si mandavano a Bologna dal Generale Co. Marsili.*

« 1. 1702. Inventario di tutte le robbe che si trovavano in casa del sig. GUZZARDINI, trasportate nel palazzo dell'Eccellenza del sig. Gen. Co. L. F. MARSILI, e di più le robbe venute da Vienna il mese di dicembre 1701 ».

⁽¹⁾ *Boll. d. Soc. Geologica Ital.*, vol. XXXV, 1916, pag. 189.

« 2. Inventario di minerali ».

« 3. Specificationes rerum Norimbergam transmissarum ».

« 4. Estratto dall'Inventario grande delle robbe spedite il mese di luglio 1704 ».

« 5. Catalogo delle varie sorti di Miniere osservate nell'inverno del 1695 nelli comitati Gemberiense Maggiore e Minore, Hundense e Sapusiense ».

« 6. Catalogo generale di tutti i Minerali mandati in più volte dal Co. L. F. MARSILI (20 giugno 1698) ».

Il dott. FRATI annota: « Ms. cart., in-4, 33 × 22, di c. 186 n. n., leg. in m. perg. ».

Aggiungo anche questi appunti sparsi: (l. c., pag. 99), 83, A., c. 28, « Nota delle pietre » (?); id. B, c. 11-14 « Varii miei pensieri sopra la generazione delle pietre ».

Questo volume del FRATI, fa rimpiangere che a due secoli di distanza dalla morte del Nostro, non si sieno ancora pubblicati tutti i manoscritti e disegni da Lui lasciati; quanto è stato fatto al riguardo è utile sì, ma ben piccola cosa. Occorrerà forse che venga il terzo centenario perchè se ne stampi un'altra parte. Frattanto mi augurerei che un editore di buona volontà (lo studioso non può, nè deve mancare) intraprendesse almeno la pubblicazione dell'immenso epistolario, e tutto quanto riguarda la struttura della Terra.

Synopsis Musaei Mineralium.

A) — *Terrae insignes* (pag. 1).

1. (1). *Terrae, ac Arenae variae adhibitae in Observationibus inediti Operis Danubialis.*

Questa che fu la maggior Opera del MARSILI, venne da lui stesso pubblicata in Amsterdam nel 1726; porta il titolo: *Danubius Pannonicus-Mysicus, observationibus geographicis, astronomicis, hydrographicis ecc. perlustratus.* Una edizione in francese, postuma, venne pubblicata a La Haye nel 1744.

2. (2). *Terra Lemnia. Item Terra, seu Bolus Aquae Nuceriae.*

a) Non vi ha autore antico che non tratti della *Terra Lemnia*, detta ancora *Terra sigillata*, in quanto che ci proveniva dall'Isola di Lemno, nell'Arcipelago Greco, sotto forma di pastiglie discoidi con impronte di sigillo. L'uso di questa terra ancora resiste alle ingiurie del tempo. ALDROVANDI

(*Museum*, 1648, pag. 265) riproduce 29 di tali impronte ⁽¹⁾, che rappresentano altrettante varietà con proprie virtù medicinali. CESALPINO, (*de Metall.*, 1596, pag. 31) cita alcune forme di sigilli non riprodotti dall'ALDROVANDI. Egli, accomuna la *Lemnia* con la *Creta Eretria* di Eubea. Fra gli Autori più antichi quelli che più frequentemente vengono citati sono GALENO, DIOSCURIDE e PLINIO.

In PLINIO (*Storia Nat.*, Ediz. Pomba 1832, vol. IX, pag. 300) leggesi: « Nascitur et in Aegypto, Balearibus, Africa: sed optima in Lemno, et in Cappadocia, effossa e speluncis... Palmam enim Lemnia dabant, minio proxima haec est, multum antiqui celebrata, cum insula, in qua nascitur. Nec nisi signata venumdabatur: unde sphargidem appellavere ». DIOSCURIDE, nella traduzione del MATTIOLI (ediz. 1573, pag. 859), parla della *Terra Lemnia* presso a poco con le parole di PLINIO; il Commentatore poi si trattiene a lungo su questa Terra, ritenuta portentosa, e riporta quasi tutto ciò che venne scritto da GALENO. Capitolo molto interessante, nel quale, fra altro, l'Autore sostiene che il così detto *Bolo Armeno* non sia altro che la *Terra Lemnia*. Un articolo, discretamente lungo, ma non prolisso, si legge in GIMMA GIAC., Vol. II, pag. 299, ove trovasi un riassunto storico sufficiente ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Qualcuna di queste *Terrae sigillatae* si conserva ancora nel nuovo museo Aldrovandiano, ove si raccolse tutto quanto di materiale, stampe, manoscritti, documenti, etc. si conserva a gloria del grande Naturalista Bolognese. Una elencazione, aggiornata nella terminologia, di Minerali Rocce e fossili fu compiuta nel 1907 dal prof. M. GORTANI, in occasione del III cent. dalla morte dell'ALDROVANDI, a questo opuscolo rimando il lettore con l'indicazione abbreviata di GORTANI, pag..., num...

⁽²⁾ GIMMA GIACINTO: *Della Storia Naturale delle Gemme, delle Pietre e di tutti i Minerali. ovvero della Fisica Sotterranea* — Napoli, MDCCXXX, tom. I. 4^o di pag. 44 n. n. + 551; tom. II, *id.* di 603 pag. Nel I tom. un *antiporta* allegorica reca in un medaglione il ritratto dell'Autore, nativo di Bari (12. III. 1688 — 19. X. 1735) ove fu canonico della Cattedrale. L'indicata opera si può considerare come un'ampia enciclopedia intorno a tutti i minerali e rocce conosciute in quel tempo. In ogni articolo trovasi riassunta, con ampie indicazioni bibliografiche, la storia degli oggetti di cui trattasi, dimostrando una cultura bibliografico-scientifica eccezionale. Spesso l'Aut. dice il proprio parere di una determinata questione, e richiama un suo lavoro sugli animali favolosi (*Dissert. de Animalibus fabulosis*) stampato in Napoli nel 1714. Noto, come coincidenza, che la predetta opera fu stampata nel medesimo anno della morte del MARSILI, del quale il GIMMA ebbe la massima stima, come rilevasi da alcune citazioni, qua e là sparse nei due volumi. Nel cap. II *del corallo* (lib. III), tom. I, pag. 328-342, all'art. IV, 12, riassume tutto quanto ne pubblicò il MARSILI, e ne accetta le conclusioni. Noto infine che non vi ha nome di minerale, ecc. elencato nell'*Inventario Marsiliano*, che non trovasi illustrato, con osservazioni più o meno estese, in detta opera; ne tralascio, in generale, le citazioni, anche per brevità.

b) Il *Bolus aquae Nuceriae*, è l'argilla che si deposita dalle acque bicarbonate calcico-magnesiache di Nocera Umbra, presso le sorgenti del Tinna; tanto reputate come acque da tavola anche oggi, che sarebbe qui superfluo parlarne. Meno conosciuto è l'uso dell'argilla, con la quale si fabbricano mattonelle di cm. $10 \times 6 \times 3$, che si adoperano come saponi per bagni, dando alla pelle singolare morbidezza (SCHIVARDI, *Guida alle acq. miner. d'Italia*; 1900, pag. 274); un tempo si usava contro le febbri maligne ed i morsi di animali velenosi (CHAMBERS; *Dizion. Univ.*, Supplem., t. VI, pag. 61).

Fra i m. s. del MARSILI, vol. 84, D, si hanno: « Figure de' caratteri delle terre sigillate ». Tavole 19 incise (FRATI, *l. c.*, pag. 100).

3. (3). *Terra Orelliana, seu vulgò Uriana. Item Resvelt, ut aiunt, di Fiandra (hoc non verè Terra, at Succus factitius).*

Nei volumi, ecc., da me consultati ho trovato solamente ricordata una *Terra Oreana* in D'ARGENVILLE, *Oryctol.*, 1755, pag. 132 (¹), dalla quale citazione nulla si comprende, giacchè vi è detto semplicemente che essa è di color d'oro, che è composta, e che è stimata utile per più malattie. Notisi però che con il nome di *Oriana* o *Terra d'Oriana (orellana)* oggi s'intende una materia tintoria preparata con la polpa che ricuopre i semi maturi della *Bixa orellana* LINN., dell'America Merid. (VILLAVECCHIA; *Dizion. Merceol.*, 3^a ediz., vol. II, pag. 149); e potrebbe essere la medesima cosa.

4. (4). *Geminae Smiridis differentiae ex Austria Superiore. Item Terra tripela ex Collibus Bononien. Item varietas altera.*

a) Lo *Smyris* è, secondo la voce comune, lo *smeriglio* ; ma non può altrettanto assicurarsi che si tratti del corindone granulare, come oggi s'intende. BERTRAND (*Dict. Univ.* I, p. 199) scrive: « L'émeril est une mine de fer refractaire, vorace, dont on ne tire rien... De toutes les mines de fer l'émeril est la plus dure, la plus ingrate ou la plus stérile en fer... le régule qu'on en tire est attiré par l'aimant ». In DIOSCURIDE-MATTIOLI (1573, pag. 893), in CESALPINO (1596, pag. 155), in ALDROVANDI (1648, pag. 633), oltre a considera-

(¹) Questa opera intitolata: *L'Histoire Naturelle éclaircie dans une de ses parties principales, L'Oryctologie, qui traite des Terres, des Pierres, des Métaux, des Minéraux et autres Fossiles* (Paris; 1752, 4^o, di pag. XVI + 560, in 26 tav. in rame), non porta il nome dell'Autore; essa è segnata M*** come altre opere del medesimo. Però vi sono copie nelle quali prima del Discorso preliminare, vi è una magnifica tavola, in rame, con il ritratto dell'Aut. disegnato da HYAC. RIGAUD, e scolpito da VIN. VANGELISTY nel 1775.

zioni terapeutiche, si accenna solamente alla durezza del minerale; anzi l'ALDROVANDI specifica ancor più (pag. 654) « Sic enim omnes gemmas scalpiunt, uno Adamante excepto, qui adamantino tantum ex India à Lusitanis allato scalpi potest »; il che corrisponde esattamente allo smeriglio oggi considerato. MERCATI in *Metall. Vaticana* (1717, pag. 169) ha uno speciale capitolo: *De Smyride*, nel quale si dilunga sull'uso dello *Smyris vulgò Smeriglio*; come giacimento, oltre a quello dell'isola Chio, quasi esclusivamente ricordato dagli antichi, cita anche l'Isola d'Elba.

b) La *terra tripela* corrisponde, almeno in parte, al comune *tripoli*. ALDROVANDI (*Museum* pag. 255) la considera come una varietà di *ocra*. VALMONT DI BOMARE (*Dizion.* 1803, tm. XXXVI, pag. 45) la tiene distinta e ne riassume la storia; termina l'articolo ricordando che questa terra è anche chiamata *Samia*; e con tale nome, difatti, si trova accanto alla *t. Lemnia* descritta più o meno dai vari Autori. Solo in DIOSCURIDE-MATTIOLI (*l. c.*, pag. 894) trovo segnata una qualità che più l'avvicina all'odierno tripoli diatomeifero; difatti è detto che « la miglior terra Samia è quella che è bianca, leggiera, che tocca con la lingua, vi s'attacca come colla tenera... ».

5. (5). *Terra Rubricae affinis ex Monte nostro Paderno. Item Creta ex lineis Viennensibus cum Testaceorum impressionibus.*

a) Come *Terra Rubicae*, fu considerata, in generale, l'*Ocra rossa*; in questo caso trattandosi di terra proveniente da monte Paderno presso Bologna, che è dichiarata affine, e non eguale, alla *rubrica*, si deve intendere l'*argilla scagliosa rossa*, che in quella località è abbondante.

b) Le poche parole segnate per questo campione, non mi permettono una qualsiasi determinazione.

6. (6). *Terra Veronensis. Item Terra Vicentina.*

a) È la *terra verde* (BOMARE, *Dizion.*, tm. XXXIV, pag. 119) « formata da un miscuglio di argilla magnesiaca e sabbia fina, colorito da silicato di ferro, con tinte variabili dal verde pallido al verde-cupo, verde azzurrino, » (VILLAVECCHIA, *Dizion. Merceol.*, 3^a ediz., vol. II, pag. 926).

b) Terra bianca di Vicenza o di Schio, considerata ottima per lavori di terraglia.

7. (7). *Pumex vulgaris. Item Pumex è Rheno Germanico.*

8. (8). *Pumex Vulcani, seu Syriacus aliis dictus.*

Tutti gli Autori antichi si accordano nel dare alla pomice una origine ignea, ossia vulcanica; ma non sempre ne riconoscono la natura minerale.

Così leggo nel *Dizionario* del BERTRAND, tm. II, pag. 123: « C'est peut-être une sorte de charbon fossile, dont la portion la moins refractaire a été consumée ». ALDROVANDI, in *Mus. Metall.*, pag. 696, spiega seguendo PLINIO, come il *Lapis Syriacus* sia la pomice che « in Scyro insula reperiuntur, Scyrus, sive Syrius lapis... » — GORTANI, pag. 3, num. 24, dubita si tratti di vera pomice.

Quanto al *Pumex ex Rheno Germanico*, si tratta certamente della *pomice* che si trova nelle montagne del Principato di Hessen, che viene ripetutamente ricordata dagli Autori, e che nel *Dizionario* del CHAMBERS (suppl., IV, 262) è descritta come una pietra spugnosa di color grigio; ma ne viene negata la natura di vera pomice vulcanica.

B. — *Succi Concreti pingues* (pag. 1)

9. (1). *Carbonis fossilis puri, ac impuri, Terrae silicet, lignis, lapillis permixti, varietates aliquot.*

Di carboni fossili non vi è altra indicazione nell'*Inventario*, all'infuori del numero seguente; possiamo perciò supporre che in questo gruppo vi fossero rappresentate le varietà principali, ed alcune delle rocce concomitanti. Pochi sono gli Autori antichi che non considerano i carboni fossili fra i minerali.

10. (2). *Gagates. Item ex Communi nostro Bombianae, in loco dicto la Valle.*

Il *gagates*, detto anche *Pietra di Tracia*, corrisponde all'odierno *giajetto*, o *jais* dei Francesi, che è un legno bituminizzato nero, omogeneo, e duro così da lavorarsi al tornio, e ricavarne oggetti di ornamento, specialmente per lutto. In Italia, della lignite bruna, che qualche volta rivalessa con il *giajetto*, trovansi a Castelnuovo di Sarzana. Il BOMBICCI, nella sua *Memoria sui Minerali della Provincia di Bologna* (1873, pag. 101) cita, con altre località, anche Bombiana, e la var. VI, secondo lo SGARZI, piciforme lucida, simile al *Giajetto*; ma non sono elencati dei campioni nella lista allora pubblicata (pag. 107).

11. (3). *Succinum ex Collibus Bononiensibus.*

L'*Ambra* del Bolognese è scarsa e non sempre ben conservata; viene attribuita a varietà di *Walcovite* o di *Schraufite*; sono specialmente le molasse mioceniche di Scanello presso Lojano, e di S. Clemente presso Monterenzo, le rocce che ne forniscono i più frequenti e migliori noccioli. Quasi tutti gli Autori bolognesi ne parlarono; se ne occuparono anche gli archeologi, perchè l'*ambra* che si trova in forma di perle nei sepolcri Etruschi, sembra sia locale.

Ma se nel *Museum* dell'ALDROVANDI si tace dell'ambra del Bolognese, ne troviamo cenno nelle Opere di PAOLO BOCCONE (*Museo di fisica*, 1697, pag. 34), ove per il *Succino* o *Carabe*, si ricorda « un luogo detto le Ruine, ed anche la Torre, lontano dalla Chiesa di Gragnano un tiro d'archibugio dal Commune di Scanello si trovano detti pezzi di Succino, in terreno calcinoso, e berrettino bigio, e che doppo le pioggie si suole agevolmente osservare ». Questo celebre Autore ne parla per provare che il Succino non ha (pag. 32) « altro principio, nè altra origine, che quella della *Lagrime*, ò sia *Gomma dei Pini, e degli Abeti* ». Una abbreviata citazione delle parole del BOCCONE, fu fatta dal BROCCHI in *Conchiol. fossile* (1814, pag. 73).

12. (4). *Sulphur Margae innatum stratorum ordine, ex Communi Scandiani. Item flores ex Scandiani Sulphure.*

13. (3). *Marga Sulphure praegnans, seu etiam Glebae Sulphureae Margae intermixtae, ex Scandiano.*

14. (6). *Gleba insignis puri Sulphuris ex Scandiani Minera.*

15. (7). *Terra cinerea. Item Gypsum cum Sulphure Scandiani.*

16. 8). *Terra crustosa, sive Marga Minerae, ubi nascitur Scandiani Sulphur; Item Lapides fluviales, qui reperiuntur in eadem Minera.*

Nelle collezioni del MARSILI, lo solfo di Scandiano, luogo di nascita del grande LAZZARO SPALLANZANI, era degnamente rappresentato, mentre non furono inventariati esemplari delle miniere di Romagna, per quanto il Nostro si fosse molto occupato di quei giacimenti, come si rileva da una relazione, rimasta inedita sino ad or sono pochi mesi, e pubblicata dal prof. LIPPARINI nel volume degli *scritti inediti del Marsili* (1930, pag. 187) (1).

Il solfo di Scandiano è da considerarsi come *insignificante*; non figurano cave o miniere negli elenchi ufficiali; nelle monografie geologiche della località, se ne fa sempre breve cenno. Ho letto il Catalogo del Museo dello SPALLANZANI (2) con la speranza di trovare elencati degli esemplari di Scandiano

(1) Lo studio del MARSILI è intitolato: *Storia Naturale dei Gessi e Solfi delle Miniere che sono nella Romagna fra Forlì, Meldola, Polenta, Cesena e Sarsina*; con tre figure, delle quali la I, è la più antica carta geologica oggi conosciuta; mentre la II e la III rappresentano sezioni geologiche, esse pure considerate fra le prime. E' ignota l'epoca di estensione di questo studio; si ritiene, in seguito a qualche confronto, che l'Autore non doveva avere oltrepassato il quarantesimo anno di età; quindi dovrebbe essere precedente all'anno 1698.

(2) CAMPANINI NABORRE. — *Storia documentale del Museo di L. Sp.*, Bologna, 1888, pag. 171.

e rilevare qualche particolare interessante; ma i num. 1232-1238 sono di solfi della Sicilia (*Etna* dice il libro); gli altri, n. 1239-1241, non portano indicazione di località.

17. (9). *Minera Sulphuris candida, ex Territorio Romano vulgò la Solfatara.*

18. (10). *Minera Sulphuris leucophaei, ex eodem loco.*

Il solfo non è abbondante nel Lazio; più frequente, ma sempre in piccola quantità, trovasi nella parte settentrionale, ora provincia di Viterbo; però è da considerare che le sorgenti di acque solforose sono comunissime. Evidentemente il solfo è in queste regioni in dipendenza alla natura vulcanica delle rocce. Il prof. TRIONFETTI, botanico della Università di Bologna, di questi solfi, in una lettera diretta a P. BOCCONE ⁽¹⁾, così ne parla (p. 243): « Sotto quei Colli [non meglio precisati, ma presso Bracciano]... vi è la Fodina, ò voglian dire Miniera vera del Solfo, quale non consiste in altro, che in una terra bianca che cavano da una grotticella; questa terra è come la Sabia, mà più minuta, et untuosa per modo, che pare impastata col Butiro, anzi in detta grotticella viddi frà questa bianca certe vene d'un'altra terra di colore giusto di piombo, quale con la bianca confrontata in tutte l'altre qualità corrispondeva, fuori che nel colore.... ». Seguono alcune notizie sul modo di estrazione dello solfo.

19. (11). *Sulphur rubro eleganti admixtum, è fo[n]dinis Salisburgiensibus.*

20. (12). *Sulphur Virgineum coloris pallescentis.*

21. (13). *Fuligo Sulphuris. Item Caput Mortuum Sulphuris.*

Con la denominazione di *Caput-Mortuum*, i chimici intesero i residui della lavorazione di una roccia o miscuglio di minerali, dai quali sia stata estratta una determinata sostanza. Nel *Dizion.* del CHAMBERS (II, pag. 251) si legge la seguente definizione: « C. m. in Chimica sono le feci che restono d'un Corpo, dopo che tutte le parti volatili e umide, come la flemma, lo spirito, il sale, etc., ne sono state estratte, con la forza del fuoco »; e nel *Suppl.*, vol. VI, pag. 308: « residuo della distillazione dell'acido volatile di zolfo, ed è eccellentissimo tartaro di vetriolo per filtrazione, per soluzione, per cristallizzazione ⁽²⁾ ».

(1) P. BOCCONE; *Museo di Fisica e di Esperienze*, ecc. Venezia, 1697, pag. 241.

(2) Nel *Corso di Chimica* di Nic. LEMERY, ediz. 1692 ?, p. 25, trovo i seguenti periodi: « La Terra... viene chiamata Capo morto ó Terra dannata, doppo d'haver cavati li Principij Attivi. Questo nome di *Capo* deriva da questo, che prima d'esser separate, egli rinchiude le parti spirituose

C) *Succi Concreti macri.* (pag. 1).

22. (1). *Vitriolum coeruleo-cinereum, item coeruleo-viride.*
23. (2). *Vitriolum pulvereum, albidum.*
24. (3). *Vitriolum dilutè coerulescens, in glebas concretum; Item coeruleum in glebas; Item viride in glebas; Item albo-coeruleum in glebas.*
25. (4). *Vitriolum ex Cremnetia (vulgò Cremnitz) albicans, petris innatum. Item Vitriolum saturo virens* ⁽¹⁾.

ed essenziali del Misto, come il Capo dell'Animale rinchiude li spiriti più sottili. Quanto à gl'epiteti che se li danno di *Morto* e di *Dannata*, si è voluto dar ad intendere, che essendo egli spogliato di tutto quello che conteneva de Principij Attivi, non erà più in stato di produrre da se stesso alcun'effetto. Si havrebbe potuto però esser più caritatevole verso di questa povera Terra, e non dannarla tanto facilmente: ma senza dubbio l'origine di questa denominatione proviene da qualche Alchimista di cattivo umore, che non havendo ritrovato ciò che haveva cercato nella Terra de Misti, li diede la sua maleditione ».

(1) Fra i m. s. Marsiliani conservati a Bologna si hanno mappe ed osservazioni su varie miniere. Dal vol. del FRATI rilevo:

(l. c., pag. 13). 11. Co. Luigi Ferdinando Generale Marsili, *Mappe diverse di Miniere d'Ungheria.*

1-2. Schemnitz.

3. Sennitzer Berg Charten A. 1688.

4. Katzensgrundert [Katzengrün] Bergwerks Charten. A. 1688.

5. Kolnitzer [Könitz] Eyssen Bergwerks Innheimische Graben. A. 1688.

« Ms. cart., in fol., 50 × 30, di sei tavole a colori, leg. in m. perg. ».

(l. c., pag. 16). 23. *Osservazioni naturali sopra varie miniere fatte dal Generale Co. Marsili e sopra il lago di Costanza.*

1. *Observationes naturales factae per decursum anni 1764 a Jobanne Schevehzeto M. C.*

2. *Kalltoterische Veltzbergs Mapen Von Neuen Gemacht durch Thobias Styger anno 1698.*

3. *Responsiones ad quaestiones ab Ex. sua Com. Marsigliis propositas occasione salis fodinarum Austriae superioris.*

5. *Observationes circa metallifodinas Bohemiae extractae ex Jacobi Tollij Epist. itinerar. annotationibus observationibus et figuris adornatis a Henr. Christian Hennini impress. Amstel. 1700, in-4, p. 88.*

« Ms. cart., in fol., 44 × 29, di car. 44 n.n., con piante delineate a penna; leg. in m. perg. ».

(l. c., pag. 40) 53. c. 15-48. « Racconto delle miniere dello stato veneto, dato al Marsili da Mons. Sagrado ».

(l. c. pag. 104) 88 D 2. « Mappa a penna, che mostra la linea che tengono le miniere di zolfo, olio di sasso, fuochi, etc. ».

26. (5). *Vitriolum in tessellas crystallizatum, minus purum.*

27. (6). *Vitriolum pallescens ex Ungaria; Item Cyprium Officinarum.*

28. (7). *Lapis Ovi formis Glauberi, Minera Vitrioli Alchimistarum, ex agro Parmensi.*

29. (8). *Caput Mortuum Vitrioli in calcem redacti.*

Sono qui elencati varie specie di solfati, che anche oggi si indicano comunemente col medesimo nome di vitrioli; essi sono di ferro, rame, zinco e soda. Quello *pallescens ex Ungaria*, secondo BERTRAND (*Dizion.*, vol. II, pag. 245), è un vetriolo *mêlé ou hermaphrodite*, che, *tiènt du cuivre et du fer*.

CESALPINO (*de Metall.*, pag. 56), ricordando il *Cyprium* di Bagnorea nell'Agro Romano, dice come si distinguesse con il nome di *Vitreolum Romanum*; del resto, non vi ha libro antico ove non si parli a lungo delle varie sorta di vetrioli, e dei loro derivati, che ebbero una larga applicazione in terapeutica.

Il *lapis ovi formis Glauberi*, è la *Glauberite*, ossia solfato di soda, che fu oggetto di scavi industriali nella valle del Ceno, presso la frazione di Monte Salso-Parma (JERVIS; *Tesori sotterr.*, II, pag. 102).

30. (9). *Minera, ex qua in calcem redacta, Alumen elicitur; Item eadem in calcem redacta pro extrahendo Alumine; Item calx praedicta quinquaginta diebus aqua irrorata, et fermentatione in hunc statum redacta; Item Alumen rupeum ex praedicta calce fermentata elicitum, et integrè absolutum.*

31. (10). *Alumen, aiunt, di Salonichio.*

Per il primo gruppo non è indicata la località, ma è facile comprendere che si tratta dell'Allume, e roccia relativa, della Tolfa sopra Civitavecchia, la cui scoperta si fa risalire a GIOVANNI DA CASTRO nel 1461 (JERVIS; *Tesori sotterr.* Pt. II, pag. 494). Ritengo che gli esemplari elencati, sieno stati dati al Co. MARSILI dal prof. TRIONFETTI, il quale, come è detto in una lettera diretta a P. BOCCONE, che ho poc'anzi citata (n. 18), visitò le miniere della Tolfa e le officine di estrazione dell'Allume. Nei libri antichi, come in molti recenti, l'Allume della Tolfa è citato con il nome di *Allume Romano*. Il disegno di uno di quei *mezzi cristalli e distorti*, che comunemente si formano sulle pareti di un cristallizzatoio, trovo nella tabella a pag. 6 (f. t.) della *Historia Lapidum figuratorum Helvetiae* del LANG (1708, 4° p.) con descrizione a pag. 4.

L'Allume di Salonicco, è quello di Macedonia, come è indicato da Dioscoride e da altri, ma senza caratteri differenziali. Nel *Museum Metall.* dell'ALDROVANDI, pag. 332, sono cinque disegni di cristalli di Allume con tremie

che credo sieno i più antichi; sono ottaedri semplici o modificati delle facce dell'esaedro (queste con errata prospettiva): « Hoc Allumen interdum in candido rubescit, quod postea arte varias acquirit figuras: quandoquidem Octagonon, Dodecagonon, et Pangonion visitur ».

32. (11). *Sal fossile striatum, fossoribus rubrum dictum, ex Sarat. Item striatum minus rubescens, seu ex rubro albicans; Item non striatum purius, ac dilutè rubescens.*

33. (12). *Sal fossile grandinatum, albidum, seu petra Salis alba, quae invenitur prope oculum Salis dictum.*

34. (13). *Oculus Salis fossoribus dictus.*

35. (14). *Sal Stratorum ordinibus rubris ex fusco albidis alternatim concretum.*

36. (15). *Sal fossile crystallinum, candidum.*

37. (16). *Sal fossile striatum albidum minus purum. Item purius, utrumque ex Austria Superiori.*

38. (17). *Sal fossile grandinatum impurum, et nigricans.*

39. (18). *Sal fossile granulatum; Item pumicosum Terrae mixtum.*

Vari campioni di *Salgemma*, granelloso, fibroso, spatico (*oculus salis*), puro ed impuro. Il *rubrum*, abbastanza frequente nelle miniere, è così colorato da ossido di ferro. Il termine *occhio di sale*, sembra fosse usato specialmente per il Sale ben cristallizzato di Calabria (Lungro), secondo leggesi in GIMMA (l. c., vol. II, pag. 308).

40. (19). *Ochra cum exiguis ventriculis non sine vitriolo ex Agro Bononiensi.*

È riuscito, per me, impossibile precisare qual sorta di vitriolo (solfato?) fosse questo annidato entro piccole cavità (geodi?) di una roccia ocracea; dubito però si trattasse di minute cristallizzazioni aghiformi di aragonite.

41. (20). *Nitrum ex Bohemia. Item depuratum Officinarum.*

È il *Salpetra* o *Nitro*, molto anticamente conosciuto, e largamente usato in medicina e nelle industrie; comune in numerose località del Mondo. Fu chiamato *Nitrum*, da *Nitria*, Provincia d'Egitto.

D) — *Fluores, ac Tartara.* (Pag. 2).

Tartarorum varietates, atque inter has.

42. (1). *Tartarum ex tubis plumbeis fontis Bononiensis Ann. 1679.*

43. (2). *Tartarum ex aquis di Carlospat. Item aliud ex eisdem aquis. Item frustum aliud magnum ex Aqueductibus di Carlospat.*

44. (3). *Tartarum lapidum rimis, et plerumque lignis cryptoporticum, seu, ut vocant, delle Gallerie, adhaerens. Ibi in usu est pro remedio adstringente.*

45. (4). *Excrementiae Tartari variis superinductae.*

Questi tartari sono i ben noti depositi delle acque, specialmente calcari-fere, comuni ovunque. *Carlospat* corrisponde all'odierno *Karlspath* o *Carlsbad*., nome universalmente conosciuto per i sali purgativi che si estraggono dalle acque di sorgente di quei dintorni.

46. (5). *Fluor quadrangularis è Montibus vulgò d'Auvergne, qui in Septaliano Musaeo ostenditur, ut rara Crystallus quadrangularis.*

47. (7). *Fluor tabulatus, compactus, è Montibus d'Auvergne; Item cuspidatus è Montibus prope Cassis.*

Con qualche dubbio ho avvicinati i due numeri, cinque e sette; pensando che nell'uno e nell'altro fossero comprese delle cristallizzazioni di *Fluorite*; i cristalli *tabulati* del secondo gruppo potrebbero essere dei cristalli cubici deformati o distorti in modo da assumere le forme di tavolette; non escluderei però la *Baritina* che, alle volte, assume forma prismatica tabulare.

48. (6). *Fluores ex Minera ferri. Aldr. Mus.*

ALDROVANDI, in *Mus. Metall.*, pag. 135, sotto l'identica frase dell'*Inventario*, disegna un nitido campione di *Aragonite coralloide*. Nel testo, si legge: « Aliquando ex Stiria affertur flos ferri candidissimus, et levis, cum ramulis corallo similibus, et interdum filo subtilioribus... Hic damus iconem lapidis iuxta ferri mineras inventi, qui cum ferruginei esset coloris instar Achatis apparebat ».

49. (8). *Stelechites varii è Monte, quem vocant, di Brisach; Item Stelechites mellei coloris ex Comitatu Neocastrensi.*

50. (9). *Stelechites elatis cuspidibus variè sinuosus.*

51. (10). *Tophi varii penès colorem, ac aliter.*
52. (11). *Guartz, seu lapis Tartaro tectus ex Schemnitz Ungariae.*
53. (12). *Tartarum Ceratoides è Montibus Monspeliensibus, vulgò di Montpellier. Item muscifforme, ex iisdem Montibus.*
54. (13). *Stelechites lateritii coloris. Item multifariam gutatus.*
55. (15). *Tartarorum ratione formae, et colorum varietates. Item Stelechitis ratione formae, et colorum varietates.*

In questo gruppo si hanno campioni diversi, i quali vanno essenzialmente riferiti ai *tartari*, come è detto espressamente ai num. 52, 53 e 55, cui va unito il *tophus* del num. 51, che ne è sinonimo. Da ciò si deduce che il vocabolo *stelechites* è qui usato nel senso di *stalactites*, nel medesimo modo come lo usò l'ALDROVANDI (*Mus. Metall.*, pag. 502); delle quali stalattiti ne dà alcune figure, e ne determina così l'etimo: « apud Graecos, σέλεχος vocatur truncus, sive caudex, nempè arboris illa pars, quae ex radice surgit, et postea in ramos finditur ». BERTRAND (*Dictionn.*, tom. II, pag. 199 e 201) tiene *Stelechites* distinto da *Stalactites*; queste nel senso sopradetto, quelle come tronchi di albero pietrificati.

56. (14). *Tartarum Tiburtino, seu calcario lapidi innatum; prope Cassis reperitur* (v. num. 62-64).

E) — *Lapides* (pag. 3).

57. (1). *Lapis Bononiensis non praeparatus. Item praeparatus. Item laevigatus.*

È la *Baritina* fibroso-raggiata, comunissima nelle Argille scagliose del Bolognese, la cui fosforescenza venne per la prima volta osservata (1602?) dall'umile calzolaio CASCIAROLO, l'illuso Alchimista che aveva creduto riconoscere in essa la famosa *pietra filosofale*. È bene ricordare come il MARSILI si fosse occupato di questa pietra pubblicando un opuscolo intitolato: *Dissertazione epistolare del Fosforo minerale, o sia della pietra illuminabile bolognese a' sapienti, ed eruditi signori collettori dell'Acta Eruditorum*. Lipsia 1698 (2^a ediz. lat., 1702). Il MARSILI ha lasciato « Osservazioni nove sopra la Pietra lucida, per una seconda edizione della Lettera già stampata ». (Fasc. di c. 30 n. n. FRATI l. c., pag. 104, C.). Forse quella or ora citata.

Molti autori chiamarono questa baritina col nome di *Litheosphoro*, come fece il MANGINI, che per primo ne trattò nel 1625; altri la chiamarono *Spongia*

lucis, Lapis lucifer, Lap. Casciarolanus, ecc. Un breve capitolo trovasi nel *Mus. Metall.* dell'ALDROVANDI, pag. 688. Cito ancora il LEGATI (*Mus. Cospiano*, pag. 178), non solo perchè ne tratta a lungo, ma anche per correggere l'asserzione sua che il CASCIAROLO fosse un sarto bolognese ⁽¹⁾.

58. (2). *Glacies Mariae (ita Germanis dicitur lapis specularis) penès Laubacum Austriae Superioris.*

59. (3). *Lapides formae ellipticae ex Gallipoli, et Ponto Euxino. Item Petrae quadratae, ex Montibus, seu locis prope Brisach. Item lapis ex muris antiqui fontis.*

Nulla posso dire sui campioni indicati in quest'ultimo numero. I nomi di *Glacies Mariae* e *lapis specularis* vanno riferiti alla *selenite*; il primo per la varietà fibrosa, ed il secondo per il tipo a grandi cristalli trasparenti e molto facilmente sfaldabili in lamine sottili.

60. (4). *Amianthi varietates, ex Ungaria, Montibus Pyreneis, et Agro Bononiensi.*

Gli Autori danno l'Amianto dei Pirenei, come quello che presenta le fibre assai lunghe. « L'Amiante des Pyrénées est... le plus long de tous, ses fibres ont une Palme Romaine, mais elles sont grossières » (BERTRAND; *Dictionn.* I, pag. 25).

Nel Bolognese l'amianto si trova sotto forma di *Asbesto* o *Cartone di Monte*, specialmente in rivestimenti nelle serpentine, a Bombiana, Cà-di-Perla, Lagaro, Montese di S. Martino (BOMBICCI. *Miner. Bolognese*, II, pag. 191).

61. (5). *Lapis lenticularis; Item lapis vulgò quibusdam dictus Lapis d'Allemagna.*

⁽¹⁾ Nell'opera del GIMMA (l. c., Tom. II, pag. 230) trovo ripetuto il medesimo errore; però strano che non sia stato rilevato dall'Aut., in quanto che poco oltre parla del *Calzolaio Casciarolo*.

Delle esperienze del MARSILI, ne fa cenno CAM. GALVANI nel volumetto *Della Pietra fosforica Bolognese* (Bologna, 1780, pag. 22). È questo in 8° picc. di 91 pag. con una tav., ed interessante per la quasi completa bibliografia, e per le nuove esperienze ed osservazioni fatte dall'Aut. Nel cap. II: *De' luoghi ne' quali trovasi la Pietra Bolognese, e descrizione di essi* (pag. 14) sostiene che quelle rocce (argille scagliose) avevano « sofferto vera azione di fuoco » e cita il parere di certo FRIDER. HERVEY Vescovo di Londonderry, col quale visitò i dintorni di Monte Paderno, e che assicurò trattarsi di formazioni vulcaniche simili ad altre indubbiamente vulcaniche dell'Irlanda.

Si tratta con tutta probabilità di una roccia calcarea nummulitica. Rammento come il nome di *calcare lenticolare* si dia oggi, dai geologi italiani, al calcare di Parlascio (Toscana), costituito quasi esclusivamente da piccoli foraminiferi lenticolari del gen. *Amphistegina*.

62. (6). *Tiburtnus lapis, cujus interiores venae Tartarum crystallinum exhibent, ex Remeyn. Item alius cum incluso Belemnitis fragmento. Item alius Belemnitem includens, intra quem congeries crystallina.*

63. (7). *Lapis Tiburtinus, in littore Agdae Linguadociae appositione arenae Rhodani crescens singulis annis stratorum serie junctorum Marino glutine.*

64. (8). *Lapis Tiburtinus, in quo fragmentum cutim Piscium praesferens. Item Tiburtinus è Montibus di Brisach.*

Campioni di *Travertino*; alcuni tipici, altri di origine marina contenenti Belemniti e Pesci. A questo gruppo riunisco l'elencazione segnata 56 (14). Di antichi Autori, limito la citazione all'ALDROVANDI, *Mus. Metall.*, pag. 448, al CESALPINO, *De Metall.*, pag. 85, ed al MERCATI, *Metall. Vaticana*, pag. 252.

65. (9). *Lapis Molaris totus Crustaceorum fragmentis constans, microscopio conspicuis. Ex Egreg. In fabrica Principis Liechtenstein integrae ex hoc Columnae habentur.*

Varietà di calcare conchigliare a minimi elementi: molluschi, foraminiferi, e fors'anche articoli di crinoidi (entrochi).

66. (10). *Astroites lapis; Item Astroites è Territorio Tyrolensi; Item Pseudoastroites quidam Astroiti congener Aldr. Mus. pag. 179. — Repertus in Rheno Bononiensi prope locum, ut dicitur, la Madonna del Sasso.*

67. (17), *Lapis Astroites undulatus major, ex America. Boccon. Obser. naturell. frusta quinque, duo minora, tria majora.*

Esemplari di calcari madreporici. Uno dei primi Autori che ebbero ad occuparsi di questi calcari fu l'ALDROVANDI, *Mus. Metall.*, pag. 872, nel cap. *De stellato lapide*; però vi si trovano unite troppe forme differenti: madre-pore, echini, crinoidi, ecc. La citazione nell'*Inventario*, per il *Pseudoastroites*, è errata nel numero della pag.; deve leggersi 879; ed in questa pag. l'Autore, sotto l'indicazione *Pseudoastroites, et Astroites varii* pone un piccolo echinide, ed otto altri disegni indecifrabili. Nel testo se ne fa breve cenno a pag. 876.

Più precisi sono gli studi di PAOLO BOCCONE in ripetute lettere, sue o di scienziati con lui in corrispondenza:

A) — *Recherchs et Observations Naturelles*, 1674. Opera citata da MARSILI.

a) pag. 118. — *Treisième lettre touchant la Pierre Etoillée. A. Monsr. Stenone.*

b) pag. 123. — *Quatorzième lettre (del MORAN) a Monsr. BOCCONE... Sur le mesme Sujet.*

c) pag. 135. — *Quinzième lettre, Ou Reponse de Monsr. STENON à Monsr. BOCCONE, touchant la Pierre Etoillée.*

d) pag. 138. — *Seisième lettre, et Responce a Monsr. STENON, touchant l'Origine de la Madrepore.*

e) pag. 141. — *Dix-septième lettre au Messr. ARN. SEYN... et J. SWAMMERDAM... touchant, La Pierre Astroites Undulatus Major.*

È di questa specie che si fa menzione nell' *Inventario* (67); i disegni del BOCCONE, nella tav. inserita a pag. 142, fig. M, MQ, MM, mostrano trattarsi di Madrepore del tipo *cerebrites*.

f) pag. 154. — *Dix-neufvième lettre de Monsr. J. SWAMMERDAM... touchant La Pierre Etoillée, l'Origine, et l'Anatomie du Corail, à Monsr. P. BOCCONE...*

B) — *Museo di Fisica e di Esperienze...*, 1697.

g) pag. 285. — *Osservazione quarantesima quinta... Intorno la Pietra Stellaria, sive Astroites.*

P. BOCCONE nella sopra indicata lettera 17^a, narra (pag. 143) come trovandosi in Firenze, l'illustre Accademico CARLO DATI gli abbia fatto vedere un manoscritto originale intitolato: *Theatrum Metallicum Illustrissimi et Reverentissimi Domini Michaëlis Mercati* « qu'il garde chez soy avec grand soin », nel quale, sotto il nome di *Lapis lumbricatus*, « tres bien figurée », vide l'*Astroites undulatus*. Detto manoscritto venne poi pubblicato dal LANCISI (1717), col titolo *Metallotheca Vaticana*, che probabilmente è il titolo originale del MERCATI, mentre quello riportato da BOCCONE, doveva essere stato scritto dal sig. DATI su di una cartella di custodia. La figura, con la didascalia di *Lapis lumbricatus*, trovasi a pag. 314: *Armarium Nonum; Lapides Ἰδιομορφοί; Loculo XXXXVII - Erotylos sive Amphicome. Cap. LV. Il Com-*

mentatore (pag. 315) ricorda quanto ne scrisse BOCCONE. Sulle *Astroites*, in senso generico, disserta a lungo il LANG in *Hist. lapidum figuratorum*, pag. 59 e succ., con varie figure nelle tav. 17 e 20.

68. (11). *Lapis cum Ovis Piscium lapideis, Trutarum diceres, et Salmonum. Item lapis Variolatus.*

I primi campioni si riferiscono alle note forme oolitiche; gli altri alle pisolitiche. Con la denominazione di *Lapis Variolatus*, l'ALDROVANDI in *Mus. Metall.* pag. 882, intitola il cap. LXVII che illustra con due disegni. GORTANI, pag. 5, num. 23, segna: Variolite?

69. (12). *Lapides pulchrè, ac variè colorati, ex ferreis Briscoviae Mineris num. 13.*

70. (13). *Venter Crystallinus (per medium sectus) ex Briscoviae Mineris, ubi ferrum in grana conrescit.*

71. (14). *Venter Crystallinus fractus, ex Territorio Bononiensi.*

Rocce e geodi cristalline, concomitanti con minerali di ferro (69, 70). Per le geodi del Bolognese, potrebbe darsi si trattasse di quelle che si contengono nelle Septarie. Vedi anche i num. 311 e 312.

72. (15). *Lapis Porphyrites. Item lapis Lydius.*

a) Il *Lapis porphyrites* è il porfido rosso antico, che venne anche detto *Leucostictus* per i punti bianchi di feldspato che presenta. Varî Autori confondono, o per lo meno considerano come affini, questo porfido con la sienite egiziana (granito rosso d'Egitto) che PLINIO stesso distingueva col nome di *Pyrhopoecilon* (*H. N.*, tm. IX, pag. 473).

b) La *pietra lidia* è quella che da tempo si chiama anche *pietra del paragone* o *lidiana*; confusa spesso dagli antichi col magnifico marmo nero o *tenario* (CESALPINO, *de Metall.*, pag. 91). PLINIO (*l. c.*, tm. IX, pag. 109) parla chiaramente della prova che con detta pietra si faceva per la qualità dell'oro e dell'argento: « His coticulis periti, quum e vena ut lima rapuerint experimentum, protinus dicunt quantum auri sit in ea, quantum argenti vel aeris, scripulari differentia, mirabili ratione, non fallente ».

73. (16). *Lapis Judaicus. Item lapis Crucis, nigri coloris.*

a) La *pietra giudaica* si trova già nominata nelle opere di DIOSCORIDE e di GALENO, essendo stata usata per molti secoli nelle farmacie. DIOSCORIDE

(MATTIOLI, *l. c.*, pag. 889) così la descrive: « La pietra giudaica nasce in Giudea, di figura simile à una ghianda, bianca, bella, figurata con certe linee distanti l'una dall'altra ugualmente, come se fossero fatte con l'industria del torno ». Il commentatore nulla dice sulla natura di questa pietra, ma si trattiene su l'uso terapeutico. Nella *Metallototeca Vaticana* (pag. 227) sono vari disegni di queste pietre che oggi sappiamo essere radioli di speciali echinodermi fossili; il testo è discretamente circostanziato nella revisione storica; il MERCATI non aveva interpretata la natura; ma il LANCISI (pag. 228) accenna brevemente alla indicata origine: « Alii verò, quorum opinio probabilior videtur dictos lapides ad echinorum aculeos summopere accedere arbitrantur ». Come per il MERCATI, così rimasero ignari il CESALPINO (*de Metall.*, pag. 131) e l'ALDROVANDI (*Mus. Metall.*, pag. 711). Da tempo questi fossili si riferiscono specialmente alla *Cidaris glandaria* LANG (*C. glandifera* GOLDF.) dei terreni cretacei, ove la specie, con altre affini, è comunissima. Un elenco di questi radioli, e qualche figura, trovasi (pag. 127, e tav. 36) nel classico vol. del LANG: *Historia Lapidum Figuratorum Helvetiae*, ecc. (Venezia, 1708).

b) Il *lapis cruciatus* o *crucifer*, venne così bene descritto e figurato dal MERCATI (*Metall. Vat.*, pag. 237) che il commentatore non sentì il bisogno di aggiungere alcuna nota. Discrete figure sono riprodotte nel *Museo Metall.* dell'ALDROVANDI (pag. 881). Il celebre pittore-naturalista D'ARGENVILLE in *Oryctologie*, a tav. 8, sotto il num. 14 disegna un esemplare di questa pietra, ed un cristallo di *Staurotide*; ma nel testo, queste figure non vengono richiamate. È noto come questo minerale venga oggi denominato *Chiastolite*.

74. (18). *Lapis reticulata superficie, ex America. Item lapis figuratus, ex America, superficie cribriformi.*

L'appunto è un po' troppo vago per una sicura determinazione. Per la pietra reticolata alla superficie si potrebbe pensare ad una septaria a nido di vespa all'inizio della sua formazione. Vedi num. 307.

75. (19). *Aetites, sive lapis Aquilinus fulvi coloris; Item alius niger ex Aegypto.*

a) Le *Aëtiti* formarono oggetto di studio e di curiosità dai più antichi tempi; quindi ne troviamo parola in tutti i libri, da Dioscoride in poi (*l. c.*, pag. 891). Quanto alla superstizione che queste pietre servissero ad agevolare i parti, è notevole che la troviamo ancor oggi diffusa nelle campagne dell'Umbria. Nella ricca collezione naturalistica del fu prof. GIUS. BELLUCCI in

Perugia, ebbi occasione (settembre 1897) di vederne varî esemplari contenuti in appositi sacchetti, forniti di due lunghe fettucce, per servirsene allo scopo anzidetto.

b) Il *lapis niger ex Aegypto*, era con tutta probabilità il caratteristico diaspro bruno ciottoliforme.

76. (20). *Lapis quibusdam dictus oculus Cati, ex Bohemia. Item mica crustosa argenteo nitida, reperitur inter fortalitium dictum, di Bar, et Aosta, in loco dicto Valle d'Aosta.*

Nulla debbo dire quanto alla mica argentea della Valle d'Aosta. Circa all'*oculus Cati*, noterò che non tutti gli antichi Autori ne trattano, e questi non sempre vanno di accordo nell'interpretazione dei caratteri, CESALPINO (*de Metall.*, pag. 102), dopo di aver detto di *Asteria*, *Ceraunia*, *Licnile*, *Astroites* ed *Astrobolos*, aggiunge: « Omnes hos lapides hodie vocant oculum felis, quia pupillae modo radiant ut felis, modo clarius, modo obscurius... ». Se da ciò non è possibile dire qualche cosa di preciso, forse da LINNÉ possiamo rilevare che questo naturalista si riferiva a quarzo contenente fibre di amfibolo o di amianto, così come viene inteso nella Scienza moderna: (*Syst. Nat.*, ed. XIII, tm. III, pag. 181) « F.(eldspatum) diaphanum, texturae ad conchaceam accedentis, fibras parallelas intus monstrans... ».

Non mancano Autori (BOMARE, *Dizion.* tm. XXII, pag. 185) che considerano, come *Occhio di gatto*, l'*agata* (onice) a macchie circolari, etc. Queste pietre dure oggi si indicano semplicemente come *agate* od *onici* ad *occhio*.

L'occhio di gatto proveniente dalle Indie era assai stimato e pagato a caro prezzo. IMPERATO, *Hist. Nat.*, pag. 609, narra che « una pietra che fu in India stimata scudi seicento d'oro, non fù in Portogallo stimata più che ottanta, onde riportata dal Portogallo nell'India, fu venduta per lo prezzo detto maggiore ». L'Autore, che chiama la pietra *Occhio di gatta*, nulla dice sulla sua natura, in modo da poter comprendere cosa fosse quella pietra tanto preziosa.

77. (21). *Saxum odore Violas, ut dicitur, referens; apud Wormium, sed alterius coloris.*

Leggo nel *Dizion.* del BERTRAND, tm. II, pag. 244: « Pierre de violette – Lapis violaceus, seu violacei odoris. Ce sont des pierres qu'on trouve en Silésie et en quelques autres endroits de l'Allemagne, qui étant frottées ont une odeur de violette ». BOMARE, in *Dizion.* tm. XXVI, pag. 178, dice che

sono pietre di varia natura, e cita alcune arenarie nere e bianche del principato di Brandeburgo, o selciose della Svizzera. Il LANG (*Hist. Lap.* fig., pag. 12), riferisce su questa *Ein Vielistein*, ed esprime l'opinione che l'odore di viola sia comunicato alla pietra da « musci cujusdam rufi ei adhaerentis ».

78. (22). *Lapis Saponarius, albo, et rubescente colore praeditus; Item alter Saponarius coloris ad violaceum tendentis.*

La *terra sapone* o *sapone di terra*, è la *Steatite*, detta dagli antichi *Terra porporina di Cimolo* o *Cimolia purpurascens* (CHAMBERS, *Dizion. Suppl.* V, pag. 252). Con il nome di *Cimolia*, s'intendeva generalmente la *terra da folloni*, che ha appunto qualità saponacee. Veggasi, per tutti, il *De Metallicis* del CESALPINO, pag. 33. Egli ci dice che proviene dall'isola Cimolo, che ve ne è della candida e della purpurea; della pingue e della frigida al tatto; che ve ne è dell'astringente e della lassativa (GALENO), « idcirco etiam vestes a sordibus emundat, ob quem usum celeberrima est » aggiunge che la varietà usata come creta da *fullones* non proviene da Cimolo, ma che è nostra.

79. (23). *Belemnites, sive Dactylus Idaeus. Item lapis Haematites duplicis differentiae.*

a) Troppo note sono oggi le *Belemniti*, perchè ne debba trattare in questo luogo; osservo solamente che il vocabolo *Dactylus*, nulla ha che fare con i *Datteri di mare* o *Litodomi*.

b) Con il nome di *Haematites* si debbono, quasi certamente, intendere delle Ocre rosse, perchè con il significato di *Oligisto*, il minerale viene compreso nel gruppo speciale del ferro (num. 162). Per l'*Haematites* indicata dall'ALDROVANDI, pag. 649, il prof. GORTANI, pag. 4, num. 3, ci fa sapere che esistono ancora alcuni pezzi di *ematite ocracea*.

80. (24). *Cunei fluminei perperam crediti.*

Fluminei, è evidente errore di stampa, per *fulminei*. I *cunei fulminei*, che anche oggi, per l'Italia meridionale, il volgo chiama *cùgni de tronu* (*punte di tuono*), sono le ben note pietre preistoriche scheggiate a forma di freccia. Col nome di *ceraunie* si continuò a considerarle come produzioni casuali, sino a che il MERCATI, in *Metall. Vaticana*, pag. 243, ne riconobbe la vera natura. Nel citato vol. del LANG a tav. 10 è figurata una di queste frecce silicee, con l'indicazione di *Lingua carpionis petrificata*, e di essa se ne parla a pag. 49 come proveniente dal Comitato di Neoburg.

Un accenno al *Fulminaris lapis seu Ceraunia — cuneo pyramidalis plerumque figura* — trovo nel libro III, pag. 219 della *Pharmacopoea Schrodero-Hoffmanniana* di JAC. MANGANETUS (1687). Ciò potrebbe sembrare fuori posto; ma eravamo in tempi, nei quali tutto ciò che era curioso, o di natura misteriosa, serviva di medicina; e più strano sembrava od era l'oggetto, sempre più numerose erano credute le sue virtù terapeutiche.

81. (25). *Lapis frumentalis, ex loco dicto Fricthal. Item alii ex Territorio Switensi. Item alius foliis, veluti Salicis longioribus notatus.*

Questa pietra viene definita come «Naturalmente scolpita in figure di frumento et semi» (IMPERATO, *H. Nat.*, pag. 163; BERTRAND, *Dizion.* I, pag. 242). Questi grani sono delle piccole *nummuliti* o delle *alveoline*, come si rileva chiaramente dalle figure presentate da alcuni autori. MERCATI, in *Metall. Vat.* pag. 285, chiamò queste pietre Ποικιλόσπερμος. Si veda anche ALDROVANDI, *Mus. Metall.*, pag. 843, d'ARGENVILLE, *Oryctol.*, pag. 233. Varie forme di *Lapis frumentarius Helveticus* sono indicate dal LANG. (*Hist. lap.*, pag. 69) con due fig. a tav. 18.

Nella località di *Frik-thal*, il MARSILI si trovò nel settembre 1703, come si rileva da una indicazione contenuta nel *Catal.* del FRATI, pag. 21, n. 26, 18: «Itinerar. d. 25 Sept. 1703 per Frik-thal. (c. 121-127)».

82. (26). *Lapis ex lapillis plurimis Tartaro arenoso, stratorum veluti serie, agglutinatis; Item massa, in qua ferrum, lapides, lignum limo casualiter simul concreta.*

83. (27). *Massa lapillorum Bezoardicorum fossillium, è lapidicina Bonetti in Suburbiis di Montpellier, ubi ingens est numerus Testaceorum petrificatorum.*

84. (28). *Lapides ex arenulis albis coagmentati.*

Campioni di arenarie o rocce ad elementi pisolitici cementati.

85. (29). *Talcum duplex, unum album, nigrum alterum.*

Ritengo si tratti di esemplari di mica bianca o *moscovite*, e di mica nera o *biotite*.

86. (30). *Galactites Worm. reperitur in Communi Bombianae, in loco detto le Ruine.*

Della *Galactites*, ne parlano quasi tutti gli antichi Autori; essa viene spesso unita alla pietra *Morochto* ed alla *Melitictes*; ma che fosse realmente,

riesce difficile decifrarsi. Secondo BERTRAND, *Dizion.* I, pag. 243, il WALLERIUS l'avrebbe determinata come un diaspro. Ma D'ARGENVILLE, l. c., pag. 304, asserisce che *les Peintres s'en servent a tracer des lignes*. Pietra da sarti, dice il MERCATI l. c., pag. 161. Il prof. BOMBICCI, *Miner. Bologn.* II, pag. 186, al cap. *Saussurite*, scrive: « forma nuclei bianchi, tondeggianti ben demarcati nella serpentina verde cupa diallagica di Lizzo, e nelle euritotalciti di Bombiana e di Porretta... ». Questa citazione, parmi, bene si accordi con quella del MARSILI.

87. (31). *Lapides varii, unus dictus Miarolo, sopra il Lago maggiore, alter Ceppo rozzo di Vavaro; et alter Beola sul Lago Maggiore.*

Campioni di granito con il nome di varietà locali. Il *miarolo* è un granito pegmatitico.

88. (32). *Lapis illaesus repertus in uno ex lapidibus calcariis, ab igne, licet in calcem omnino redactis. A Cassio in Provenza.*

Interpreto: Pietra inalterata dal fuoco, ritrovata in mezzo a pietre calcaree tutte ridotte in calce. Quindi ritengo si tratti di un incluso siliceo rimasto, appunto, inalterato al fuoco di una fornace da calce.

F) — *Marmora quaedam unicoloria.* (pag. 4).

89. (1). *Cinerei coloris; Item lateritii coloris; Item olivacei coloris; Item flavescentis.*

F') — *Quaedam variegata.*

90. (1). *Marmor Ophites; Item alia variegata, et scripta viridia; Item fuscum aliud albis lineis spiralibus notatum; Item plura alia variis coloribus maculata, et in varias figuras quadratas subrotundas, aut aliter secta.*

Del *lapis ophites*, cioè del serpentino, essendo esso conosciutissimo da antico tempo, se ne trova parola sin da DIOSCURIDE, PLINIO e GALENO. Gli esemplari del Museo Marsiliano, rappresentavano anche alcune varietà di oficalce... *albis lineis notatum.*

91. (2). *Marmor, seu Marmoris fragmentum, quo olim Romani utebantur, ex Insula Chio. Item Marmor, seu frusta Marmoris in eadem Insula in Territorio dicto di S. Pantaleone detto Monteinsù.*

Il marmo dell'isola di Chio (Arcipelago gr.), non si sa bene il perchè, era in Roma chiamato *marmo affricano*. Esso viene così descritto dal Corsi ⁽¹⁾: « Tutti i molti colori che si vedono sono distinti per diverse macchie senza che si prolunghino in vene, o si restringano in breccie. Il tessuto è sempre compatto, piuttosto duro alla lavorazione, e non di rado racchiude qualche vena di quarzo... Qualunque sia il colore delle macchie, egli è certo che sono sempre robuste di tinta. Il bianco è il più bel candido, il nero è il più morato, che mai si possa immaginare; i verdi in qualunque grado sono sempre vivaci... ».

92. (3). *Jaspis sanguinei coloris ex Ungaria prope Cremenciam, vulgò Cremnitz. Item Jaspis viridis, ex eodem loco.*

Evidentemente non è il caso di pensare all'*Eliotropio* o *diaspro sanguigno*, a fondo verde punteggiato di rosso vivo. Il diaspro qui elencato, è quello che oggi si indica semplicemente con l'attributo di *rosso*. Esso è l'*haemacates* dell'Imperato, secondo BERTRAND, *Dizion.* I, pag. 270, perchè ascritto alle *Achate*, *ach. sanguigna* (Imperato, *Hist. Nat.*, pag. 624); ma ciò è inesatto, giacchè questa è una delle varietà citate da PLINIO (*Hist. Nat.*, v. IX, pag. 651) ⁽²⁾. Come il diaspro rosso, così il diaspro verde, con diverse varietà, era ben conosciuto dai Romani degli antichi tempi, ed usato per ornamento, incastonandone le lamine sottili pulimentate, a guisa di mosaico, fra altre pietre dure o fra marmi.

93. (4). *Marmor de Monte Sinai, seu, ut apud Worm. Pictura embo-
scata Ferranti Imperato dicta; Item Marmor Florentinum, seu variegatum
Worm.*

Questi marmi erano campioni di noti calcari arborini, o dendritici, e pietre paesine o ruïniformi. IMPERATO, *Hist. Nat.* pag. 662, tratta precisamente della *Pietra naturalmente delineata di figure de boschi*.

Queste curiose forme imitative attrassero l'attenzione di tutti gli Autori di ogni tempo; una bibliografia al riguardo equivarrebbe a trascrivere il ti-

⁽¹⁾ CORSI FAUSTO, *Delle pietre antiche* 3^a ediz. 1845, pag. 99; id. 2^a ediz. 1833; l'aut. ne trattò più brevemente nella 1^a ediz. del 1825, pag. 47.

⁽²⁾ Le var. di *Achates*, secondo PLINIO, sono: *iaspachates*, *cerachates*, *sardachates*, *haemachates*, *leucachates*, *dendrachates*, *antachates* e *coralloachates*. Il commentatore spiega, rispettivamente: diaspro agatato, agata aranciata, ag. sarda, ag. a vene rosse, ag. bianca, ag. arborizzata, ag. simile a mirra, ag. corallina.

tolo della grandissima maggioranza delle opere naturalistiche dei secoli anteriori all'800. Inutile dire che le dendriti vennero ritenute per piante fossili, e le figure di paesaggio furono interpretate nei modi più fantastici. Questo solo argomento meriterebbe, a titolo di curiosità storico-scientifica, lo svolgimento in una memoria speciale; come punto di partenza si potrebbe prendere la lunga e stipata bibliografia che leggesi nell'*Erbarium diluvianum* dello SCHEUZER (1723), pag. 114 e seg.

94. (5). *Silex, seu Saxum Igniarum, ramosum (ex lapidum genere), in Agris ubique, ac Vineis occurrens loci dicti Segni in Gallia; Item Saxum aliud Igniarum rubrum, ex iisdem locis: Item aliud cinereum cum ventriculo crystallinam vegetationem praeseferenter.*

Questi sono campioni della comune selce piromaca, o pietra focaja, dei quali uno con piccola geode quarzifera.

F") — *Marmora alia variegata.*

95. (6). *Rotundae figurae majora, et minora n. 13. Item alia figurae ellipticae majora, et minora n. 40. Item unum figurae oblongo quadratae lineis sinuosis albis, et fuscis distinctum.*

96. (7). *Aliud Marmor variegatum figurae ellipticae, omnium maximum. Item duo valde parva maculis viridibus, aliisque notata.*

Collezione di circa sessanta campioni di marmi variegati, in tavolette di vario, e forse grande, formato, collocati « In majoris plutei superiori parte locata », come è avvertito nello stesso *Inventario*.

G) — *Lapides ex pretiosorum Classe* (pag. 5).

97. (1). *Frusta Achatidis magnitudinis variae, et coloris, majori nondum ex parte polita num. 25. — Haec colliguntur in Campo, qui annuatim seritur, vicino Minerae auri ipsius Schemnitz.*

98. (2). *Achates Oviformis Orientalis, totus politus.*

99. (3). *Achates planiformis irregularis figurae, coloris mixti flavi, scilicet violacei, et spadicei.*

Serie di Agate, che dovevano comprendere le onici ed altre pietre dure della Germania, che è fertile delle più belle varietà.

100. (4). *Granati, minores valde, chartulis inclusi, alii ex Transilvania, alii ex Boza, alii ex Bohemia, sed impoliti, et praeter unum majorem, omnes parvi.*

Il granato di *Boemia*, conosciuti oggi, nel campo scientifico, col nome di *Piropo*; le altre varietà, molto probabilmente erano di *Almandino* o granato nobile, e di *Grossularia*. Due buone fig. di granati rombododecaedrici sono disegnate nella tav. 5 della *Hist. Lap.* del LANG.

101. (5). *Hy[a]cinthi, chartulae quadrato-plicatae inclusae.*

Col nome di *giacinto*, s'intesero nei varî tempi, pietre assai differenti; il giacinto rosso e quello azzurro di PLINIO sono ritenuti, da molti interpretatori, per il rubino e lo zaffiro. In genere dobbiamo credere che quì si trattasse del vero *Giacinto*, ossia dello *Zircone*, che è di bel colore, e si presta magnificamente al pulimento. Dalla collezione Marsiliana sono da escludere: *giacinto cruciforme* = armofane; *giac. bianco del Somma* = mejonite; *giac. dei vulcani* = idocrasia; *giac. di Campostella* = quarzo emaloide.

102. (6). *Topazius Neotericorum, seu Veterum Chrysolitus. Item Phosphorus dictus Smeraldino.*

Curiosa la inversione dei due nomi, avvenuta con il tempo. Di questo ne parla con sufficienti particolari l'IMPERATO, *Hist. nat.*, pag. 976. Penso che la var. *smeraldina* sia data dai cristalli che hanno colore di *acqua-marina* e che ci vengono con una certa frequenza dalla Siberia.

H) — *Crystalli* (pag. 5).

103. (1). *Crystallus glaciem referens, Montana dicta Wormio; Item Crystallus è Monte S. Gotthardi.*

104. (2). *Matrix modicae altitudinis Crystallorum, et crassitie, nedum pennae Olorinae, quae tamen omnes impurae.*

105. (3). *Minera ditissima Crystallorum variae magnitudinis, minus pellucidarum, unico extremo in cuspidem abeuntium.*

106. (4). *Minera Crystallorum, partim virescentium, partim purius diaphanarum.*

107. (5). *Minera sarea majoribus, et crassis Crystallis, sed brevibus, ac valde pellucidis praedita. — Chartula Helvetico idiomate scripta potissimum addit repertum fuisse prope Montem S. Gotthardi in Helvetia. Item similis Minerae altera impurior varietas.*

108. (6). *Matrix insignis magnitudinis majorum Crystallorum indusio, ut vocant, virescente obductorum.*

109. (7). *Saxum rubescens cum exiguis Crystallis similis ferè tincturae.*

110. (8). *Saxum album ex viridi maculatum innumeros exhibens Crystallinos exiguas albo pellucidas.*

111. (9). *Minera inaequalibus cylindris assurgens, quos eleganter stipant undique Crystalli exiguae. Item altera Crystallorum utrinque acuminatarum, parvae magnitudinis, sed magnae perspicuitatis.*

112. (10). *Minera Crystalli columnis confusim ludentibus cum Minera Stanni crystalizzata, et hinc inde columnis Crystallinis efflorescens. — Ex Chlanen. Wald. Bohem.*

113. (11). *Matrix non nihil Marcasitae particeps, et dives Crystallorum assurgentium figurâ irregulari: Hujus frusta num. 4. majora.*

114. (12). *Massa Crystallorum majorum cortice virescente. Item altera majorum, colore ad rubro-vinosum inclinante.*

115. (13). *Crystallus hexagona coloris obscuri, vegetans prope Montem S. Gotthardi in Helvetia, in loco dicto Schelen à Vesselen: frusta num. 6, maximum unum, reliqua minora.*

116. (14). *Crystalli figurâ olivari, utrinque acuminatae, variorum colorum ex Catalaunia. Item rubrae valde impurae.*

117. (15). *Matrix brevium Crystallorum, quae ferè omnes conicae, et Saccharo veluti incrustatae.*

118. (16). *Matrix Crystallorum hexagonarum ab aqueo colore parùm abludentium.*

119. (17). *Minera Saxea in ventriculo ferens Crystallorum pellucidarum exiguarum copiam.*

120. (18). *Matrix Crystallorum maxima, quampluribus Crystallis faeta magnitudine insignibus, variè invicem inclinatis.*

121. (19). *Crystallus Ceratoides rariori longitudine insignis. Item Crystallus hexagona major, festucas intus, veluti virescentes, ostendens.*

122. (20). *Minera Crystalli non nihil argento mixta, sed Marcasitae multum.*

123. (21). *Minera altera exiguarum Crystallorum ex fusco rubescentium cum admixto parum argenti Ghedighen dicto. Item duo frustula minorum Crystallorum ex fusco rubescentium, at insigniter nitidarum.*

124. (22). *Minera Crystallorum hexagonarum magnitudinis variae, et citrini coloris.*

125. (23). *Crystalli majores pellucidae, utrinque in cuspidem terminatae, arctius ad latera invicem applicitae: frusta duo.*

126. (24). *Minera lapidea plurimarum Crystallorum exiguarum, rubescenti veluti pulvere aspersarum: frusta duo.*

127. (25). *Minera puriorum Crystallorum magnitudinis variae, quarum insignior fracta in apice.*

128. (26). *Altera insignioris magnitudinis, crassioribus etiam Crystallis, at minus diaphanis praedita.*

129. (27). *Lapis iste vicinus occurrit Crystallo in Monte Altorf, prope Lacum Letener in Helvetia. - Ita Chartula helveticè scripta.*

130. (28). *Minera Crystallorum parvae, ac variae magnitudinis terrestri materie obductarum.*

131. (29). *Matrix majorum Crystallorum hexagonarum, partim flavescentium, partim obscuriorum, minorumque.*

132. (30). *Minera saxea Crystallorum vix assurgentium, coloris, majori ex parte, amethystini.*

133. (31). *Crystallus in Aeris Minera. Frusta n. 3. Item Crystallus in ferri minera. Frust. 1.*

134. (32). *Crystallus valde pallucida, majoribus columnis assurgens: frusta duo.*

135. (33). *Minera saxea Crystallorum exiguarum vix erumpentium, obscure coloratarum (videtur valde affinis Crystallo numeri 24).*

136. (34). *Crystallus Columnaris major, ex minoribus in unam junctis, et sulcis, ac vitata foveolis: Frusta 2. Item altera insigniter crassa, multifariam corrosa. Frust. 1.*

137. (35). *Massa insignium Crystallorum invicem lateraliter junctarum, et pallucidarum, majore ferè è medio assurgente.*

138. (36). *Crystallus crassitie admodum insignis, facierum latitudine inaequalium, et versùs apicem puriorum.*

139. (37). *Frustum Saxi durioris, albidi cum assurgentibus vix Crystallis pulverulentis, ac pallescentibus.*

140. (38). *Lapis Stratorum ordinibus constans, et parvis intercepti ventriculis, qui continent inchoamenta vegetationis crystallinae.*

141. (39). *Minera Crystallorum maximae magnitudinis, quarum majores trigonae potius, sed omnes sublutei coloris.*

142. (40). *Crystallus inventa, ac tribus Florenis empta (ita in chartula helveticè scripta).*

Ricca collezione di Quarzi con varietà di ogni sorta, come grandezza dei cristalli, come colore, e come forma. Alla collezione quì elencata, va unito il materiale abbondantissimo contenuto nelle prime tre *capsulae*, del gruppo A), del quale è parola nell'Appendice. Il MARSILI adopera ancora l'antico nome di *Crystallus*, ma non più col significato originale di acqua ghiacciata od impietrita, come trovasi in PLINIO, *Hist. Nat.*, vol. IX, pag. 578, ed altri; ma come pietra naturalmente formata in seno alle rocce, nello stesso modo che si originano le gemme. Con tale nuovo concetto ne troviamo parola in CESALPINO, *de Metall.*, pag. 96, in ALDROVANDI, *Mus. Metall.*, pag. 934, in IMPERATO, *Hist. Nat.*, pag. 641, e tanti altri.

Nel *Catalogo dei Manoscritti*, etc. del FRATI, troviamo varie volte ricordato il *cristallo di monte*, cioè:

(l. c. pag. 40). 53, c. 1-4. « Lettera del Co. Marsili a Marcello Malpighi dell'origine del cristallo di montagna ».

(l. c. pag. 41). 53, c. 61-64. « Sopra la composizione del cristallo ». c. 69. « Pianta exagonica del cristallo ». c. 71-74. « D'alcuni fiumi e montagne de' Svizzeri che concorrono alla composizione del cristallo ». c. 76. « Mappa di parte del paese delli Svizzeri dove nasce il cristallo (a penna) ».

(l. c. pag. 104). 88 B, c. 15. « Del Cristallo di Monte ».

(l. c. pag. 106). 90 C, c. 2. « Distinzione delli cristalli de' Svizzeri ». c. 11. « Figure diverse di cristalli, con annotazione (autogr.) ». c. 13. « Figure di pezzi di cristallo (autogr.) ». c. 17. « Discorso sopra i pezzi di cristallo che hanno corpi interni d'eterogenee figure (autogr.) ». c. 19. « Delle diverse sorti di colori de' cristalli (autogr.) » (1).

1) — *Marcasitae variae* (pag. 7).

143. (1). *Marcasita è Montibus d'Auvergne figuris elegans, ac rara.*

144. (2). *Saxum crusta impurioris Pyritis supernè tectum.*

145. (3). *Marcasitae (seu frustula) minores variis figuris praeditae.*

146. (4). *Marcasita cum ferro; Item Marcasitae globosae, majores, tessellatae.*

147. (5). *Marcasitae, terrae, seu lapidi planiformi superinductae.*

(1) Il vol. segnato 90, e distinto in tre fascicoli, contiene più che 280 carte, in -4, 36 × 26, contenute in busta legata in m. perg., con il Titolo generale esterno: *L. F. Marsili. Schedae pro structura Orbis terraequei*, e contro titolo interno: *Notizie varie raccolte per uso del Trattato della Struttura del Globo terreo* (FRATI, l. c., pag. 105). E' il contenuto di questo vol., che, unitamente o molto altro sul medesimo argomento, sparso in varî vol., ho augurato vedere pubblicato al più presto. Mai, più opportunamente, venne espresso legittimo desiderio!

148. (6). *Marcasita, cujus superficies tuberculis anfractuosis distincta.*
149. (7). *Marcasita saxo adhaerens, in globulos majores, minoresque
elegantè conformata: ex Territorio Bononiensi.*
150. (8). *Marcasita ferro tantillum mixta; Item altera cum efflo-
rescente Vitriolo.*
151. (9). *Marcasita è Mineris Schemnitz.*
152. (10). *Pyritis non glebosi frusta quaedam majora.*
153. (11). *Marcasita juncta Vitriolo in Crystallos albidas elegantè
concreto.*

Con il nome di *Marcasita*, gli antichi indicavano le due specie di bisolfuro di ferro, oggi tenute distinte: la *marcasita* ortorombica, e la *pirite* isometrica. Seguendo l'uso del tempo, nell'*Inventario*, si tiene conto, come forme cristalline, solamente delle *tessellate*, cioè delle cubiche (n. 146); le altre non erano che delle figure eleganti (n. 143 e 153). Interessante la concomitanza della *marcasita* con il vitriolo (n. 150 e 153), dovuta alla nota trasformazione del bisolfuro in solfato.

Riguardo alla forma cubica, che prima attrasse l'osservazione degli antichi studiosi, ritengo non sia del tutto inutile trascrivere il famoso periodo del BIRINGUCCIO (*Pyrotechnia*, ediz. 1678, pag. 106), nel quale si volle vedere l'inizio del concetto della costanza dei diedri: « La più ancora, che si trovi a filoni è in forma di certe grane, hor grosse, et hor picciole, tutte cubiche à similitudine de' dadi, ovvero bisquadre tutte giustamente squadrate. Talche artefice alcuno con qual si vogli strumento non potrebbe tirar più giusti, nè meglio li loro angoli » ⁽¹⁾.

K) — *Minerae Cinnabris, et Mercurii* (pag. 7).

154. (1). *Cinnabris mineralis non depurata.*
155. (2). *Minera Cinnabris ex Territorio Cremnitz. Item altera Stratorum ordine ex Comitatu Ghemariensi Austriae: Frusta duo minora. Item altera Cinnabris cum Mercurio, ex eodem Comitatu. Frust. 1 majus.*

⁽¹⁾ Tutti gli autori che accennano alla storia degli studi sui cristalli, partano da BIRINGUCCIO; ma in PLINIO vi è, riferendosi al quarzo, che denomina *cristallo*, un periodo che non v'è trascurato. (*Hist. Nat.*, tm. IX, pag. 580): « Quare sexangulis nascatur lateribus, non facile ratio inveniri potest: eo magis quod neque mucronibus eadem species est, et ita absolutus est laterum laevor, ut nulla id arte possit aequari ». Frase che venne così variata da CESALPINO (*De Metall.* p. 97): « Ab una enim veluti radice multi egrediuntur sexilateri in cuspidem desinentes: flectuntur autem latera prope mucronem angulis rectilineis adeo exactis ut ab artifice imitari vix possint ».

156. (3). *Frusta duo multum Cinnabris continentia.*

157. (4). *Minera Cinnabris subterraneo igne combusta.*

158. (5). *Minera Roten Hertz, nempe cordis rubri, cui Cinnabris Sulphuri admixta; ex Schemnitz.*

159. (6). *Minera Mercurii, è qua nativa Cinnabris egregiè efflorescit; ex Comitatu Ghemei Ungariae.*

160. (7). *Minera Cinnabris pulchra cum Mercurio ex Naibagna; Item alia Minera argento mixta; ex Cremnitz.*

161. (8). *Minera Mercurii ex Carinthia.*

Nulla ho da osservare sopra questo minerale ben distinto, e conosciuto da antichissimo tempo.

L) — *Minerae Ferri.* (Pag. 7).

162. (1). *Terra candida occurrens circa ferri Mineram; Item Terra rubra ferri Minerae propinqua.*

163. (2). *Frusta aliquot cordis ferri in duabus pyxidibus ligneis. Item Terra flavescens, in qua grana, seu, ut vocant Beuna nascuntur: ex Comitatu Badensi, in pixide lignea. Item grana Ferri unâ cum terra, cui innascuntur; ex eodem Comitatu in duabus aliis pyxidibus; Item Terra Adamica dicta; Item Terra virescens faeta granis Ferri, ex dicto Comitatu Badensi.*

164. (3). *Ferrum ex Roniz Ungariae; huius vena, seu cor, triplicis est differentiae, nempe rubescens, obscurum, et flavescens.*

165. (4). *Ferrum ex Roniz in tubulos vegetatum.*

166. (5). *Cor Ferri minus durum; Item alterum durius; Item durissimum alterum, Tartaro supernè infectum.*

167. (6). *Ferrum duodeno dierum spatio aquae immersum, quam vocant, del Ciment.*

168. (7). *Ferrum Arsenico abundans, Frustum unum majus; Item ferri Minerae Arsenico gravidæ Frustum minus unum; item Ferri Minera Arsenico praeprimis grvida ex Blocovitz. Frust. 1.*

169. (8). *Cor Ferri ustum igne interno Minerae; Item altera Minera Ferri pariter usta igne interno.*

170. (9). *Minera Ferri nigricantis coloris.*

171. (10). *Ferri, ut vocant, Ghedighen (hoc est puri) frusta tria.*

172. (11). *Lapis cum colore Cupri, et parte Coerulei; ex Comitatu Ungarico Rosenau.*

173. (12). *Ferrum, ex quo Chalybs elicitur, frustum unum majus. Item Minera Ferri cum Chalybe; Frustum alterum exiguum nigricans. Item alterum majus maculis albis, nigris, viridibus infectum.*

174. (13). *Ferri Minerae frustum unum majus. Item ferri Minera scorias aemulans; Frust. 3.*

175. (14). *Minera ferrea continens ferri grana... ⁽¹⁾ (hoc est Phaeolorum formâ) appellata; ex Briscovia; Item eadem grana separata, et in pyride lignea posita.*

176. (15). *Ferrum durissimum unâ cum Marcasita, Item Minera aliquid ferri continens, et Marcasitae.*

177. (16). *Terrea Ferri Minera in fornace cocta ex Ietruriae Territ. in loco dicto Piombino.*

178. (17). *Minera Ferri squamosa flavescens; Frustum unum.*

179. (18). *Ferrum, quod aiunt, purissimum; Frustum majus unum.*

180. (19). *Minera Ferri ditissima: Frustum unum.*

181. (20). *Cor rubrum Ferro abundans propemodum puro, ex Roniz; Frustum parvum unum.*

182. (21). *Ferrum, ut aiunt, massivum cum Guartz vegetans; Frustum majus unum.*

183. (22). *Ferri Minera, ex Transilvania in Provincia Gik.*

184. (23). *Pulchra Ferri Minera, sed non bona.*

185. (24). *Minera Ferri dives; Frusta duo majora.*

186. (25). *Ferrum massivum, ut vocant, in lamellas rarioris formae concretum; frustum unum majus; Item massivum alterum prope lignum vegetatum.*

187. (26). *Cor Ferri flavescens, ex Roniz; Frust. 1. parvum; Item cor aliud ferreae Minerae; Frust. 1. parvum.*

188. (27). *Minera Ferri squamosa se se in Crocum resolvens, instar Minii rubentem, ex Palatinatu superiore prope, Averbach.*

189. (28). *Minera Ferri squamosa, Chalybis particeps; Frusta duo.*

190. (29). *Minera Ferri nigra, viridibus maculis superficie tenuis infecta; ex Teritorio Bononiensi, in loco dicto Bisano.*

191. (30). *Ferri Minera stratis viridibus intermixta; Frusta duo.*

192. (31). *Minera Ferrum bonae notae continens cum terra, quae quasi bolus, admixta.*

(¹) La parola è *Bona*, che non sono riuscito ad interpretare.

193. (32). *Minera ferrea cum portionibus Guartz albi admixtis.*
194. (33). *Frustum majus Minerae Ferri obscurioris; Item frustum minus cum micis splendentibus.*
195. (34). *Minera Ferri vegetans etiam granorum formâ cum Vitrioli tinctura. — Nascitur in Sylva nigra.*
196. (35). *Ferri Minera ab interno igne calcinata.*
197. (36). *Ferrum nonnihil Marcasitae admixtum; Frustum unum majus, et duo minora; Item Metallum Ghedighen examini subiiciendum; Item Ferri colatura; Item frustum majus Ferri Ghedighen.*
198. (37). *Ferrum, ex quo elicitor Calybs; Frustum unum majus.*
199. (38). *Minera Ferri Territorii Bononiensis in Communi dicto Bombiana.*
200. (39). *Minera Ferri ex Monte prope Eporediam, vulgo Jurea; Item eadem Minera in fornace semel cocta.*
201. (40). *Variæ aliquot ferri Minerae observandæ, frusta nimirum quatuor, vel quinque.*

Non ho distinto in gruppi questa lunga serie di minerali di ferro, perchè le medesime varietà si trovano saltuariamente indicate. Nulla di speciale ho creduto notare; sono i comuni campioni di oligisto, di magnetite, di limonite, ecc.; qualche volta il minerale di ferro è unito alle piriti e ai vitrioli. Ritengo, invece, opportuno dire due parole sopra alcuni termini, da molto tempo disusati, e quindi non più familiari.

Guartz. — È la *quarzite*. Che tale sia, lo si rileva specialmente leggendo quanto riguarda l'oro (n. 270, 271): *Aurum in Guartz, sive silice albo*. È però curioso che in tutto il capitolo del quarzo, si parli sempre di *Crystallus* e mai si indichi il minerale con il nome che prese poi il sopravvento. Debbo anche notare che il medesimo vocabolo trovasi altrove (n. 52) usato con significato diverso, se la frase fu stampata con esattezza. Su questo minerale si hanno due manoscritti autografi nella bibl. dell'Univ. di Bologna (Frati pag. 106): « Discorso sopra il Guartz » e « Dimostrazione che il Guartz sia cresciuto in una pietra designata ». Cod. 1044, Segnat. 30, sez. C. carte 5 e 9.

Ghedigen — Per *Gediegen*, ossia *nativo*; per il ferro deve intendersi come *puro* (n. 171, 197).

Acqua del Ciment. — Nei libri da me consultati non mi è riuscito trovare una precisa designazione intorno a quest'acqua, che doveva essere cosa rara o nuova, giacchè lo stesso MARSILI ne fece argomento di una lettera diretta al MALPIGHI; della quale lettera, per ora, non ne conosco il contenuto.

Essa è intitolata: *Descrizione sopra l'acqua detta Ciment, indirizzata dal Gen. Marsili a Marcello Malpighi (Con tre tavole a colori ed una a penna)*. Fa parte dei numerosi manoscritti conservati presso la Biblioteca della R. Università di Bologna. Segnatura: Cod. 1044, n. 88 « L. F. Marsili, *Miscellanea rerum naturalium* » sez. F. fasc. 3 (Frati, pag. 104).

Il ferro in tubuli, elencato al num. 165 (4), ritengo corrisponda a quelle forme concrezionate di limonite ocracea che si deposita attorno a frustoli vegetali; risultandone dei tubuli per essiccamento completo e successiva eliminazione della pianticina.

M) — *Minerae Cupri*. (Pag. 9).

202. (1). *Aeris Frustula cum Malachite, seu tinctura veluti Malachitis in pyxide lignea.*

203. (2). *Lutum, sive arena Aeris nondum coagulati, quia aqua dicta del Ciment, nondum omnino ferrum absumpserat; in pyxide lignea. — Lutum hoc Pulvis dicitur, quem postea fundunt in Aes.*

204. (3). *Aeris Minera pulveris formâ, quae extrahitur ex Monte Hemo prope Ipek, in pyxide.*

205. (4). *Aeris Minera, quae extrahitur ex Monte dicto, Modino in Territorio Mutinensi.*

206. (5). *Aeris Minera, ceruleis, ac aureis coloribus variegata.*

207. (6). *Ertz, seu Cor Aeris; Item Cuprum, cujus extremitati ferreae, portiones adhaerent.*

208. (7). *Cuprum Ghedighen ita in Mineris sponte natum; Frusta majora quinque, minus unum, et adhuc minora tria.*

209. (8). *Minera Aeris nigra, quae argenti aliquid continere putatur; Frustula aliquot in pyxide lignea.*

210. (9). *Cuprum dictum Herenstein, hoc est lapis corneus, qui lapis immediatè substat Terrae communi; Frustum unum magnum.*

211. (10). *Minera Aeris flavescens.*

212. (11). *Cuprum flavum cum Guartz Crystallino; Frustum unum parvum; Item Aes ex Monte Haemo; Item ex eodem Monte Minera juxta Gallovaz.*

213. (12). *Aes purum ab aqua dicta del Ciment, relictum super ferrum, quod abradit, et secum deferit.*

214. (13). *Aeris Minera ex Agro Tyrolensi; Item alia ex Ungaria.*

215. (14). *Cuprum rursus ex Monte Haemo prope locum Ipeck; Item ex eodem loco Ipeck prope Cataractas Tataliae ad Danubium; Frusta aliquot intra pyxidem.*

216. (15). *Minera è fodinis Tyrolensibus (circa Bosen) cum particulis admixtis coerulescentibus, quae sunt lapidis Malachitis inchoamentum; Frust. unum.*

217. (16). *Cor Aeris rubrum, ex Minera loci Nayaisol.*

218. (17). *Minera Cupri Guartz permixta.*

219. (18). *Minera Aeris, ac Ferri; Item Aeris, Ferri, et Arsenici; Item Aeris Minera flavo, ac virescente colore infecta; Frustum unum; Item ex Agro Tyrolensi, ubi nascitur Malachites, frustum parvum unum.*

220. (19). *Sedimentum Aquarum, quas vocant del Ciment, quae fluxu lapides coloratos, et Aeris venam nigram abluunt; hinc vocantur Acque di forbo; quia et si secundum se clarae sint, illud tamen nomen accipiunt à viridi sedimento, quod deponunt; Item Tartarum petrificatum, ortum ducens ex sedimento aquae del Ciment.*

221. (20). *Minera, Aeris particeps credita; ex Montibus dictis, delle Savene, et ibi eruta è vetustis fodinis, quas elapsis saeculis excitarunt.*

222. (21). *Cor Aeris innatum Gypso ex Nayaisol; Frusta duo: Item Aes argenti particeps, ex eodem loco; Frusta duo, unum magnum, alterum valde minus.*

223. (22). *Spighel, hoc est speculum Aeris, clausum intra geminum Clust; Frusta duo majora, tertium minus.*

224. (23). *Matrix Cupri, et Malachitis: Item Aeris nigra, argenti non nihil particeps; Item alia coeruleis particulis admixta, ex Rudnobania; Frust. duo.*

225. (24). *Minera Cupri tincta variis coloribus ab interno montis igne, Frustum unum; Item Aes cum Vitriolo; Item Aeris Minera micis auricoloribus undique aspersa, Frustum unum. Item Aeris vena ex utroque latere à lapide montis tecta.*

226. (25). *Frustum Aeris magnum micis auricoloribus infectum, et alterum minus.*

227. (26). *Aeris Minera ab interno igne combusta; Item Cor Aeris nigrum.*

228. (27). *Aes ex Monte Haemo, vegetans in loco Ipeck prope cataractas, quas vocant, Tataliae; Frustum unum; Item Ertz, sive Cor Cupri cum terra; frustum unum.*

229. (28). *Clust nigrescens, ex quo spes divitis venae Cupri; Frustum unum.*

230. (29). *Aeris admodum pulchri Minera, frustum unum majus.*

231. (30). *Minerae Cupri nigri coloris ex Herrengrund Ungariae; Frusta aliquot in pyxide.*

232. (31). *Lapis rudis juxta Cor Cupri occurrens, quodam Coeruleo infectus, nec argenti omnino expers.*

233. (32). *Lapis vicinus Minerae Cupri; Item vicinus aller, ex quo color extrahitur dictus Verdetto; Item Petra Aeris cordi proxima.*

Oltre al rame nativo « in Mineris sponte natum » (n. 208), che fu detto ancora *Ghedigen*, e *Cuivre vierge*; vi sono vari composti, fra i quali distinguo:

Malachite o carbonato verde di rame (n. 202, 216, 219, 224).

Herenstein, lapis corneus (n. 210), forse per *Hornstein*. È da notare che col nome di *Rame corneo* sono stati indicati alcuni minerali ramosi di Uranio.

Cuprum flavum (n. 212); con questa denominazione molti Autori designano l'ottone; ma qui trattasi di un campione naturale, accompagnato da *Quartz* cristallino; quindi siamo in presenza di alcuni campioni di *calcopirite* che fu detta anche *Pyrites flavus et subflavus*.

Spighel o *speculum aeris* (n. 223). Ritengo si tratti della *Calcopirite specularis*, della quale si estraevano bellissimi esemplari dalle Miniere di Agordo in Valle Imperina. E' noto che sin nelle epoche preistoriche (Etruschi) questa varietà, dovuta a lavorio meccanico acqueo di salbanda, era adoperata come specchio.

Aeris nigrum (n. 209, 231). Con questo nome, corrispondente a grigio-scuro, si intendeva il rame antimoniale, quindi la *Bournonite*.

Verdetto (n. 233). Materia tintoria, detta anche *Verde eterno*, che è acetato neutro di deutossido di rame = cristalli di Venere, verdetto cristallizzato.

N) — *Minerae Antimonii, Plumbi, et Stanni.* (Pag. 10).

234. (1). *Minera Antimonii ex Insula Ilvensi; Frustum unum.*

235. (2). *Antimonium fusum; Frusta tria majora.*

236. (3). *Scutella Antimonii praeparati pro usu haemetico.*

237. (4). *Frustula aliquot Minerae Antimonii in eadem Scutella.*

238. (5). *Antimonium Minerale; Frustum unum maius; Item Minerae Antimonii, seu potius Plumbi; Frusta duo minora.*

Sembra che questi campioni si debbano riferire tutti al solfuro di antimonio o *stibina*, meno i num. 235 e 236 che sono prodotti di laboratorio ⁽¹⁾. Il campione n. 234 (1) doveva essere tenuto come una rarità, giacchè all'Isola d'Elba la *Stibina* non forma un vero giacimento. Se ne è rinvenuta in minima quantità nella parte settentrionale dell'isola presso il golfo di Procchia.

239. (6). *Plumbi minus puti frusta tria, potiùs parva.*

240. (7). *Plumbum crudum, mixtum, ut vocant, Al Linobel, quod est imperfectioris conditionis vera Cinnabri.*

241. (8). *Duplex alia Plumbi Minera, Frustum unum pro singula: Item frustum aliud Plumbi Minerae.*

242. (9). *Lapis plumbarius; Frustum unum maius.*

243. (10). *Minera Plumbi perfecti, aiunt, ex Pyracneis montibus.*

Con ogni probabilità questi campioni sono tutti di *Galena*; nè mi sembra sia il caso di dubitare che la nomenclatura sia stata usata nel senso antico, cioè come quando il vocabolo *piombo* si accumulava con lo stagno, col bismuto e con lo zinco; e ciò penso perchè nell'*Inventario*, questi metalli sono tenuti distinti.

244. (11). *Minera Stanni cum intermedio Guartz albo; frusta duo.*

245. (12). *Minera Stanni Ghedighen; Frustum unum majus pulchrum; Item frustulum alterum parvum, ac impurum.*

Quest'ultimo va riferito allo stagno, metallo puro, ricavato dal minerale quindi il primo sarebbe il minerale di stagno, cioè la *Cassiterite* della quale in Europa, come in Italia, si hanno dei giacimenti che sappiamo furono sfruttati persino nei tempi preistorici.

⁽¹⁾ Nel *Dizion. del CHAMBERS*, vol. I, pag. 239. si legge uno strano racconto sull'origine della parola *Antimonio*, che vale la pena di trascrivere. « La ragione della sua denominazione moderna (gli antichi lo chiamavano *Stibium*, στίβιον) per lo più si riferisce da BASILIO VALENTINO, Monaco Tedesco, il quale, avendone gettato ai porci, osservò, che dopo d'avergli purgati violentemente, si cominciavano ad ingrassare. Ciò lo fé pensare, che con darne a' suoi compagni Monaci una dose simile, eglino ne riceverebbero molto giovamento; ma l'esperienza riuscì così male, che tutti quanti se ne morirono; e perciò la medicina fu detta *antimonio*, come se dicesse, *antimonaro* ». Il p. Battarra accenna certamente a questo racconto, quando, senza ripeterlo, dice: « ubi jucunda extat historiola ». *Rer. Nat. Hist.* I, pag. 102.

O) — *Minera Argenti*. (Pag. 11).

246. (1). *Minera Argenti, ventriculis praedita Argentum Ghedighen (hoc est purum) continentibus; Frustum unum magnum — dicitur a Metallariis Stufa d'Argento.*

247. (2). *Kis Metallariis dictum, quod volunt Metalli inchoamentum, praesertim Auri, et Argenti; Kis varietas altera; Item an alterum Kis Mineræ Argenti.*

248. (3). *Minera substantiæ veluti crystallinae, stratorum ordine dispositae, Argenti particeps.*

249. (4). *Minera Argenti, fluori multiformi intermixta.*

250. (5). *Marcasita, et, ut aiunt, Segnale d'Argento, quod identidem inest Mineræ, an hæc ferri, ex Roniz?*

251. (6). *Minera Argenti insignis; Item Mineræ Argenti, et Cupri frustula parva in pyxide lignea.*

252. (7). *Minera crystallinae vegetationi intermixta cum Argento Ghedighen. Item Saxea Argenti Minera altera.*

253. (8). *Argenti Minera stratis marmorei lapidis, albidis intermixta.*

254. (9). *Minera crystallino fluore eleganter incrustata; Ex Schemnitz frusta duo.*

255. (10). *Argenti Minera Pyriti admixta; Frustum unum.*

256. (11). *Minera Argenti unâ cum fluore admixto; frustulum: Item cor Argenti Metallariis dictum; frusta duo.*

257. (12). *Minera Argenti profundior ex Schemnitz Marcasita abundans; Frustum unum majus; Item frusta minora aliquot Mineræ Argenti.*

258. (13). *Minera parum Argenti, multum Marcasitæ habens: Item altera Argenti ditior: Item Minera Argenti in lapide quodam Molari.*

259. (14). *Frustula aliquot Mineræ, undè prodit Argentum Ghedighen.*

Considerando la nomenclatura e dicitura ordinariamente usata nell' *Inventario*, circa i metalli, è da ritenere che in collezione non vi fossero che campioni di argento nativo, o puro per fusione. I nomi di altri minerali, che qui sopra si leggono, segnano specie che comunemente accompagnano l'argento nei giacimenti.

Kis, per *Kies?*, minerale che accompagna l'argento ma « *Minera hæc nulli usui est* ». (KIRCHER; *Mundus subterr.*, II, pag. 188).

P) — *Minerae Auri*. (Pag. 11).

260. (1). *Minera Auri, ex Jesse.*

261. (2). *Pulvis venae Auri, ex Boza.*

262. (3). *Tophus porosus ab interno igne Minerae tinctus ex una parte, cui super incumbit terra communis.*

263. (4). *Wildestan, nempe lapis sylvestris nullius pretii, sed durus pertinens ad Aurum ex Boza.*

264. (5). *Lapis ex colle, ubi crescit Aurum purum prope Oltsol. — Illic non videtur differre à Topho num. 3.*

265. (6). *Minerae Auri frustum unum. Item alterum minus, Guartz candidum intermixtum habens. Item cor Minerae Auri, ex Boza. Item particulae, an pyritis, an Auri? crystallino fluori innatae?*

266. (7). *Guartz, undè Auri Minerae oriri solent.*

267. (8). *Minera Auri ex oppido Pastos. Item ex fodinis Bozae inter Comitatum Nayaisoi, et Lyptoviam sitis.*

268. (9). *Minera Marcasitae Aeris, Auri, ac Ferri ex loco dicto Allegna de' Signori Adda.*

269. (10). *Minera Auri cum exiguis Crystallis rubescentibus, ex oppido Pastos.*

270. (11). *Aurum in Guartz, sive silice albo, ex Boza. Item Guartz cinereum brillante, ut vocant; Item Guartz Auri particeps.*

271. (12). *Guartz candidum, in cujus exiguis ventriculis vegetationes crystallinae quid piam possident latentis Auri: Item Auri puri, quod etiam super humum circa Oltsol reperitur, Minera.*

272. (13). *Auri Minera latens in materia saxosa.*

273. (14). *Argentum unà cum Auro ex Naybagna: Item Minera Auri ex Naybagna Transilvaniae; Frustum unum majus: Item frustum aliud valde insigne ex eodem loco, Metallariis dicitur Stufa d'oro.*

Esemplari di oro in polvere (n. 261), nella quarzite (n. 265, 266, 270, 271), o in altre roccie, e permisto a marcasita (n. 268).

Q) — [*Series omnium fossilium*]. (Pag. 12).

274. *Series omnium Fossilium intra Electoratum Saxoniae nascentium, in portiunculas eleganter digesta, ab ipsoq; Electore, nunc Poloniae Rege, dono data.*

Qui, per *fossilium*, si intendono solamente dei minerali, che in piccoli campioni, il MARSILI ebbe in dono dal Grande Elettore di Sassonia. Queste piccole collezioni locali, da vari decenni sono andate in disuso.

GIUS. GAET. BOLLETTI, Sacerdote Bolognese ⁽¹⁾, dà di questa collezione i seguenti brevi particolari (pag. 78): « Nell'angolo vicino alla porta (della prima delle cinque stanze dedicate alla Storia Naturale, e site al primo piano del Palazzo Poggi) v'ha uno stipo dorato, e chiuso con vetri, nel quale tutti i metalli, e minerali congregansi, che scavansi nella Sassonia. Quella raccolta ha moltissimo di erudizione, ed è bella a vedersi, e pulita; giacchè tutte le cose sono fra sè così legate, e congiunte, che un monte vagamente dimostrano, e nella cima Cristo confitto in croce. La croce stessa, perchè fosse più riguardevole, è fatta d'argento egregiamente dorato. Questo regalo ebbe una volta il MARSIGLI da FEDERICO AUGUSTO Elettore di Sassonia, che poscia in Polonia conseguì la corona reale » ⁽²⁾.

⁽¹⁾ GIUSEPPE GAETANO BOLLETTI — *Dell'Origine e dei Progressi dell'Istituto delle Scienze di Bologna*. Bologna, 1767-80, vol. di 120 pag. con 4 tav. doppie.

⁽²⁾ Nella memoria sulle *Collezioni Zoologiche del MARSILI* (Atti, a. LXXXIV, pag. 376), feci notare l'assenza relativa a raccolte di animali vertebrati, non elencate, sia negli Inventari, sia nei manoscritti che si conservano nella Biblioteca della R. Università di Bologna. Sembrami che il volumetto del sac. BOLLETTI confermi questa lacuna, giacchè pure accennando a qualche collezione di vertebrati, non fa parola del MARSILI, e cita invece vari altri donatori; solamente alla fine del cap. XX (pag. 82) annota: « Di tanta, e così varia suppellettile della natura, eccettuata quella spettante alli due già nominati Musei [ALDROVANDI e COSPI], ed alcune altre cose acquistate da LELIO TRIONFETTI, e GIUSEPPE MONTI professori della storia naturale, l'Istituto si riconosce debitore per la massima parte al MARSIGLI sì per quella prima gloriosissima donazione, che per le altre, che poscia seguirono ». Le indicate collezioni zoologiche insieme a « varj antichissimi cadaveri degli Egiziani imbalsamati » (pag. 81) si trovavano nella quinta stanza ove « ... si conservano alcuni rari quadrupedi, scheletri, e parti a quadrupedi appartenenti, e fra queste una nobile, e copiosa serie di pietre belzuarie (pag. 460 della mia precitata Memoria). Altro armario viene occupato dalle balene, cioè dalle più curiose parti delle medesime; e fra queste vedesi una grande mandibola armata co' suoi denti del fisetere... Succedono li volatili, ova, e nidi di essi, fra' quali molti assai rari dell'Indie, e dell'America; indi un'esquisita raccolta, provveduta in gran parte dal celebre Olandese ALBERTO SEBA, di serpi, rettili et anfibi. V'è pure una assai grande testuggine coriacea, dono di Benedetto XIV. Di più una raccolta di pesci, massimamente stranieri. Dentro scrigni orizzontali poscia si scorge un'abbondante serie d'insetti, farfalle (pag. 382, nota 2, mia Memoria), a' quali succedono li testacci e crustacei ». Si tenga presente che il vol. del BOLLETTI venne stampato 37 anni dopo la morte del MARSILI, e 55 dopo la donazione. Il volumetto, del quale è parola, non è comune; nè venni assai di recente a conoscenza ed in possesso per una vendita all'Asta pubblica di libri dell'antica libreria ALBERTO BOCCA in Roma.

R) -- [*Minerae Auri et Argenti*]. (Pag. 12).

*Minerae Auri, et Argenti à Duce d'Ucceda, Regis Hispaniarum
apud Pontificem olim Legato, dono datae.*

275. (1). *Frustulum Auri in Guartz albo, cui hic Titulus-de las minas
de Caravagia.*

276. (2). *Frustulum Auri puri in Guartz flavescente, cui hic Titulus —
de Chile.*

277. (3). *Frustulum Minerae Argenti cum Titulo — de Chile.*

278. (4). *Frustula minima Minerae Argenti cum Titulo — Nuevas
minas descubiertas, e nel Perù.*

279. (5). *Frustulum unum cum Titulo — Platta del Cerro del Potosì.*

280. (6). *Frustulum Minerae Argenti, cui hic Titulus — de las
Sierras Nuevas de Chile.*

281. (7). *Frustulum Argenti puri.*

282. (8). *Frustula aliquot Argenti Ghedighen, nempe quattuor, vel
quinque.*

Nulla di particolare in questa piccola collezione dei due metalli nobili,
che doveva essere certamente formata da piccoli, ma scelti esemplari.

S) — *Ligna, et Animalium partes petrificatae*. (Pag. 12).

283. (1). *Lithoxylon secundum ex Transilvania; Frusta duo.*

284. (2). *Frustum ligni Palmae petrificatum: ex Tripolitano solo.*

285. (3). *Lignum petrificatum, ex Aegypto advectum.*

286. (4). *Ligna petrificata varia, num. 4. Frusta majora.*

287. (5). *Lignum (an Quernum?) in Ferri Minera petrificatum, ex
Agro Bononiensi.*

288. (6). *Lignum fossile subterraneum ex Prato Agri Tigurini — inter
Diluvii reliquias censetur ab Incolis loci.*

289. (7). *Frustum aliud ligni petrificati ferro permixti, ex Territorio
Bononiensi.*

Le indicazioni dei vegetali, ai quali vengono qui riferiti gli esemplari,
non sono attendibili. E. BERTRAND, in *Dictionn.* II, pag. 203, al vocabolo *Sté-
léchite*, elenca 25 specie di legni pietrificati, ai quali dà i nomi delle specie
arboree più comuni; nomi evidentemente dati per semplice analogia. Per i

casi citati ai num. 288 e 289, troviamo una corrispondenza con quanto leggesi nel *Dizion. Univ.* del CHAMBERS-LEWIS, Supplem. III, pag. 169: « Un altro assai considerevole esempio del cambiamento venuto a lavorarsi nel legno col rimanersi stanziato sotterra, si è quello, dell'essersi esso legno trovato trasmutato in ferro; vale a dire, che il legno siasi per ogni, e qualunque parte, impregnato dalle particelle del ferro; in quella stessa stessissima guisa, che quel legno, cui noi appelliamo legno petrificato, si è impregnato delle particelle pietrose ».

290. (9). *Ova Sepiarum* — ex Aldr. lib. de Mollibus.

ALDROVANDI tratta delle uova di Seppie a pag. 52 e seg. del cit. vol., ediz. 1606, e ne dà un disegno a pag. 53, copiandolo malamente dal RONDELET — *De Piscibus*, I, 1554, pag. 304; ma nessuno dei due autori dicono della possibilità o meno della fossilizzazione o petrificazione di dette uova.

Circa alle pretese uova fossili di Seppia, ne ho scritto occasionalmente studiando alcuni organismi portati dalla King's Bay, dal nostro illustre Presidente, redmo padre GIANFRANCESCHI ⁽¹⁾.

291. (10). *Fungi lapidei affines Coralloidibus Fabii Columnae*, dissert. de Glossopetris.

292. (11). *Fungi lapidei* Clus. de Exotic. Item *fungus lapideus*, ex Radio Monte Schafhusianor.

293. (13). *Fungus pileatus substantiam ligneam aemulans*.

Ben difficile dire di che si tratti. Stando al COLONNA, qui citato, e che ricorda parimenti il CLUSIUS, questi pretesi funghi, si debbono riferire a *Madrepora*. (*Glossop.*, rist. p. BATTARRA, 1782, II, pag. 322).

294. (12). *Alni folia petrificata*.

295. (14). *Lichen succo lapidescente infectus, materiae Thophaceae adhaerens*.

296. (15). *Racemus Uvae tarturizatus*.

Lascio alla fantasia del lettore queste indicazioni assai dubbie, forse meno la prima.

(1) NEVIANI ANT., *Di alcuni briozoi ed altri organismi delle King's Bay*. Atti Pont. Acc. Sc., N. Lincei, a. LXXXII, pag. 62 (12), in nota, ove rettificai quanto scrissi sopra la *Sepia Zanoni* fossile. Alla bibliografia va aggiunta la seguente citazione: LIBERATI, *Mus. Cospiano*, pag. 152, n. 17: « Gruppo d'Ova di *Sepia* pietrificate intorno ad un pezzo di legno parimenti in pietra convertito, e che perciò *Non men d'ogni altro sasso un sasso pare* ».

297. (8). *Partes Osseae Animalium petrificatae; Frusta quatuor.*

298. (16). *Vertebra Dorsi Bovina, vel Equina petrificata, perrara, in lapide arenoso, albo etc.*

299. (17). *Costa (seu Costae) Animalis petrificata, inventa in lapidicina, undè Tiburtini lapides cruuntur, in loco dicto Capo Corona, a Ponente di Marsiglia. Haec autem in profundo lapidicinae inventa ad distantiam quatuor, ut dicunt, Tese, inter quamplurimas Glossopetras, et Serpentum oculos.*

300. (18). *Digitus Equinus. Item partes dentis Elephantini quaedam petrificatae; Frusta num. 4. Quaedam in calcem, veluti redactae; Frustula duo in pyxide lignea.*

301. (19). *Os fossile repertum in Territorio Bononiensi intra Portam dictam Strada Castiglione, prope caveam, unde lapides arenario lapidi similes effodiuntur, vulgò Bononiensibus dicti Macigno; Item Ebur fossile dentem Cameli, item Apri dentem, item Fraxini Corticem referens.*

302. (20). *Os Tibiae, seu... Elephanti duplex, non petrificatum.*

303. (21). *Mandibula una Elephanti cum dentibus filo ferreo trajecta.*

304. (22). *Vertebra ejusdem in duas partes.*

305. (23). *Ossa quaedam ex majoribus non integra, numero tria; Item portiones radicum dentis Elephanti, numero quinque — videntur petrificatae.*

306. (24). *Alia Ossa, seu portiones Osseae incertae.*

Qualcuno degli indicati animali, corrisponderà certamente; ma per il Cammelo c'è da dubitare; così, all'infuori delle Elefantine, rimangono del tutto indeterminate le altre ossa.

T) — *Lapides variarum Figurarum naturalia, aut Artificialia referentes. (Pag. 13).*

307. (1). *Marmor (seu lapis) figuris Mathematicis naturaliter exaratum. Aldr. Mus. pag. 768.*

308. (2). *Lapis ingens duplex figuris veluti Mathematicis naturaliter exaratus, favos praesertim Apum repraesentantibus.*

309. (3). *Lapis repertus in Alsatia prope Agenau.*

Sono esemplari di *Septarie a nido di Vespa* (*favus Apum*), conosciute anche con il nome di *Pietre geometriche*. La citazione dell'ALDROVANDI si riferisce ad una grande figura, al di sopra della quale è la medesima indicazione riportata nell'*Inventario*. Nel disegno le parti argillose dure, incluse nel

reticolato delle lamine calcare, sono rappresentate a superficie convessa, ma-millonare.

Fra i manoscritti Marsiliani (Univ. Bologna, Segn. 88, sez. A 2) ve ne ha uno formante un fascicolo di 56 carte n. n., intitolato: *Nomenclator lapidum natura figuratorum quorum, mentio est apud veteres et recentiore scriptores. Auctore doct. Saikzev.* (FRATI, pag. 103).

310. (4). *Silex ex siliculis plurimis albidis, vel potiùs albo Tartaro obductis magna ex parte compositus.*

311. (5). *Ventres Crystallini dicti ex Gallia; Item Ventres, seu Pseudo-ventres Crystallini insignes, Tuberi formâ, ex Agro Bononiensi, duo reperi non procul à Monte Paderno dicto.*

312. (6). *Alii Pseudoventres, figurâ ad Conoidem accedentes, ex eodem loco. Item alii Ventres cylindrici minores num. 2.*

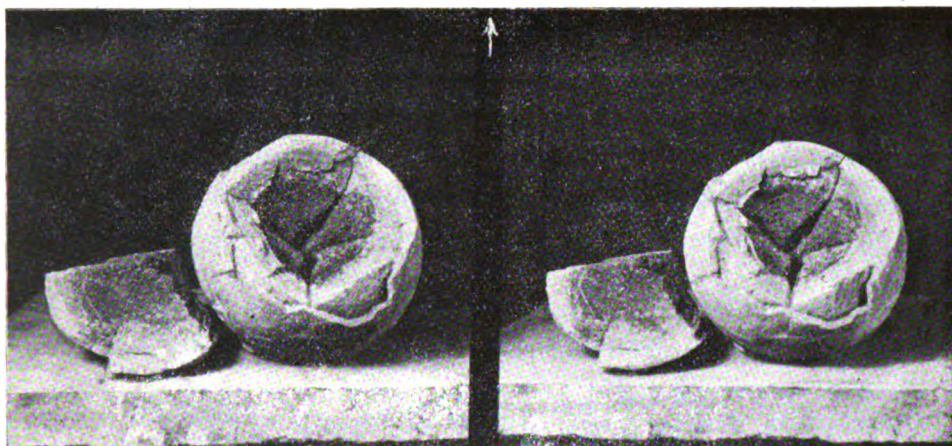
313. (7). *Lapis Marmoreus, qua parte planus, et politus, maculis nigricantibus, ac albis variegatus, ex Territorio Bononiensi è loco dicto Sca-ricalasino, prope Montes; Item frustum aliud lapidis nigricantis micis splen-dentibus praeditus ex Rheno Bononiensi prope locum della Madonna del Sasso; Item lapis semiglobosus magnus ex genere (juxta nonnullos) lapidis nostri lucidi Bononiensis. Item varii diversarum figurarum lapides, ex Territorio Bononiensi.*

Il lapis ex genere lucidi dell'ultimo numero è la *Baritina* fibroso-rag-giata, che ancora oggi è detta dai montanari *pietra lucida*. Per le altre forme del medesimo num. 313 e del 310 si può immaginare ciò che si vuole; per-chè le *Icoliti* o forme imitative, nel Bolognese ed altrove, sono numerosissime per forma e natura; forse i *siliculi albidis* - *albo Tartaro*, sono i cosiddetti *Confetti di Tivoli*.

I *ventres*, dei quali è parola nei num. 311 e 312, sono evidentemente delle *geodi* (v. n. 70, 71); non ho trovato citati da altri Autori i *pseudo-ventres*; forse si tratta di superfici rocciose con cristalli, che *in posto* dove-vano rivestire delle grandi cavità non geodiche.

Non posso escludere, come già dissi ai num. 70, 71, che per i *ventres* si tratti di septarie geodiche. La loro iscrizione in due capitoli distinti e lontani fra loro, non forma ostacolo a questa interpretazione. Nel primo caso gli esemplari sono citati per la loro qualità di *Lapides*; quì per le forme *figurate*. Nell'*Inventario*, num. 311, è citato *Monte Paderno*; località ben conosciuta dai Bolognesi, ed a me particolarmente cara; è in quei *calanchi*

di argille scagliose, come a M. S. Giovanni, M. Veglio, etc., che si trovano magnifiche e voluminose, *insignes* scrive il MARSILI, septarie geodiche con cristalli di calcite e di baritina. Ne presento quì una ben riuscita fotografia stereoscopica inedita, favoritami dalla cortesia del sig. comm. GAET. BRASA, che rappresenta una di queste septarie, aperta, che fu dal medesimo raccolta nella parte superiore delle argille scagliose a M. S. Giovanni ⁽¹⁾. Di queste forme, veramente interessanti, pochi anni prima del comm. BRASA, ne avevo raccolte, per la prima volta nel Bolognese, a Monte Veglio, poscia a piccola distanza di M. Paderno, e ne feci argomento di brevi studi, ai quali nulla ebbi in seguito



da aggiungere o modificare ⁽²⁾. Ritengo che le prime notizie, su tali sorta di septarie, sieno state date da P. DODERLEIN nel 1862, per esemplari che abbondantemente si raccolgono alla Vernasca in quel di Parma; « ... s'incontrano a volta a volta grossi banchi di queste molasse, metamorfosate in arenarie vitrescenti ed in quelle singolari palle o pietre figurate a rilegature di ara-

⁽¹⁾ BRASA GAET.; *Monte San Giovanni e le sue septarie geodiche* — Esposizione Emiliana del 1888 in Bologna. Edit. Zanichelli, pag. 3-17; 1888, 8°.

⁽²⁾ NEVIANI ANT.; *Note geologiche sul Bacino del Samoggia del Bolognese*. Boll. Soc. Geol. Ital., III, 1884, pag. 161. Con un elementare studio cristallografico su i magnifici cristalli di baritina da me raccolti, e depositati nel Museo di Mineralogia delle R. Univ. di Bologna, allora diretto dal mio compianto Maestro prof. LUIGI BOMBICCI-PORTA.

N. A.; *Di un Orizzonte a Septarie nel Bolognese*. Boll. Soc. Geol. Ital., II, 1883, pag. 164.

BOMBICCI L.; *I quattro emiprismi bolognesi all'Esposizione Nazionale di Torino del 1884*. « Gazzetta dell'Emilia », num. 180-182. Bologna 1884.

NEVIANI ANT.: *Septarie e blocchi argillosi*. Riv. It. Sc. Nat. Siena, a. V, fasc. 1; Siena, 1890.

gonite, ed a grossi cristalli di barite, che i nostri maggiori chiamarono *Ludus helmontii*, per le quali si ebbero tanta celebrità mineralogica le adiacenze di Varla e di Vernasca » ⁽¹⁾.

Termina l' *Inventario* (pag. 14) un elenco di *Utensilia pertinentia ad Musaeum Mineralium, seu Fossilium*; sono specialmente scaffali e simili, oltre ad alcuni oggetti per l'esplorazione delle Miniere.

APPENDICE

Per motivi di ubicazione, nel museo Marsiliano, un buon numero di minerali, furono inventariati a seguito dell' *Inventarium Musaei Maritimi* (pag. 13 e seg.), che per la parte organica illustrai nella mia sopra citata Memoria. Qui però gli esemplari sono sommariamente indicati cassetto per cassetto (*Capsulae*); quindi non è possibile fare alcuna osservazione scientifica al riguardo; tuttavia trascrivo l'elenco per intero; sia a completamento di quanto ho esposto precedentemente, sia perchè risalti ancor più evidente la ricchezza del Museo Marsiliano.

A) — *Crystalli, et Lapides in inferiori parte ejusdem Plutei in oclclulis Capsulis (ad sinistram sitis) quae singulae in triginta duo loculamenta distinguuntur.* (Pag. 15).

In Capsula notata num. 1.

Crystalli diversis Matricibus inhaerentes: Item aliae sejunctae à Matricibus, et in utrisque ex varia magnitudine, coloribus, figurâ differentiae multae, à loculamento num. 1. inclusive usque ad 32.

Capsula 2.

Aliae pariter Crystallorum varietates Matricibus inhaerentium, aliarum verò sine Matricibus, magnitudine, et coloribus distinctarum, à loc. num. 1 incl. usque ad 32., dempto loc. num. 14., in quo Saxum rubiginosum, non autem Crystallus.

Capsula 3.

Sequantur aliae Crystallorum differentiae modo, quo in praecedentibus diximus, à numero primo usque ad 32. inclusive.

⁽¹⁾ DODERLEIN PIETRO: *Cenni Geologici intorno alla giacitura dei terreni miocenici superiori dell'Italia centrale.* Atti X Congresso Scienz. Italiani. Siena, Settembre 1862, pag. 9.

Capsula 4.

Lapides pretiosi, nempe Achates, Jaspides, et hujusmodi, quorum frusta variae magnitudinis, et colorum, à loc. num. 1. incl. usque ad 32.

Capsula 5.

Sequuntur eodem modo, quo in praecedenti alii pretiosi lapides, seu nonnullorum Matrices, à loc. num. 1. usque ad loc. 23. incl., in tribus autem sequentibus loculamentis quaedam Crystallorum varietates, et in reliquis sex nihil adhuc positum.

Capsula 6.

Sequuntur, ut in praecedentibus, frusta pretiosorum lapidum diversi generis cum, et sine Matricibus, à loc. num. 1. usque ad 32.

Capsula 7.

Sequuntur alii lapides, et quidem nati in Mineris ferreis Briscoviae varii, elegantes omnes, à loc. 1 usque ad 32.

Capsula 8.

Lapilli, et huiusmodi in Animalibus reperti locatae, à primo loc. usque ad 32.

Questi Bezoar, sono stati da me trascritti nella precedente memoria sul Museo Marittimo, perchè quivi erano stati elencati.

B) — *Mineralia, seu Fossilia in inferiori parte alterius Plutei majoris locata in Capsulis, quae singulae distribuuntur in loculamenta 32. (Pag. 17).*

Capsula num. 1.

Minerae, Arena, Guartz, et alia ad Aurum pertinentia, à loc. num. 1. incl., usque ad 32. excepto loc. num. 30 vacuo.

Capsula 2.

Minerae Argenti, Lapides, Marcasitae ad Argenti Mineras spectantes à num. 1 incl., usque ad 32.

Capsula 3.

Num. 1. *Mineras Argenti, et Clust, et lapides ad easdem spectantes.*

2. *Rursus Marcasitas.*

3. *Multas Cinnabris Mineras, et Cinnabrim à Mineris extractam; quae omnia, à loc. num. 1 incl. usque ad 32.*

Capsula 4.

In qua Minerae Cupri variae, necnon Petrae, Gypsum, et alia ad easdem Cupri Mineras, et Cuprum ipsum spectantia, à loc. num. 1 usque ad 32 incl.

Capsula 5.

In qua nonnullae ferri in Cuprum mutationes ab Aqua del Ciment productae; Item Vitrioli differentiae variae; Item Clust, lapides ad Vitriolum spectantes; à loc. primo incl. usque ad 32.

Capsula 6.

In qua aliae Cupri Minerae; Item Cuprum ipsum purum, à loc. primo usque ad 32.

Capsula 7.

In qua progressus Calcinationis, ac fusionis usque ad absolutam Cupri depurationem, à numero primo usque ad 32.

Capsula 8.

In qua ferri Minerae multiplices, necnon Terrae, ac Boli ad easdem spectantes, à loc. primo incl. usque ad 32.

Capsula 9.

In qua aliae rursus ferreae Minerae, necnon Terrae quaedam, ac Petrae et Arena ad easdem Mineras spectantia, à loc. primo usque ad 32.

Capsula 10.

Aliae iterum Minerae ferri, et Magnetis, à loc. primo usque ad 32.

Capsula 11.

In qua Minerae Calybis in duobus prioribus loc., in reliquis à num. 3 usque ad 32 incl. diversae Plumbi Minerae necnon et Stanni.

Capsula 12.

In qua aliquot Antimonii Minerae, et insuper Petrae, ac Terrae ad easdem spectantes; Item duplex Arsenici, seu Auripigmenti Minera; Item in loc. 30. 31. et 32. Mineralia aliquot in Helvetia ortum habentia, et examini subiicienda.

Capsula 13.

In qua Marcasitae plurium differentiarum, à loc. primo usque ad 32.

Capsula 14.

In qua Minerae Sulphuris, necnon et Sulphur purum; Item Terrae. Gypsum, Flores, Fuligo ad Sulphur, seu eiusdem Mineras spectantia, à loc. primo usque ad 32.

Capsula 15.

In qua Salis fossilis multae varietates, unà cum aliis ad has pertinentibus, à loc. primo usque ad 32. inclusivè.

Capsula 16.

In qua rursus Terrae aliae circa Salis Mineras occurrentes: Item ejusdem Salis fossilis frusta varia similis generis cum in praecedenti Capsula locatis, à loc. primo usque ad 32 inclusivè.

Capsula 17.

In qua Arena; Item Terrae aliquot insignes, nempe Sigillatae, Cretaceae, Margae, rursus aliae ex Classe Carbonum fossilium: Item lapis Haematites: item Lazuli, necnon alii lapides cum Minera Granatorum, à loc. primo, usque ad 32.

Capsula 18.

In qua Fluores, et Stelechites, à loc. num. primo usque ad septimum: Item Petrificata varia: folia scilicet, ac Ligna à num. 8. incl. ad 15. Item Petrae, ac Lapides variis figuris distinctae, à num. 16 incl. usque ad 22 incl.: Item Astroites varii, à loc. 23 incl. usque ad 29. incl.: Item Belemnites, et lapis Crucis, à loc. 30 usque ad 31., demum in loc. 32. lapidis Judaici differentiae aliquot.

Capsula 19.

In qua à loc. num. primi usque ad 9. Frusta lapidum naturaliter variis figuris exaratorum: à loc. 10 usque ad 16 incl. lapides Aquilini multiplices: à loc. 17 incl. usque ad 19 incl. Fungi lapidei varii, et in loc. 20. Lapis Hystericus; in loc. autem 21 et 22. lapides Spongiae varii, et in 23. et 24. lapis Ossifragus, seu Osteocolla: Item in loc. 25 et 26. Pumex Rheni Germanici; sicuti in 27 et 28 duo Frusta Lapidum observanda: Item in loc. 29. frustulum ligni Aquilae: Demum in reliquis tribus Amianthi varietates.

Capsula 20.

In qua à loc. primo usque ad sextum differentiae lapidis Schisti, seu Selenitis: In loc. 7 et 8 Stalactites duplicis differentiae: Item Talcum ali-

quot differentiarum in loc. 9, 10, 11 et 12. Item in loc. 13 Spatum ex Monte Legerio: Item in 14 et 15 Duo Frusta observanda, at in 16 nihil: Item in loc. 17, 18 et 19 Frusta lapidum variè coloratorum, et semidiaphanorum: Item Micae variorum colorum à loc. vigesimo incl. usque ad 26. Insuper in loc. 27 et 28 Gypsum ex Hamsburgo in Helvetia: In loc. 29 Gypsum valde nilidum ex Scandiano: Praeterea in 30 et 31 lapis lucidus Bononiensis rudis, et politus; et demum in loc. 32 Mica et luteo splendens, reperta in Territorio Bononiensi.

Neue Formeln zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes.

(2. Folge)

Von HERMANN HOFBAUER S. C. ⁽¹⁾

Summarium. — Sättigungsdrucke des Wasserdampfes von 100 — 360°, von 37° aus (die Grundgleichung), von 0° — 37°.

Im Anschluss an unseren im Märzheft der Atti veröffentlichten Artikel wollen wir im Folgenden einige Ergänzungen und Erweiterungen zur Formel für die Berechnung des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes bringen.

Zunächst möchten wir eine Formel bieten, die sehr geeignet ist zur Berechnung des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes bei Erhitzung über 100° (373 abs.). Die neue Formel lässt sich ohne Mühe aus den früher gegebenen ableiten. — Es sei T die absolute Temperatur, für welche der Sättigungsdruck berechnet werden soll. T also $> 373^+$. D sei die Differenz $T - 373$, Q der Quotient $\frac{T}{373}$, $\epsilon = -^2e$, P und 760 seien die Spannungen in mm.

Die erste Näherungsformel lautet:

$$\text{bil } \frac{P}{760} = K + \log D - \log T - (\epsilon - 1) \log Q .$$

Für kleine Differenzen ist sie genügend genau... $K = 0.76210$.

Für grössere Differenzen aber muss sie mit Rücksicht auf die stetig steigende spezifische Wärme ergänzt werden. In der beiliegenden Figur sind die spezifischen Wärmen des Wassers von 100° — als Ordinaten aufgetragen, aber nur die Inkremente derselben über 1 (bei 37°). Es ist aus der Figur

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 Giugno 1931.

sofort ersichtlich, welche Bedeutung ein Flächenstück z. B. für 160° hat, das hier mit σ bezeichnet ist.

Indem wir dieses σ mit einem gewissen Koeffizienten k verbunden in die obige Gleichung einführen, erhalten wir eine ausgezeichnet genaue Formel, die folgendermassen lautet ($k = 0.00116$ gesetzt):

$$\text{bil } \frac{P}{760} = 0.76210 + \log D - \log T - (\epsilon - 1) \log Q + 0.00116 \sigma .$$

Um die Nachprüfung der Formel zu erleichtern, geben wir in der Figur die Grösse des Flächenstückes an von 20 zu 20 Grad. Um die Figur nicht übermässig gross werden zu lassen, fügen wir von 200° — 360° die Ergänzungen in Tabellenform an.

Zunächst möge eine kleine Tabelle die auffallende Übereinstimmung der von uns berechneten Werte mit den besten Messungen geben.

		Holborn & Henning	Regnault (verb.)	Unsere Berechnung
110	383	1074.5	1074.5	1074.5
120	393	1488.9	1489.3	1489.0
130	403	2025.6	2026.1	2025.6
140	413	2709.5	2710.7	2709.6
150	423	3568.7	3570.5	3568.7
160	433	4633	4635	4632.9
170	443	5937	5939	5936.2
180	453	7514	7517	7514.3
190	463	9404	9407	9404.4
200	473	11617	11652	11648
210	483	14290	14295	14297
220	493	17374	17375	17370
230	503	20949	20942	20940
		nach Holborn & Baumann in mm umgerechnet.		

Wenn man die unvermeidliche Unsicherheit der letzten Stelle der Konstanten, der logarithmischen Rechnung und der Beobachtungen, endlich den Umstand berücksichtigt, dass das Minimum der spezifischen Wärme nicht genau bei 37° liegen müsse, ist die Übereinstimmung der von uns berechneten

Werte mit den besten Messungen, besonders denen von Holborn & Henning (Holborn und Baumann) als eine ganz ausserordentliche zu betrachten, welche die Richtigkeit dieser neuen Formel, die ganz ex visceribus rei geschöpft ist, in hohem Masse bestätigt.

Wir gehen nun zur Grundformel über, die als die eigentliche Formel anzusehen ist, von der die anderen abgeleitet werden.

Die Formel geht vom Minimum der spezifischen Wärme aus: 37° oder 310⁺ (abs.). Als Sättigungsdruck setzen wir (etwas abweichend vom vorigen Artikel) für 37°... 46·898 mm.

Als Konstanten nehmen wir 0·86652 und 0°00088.

Unter Σ verstehen wir wieder das Inkrement der Wärmezufuhr, wie aus der Figur deutlich erhellt.

Die Formel lautet wieder (ganz analog der vorhergehenden)

$$\text{bil } \frac{P}{46\cdot898} = 0\cdot86652 + \log D - \log T - (\epsilon - 1) \log Q + 0\cdot00088 \Sigma .$$

Wir wollen uns begnügen, die hieraus berechneten Werte bis 100° anzugeben. Die für höhere Temperaturen zu berechnenden Werte weichen von den im früheren Aufsatz gegebenen Werten kaum ab.

		Holborn & Henning	Regnault	Unsere Berechnung
40°	313+	55·13	55·01	55·135
50	323	92·30	92·20	92·338
60	333	149·19	149·04	149·25
70	343	233·53	233·47	233·56
80	353	355·1	355·0	355·20
90	363	525·8	525·8	525·82
100	373	760·00	760·00	760·00

Die Werte von Nernst und Levy können im ersten Artikel nachgesehen werden. Die Differenzen sind auch hier belanglos.

Bis 37° kann eine vollständig analoge Formel dienen, die von 0° (273⁺.) ausgeht und lautet:

$$\text{bil } \frac{P}{4\cdot579} = 0\cdot93560 + \log D - \log T - (\epsilon - 1) \log Q - 0\cdot00072 \sigma .$$

Das letzte Glied ist ganz minimal und kann praktisch vernachlässigt werden; wegen des entgegengesetzten Verlaufes der Wärmekurve müsste es negativ genommen werden.

Es folgt eine kleine Tabelle:

		Holborn & Henning	Nernst	Unsere Formel
0°	273+	4·579	4·579	4·579
10	283	9·205	9·197	9·2022
20	293	17·51	17·506	17·508
30	303	31·71	31·775	31·736

Es könnte zur Berechnung der eben angeführten Werte auch von 37° ausgegangen werden und zwar in folgender Form (unter Vernachlässigung des letzten Gliedes).

$$\text{bil } \frac{46 \cdot 898}{p} = 0 \cdot 86444 + \log D - \log T + (\epsilon - 1) \log Q .$$

Die Verschiedenheit der ersten Konstante für Temperaturen über 37° und für solche unter 37° erklärt sich aus dem Umstande, dass hier die Wärmekurve eben ihren Wendepunkt hat. Der Wärmezunahme etwa von 37° auf 38° entspricht eine Wärmeabnahme von 36° auf 37°. Im weiteren Verlauf ist dieser Unterschied schon in der ersten Konstante miteingeschlossen.

So könnten wir von einer beliebigen Temperatur ausgehend jeweils eine vollständig analoge Formel aufstellen, die sich hiemit wohl als die wahre Formel erweist. Über die Berechnung der beiden Konstanten wollen wir kurz noch folgendes beifügen.

Man könnte sie einfach aus zwei Gleichungen errechnen, indem man z. B. wenn wir von 50° ausgehen wollten, aus den beiden Formeln für 100° & 37° den Wert für 200° berechnet und die beiden Gleichungen bildet:

$$\begin{aligned} \text{bil } \frac{P}{p} &= x + \log D - \log T - (\epsilon - 1) \log Q + y\sigma_1 \\ \text{und} \quad \text{bil } \frac{P_1}{p} &= x + \log D_1 - \log T_1 - (\epsilon - 1) \log Q_1 + y\sigma_2 \end{aligned}$$

p bedeute den schon errechneten Wert für 50° ; σ_1 und σ_2 lassen sich leicht aus der Figur ableiten.

Übrigens lässt sich aus den im früheren Aufsatz und im Vorhergehenden gegebenen Formeln leicht zeigen, das z. B. die 1. Konstante (K) für 100° gleich sein muss der 1. Konstante der Grundformel (von 37°) K vermindert um den Betrag

$$\log Q + 2(\epsilon - 1) \log Q \quad \text{oder} \quad \log \frac{373}{310} + 2(\epsilon - 1) \log \frac{373}{310}$$

oder

$$0.86652 - 0.10365 = 0.76287 ;$$

Dieser Betrag wird noch vermindert um das etwa 0.00400 — fache des Wärmeinkrementes von 37° auf 100° , also $0.19 \cdot 0.00400 = 0.00076$, was bis auf eine Einheit der fünften Stelle stimmt.

Wie die Konstante 0.00400 berechnet wird, näher anzugeben, ist überflüssig, weil ja die Sache praktisch nicht von Bedeutung ist, da die Werte des Sättigungsdruckes durch die Grundformel berechnet sind. — Die zweite

Konstante k ist etwa $= 0.00088 \left(\frac{T}{310} \right)^{\frac{3}{2}}$.

Für die Berechnung der einzelnen Werte wollen wir nochmals in Erinnerung bringen, dass $\epsilon - 1 = e - 1 = e^{\frac{1}{e^2}} - 1$ gleich $\frac{1}{6.9}$ gesetzt werden kann.

Wir meinen, es müsse doch nun auch möglich sein, für diese merkwürdige Formel den Beweis der Richtigkeit zu erbringen.

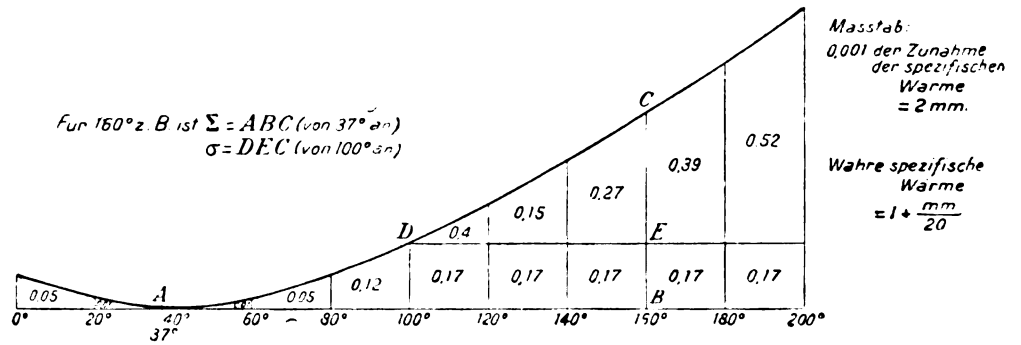
Anmerkung. Würde man als Sättigungsdruck für $37^\circ \dots 46.930$ mm und als Konstante K der Grundgleichung 0.86641 setzen, so erhielte man z. B. für $100^\circ \dots 760$ mm., für $200^\circ \dots 11647$ mm als Sättigungsdruck genau übereinstimmend mit den Messungen.

Für Temperaturen tiefer als 37° müsste man als Konstante 0.86461 nehmen; ginge man aber von 0° aus, so würde die Konstante 0.93581 lauten.

Die Konstanten für Temperaturen grösser als 37° und kleiner als 37° lassen sich vereinigen zu 0.86551 ± 0.00090 ; durch eine minimale Änderung erhielten wir 0.86639 und 0.86463 oder 0.86551 ± 0.00088 , so dass wieder die kleinere Konstante k in Verbindung mit der grösseren erschiene; das würde einem Sättigungsdruck von 46.937 mm für 37° entsprechen. K von 0° aufwärts wäre 0.93584 .

Wärmezunahme von 200° — 360°

200° — 220°	. . .	0.17 + 0.66
220 — 240	. . .	0.17 + 0.80
240 — 260	. . .	0.17 + 0.94
260 — 280	. . .	0.17 + 1.08
280 — 300	. . .	0.17 + 1.22
300 — 320	. . .	0.17 + 1.36
320 — 340	. . .	0.17 + 1.505
340 — 360	. . .	0.17 + 1.655



Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter

(3. Folge)

Von HERMANN HOFBAUER, S. C. ⁽¹⁾

Summarium. — Die Intervalle der Tonleiter dargestellt als Funktionen des kleinen ganzen Tones mit Hilfe des goldenen Schnittes. Geometrische Darstellung der Grundintervalle.

Anknüpfend an die Untersuchungen über merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter, die wir in diesem Jahrgang S. 30-32 vorgelegt haben, sei im Folgendem auf weitere interessante Relationen in der Tonleiter hingewiesen.

Wir gehen ans von Darstellung der Intervalle als Funktionen von t (des kleinen ganzen Tones) S. 31.

$$\begin{array}{cccccccc} \text{C} & \text{D} & \text{E} & \text{F} & \text{G} & \text{A} & \text{H} & c \\ t^0 & t^{m+\frac{1}{2}} & t^{m+\frac{3}{2}} & t^{2m+\frac{3}{2}} & t^{3m+2} & t^{3m+3} & t^{4m+\frac{7}{2}} & t^{5m+\frac{7}{2}} \end{array}$$

(Dass auf S. 31 t statt t^0 steht ist natürlich ein Druckfehler) Da wir fürderhin meist nur von diesen Funktionen handeln, so können wir von der allen gemeinsamen Basis t absehen und die Exponenten gleichsam als selbständig behandeln. — Indem wir auf die Werte von T , t , Δ und δ auf Seite 31 verweisen, fügen wir ergänzend hinzu, dass der log der kleinen Terz nach unserer Aufstellung $= 0.07930$ ist, $\log \frac{6}{5} = 0.07918$. Das Komma $\frac{T}{t}$ hat für uns den $\log \dots 0.00539$, $\log \frac{81}{80} = 0.00540$, $\log \frac{\Delta}{\delta} = 0.01078$, $\log \left(\frac{16}{15} : \frac{25}{24} \right) = 0.01030$.

Hier ist die Differenz etwas grösser. Um überhaupt ein Mass für die Zulässigkeit solcher Differenzen zu haben, erinnern wir uns, dass nach Helmholtz und Preyer « das Intervall $\frac{886}{885}$ gerade an der Grenze der überhaupt unterscheidbaren Unterschiede der Tonhöhe ist ». $\log \frac{886}{885}$ ist aber $= 0.00049$.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 Maggio 1931.

Somit steht obige Differenz genau an dieser Grenze. Wir fügen noch bei, dass nach unserer Messung $\log \frac{\Delta}{\delta} = 2 \log \frac{T}{t} = 2 \log$ eines Kommas ist.

Betrachten wir nun die eben aufgestellte Potenzreihe näher, so sehen wir leicht, dass sich sämtliche Potenzen auf die Form $P_1 m + P_2 \cdot \frac{1}{2}$ zurückführen lassen, wo P_1 und P_2 beliebige ganze positive oder negative Zahlen (die Null miteingeschlossen) bedeuten. Es sind somit diese Potenzen sämtlich aus zwei Elementen zusammengesetzt, aus der Teilung nach dem goldenen Schnitt in maior und minor und aus der symmetrischen Teilung in 2 gleiche Hälften. Damit sind aber zwei wichtige ästhetische Prinzipien der Gestaltung, die in Natur und Kunst unzähligmal Verwendung finden, angedeutet, die hier in inniger Verbindung und Verflechtung die verschiedensten Intervalle bilden helfen.

Wir können indes dieser Potenzreihe noch eine andere Form geben. t^m können wir zerlegen in $t^{\frac{1}{2} + k}$, wo k eine Abkürzung für Komma sein soll; für $\frac{1}{2}$ setzen wir s (symmetrisch) Unter dieser Annahme lautet die Potenzreihe folgendermassen (die Basis t ist fortgelassen).

C	D	E	F	G	A	H	c
0	$2s + k$	$4s + k$	$5s + 2k$	$7s + 3k$	$9s + 3k$	$11s + 4k$	$12s + 5k$

Auch diese Form lässt sich ganz allgemein ausdrücken durch $N_1 s + N_2 k$, wo wiederum N_1 und N_2 zwei beliebige ganze positive oder negative Zahlen (0 miteingeschlossen) bedeuten.

Diese Darstellung der Intervalle ist für Rechnungen sehr interessant. So lehrt z. B. ein Blick, dass 12 Quinten nahezu genau 7 Oktaven ergeben; denn 12 Quinten sind $= 84s + 36k$, 7 Oktaven aber $= 84s + 35k$; 12 Quinten sind also um ein k grösser als 7 Oktaven. Ähnlich sind 12 Quartan fast genau gleich 5 Oktaven; 12 Quartan ergeben nämlich $60s + 24k$, 5 Oktaven sind $60s + 25k$, letztere sind also um k grösser als erstere.

Jetzt können wir überhaupt versuchen z. B. nach Quinten fortzuschreiten; wir gelangen dadurch zu Tönen, die sich in der einfachen C-Dur Tonleiter nicht vorfinden, auch nicht in höheren oder tieferen Oktaven als jener, von der wir ausgingen.

Die Quintenschritte sind (indem wir um so viele Oktaven als nötig zurückgehen) folgende:

C	0
G	$7s + 3k$
D	$14s + 6k - (12s + 5k) = 2s + k$
A	$21s + 9k - (12s + 5k) = 9s + 4k$

Man sieht, dass dieses A schon um k grösser ist als das gewöhnliche A

$$E \quad 28s + 12k - (24s + 10k) = 4s + 2k$$

gleichfalls ein um k grösseres E

$$H \quad 35s + 15k - (24s + 10k) = 11s + 5k$$

wieder ein um k höheres H.

$$\text{Fis} \quad 42s + 18k - (36s + 15k) = 6s + 3k ;$$

damit stossen wir auf einen Ton, der um $s + k$ höher ist als das F der Skala, er wird genannt Fis (ist also um einen grossen Halbton von F verschieden)

Cis	$49s + 21k - (48s + 20k) = s + k$
Gis	$56s + 24k - (48s + 20k) = 8s + 4k$
Dis	$63s + 27k - (60s + 25k) = 3s + 2k ;$
B oder Ais	$70s + 30k - (60s + 25k) = 10s + 5k$

Dieses « Ais » ist aber um mehr als einen grossen Halbton höher als A, nämlich um $s + 2k$. Subtrahieren wir aber diesen Ton von H, so erhalten wir $11s + 4k - (10s + 5k) = s - k$, das ist die Differenz für den kleinen Halbton; wir erhalten so das B der Musik.

Eis	$77s + 33k - (72s + 30k) = 5s + 3k$, um ein k höher als F oder um $s + 2k$ höher als E.
C oder His	$84s + 36k - (84s + 35k) = k$, also um k grösser als c.

Damit ist der Quintenzirkel geschlossen, freilich, wie schon früher bemerkt, nicht ganz exakt.

Wir können aber auch im Quintenschritt abwärts gehen (und so viel Oktaven als nötig wieder aufwärts). So erhalten wir

$$\begin{array}{ll}
 \text{F} & - (7s + 3k) + 12s + 5k = 5s + 2k \\
 \text{B} & - (14s + 6k) + 24s + 10k = 10s + 4k, \text{ wieder B} \\
 \text{Es} & - (21s + 9k) + 24s + 10k = 3s + k, \text{ also Es} \\
 \text{As} & - (28s + 12k) + 36s + 15k = 8s + 3k \\
 \text{Des} & - (35s + 15k) + 36s + 15k = s = D - (s + k) = \text{Des},
 \end{array}$$

aber die Eniedrigung ist um k grösser als bei As.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Ges} & - (42s + 18k) + 48s + 20k = 6s + 2k = G - (s + k) \\
 \text{H oder Ces} & - (49s + 21k) + 60s + 25k = 11s + 4k \\
 \text{E oder Fes} & - (56s + 24k) + 60s + 25k = 4s + k \\
 \text{A oder Bb} & - (63s + 27k) + 72s + 30k = 9s + 3k \\
 \text{D oder Eses} & - (70s + 30k) + 72s + 30k = 2s,
 \end{array}$$

also um ein k kleiner als D

$$\text{G oder Ases} - (77s + 33k) + 84s + 35k = 7s + 2k,$$

um ein k kleiner als G

$$\text{C oder Deses} - (84s + 36k) + 84s + 35k = -k,$$

um ein k niedriger als C.

Demit ist der Quintenzirkel wieder fast genau geschlossen.

Man sieht, wie mit Hilfe dieser Darstellung auch feine Unterschiede in den Intervallen leicht und genau ausgedrückt werden können; darnach wäre es leicht, etwa in Terzenschritten auf- und abwärts zu steigen, die einzelnen Dur — und Molltonarten rechnerisch darzustellen. Durch die gleichschwebende Temperatur werden diese Unterschiede ausgeglichen, aber auch verwischt.

Der log des mittleren « Halbtönen der gleichschwebenden » Temperatur ist $0.30103 : 12 = 0.02508$, während der log von t' oder $t^{\frac{1}{2}}$ (nach unserer Annahme) 0.02284 ist; wir möchten diesen Halbton den « wahren » Halbton nennen; nach unserer Messung wäre der log des mittleren Halbtönen $= (12s + 5k) : 12 = s + \frac{5k}{12}$.

Wir können auch den $\log$ des Oktavenintervalles nach dem goldenen Schnitte teilen; wir erhalten $m \log 2 = 0.48605$, ferner $(1 - m) \log 2 = 0.11498$. Da $\log G$ nach unserer Rechnung (siehe S. 32) 0.17605 und $\log F = 0.12198$ ist, so ist die maior des goldenen Schnittes der Oktav um 0.01000 grösser als $\log G$, die minor um 0.01000 kleiner als $\log F$. 0.01000 ist etwa $= \frac{11}{6} k$.

Der Unterschied ist also nicht sehr bedeutend und kleiner als zwischen grossem und kleinem Halbton. Sollte dies vielleicht ein Fingerzeig sein, warum in der älteren Musik, wie z. B. auch im Choral, die Oktav gerade in Quint und Quart zerlegt wird und die modi aus Unterquint und Oberquart oder umgekehrt gebildet werden?

Auch in der Reihe der Obertöne $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 \dots$ finden sich einige solcher merkwürdigen Relationen. So ist z. B. $m \log 3 = 0.29488$ also nur um etwa $\frac{7}{6} k$ kleiner als $\log 2$; $(1 - m) \log 3$ entspricht nahezu dem $\log G$, $m \log 6 = 0.48092$, $(1 - m) \log 6 = 0.29723$, $0.48092 - 0.30103 = 0.17989$ ungefähr $= \log G$.

Es scheint also, dass das menschliche Gehör, um es kurz auszudrücken, «logarithmisch eingestellt» ist und besonders für den goldenen Schnitt empfindlich ist. Andere Relationen, die sich auf den goldenen Schnitt gründen, wollen wir, weil sie ja schon bekannt sind, nur kurz erwähnen.

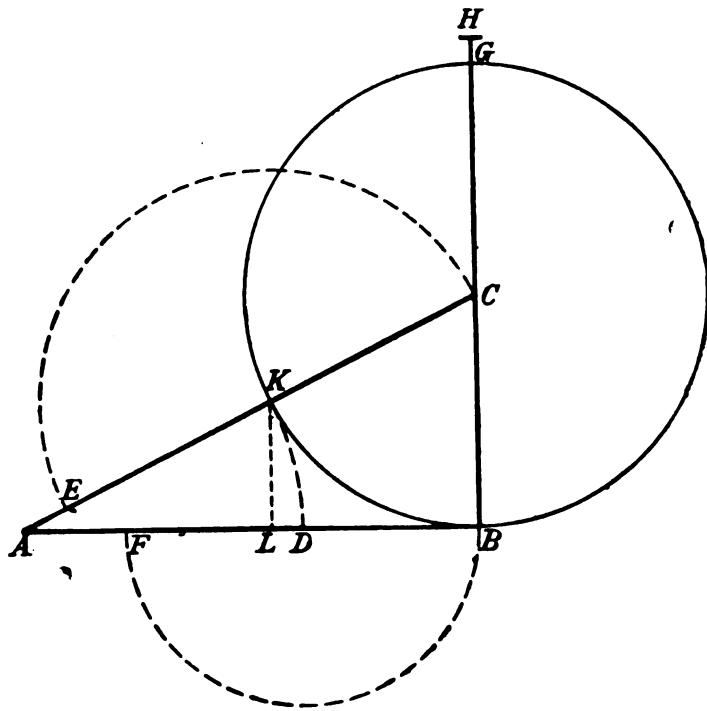
Die beiden äusseren Töne eines dreistimmigen Akkards stehen ebenfalls in Verhältnissen, die der Laméschen Reihe angehören. Die 6 konsonierenden Dreiklänge innerhalb einer Oktav zeigen folgende Verhältnisse der Schwingungszahlen:

1.	C	E	G	4,	5,	6.
2.	C	F	A	3,	4,	5,
3.	C	Es	As	5,	6,	8.
4.	C	Es	G	10,	12,	15
5.	C	F	As	15,	20,	24
6.	C	E	A	12,	15,	20 ;

hieraus ergibt sich $C : G = 2 : 3$, $C : A = 3 : 5$, $C : As = 5 : 8$. Bei den vierstimmigen Akkorden, welche durch Hinzufügung der Oktave gebildet werden, sind die Schwingungszahlen derartig, dass der 1. und 3., der 2. und 4., der 1. und 4. Ton paarweise verbunden ein Verhältnis ergeben, welches durch zwei aufeinanderfolgende Zahlen der Laméschen Reihe dargestellt wird.

Schliesslich wollen wir noch die geometrische Darstellung der Logarithmen der Grundintervalle vorführen, die sehr interessant ist. Auf beifolgender Figur stelle AB den $\log t$ dar; der Masstab ist: 0.001 des Briggschen $\log = 2mm$.

Die Figur zeigt die bekannte Konstruktion des goldenen Schnittes. $AB = \log t$. Unmittelbar ergibt sich, dass $AC = \log T$, $AD = \log \Delta$, $BD = \log \delta$, $BC = \log \left(t^{\frac{1}{2}}\right)$ ist. $AE = \log$ des Komma, $AF = \log \frac{\Delta}{\delta} = \log$ des Doppelkomma. $GH = \frac{5}{12} AE$, also ist $CH = \log \sqrt[12]{\text{Oktav}}$ (der « mittlere » Halbton, wie wir ihn nannten). Zufälligerweise ist die Projektion von AK auf AB , also AL fast genau so gross wie der $\log$ dieses mittleren Halbtones; letzterer hat 0.02508 als $\log$, die Projektion $AL \dots 0.02525$; also eine Differenz, die sich bei unserem Masstab zeichnerisch kaum ausdrücken lässt. Auf Grund der geometrischen Darstellung der Grundintervalle liessen sich sämtlich höhere Intervalle etc. leicht geometrisch anschaulich machen.



Pseudo-Euleriana e sue applicazioni

Nota di PIO SCATIZZI S. C. ⁽¹⁾

Se consideriamo l'integrale definito

$$\int_x^\infty e^{-z} z^{y-1} dz, \quad \text{per } y > 1 \quad [1]$$

ci si avvede subito di poterlo ritenere come un algoritmo fuori limite del $\Gamma(y)$ Euleriano. A richiamare tale idea potrà essere utile contrassegnarlo col simbolo $\Gamma(x, y)$, e quindi si potrà scrivere:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \Gamma(x, y) = \Gamma(y). \quad [2]$$

1. — Mi propongo pertanto con la presente Nota di decifrare il legame analitico fra queste due trascendenti. Allo scopo faccio osservare i seguenti sviluppi di derivazione e d'integrazione della funzione $x^y e^{-x}$. Per l'integrazione i limiti saranno appunto x e ∞ .

Avremo:

$$\frac{d}{dx} [x^y e^{-x}] = y x^{y-1} e^{-x} - x^y e^{-x}$$

e quindi

$$[y x^{y-1} e^{-x}]_x^\infty = y \int_x^\infty x^{y-1} e^{-x} dx - \int_x^\infty x^y e^{-x} dx$$

che dà luogo ad una caratteristica equazione funzionale, cioè:

$$- x^y e^{-x} = y \Gamma(x, y) - \Gamma(x, y + 1). \quad [3]$$

Equazione che ci permetterà di ricavare la forma di $\Gamma(x, y)$.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 17 Maggio 1931.

Anzi stabiliremo di definire questa come radice della [3] pur mantenendo la proprietà limite anzidetta.

Allo scopo di distinguere a colpo d'occhio i limiti d'integrazione tra cui viene integrata la funzione di cui sopra $x^y e^{-x}$, e, come per esempio, in questo altro caso: tra 0 ed x , gioverà adottare un nuovo simbolo, cioè $g(x, y)$; quindi sarà

$$g(x, y) = \int_0^x e^{-z} z^{y-1} dz . \quad [4]$$

Faccio notare qui di sfuggita che appunto limiti diversi, propri od impropri rendono difficoltose le varie integrazioni, come si vedrà anche in seguito, onde l'interesse di questo scritto, e la necessità di sottolinearle con simboli diversi.

La [4] ci permetterà di ottenere con lo stesso processo un'altra equazione simile alla [3], cioè

$$x^y e^{-x} = y g(x, y) - g(x, y+1) , \quad [5]$$

le quali sommate insieme, danno precisamente l'eguaglianza

$$y \{ g(x, y) + \Gamma(x, y) \} = g(x, y+1) + \Gamma(x, y+1) , \quad [6]$$

che ci permette il controllo e il legame dei tre simboli mensionati, ossia

$$\Gamma(y) = g(x, y) + \Gamma(x, y) , \quad [7]$$

poichè del resto

$$\int_0^x z^{y-1} e^{-z} dz = \int_0^x z^{y-1} e^{-z} dz + \int_x^\infty z^{y-1} e^{-z} dz .$$

A facilitare la nostra ricerca, sembra opportuno, pensare sul principio la variabile y soltanto nei suoi valori interi, riservandoci di generalizzare in seguito. Per valori dunque della $y = [0, 1, 2, \dots]$, avremo riscontri di questo genere:

$$\begin{aligned} e^{-x} &= \Gamma(x, 1) \\ -x e^{-x} &= \Gamma(x, 1) - \Gamma(x, 2) \\ -x^2 e^{-x} &= 2\Gamma(x, 2) - \Gamma(x, 3) \\ -x^3 e^{-x} &= 3\Gamma(x, 3) - \Gamma(x, 4) \quad \text{ecc.} \end{aligned}$$

da cui deduciamo:

$$\begin{aligned}\Gamma(x, 1) &= e^{-x} & \Gamma(x, 3) &= e^{-x} \{ 2 + 2x + x^2 \} \\ \Gamma(x, 2) &= e^{-x} \{ 1 + x \} & \Gamma(x, 4) &= e^{-x} \{ 6 + 6x + 3x^2 + x^3 \} \text{ ecc.}\end{aligned} \quad [\alpha]$$

Valori che soddisfano anche alla proprietà [2]. Si ha infatti

per $\lim x = 0$:

$$\begin{aligned}\lim \Gamma(x, 1) &= 1 & &= \Gamma(1) \\ \lim \Gamma(x, 2) &= 1 & &= \Gamma(2) \\ \lim \Gamma(x, 3) &= 1 \cdot 2 & &= \Gamma(3) \\ \lim \Gamma(x, 4) &= 1 \cdot 2 \cdot 3 & &= \Gamma(4) \text{ ecc.}\end{aligned}$$

Per analogia allo studio del $\Gamma(y)$ Euleriano, considereremo parallelamente anche la P. E.

$$\Gamma_{\alpha}(x, y) = \int_x^{\infty} \vartheta^{y-1} e^{-\alpha\vartheta} d\vartheta \quad [8]$$

essendo α una costante o almeno un parametro positivo, indipendente da ϑ , per cui si avrà:

$$\alpha^y \Gamma_{\alpha}(x, y) = \int_x^{\infty} (\alpha\vartheta)^{y-1} e^{-\alpha\vartheta} d(\alpha\vartheta) ,$$

ossia

$$\alpha^y \Gamma_{\alpha}(x, y) = \Gamma(x, y) ,$$

e perciò

$$\Gamma_{\alpha}(x, y) = \alpha^{-y} \Gamma(x, y) . \quad [9]$$

2. — Pertanto dalla [3] che qui riportiamo, cercheremo di formare un sistema ricorrente di equazioni, servendoci appunto della y , variabile indipendente ed intero, scalando ogni volta di un'unità, onde ricavare una prima forma di $\Gamma(x, y)$. Avremo dunque successivamente il sistema:

$$\begin{aligned}- x^y \Gamma(x, 1) &= y \Gamma(x, y) - \Gamma(x, y+1) \\ - x^{y-1} \Gamma(x, 1) &= (y-1) \Gamma(x, y-1) - \Gamma(x, y) \\ - x^{y-2} \Gamma(x, 1) &= (y-2) \Gamma(x, y-2) - \Gamma(x, y-1) \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

che si può subito verificare con qualche esempio, ponendo cioè $y = [3, 4]$.
Avremo infatti:

$$\Gamma(x, 3) = e^{-x} \left[\Gamma(3) + x^2 + \frac{d}{dx} x^2 \right] = e^{-x} [2 + x^2 + 2x] ,$$

e

$$\Gamma(x, 4) = e^{-x} \left[\Gamma(4) + \left\{ 1 + \frac{d}{dx} + \frac{d^2}{dx^2} \right\} x^3 \right] = e^{-x} [6 + 6x + 3x^2 + x^3]$$

risultati che collimano con le [a] note.

A rendere più enucleata la formola finale usiamo il nuovo simbolo $\omega(x, y)$ per la posizione

$$\omega(x, y) = 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \frac{x^2}{\Gamma(3)} + \dots + \frac{x^{y-1}}{\Gamma(y)} . \quad (10')$$

Se ora dividiamo la [10], per $\Gamma(y)$, otteniamo

$$\frac{\Gamma(x, y)}{\Gamma(y)} = e^{-x} \left\{ 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \frac{x^2}{\Gamma(3)} + \dots + \frac{x^{y-1}}{\Gamma(y)} \right\} ;$$

che si può scrivere

$$\frac{\Gamma(x, y)}{\Gamma(y)} = e^{-x} \omega(x, y) ,$$

onde poi finalmente:

$$\Gamma(x, y) = e^{-x} \Gamma(y) \omega(x, y) \quad [11]$$

come si voleva.

Tale forma verifica intanto la condizione limite [2] poichè $\lim_{x=0} \omega(x, y) = 1$.

Verifica anche la [3]. Infatti sostituendo in essa l'espressione trovata, avremo:

$$-x^y e^{-x} = y e^{-x} \Gamma(y) \omega(x, y) - e^{-x} \Gamma(y+1) \omega(x, y+1) ,$$

ossia

$$-x^y = \Gamma(y+1) \{ \omega(x, y) - \omega(x, y+1) \} ,$$

in cui, per la [10], si ha che $\omega(x, y) - \omega(x, y+1) = -\frac{x^y}{\Gamma(y+1)}$ c. v. d

3. — Può essere opportuno fissare qui alcuni limiti delle forme trovate. Abbiamo intanto evidentemente che, oltre alla $\lim_{x=0} \omega(x, y) = 1$, sussisterà anche $\lim_{y=\infty} \omega(x, y) = e^x$; onde dalla [11] si ricava che

$$\lim_{y=\infty} \frac{\Gamma(x, y)}{\Gamma(y)} = 1 . \quad [12]$$

Di più, se moltiplichiamo $\omega(x, y)$ per e^{-x} , tutti i numeratori divengono funzioni integrande Euleriane, per cui

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \omega(x, y) dx = y , \quad [13]$$

• moltiplicando e dividendo per $\Gamma(y)$ il primo membro, avremo ancora

$$\int_0^{\infty} \frac{\Gamma(x, y)}{\Gamma(y)} dx = y ,$$

e quindi

$$\int_0^{\infty} \Gamma(x, y) dx = y \Gamma(y) = \Gamma(y + 1) .$$

Verrà pertanto giustificata la proposizione seguente.

Una Gamma Euleriana è eguale all'integrale definito, tra pari limiti, di una Pseudo-Euleriana, per una y minore di una unità.

Cambiando infatti y in $y - 1$, in quest'ultima eguaglianza, si ottiene appunto

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} \Gamma(x, y - 1) dx . \quad [14]$$

Ciò viene confermato dal fatto, che, integrando la [3] rispetto ad x fra 0, ∞ , avendola prima moltiplicata per dx , si ha, applicando la [14]:

$$- \Gamma(y + 1) = y \Gamma(y + 1) - \Gamma(y + 2) ;$$

ed in realtà si verifica che

$$\Gamma(y + 2) = (y + 1) \Gamma(y + 1) . \quad \text{c. v. d.}$$

Aggiungiamo ancora la formola, che si ha per le [9, 11]

$$\alpha^y \Gamma_\alpha(x, y) = e^{-x} \Gamma(y) \omega(x, y) ,$$

onde

$$\Gamma_\alpha(x, y) = \alpha^{-y} e^{-x} \Gamma(y) \omega(x, y) \quad [15]$$

Col medesimo sistema precedente deduciamo l'integrale relativo:

$$\int_0^\infty \Gamma_\alpha(x, y-1) dx = \alpha^{-(y-1)} \Gamma(y) . \quad [16]$$

Prima di passare ad uno studio più generale, sarà bene vedere la forma composta $\Gamma(x, a+b)$.

Per maggiore chiarezza ricordiamo l'operatore ad indice negativo del Ricemann:

$$D_x^{-y} f(x) = \int_0^x \frac{(x-\xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} f(\xi) d\xi .$$

Se y è intero, $\Gamma(y)$ rappresenta il fattoriale di y ; cosicchè, derivando y volte l'algoritmo detto, si ritrova $f(x)$. Onde può ritenersi come espressione di un integrale multiplo di ordine y . Ma naturalmente la cosa può estendersi anche per y qualunque, ed allora $\Gamma(y)$ si deve intendere proprio la trascendente Euleriana. Intanto si può subito verificare che si ha:

$$D_x^{-y} \left[\frac{x^m}{\Gamma(m+1)} \right] = \frac{x^{m+y}}{\Gamma(y+m+1)} .$$

Ciò posto, in virtù della [11] scriveremo, (a e b interi):

$$\Gamma(x, a+b) = e^{-x} \Gamma(a+b) \omega(x, a+b) ;$$

in cui evidentemente si ha, per [10']

$$\omega(x, a+b) = 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \frac{x^2}{\Gamma(3)} + \dots + \frac{x^{b-1}}{\Gamma(b)} + \frac{x^b}{\Gamma(b+1)} + \frac{x^{b+1}}{\Gamma(b+2)} + \dots + \frac{x^{b+a-1}}{\Gamma(a+b)} .$$

Se ora teniamo presente la formola suddetta dell'operatore D_x^{-y} , tale identità potrà scriversi sotto la nuova forma

$$\omega(x, a + b) = 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \dots + \frac{x^{b-1}}{\Gamma(b)} + D_x^{-b} \left\{ 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \dots + \frac{x^{a-1}}{\Gamma(a)} \right\}$$

ossia

$$\omega(x, a + b) = \omega(x, b) + D_x^{-b} \omega(x, a). \quad [17]$$

Per tal modo si ha in definitiva

$$\Gamma(x, a + b) = e^{-x} \Gamma(a + b) \left\{ \omega(x, b) + D_x^{-b} \omega(x, a) \right\}. \quad [18]$$

Forma che ci sarà utile, anche perchè constatiamo che, per quanto riguarda il simbolo dell'operatore nulla osta che sia $b < 1$.

4. — Volendo ora procedere alla ricerca di una maggior generalità per y , chiameremo n il massimo intero in esso contenuto, e con ε parte non intera. Sarà dunque

$$y = n + \varepsilon.$$

Anche in questo caso daremo a $\Gamma(x, y)$ la stessa forma trovata con la [11], soltanto penseremo il fattore $\omega(x, y)$ come parte variante e quindi da trovare per eventuali modifiche. Dato poi che per definizione la $\Gamma(x, y)$ deve soddisfare la [3], almeno come condizione necessaria, cercheremo la nuova $\omega(x, y)$, dall'equazione:

$$-x^y e^{-x} = e^{-x} y \Gamma(y) \omega(x, y) - e^{-x} \Gamma(y + 1) \omega(x, y + 1)$$

e quindi

$$-x^y = \Gamma(y + 1) \{ \omega(x, y) - \omega(x, y + 1) \}$$

che ci fornisce la formola ricorrente

$$\omega(x, y + 1) - \omega(x, y) = \frac{x^y}{\Gamma(y + 1)};$$

e scalando successivamente di un'unità la y , otteniamo

$$\begin{aligned}\omega(x, y) - \omega(x, y-1) &= \frac{x^{y-1}}{\Gamma(y)} \\ \omega(x, y-1) - \omega(x, y-2) &= \frac{x^{y-2}}{\Gamma(y-1)} \\ &\dots\dots\dots \\ \omega(x, \varepsilon+2) - \omega(x, \varepsilon+1) &= \frac{x^{\varepsilon+1}}{\Gamma(\varepsilon+2)} \\ \omega(x, \varepsilon+1) - \omega(x, \varepsilon) &= \frac{x^{\varepsilon}}{\Gamma(\varepsilon+1)},\end{aligned}$$

e quindi risulta:

$$\omega(x, y) = \omega(x, \varepsilon) + \frac{x^{\varepsilon}}{\Gamma(\varepsilon+1)} + \frac{x^{\varepsilon+1}}{\Gamma(\varepsilon+2)} + \dots + \frac{x^{y-1}}{\Gamma(y)}$$

che si potrà trascrivere per [18]

$$\omega(x, y) = \omega(x, \varepsilon) + \prod_x^{-1} \left\{ 1 + \frac{x}{\Gamma(2)} + \frac{x^2}{\Gamma(3)} + \dots + \frac{x^{n-1}}{\Gamma(n)} \right\}$$

e in conclusione:

$$\omega(x, y) = \omega(x, \varepsilon) + \prod_x^{-1} \omega(x, n).$$

Rimane a conoscere la $\omega(x, \varepsilon)$; ma a tale scopo la [3] non può servire. Anzi in un primo tempo ci ha fatto pensare ad una $\omega(x, \varepsilon)$ arbitraria. Se non che essa deve rispondere alla condizione [1'] che restringe assai le cose. Per confermare si vede immediatamente che la $\omega(x, \varepsilon)$ si dovrebbe ricavare dalla differenza

$$\omega(x, y) - \omega(x, y+1)$$

che tende a far scomparire ciò che si cerca. Si avrebbe infatti

$$\begin{aligned}\omega(x, \varepsilon) + \prod_x^{-1} \omega(x, n) - \left\{ \omega(x, \varepsilon) + \prod_x^{-1} \omega(x, n+1) \right\} = \\ = \prod_x^{-1} \left\{ \omega(x, n) - \omega(x, n+1) \right\} = - \prod_x^{-1} \frac{x^n}{\Gamma(n+1)} = - \frac{x^{n+\varepsilon}}{\Gamma(n+\varepsilon+1)} = - \frac{x^y}{\Gamma(y+1)},\end{aligned}$$

risultato necessario e richiesto dall'eguaglianza [3]. D'altra parte nulla vieterebbe di spingere la formola di ricorrenza anche per esponenti negativi della x . Infatti dall'equazione

$$-x^\varepsilon = \varepsilon \Gamma(\varepsilon) \omega(x, \varepsilon) - \Gamma(1 + \varepsilon) \omega(x, \varepsilon + 1)$$

si ricava effettivamente:

$$\begin{aligned} \omega(x, \varepsilon + 1) - \omega(x, \varepsilon) &= \frac{x^\varepsilon}{\Gamma(1 + \varepsilon)} \\ \omega(x, \varepsilon) - \omega(x, \varepsilon - 1) &= \frac{x^{\varepsilon-1}}{\Gamma(\varepsilon)} \\ \omega(x, \varepsilon - 1) - \omega(x, \varepsilon - 2) &= \frac{x^{\varepsilon-2}}{\Gamma(\varepsilon - 1)} \\ &\dots \end{aligned}$$

e detto con n_1 un intero qualunque si può scrivere

$$\omega(x, \varepsilon - n_1 + 1) - \omega(x, \varepsilon - n_1) = \frac{x^{\varepsilon-n_1}}{\Gamma(\varepsilon - n_1 + 1)}.$$

Da cui

$$\omega(x, \varepsilon) = \frac{x^{\varepsilon-1}}{\Gamma(\varepsilon)} + \frac{x^{\varepsilon-2}}{\Gamma(\varepsilon-1)} + \dots + \frac{x^{\varepsilon-n_1}}{\Gamma(\varepsilon-n_1+1)} + \omega(x, \varepsilon - n_1). \quad [19]$$

Notiamo intanto che dall'eguaglianza:

$$e^{-x} \Gamma(n + \varepsilon) \omega(x, n + \varepsilon) = \int_x^\infty \vartheta^{n+\varepsilon-1} e^{-\vartheta} d\vartheta$$

si ricava un senso preciso anche per $n = 0$, tanto per l'integrale

$$\int_x^\infty \vartheta^{\varepsilon-1} e^{-\vartheta} d\vartheta,$$

quanto per l'altro:

$$\int_0^\infty \vartheta^{\varepsilon-1} e^{-\vartheta} d\vartheta,$$

a cui si perverrebbe, posto nel primo $x = 0$, ed a cui è legato per la definizione [1']. Gli integrandi relativi si annullano all'infinito di un ordine con-

veniente, ed il secondo diviene infinito all'origine di ordine < 1 . Dunque avrà un senso

$$\Gamma(x, \varepsilon) = e^{-x} \Gamma(\varepsilon) \omega(x, \varepsilon) = \int_x^\infty \vartheta^{\varepsilon-1} e^{-\vartheta} d\vartheta .$$

Da qui si desume che per $x = 0$ deve essere $\omega(x, \varepsilon) = 1$. Mentre nello sviluppo trovato, e, diciamo così, permesso dalla [3] non restava che cercare un compenso nella $\omega(x, \varepsilon - n_1)$ per salvarci da una polarità all'origine nello sviluppo ricorrente, essendo necessario invece che ivi si riducesse all'unità. Siamo dunque ben lungi dalla funzione che vogliamo definire. Potremo invece contentarci di una certa soluzione se partiamo dalla [7] che qui trascriviamo:

$$\Gamma(\varepsilon) = g(x, \varepsilon) + \Gamma(x, \varepsilon) ,$$

ossia

$$\Gamma(\varepsilon) = \int_0^x \vartheta^{\varepsilon-1} e^{-\vartheta} d\vartheta + \Gamma(x, \varepsilon)$$

secondo il significato dei simboli posti [4]. Moltiplicando ora tutto per e^x e ponendo $x - \vartheta = \xi$, avremo successivamente:

$$e^x = \int_0^x \frac{\vartheta^{\varepsilon-1} e^{x-\vartheta}}{\Gamma(\varepsilon)} d\vartheta + \frac{\Gamma(x, \varepsilon)}{\Gamma(\varepsilon)} e^x$$

$$e^x = \int_0^x \frac{(x-\xi)^{\varepsilon-1}}{\Gamma(\varepsilon)} e^\xi d\xi + \omega(x, \varepsilon) ;$$

nella quale l'integrale definito non è che l'operatore Rieemaniano e quindi si ha

$$\omega(x, \varepsilon) = e^x - \mathbf{D}_x^{-\varepsilon} e^x \quad (1) \quad [20]$$

(1) La questione non sarebbe certamente risolta se con l'operatore suddetto applicato e^x non intendessimo altro che la serie:

$$\frac{x^\varepsilon}{\Gamma(1+\varepsilon)} + \frac{x^{\varepsilon+1}}{\Gamma(2+\varepsilon)} + \frac{x^{\varepsilon+2}}{\Gamma(3+\varepsilon)} + \dots ,$$

e quindi sarà

$$e^x - \mathbf{D}_x^{-\varepsilon} e^x = 1 - \frac{x^\varepsilon}{\Gamma(1+\varepsilon)} + \frac{x}{\Gamma(2)} - \frac{x^{1+\varepsilon}}{\Gamma(2+\varepsilon)} + \frac{x^2}{\Gamma(3)} + \dots$$

In generale lasceremo l'operatore essendo un modo assai enucleato di rappresentazione e prestandosi ad eventuali combinazioni ed artifici di calcolo, più che non la scritturazione della serie per disteso.

e però

$$\Gamma(x, \varepsilon) = e^{-x} \Gamma(\varepsilon) \left\{ e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1} e^x \right\} \quad [21]$$

sostituendo dunque la [20], si ha :

$$\omega(x, y) = e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1} e^x + \underset{\alpha}{D}_x^{-1} \omega(x, n) = e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1} \left\{ e^x - \omega(x, n) \right\}$$

e in ultima analisi:

$$\Gamma(x, y) = e^{-x} \Gamma(y) \left[e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1} \left\{ e^x - \omega(x, n) \right\} \right]. \quad [22]$$

Avendo così esaurito il compito che ci eravamo proposto, e sempre tenendo presente la $y = n + \varepsilon$, con n massimo intero contenuto in y .

Dalla formola trovata ricaviamo varî integrali importanti:

$$\Gamma(x, 1/2) = e^{-x} \Gamma(1/2) \left[e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1/2} e^x \right] \quad [23]$$

$$\Gamma(x, 3/2) = e^{-x} \Gamma(3/2) \left[e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1/2} e^x + \frac{\sqrt{x}}{\Gamma(3/2)} \right]. \quad [24]$$

Ricordando che $\underset{\alpha}{D}_x^{-1/2} e^x$ è una funzione che si annulla all'origine, con-

statiamo la verifica di definizione [1']. Abbiamo dunque gl'integrali:

$$\int_x^\infty \frac{e^{-\vartheta}}{\sqrt{\vartheta}} d\vartheta = e^{-x} \sqrt{\pi} \left[e^x - \underset{\alpha}{D}_x^{-1/2} e^x \right]. \quad [23']$$

Quindi per cose note:

$$\begin{aligned}\int_x^\infty \frac{e^{-x\vartheta}}{\sqrt{\vartheta}} d\vartheta &= \sqrt{\frac{\pi}{x}} e^{-x} \left[e^x - D_x^{-\frac{1}{2}} e^x \right] \\ \int_x^\infty \sqrt{\vartheta} e^{-x\vartheta} d\vartheta &= \frac{e^{-x}}{2} \left\{ \sqrt{\pi} \left[e^x - D_x^{-\frac{1}{2}} e^x \right] + 2\sqrt{x} \right\} \\ \int_x^\infty \sqrt{\vartheta^3} e^{-x\vartheta} d\vartheta &= e^{-x} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \left\{ e^x - D_x^{-\frac{1}{2}} e^x + \frac{\sqrt{x}}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} + \frac{\sqrt{x^3}}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} \right\} \text{ ecc.}\end{aligned}$$

5. — Osserviamo inoltre che è lecito scrivere:

$$\frac{\Gamma(x, u) \Gamma(x, v)}{\Gamma(x, u+v)} = e^{-x} \frac{\Gamma(u) \Gamma(v)}{\Gamma(u+v)} \cdot \frac{\omega(x, u) \omega(x, v)}{\omega(x, u+v)}$$

che simbolicamente, dietro segnature classiche, possiamo esprimere così:

$$B(x, u, v) = e^{-x} B(u, v) \cdot \Omega(x, u, v) . \quad [25]$$

Si riscontra subito che

$$B(x, u, v) = \frac{\alpha^u \Gamma_\alpha(x, u) \alpha^v \Gamma_\alpha(x, v)}{\alpha^{u+v} \Gamma_\alpha(x, u+v)} = B_\alpha(x, u, v) \quad [26]$$

il cui significato è chiaro abbastanza. Per conseguenza anche $B_\alpha(x, u, v)$ può esprimersi come nella [25]. Se poniamo $u+v=1$, e $u < 1$ $v < 1$, avremo:

$$B(x, u, 1-u) = \frac{\Gamma(x, u) \Gamma(x, 1-u)}{\Gamma(x, 1)} .$$

ancora

$$B(x, u, 1-u) = e^{-x} B(u, 1-u) \Omega(x, u, 1-u);$$

ed essendo

$$B(u, 1-u) = \int_0^\infty \frac{x^{u-1} dx}{1+x} = \frac{\pi}{\operatorname{sen} u\pi}$$

si dovrà avere

$$\Gamma(x, u) \Gamma(x, 1-u) = \frac{e^{-x} \pi}{\operatorname{sen} u\pi} \Omega(x, u, 1-u) . \quad [27]$$

Di qui si desume che, valendo l'eguaglianza:

$$\Omega\left(x, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \omega^2\left(x, \frac{1}{2}\right),$$

poichè $\omega(x, 1) = 1$ per $u = \frac{1}{2}$, verrà:

$$\Gamma^2\left(x, \frac{1}{2}\right) = e^{-2x} \pi \omega^2\left(x, \frac{1}{2}\right);$$

e però si conferma che

$$\Gamma\left(x, \frac{1}{2}\right) = e^{-x} \sqrt{\pi} \omega\left(x, \frac{1}{2}\right)$$

come abbiamo trovato in [23], o [23'].

In generale potremo scrivere, per $u < 1$:

$$\Gamma(x, u) \Gamma(x, 1 - u) = \left\{ e^x - D_x^{-u} e^x \right\} \left\{ e^x - D_x^{-(1-u)} e^x \right\} \frac{e^{-2x} \pi}{\sin u\pi} \quad [28]$$

6. — Volendo estendere questa analisi agli operatori, premetto che bisognerà distinguerne di tre generi: α , β , γ , a seconda dei limiti del cammino d'integrazione. Dal modo come sono scritti, il lettore se ne formerà subito l'idea. Sia dunque

$$D_x^{-y} f(x) = \int_0^x \frac{(x - \xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} f(\xi) d\xi$$

di Riemann, con $y > 0$.

$$D_x^{-y} f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{(x - \xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} f(\xi) d\xi$$

ove la f deve convenientemente rispondere dell'infinito.

$$D_x^{-y} f(x) = \int_x^\infty f(x - \vartheta) \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} d\vartheta$$

idem come sopra.

Se per i generi α e β operiamo la trasformazione $x - \xi = \vartheta$, avremo immediatamente che

$$\int_0^\infty \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} f(x - \vartheta) d\vartheta = \int_0^x \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} f(x - \vartheta) d\vartheta + \int_x^\infty \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} f(x - \vartheta) d\vartheta ,$$

e quindi, sotto questa forma si può scrivere:

$$D_{\beta}^{-y} = D_{\alpha}^{-y} + D_{\gamma}^{-y} . \quad [\beta]$$

In tal modo un integrale non possibile ad effettuarsi dentro certi limiti, sarà effettuabile servendoci del valore possibile negli altri due cammini.

In tal modo otterremo l'integrale (per α qualunque ma positivo, ciò per la trasformazione, data la singolarità negli altri integrali)

$$\int_0^x \frac{(x - \xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} e^{\alpha\xi} d\xi ,$$

che nello studio di Paul Lévy non vediamo realizzato ⁽¹⁾.

Premettendo che

$$D_{\beta}^{-y} e^{\alpha x} = e^{\alpha x} \alpha^{-y} ,$$

avremo per $[\beta]$

$$D_{\alpha}^{-y} e^{\alpha x} = e^{\alpha x} \alpha^{-y} - D_{\gamma}^{-y} e^{\alpha x} .$$

Ma

$$D_{\gamma}^{-y} e^{\alpha x} = \int_x^\infty e^{\alpha(x-\vartheta)} \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} d\vartheta = e^{\alpha x} \frac{\Gamma_{\alpha}(x, y)}{\Gamma(y)} .$$

⁽¹⁾ Paul Levy — Sur la derivation e l'integration generalisées. — Bulletin des Sciences Mathématiques 2^e series t. XLVII, 1923.

Dalla [15] si ricava l'ultimo membro che diviene

$$e^{-x} e^{\alpha x} \alpha^{-y} \omega(x, y)$$

e quindi

$$D_x^{-y} e^{\alpha x} = e^{\alpha x} \alpha^{-y} - e^{\alpha x-x} \alpha^{-y} \omega(x, y) .$$

In definitiva avremo

$$\int_0^x \frac{(x-\xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} e^{\alpha \xi} d\xi = e^{\alpha x} \alpha^{-y} \left\{ 1 - e^{-x} \omega(x, y) \right\} . \quad [29]$$

La stessa difficoltà, superata allo stesso modo, è data dalla operazione

$$D_x^{-y} x e^x = \left\{ D_x^{-y} - D_x^{-y} \right\} x e^x .$$

Si sa che

$$D_x^{-y} x e^x = x e^x - e^x y \quad (1).$$

ed anche

$$D_x^{-y} x e^x = \int_x^\infty \frac{\vartheta^{y-1}}{\Gamma(y)} (x-\vartheta) e^{x-\vartheta} d\vartheta = x e^x \frac{\Gamma(x, y)}{\Gamma(y)} - e^x \frac{\Gamma(x, y+1)}{\Gamma(y)}$$

quindi, per cose note:

$$D_x^{-y} x e^x = x e^x - e^x y - x \omega(x, y) + y \omega(x, y+1) .$$

Ricordando però che

$$\omega(x, y+1) = \omega(x, y) + \frac{x^y}{\Gamma(y+1)} ,$$

(1) Pio Scatizzi S. I. — Soluzione di un'equazione differenziale la cui funzione incognita è indice di derivazione. — R. Acc. N. dei Lincei, Vol. XXXIII, S. 5^a, 1° sem., fasc. 2°, 1924.

il secondo membro si potrà scrivere:

$$e^x (x - y) - \omega(x, y) (x - y) + \frac{x^y}{\Gamma(y)}.$$

Onde in definitiva sarà

$$\int_0^x \frac{(x - \xi)^{y-1}}{\Gamma(y)} \xi e^\xi d\xi = (x - y) \mathbf{D}_x \left\{ e^x - \omega(x, y) \right\} + \frac{x^y}{\Gamma(y)}. \quad [30]$$

Si vede subito che se in questa espressione dell'integrale definito di xe^x , poniamo $y = x$, si ottiene:

$$\int_0^x \frac{(x - \xi)^{x-1}}{\Gamma(x)} \xi e^\xi d\xi = \frac{x^x}{\Gamma(x)}. \quad [31]$$

Ciò che possiamo controllare immediatamente spezzando l'integrale del primo membro, che chiameremo con 1, nei due integrali di cui è somma algebrica data la solita trasformazione, e adoperando il simbolo [4]. Avremo

$$1 = \frac{x e^x g(x, x) - e^x g(x, x + 1)}{\Gamma(x)}.$$

Se ora nella [3] poniamo $y = x$, essa diviene

$$x^x e^{-x} = x g(x, x) - g(x, x + 1);$$

Onde sostituendo nel secondo membro della precedente uguaglianza il valore del secondo membro di questa, si ricava precisamente

$$1 = \frac{e^x \{ x^x e^{-x} \}}{\Gamma(x)} = \frac{x^x}{\Gamma(x)}. \quad \text{c. v. d.}$$

Tali integrazioni dovute agli operatori sono quanto mai interessanti, anche perchè contribuiscono a trasformare in algebriche un maggior numero di equazioni differenziali ad indice variabile ed incognito, e per lo meno si condu-

cono dai termini differenziali a termini finiti, come risulta per esempio dall'equazione

$$\varphi(x, y) = D_x^{-y} x e^x$$

all'altra

$$\Phi(x, y) = x e^x - e^x y .$$

Così si dica per tutti gli altri operatori da noi risolti. Ma si può ottenere l'effetto inverso, cioè: data un'equazione trascendente tradurla in differenziale e risolverla. Ciò che potrà essere tema di una prossima nota divergendo troppo dalla materia che ci eravamo proposta nella presente.

L'opera del Padre Grimaldi d. C. d. G. (1615-1663)

Nota di G. VANNI S. C. (1)

L'opera insigne del Padre Angelo Secchi, Direttore dell'Osservatorio Astronomico del Collegio Romano, pubblicata nel 1864, successivamente tradotta in francese ed in tedesco, e intitolata « L'unità delle forze fisiche », contiene una interessante esposizione della famosa disputa che si iniziò verso la metà del secolo XVII, fra i sostenitori della teoria della emissione della luce professata da Newton (1642-1727) ed i sostenitori della teoria delle ondulazioni professata da Cristiano Huygens (1629-1695).

Nella esposizione del P. Secchi viene posta magistralmente in evidenza la parte veramente geniale, ma generalmente poco conosciuta, che in detta disputa ebbe il Padre Grimaldi professore di Fisica nella Università di Bologna; questi deve considerarsi come un precursore della teoria ondulatoria, giacchè, molti anni prima di Huygens, espose nell'opera « *Physico-mathesis de lumine* » pubblicata a Bologna nel 1665, il concetto fondamentale di detta teoria e, cioè, che la luce non è da ritenersi come una emanazione di corpuscoli materiali, ma « *come un fluido in movimento il quale si propaga sotto forma di onde (sic) nel vuoto e nei mezzi trasparenti* ».

A prova di questa asserzione, egli prende in esame due importanti esperienze da lui immaginate; la prima può considerarsi come la conferma sperimentale del principio da lui stesso scoperto (che si collega col principio delle interferenze) e cioè « *luce aggiunta a luce può, in certi casi, produrre oscurità* »; la seconda, come prova del fatto, ignorato prima del Padre Grimaldi, che la *propagazione rettilinea della luce non è rigorosa, ma soltanto approssimata* e che, al contrario, essa subisce una inflessione, o come si dice con voce proposta dallo stesso P. Grimaldi, una *diffrazione*, quando, radendo il contorno dei corpi opachi, penetra nel cono d'ombra esistente dietro a questi.

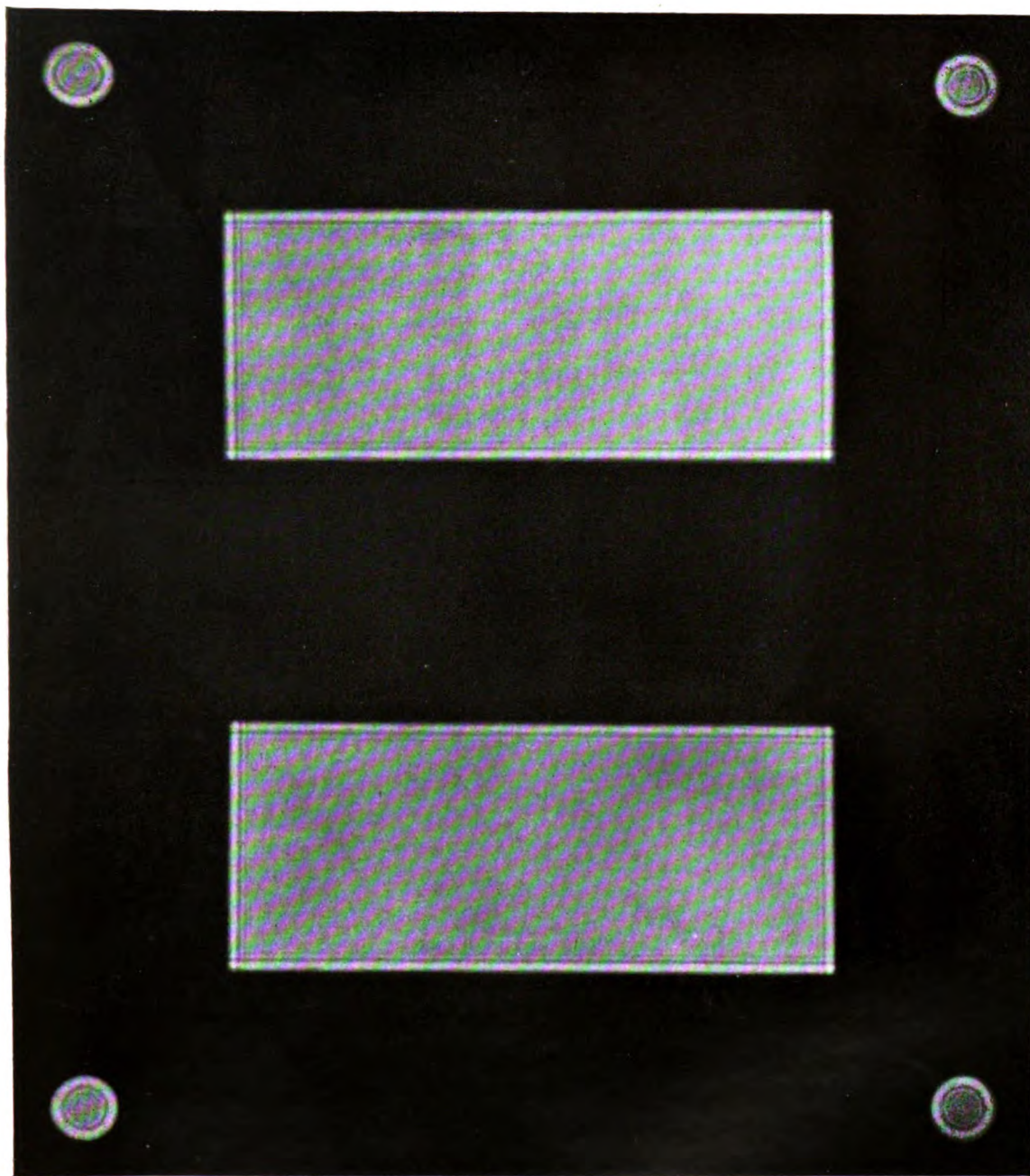
(1) Presentata nella Sessione del 21 Giugno 1931.

Le esperienze fondamentali del P. Grimaldi sono di facile e sicura riuscita, senza bisogno di dispositivi complicati. Esse sono state ripetute sotto varie forme, fra cui, quella relativa al principio delle interferenze è stata realizzata molti anni dopo da Thomas Young (1773-1820), facendo passare, per due piccoli fori vicini praticati in un diaframma opaco, il fascio luminoso divergente che passa attraverso un altro piccolo foro vivamente illuminato e funzionante da sorgente puntiforme di luce. — Situando ad una conveniente distanza dal diaframma a due fori, uno schermo bianco, si osserva, nella parte comune ai fasci luminosi che parzialmente si sovrappongono, una serie di anelli alternativamente chiari ed oscuri, solcati da frange oscure trasversali, le quali spariscono se si occulta uno dei fori.

La esperienza relativa alla diffrazione viene ripetuta oggi nella forma indicata dal Padre Grimaldi e così pure vengono realizzate, pressochè esattamente nella forma originaria, le esperienze inerenti alle figure di diffrazione da lui ottenute con aghi, reticolati di fili ecc. — Le fotografie che ho l'onore di presentare, (fig. 1, 2, 3,) mettono in evidenza alcune particolarità di dette figure.

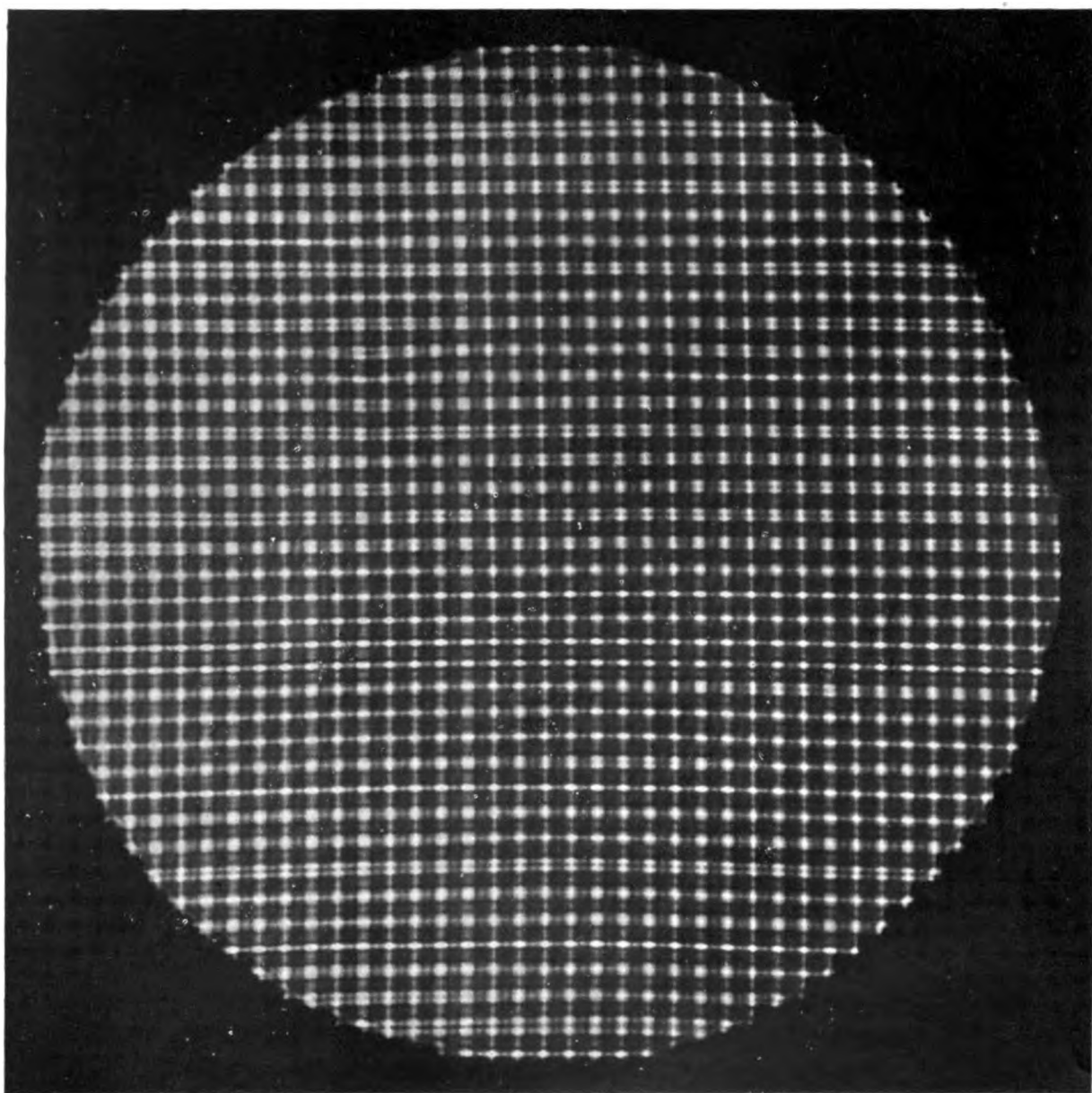
L'originalità e l'importanza delle scoperte fatte dal Padre Grimaldi risultano anche dal fatto essere ormai provato che, prima di Newton, egli aveva eseguita la celebre esperienza della decomposizione prismatica della luce bianca.

Ho ritenuto utile richiamare l'attenzione dei membri di questa insigne Accademia e degli studiosi, sul libro del Padre Secchi e sulle scoperte del Padre Grimaldi, sia per la loro importanza didattica e scientifica, sia perchè mettono in luce l'opera di due insigni cultori di scienza, i quali costituiscono una gloria italiana e, altresì, dell'ordine al quale appartennero.



G. VANNI. L'opera del Padre Grimaldi d. C. d. G. (1613-1663).

(Fig. 1.)



G. VANNI. L'opera del Padre Grimaldi d. C. d. G. (1615-1663).

(Fig. 3.)



Sulla possibilità della formazione della grandine a quota relativamente bassa*.

Nota di LEONARDO MARTINOZZI presentata da G. MARTINELLI S. O. (1)

Riassunto. — L'A. ritiene che, per spiegare alcune interessanti osservazioni del Dauzère sulla relazione intercorrente tra la natura geologica dei terreni e la facilità con cui questi vengono colpiti dalla grandine, sarebbe assai interessante dimostrare la possibilità della formazione della grandine a bassa quota, e crede di poter raggiungere tale dimostrazione in base a considerazioni semplici.

Assai recentemente il Dauzère richiamava l'attenzione su di un fatto che, per quanto noto grossolanamente agli agricoltori ed agli assicuratori, era stato fino ad ora trascurato dagli studiosi che si erano occupati dell'argomento.

Infatti era nota la capricciosa distribuzione delle grandinate, ma si riteneva che ciò dipendesse essenzialmente dalla struttura orografica dei territori in esame. Invece, in seguito ad una indagine più che trentennale, il Dauzère è riuscito a stabilire che, almeno nei territori circostanti il Pic du Midi, che costituiscono un'ampia regione pianeggiante dei Bassi Pirenei, la caduta della grandine è intimamente collegata con la struttura geologica del terreno a parità di condizioni orografiche. Se le grandinate avvengono in assenza di vento il terreno colpito rappresenta con notevole fedeltà le zone di origine granitica o le zone di frattura; nel caso di cadute di grandine accompagnate da vento tali zone sono quelle più abbondantemente colpite. Su le zone preferite dalla grandine particolarmente elevata è la densità ionica (specialmente per gli ioni negativi) ed il suolo risulta particolarmente ricco di sostanze radioattive.

Per dare una spiegazione di tali fatti lo scienziato francese si riferisce alla teoria del Simpson sulle formazioni temporalesche e pensa che la notevole densità ionica « succhiata » dalle correnti ascendenti su i terreni privilegiati, contribuisca, per un elegante meccanismo immaginato *ad hoc*, alla formazione della grandine. Tale concezione renderebbe anche conto della formazione

(*) Lavoro eseguito nell'Ufficio Presagi della Aeronautica in Roma.

(1) Presentata nella Sessione del 17 Maggio 1931.

dei grossi goccioloni positivi che la teoria del Simpson richiede nella parte anteriore del cumulo nembo.

Dato che, con queste concezioni tutto l'apparato temporalesco concorrerebbe alla formazione della grandine, è facile convincersi che, pur ammettendo per tutto il cumulo-nembo una velocità media di correnti ascensionali di 8 m/sec, ed un'altezza di appena 5000 m. (dati evidentemente eccezionali) il tempo impiegato da uno ione per abbandonare il terreno su cui fu originato e tornare sulla terra assieme ad un chicco di gragnuola deve essere almeno dell'ordine di 20 minuti. Ora è noto che, per quanto al suolo il vento possa essere nullo o quasi, non lo è generalmente mai in quota, specialmente per ciò che riguarda la massa d'aria fredda; in ogni caso, assumiamo la velocità del temporale di 30 km/ora (non certamente forte); ebbene in tal caso il chicco di grandine cadrebbe ad una distanza di oltre dieci chilometri dal terreno che ha fornito gli ioni. In tali condizioni non si sarebbero certamente osservate le notevoli regolarità di caduta, segnalate dal citato autore.

Mi pare quindi che non sia fuori luogo esaminare di nuovo la dibattuta questione dell'altezza cui si forma la grandine. Innanzi tutto mi sembra interessante esaminare se vi sono altre ragioni per sospettare, che, almeno in certi casi, la grandine si formi a moderata altezza sul suolo.

Naturalmente prima di cercare una spiegazione in tale senso abbiám voluto vedere se vi fossero delle altre osservazioni che potessero corroborare una tale concezione.

Crediamo perciò interessante esporre i fatti che, ci sembra, possano venire in accordo con tale tesi.

Preoccupazione costante dell'agricoltore è stata la difesa contro la grandine e a tal scopo numerosi sono stati i mezzi escogitati: tra i più noti e che nell'ultimo quarantennio hanno avuto momenti di insperato favore tanto da esser oggetto di periodiche riunioni internazionali, citiamo gli *spari* ed i *razzi grandinifugi* ed i parafulmini di inusitate dimensioni detti comunemente *niagara* e *sparvieri elettrici*.

La fiducia nei primi due sistemi si basava su pretesi effetti meccanici; la violenza delle esplosioni avrebbe dovuto dissipare le nubi.

Il terzo sistema invece basava la sua efficacia sulla « *scarica delle nubi dalla forza elettrica* » che doveva sostenere in aria i chicchi di grandine.

Tutti questi sistemi dovettero il loro favore a dei risultati benefici che in qualche caso fu creduto riscontrarsi: l'esiguità dei risultati li fece tutti, più o meno rapidamente, abbandonare.

Certo è che talora degli effetti curiosi furono osservati: abbondanti grandinate sui pezzi stessi o sui «*niagara*», constatazioni che fecero suggerire al De Marcillac di collocare i vari mezzi di difesa su terreni incolti. Svariati agricoltori ed osservatori dichiararono che spesso la grandine cade ugualmente, ma non dura, bensì molliccia simile a neve, però un tal fatto fu dimostrato prodursi anche naturalmente.

Il favore che per tanti anni tali sistemi di protezione contro la grandine hanno trovato (l'origine di tiri di moschetto contro la grandine si fa risalire al Rinascimento e l'uso di suonare le campane a storno sarebbe anche più antico), dovuto alla constatazione di effetti sia pure modestissimi dei sistemi più moderni, ci fanno pensare che una parte almeno del meccanismo grandinigeno, e forse la non meno importante, si trovi a bassa quota; e pensiamo che sia, almeno in molti casi, l'innescamento di tale meccanismo da parte di fattori che hanno la loro sede sulla superficie del suolo od a bassa quota che provoca la caduta della grandine, la natura del terreno, la radioattività delle rocce principalmente, potrebbe essere uno di tali fattori.

Svilupperemo nelle pagine che seguono una ipotesi che ci sembra possa dare un modello abbastanza convincente dei fatti osservati; prima però vogliamo riportare una osservazione sulla influenza della natura del suolo sulla caduta della grandine che, per quanto analoga a quelle riportate diffusamente dal Dauzère, ci sembra particolarmente interessante.

Nell'estate 1922 mentre delle squadre di operai erano intente a scavare uno dei canali principali della bonifica di Parmigiana-Moglia (tra le provincie di Reggio Emilia e di Mantova) un minaccioso temporale si formò rapidamente, dopo pochi minuti una violenta grandinata cadde e riempì in modo veramente straordinario il canale stesso, mentre dei terreni coltivati circostanti solo quelli sottovento, e per una distanza di pochi metri dal limite del terreno scavato, furono colpiti da alcuni chicchi di grandine, mentre pioggia fredda abbondante cadeva ovunque. L'Ing. Azzo Azzini, che assisteva in quel momento ai lavori, nel raccontarci la cosa, aggiungeva che il fenomeno aveva destato la più profonda impressione in quelle popolazioni rurali le quali, contrarie allora ai lavori di bonifica appena intrapresi di cui vedevano solo gli aggravi, videro in ciò un castigo di Dio per coloro i quali portavano via il loro denaro!!!

Il caso ci sembra aver particolare importanza date le limitate dimensioni dello scavo; d'altra parte il fatto ben noto che la densità ionica nell'aria sovrastante gli scavi è assai maggiore che sul terreno coltivato, ci fa avvicinare questa osservazione a quelle dello scienziato francese.

Una sommaria inchiesta presso nostri conoscenti di indubitata serietà, ci ha mostrato, come non manchino anche da noi esempi di distribuzione di grandinate che si accordano in modo assai lusinghiero con i fatti segnalati dal Dauzère.

Passiamo ora ad esporre un modello di ciò che pensiamo possa determinare la formazione della grandine a bassa quota.

E' noto come l'aspetto scuro ed in certo qual modo mammelonato dei cumulo-nembi temporaleschi abbia convinto i metereologi che tale nube deve essere costituita, almeno in parte da acqua in surfusione. Ammesso ciò si vede facilmente, pensando a l'elevato calore specifico dell'acqua, come anche al disotto della isoterma di 0°C si possa trovare dell'acqua surfusa, essa sarà precisamente costituita da quelle gocce che aumentando di massa debbono venire a trovarsi in zone sempre più basse. Tali goccioloni, che risulteranno caricati positivamente, sia per la concezione del Wilson che per quella del Simpson, non si condenseranno per mancanza di germi, dato che nell'interno del cumulo-nembo l'aria deve essere sufficientemente « pulita ».

Ma non appena si abbasseranno a sufficienza in maniera da venire a contatto con l'aria più vicina al suolo, cioè compresa tra lo strato inferiore della nube ed il terreno, che si sa essere fortemente umida, come fu osservato anche dal prof. Pochettino, e quindi ricca di grossi ioni, formati da minutissime goccioline d'acqua ⁽¹⁾, potrà avvenire la condensazione brusca. Infatti le gocce, cariche positivamente, come abbiamo detto, attrarranno violentemente gli ioni negativi, come appunto pensa il Dauzère, questi ioni costituiti da goccioline d'acqua a contatto con la goccia surfusa congeleranno provocando la immediata condensazione della goccia stessa.

Una delle obiezioni che si faceva all'idea della formazione della grandine in bassa quota, era il fatto che si pensava che in tal modo veniva a mancare la possibilità per i chicchi di gragnuola di ingrossarsi. A tale scopo si faceva intervenire l'azione dei vortici. Orbene ci sembra che tale difficoltà possa risolversi in modo piuttosto semplice.

Per la solidificazione una goccia d'acqua aumenta alquanto del suo volume per tre ragioni: minor densità del ghiaccio rispetto all'acqua, occlusione

⁽¹⁾ Che i grossi joni siano formati in maggior parte da agglomerati di molecole di acqua, o da particelle di pulviscolo ricoperte d'un velo d'acqua (essendo il pulviscolo formato la maggior parte da sostanze terrose igroscopiche) è ormai generalmente ammesso, dopo gli studi sulla nucleazione atmosferica, come può leggersi tra l'altro nei trattati dello Cheauvau e del Mathias citati nella bibliografia.

di bollicine d'aria, aumento di temperatura per il calore latente di fusione; di conseguenza la velocità di caduta della goccia diminuirà (dato che cade nell'aria e non nel vuoto). In verità c'è anche un'altra ragione per la quale il chicco deve cadere più lentamente della goccia d'acqua, ed è il cambiamento di forma, poichè è noto che le gocce d'acqua hanno la forma di minima resistenza. Ciò ammesso una goccia d'acqua appena solidificata verrà ad urtare contro le altre gocce del medesimo scroscio e quindi queste si verranno ad incrostare sulla prima aumentandone la mole.

Per avere un'idea quantitativa dei fatti cui abbiamo accennato, cerchiamo un limite inferiore per la diminuzione di velocità. Consideriamo perciò una goccia *sferica* del diametro di 5 mm. (diametro massimo ammesso dai trattatisti in seguito alle esperienze del Simpson) ed applichiamo per la sua caduta la formula dello Stokes, come si fa abitualmente in calcoli di tal genere,

$$V = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\sigma - \varrho}{\mu}$$

dove V è la velocità di caduta, g l'accelerazione di gravità, r il raggio della goccia, σ la sua densità, ϱ la densità dell'aria, la cui viscosità è μ .

Consideriamo la sola variazione di velocità dovuta alla solidificazione, e supponiamo che la temperatura rimanga immutata a 0°C , assumendo con l'Humphreys, $\mu = 0,017$, $\varrho = 0,00129$, e per l'acqua $\sigma = 1$, mentre per il ghiaccio sarà $\sigma = 0,9$; corrispondentemente r^2 aumenterà del 6 %, e si avrà

$$V_{\text{acqua}} = 8,00 \text{ m/sec. } V_{\text{ghiaccio}} = 7,65 \text{ m/sec. ;}$$

dunque una variazione di velocità di 35 cm/sec. ⁽¹⁾. Su di una goccia

(1) Il valore ora trovato per la diminuzione della velocità, deve naturalmente considerarsi come un limite inferiore per le ragioni prima accennate, dato che in realtà le gocce d'acqua assumono la forma di minima resistenza e quindi ogni variazione di forma, a prescindere dalle variazioni di volume, dovrà aumentare la resistenza nel mezzo poichè i chicchi hanno forma grossolanamente sferoide.

D'altra parte è evidente che l'aumento di volume per successive incrostazioni non può proseguire che per un limitato periodo di tempo; in fatti il chicco di gragnuola aumenterà ben presto la sua velocità di caduta in modo da raggiungere e superare quella delle primitive gocce.

Supponendo per semplicità tutte le gocce dello scroscio identiche, dopo n incrostazioni il peso aumenterà come n mentre la resistenza del mezzo aumenterà solo come $\sqrt[3]{n}$. In fatti

solidificata si verranno quindi ad incrostare un certo numero di altre gocce. Il numero delle gocce che si vengono così ad unire dipende evidentemente dalla distanza reciproca delle gocce nello scroscio e dall'altezza dello strato inferiore delle nubi. Secondo il Pochettino tale altezza si aggirerebbe attorno ai 1000 metri.

Riassumendo la nostra concezione differisce da quella degli altri autori per l'ammissione della formazione della grandine a bassa quota. In appoggio a questa concezione ci pare stiano delle osservazioni del De Luc riportate dal Volta nella sua celebre teoria sulla origine della grandine.

Si può obbiettarci che nella nostra concezione si trascura l'importanza dei cirri, ma a ciò noi rispondiamo con le citate osservazioni particolareggiatamente riferite dallo Chauveau, di temporali grandinigeni in cui mancavano i cirri.

Un'altra obiezione può esser fatta, e questa tenderebbe ad infirmare non solo la nostra concezione, ma addirittura la relazione stabilita dal Dauzère; e cioè se una differenza di densità ionica che si constata in prossimità del suolo può conservarsi sino ad una certa altezza. Orbene ci pare che l'ammettere una certa componente verticale, dovuta alla convezione, piuttosto forte delle correnti aeree non sia cosa nuova. Certo che per tale particolarità è opportuno istituire delle particolari indagini, specialmente per ciò che riguarda l'influenza delle caratteristiche termiche delle varie specie di terreni. Infatti è un fatto di quotidiana constatazione la differenza di conduttività termica e di calore specifico dei vari minerali: basta sentire con la mano la differente temperatura di varie rocce, che siano state ugualmente esposte al sole, dopo che questo è tramontato.

Non vogliamo tralasciare di accennare come la nostra concezione renda conto della formazione della grandine molle. Se per una causa qualsiasi una

supponendo la resistenza del mezzo proporzionale alla velocità (ciò che si è implicitamente fatto applicando la legge di Stokes) si ha, indicando la resistenza del mezzo con F ,

$$F = 4\pi r^2 V^2 f\left(\frac{Vr}{\mu}\right)$$

dove le lettere hanno il significato sopra indicato, ed f rappresenta una funzione incognita del parametro $\frac{Vr}{\mu}$; ora tale resistenza è proporzionale alla velocità se è

$$f\left(\frac{Vr}{\mu}\right) = \text{cost} \times \frac{\mu}{Vr},$$

ne consegue che, in tale ipotesi, essa deve essere proporzionale al raggio r del chicco di granduola, cioè alla radice cubica del suo volume.

abbondante ionizzazione viene prodotta lungo tutto lo scroscio d'acqua surfusa e non, come avviene normalmente, solo nell'aria in cui lo scroscio penetra, quasi tutte le gocce si solidificherebbero contemporaneamente e con notevole inclusione di bollicine d'aria (e quindi i chicchi risulteranno di modesta densità). I chicchi poi potranno raggrupparsi tra di loro per urti provocati da piccoli colpi di vento (la loro velocità di caduta è inferiore assai a quella delle gocce d'acqua). Orbene se ciò si ammette, è sufficiente pensare che nulla altro che una abbondante ionizzazione è prodotta dalle scariche elettriche, sia naturali, che provocate dai *niagara* e dagli *sparvieri elettrici* e che pure i prodotti della esplosione portati nelle nubi dai *tori* degli spari, o direttamente dalle esplosioni dei razzi, dovevano avere una elevatissima densità ionica ⁽¹⁾: in esperienze da noi condotte in camera chiusa o è stato sufficiente il fumo di un paio di sigarette per far passare la densità ionica da 5000 ioni/cmc. a circa 50.000 ioni/cmc.

Non possiamo tralasciare di aggiungere come le recenti osservazioni dello scienziato francese si accordino con la osservazione di acqua *freddissima* che cade in vicinanza di terreni colpiti dalla grandine, solo per il fatto di forti differenze di densità ionica. Vogliamo riferire a fatti di tal genere l'osservazione di acqua gelata che cade nei « magri » della provincia di Brescia presso il Lago di Garda. In tal caso su tali terreni il vento spinge l'aria del lago, e si sa che in generale l'aria sovrastante i bacini d'acqua è meno ricca di ioni di quella sovrastante la terra. Analogo caso, si ha nella Val Canale tra Tarvisio e Pontebba dove si hanno minerali di zinco e di piombo utilizzati per la estrazione di detti metalli dalle cave del Pradel.

In tal zona intorno ad un laghetto, del diametro di un due o tre chilometri, assai profondo vi è una zona pianeggiante che porta ancora evidentissime le tracce della devastazione della guerra: ebbene allorchè cade in estate la grandine è cosa ormai nota agli abitanti del luogo che essa colpisce la zona litoranea senza quasi mai colpire il lago nella sua parte centrale che è frequentato assai dai pescatori, nè i declivi circostanti coperti da ricca vegetazione, specie di conifere.

Si potrebbe continuare la esemplificazione, cosa che sarà probabilmente fatta in altro lavoro, ma non crediamo che qui sarebbe di grande interesse.

⁽¹⁾ L'energia meccanica degli spari doveva essere assolutamente infima, come ha osservato nettamente il Pochettino. Gli ioni prodotti nella esplosione sarebbero perciò stati portati in alto dalle correnti convettive, dato che verso i 200 m., sempre dalle osservazioni di Conegliano Veneto più volte citate, il toro sarebbe dovuto essere dissolto.

Viene naturale farsi qui la domanda se con queste recenti acquisizioni sul comportamento delle grandinate si può dedurre qualche mezzo per impedirne la caduta od almeno per evitarne o circoscriverne i dannosi effetti. Il Dauzère, nello scritto più volte citato afferma che impedendo l'emissione di ioni da parte del suolo si impedirebbe la formazione della gragnuola, e ciò è anche la nostra opinione, ma malauguratamente ciò non si può sempre fare. Il citato autore si augura che un aumento dell'area piantata a foreste possa avere anche delle benefiche influenze; senza voler entrare in merito alla efficacia delle foreste come paragrandine, argomento ancora discusso, ci sembra che ciò non sia realizzabile altro che in regioni particolari e ristrette e non certamente in territori a coltivazione intensa, come sono in generale i territori della pianura.

Al contrario noi pensiamo che sarebbe efficace fornire di abbondante ionizzazione tutto l'apparato temporalesco, perchè in tal modo, prescindendo da qualsiasi teoria, se si riuscisse a far solidificare per proprio conto ciascuna goccia, si impedirebbe l'ingrossamento dei vari chicchi.

Ciò che crediamo che sarebbe più pratico fare, e che darebbe risultati più immediati, sarebbe un accurato studio dei vari terreni e delle condizioni orografiche relative per stabilire, la maggior o minor probabilità che un certo terreno sia colpito dalla grandine.

Queste considerazioni sono qui evidentemente premature e vengono riportate soltanto per mostrare l'interesse che può avere anche un modesto contributo per lo studio dell'importantissimo problema.

BIBLIOGRAFIA

- A. ANGOT. — *Traité elementaire de Météorologie* - IV ed. aug. par E. Brazier - Gauthier-Villars ed. Parigi 1928.
- B. CHAUVEAU — *Electricité atmospherique* - Doin ed. Parigi 1922-25.
- W. J. HUMPHREYS — *Physic of the air* - Pub. of the Franklin Inst. - Philadelphia 1920.
- F. MASSARDI — *L'opera di A. Volta* - Scelta di scritti riguardanti l'elettrologia - Ass. Elet. It. ed. Milano 1927.
- E. MATHIAS — *Traité d'électricité atmospherique et tellurique* - Les Presses Universitaires de France ed. Parigi 1924.
- F. HOUDAILLE — *Les orages à grêle et le tir des canons* - Felix Alcan ed. Parigi 1901.
- P. MARCILLAC — *La lutte contre la grêle et la foudre* - Gauthier-Villars ed. Parigi 1919.
- H. E. HAYBERG — *Frequenze de la grêle en Suede de 1874 à 1917* - Alquist et C. ed. Stoccolma-Upsala 1919.
- J. KOUTNY — *Krupobiti na Morave v letech 1896-1906* - Tiskem Ant. Oděhnala ed. Brno 1908.
- V. MONTI — *Sulla distribuzione dei temporali e della grandine in Italia etc. etc.* - Uff. Cent. di Met. in Roma XX 1899 Roma.
- COMITÉ DE DEFENSE CONTRE LES ORAGES ET LA GRELE - Résultats obtenus dans la Dordogne en 1912.
- ATTI DEI CONGRESSI DEI CONSORZI DI TIRO CONTRO LA GRANDINE - Anni 1899 e seguenti.
- A. POCHETTINO — *Risultati degli studi compiuti durante l'anno 1900, durante l'anno 1901, durante l'anno 1902, durante l'anno 1903 nella Stazione Governativa di studio dei fenomeni temporaleschi etc. di Conegliano (Treviso)* - Annali Uff. Centr. di Met. in Roma - XXI, XXII, XXIII, 1899, 1900, 1901.
- SIMPSON — *Phil. Trans.* 209 Londra 1909.
Phil. Mag. 30 Londra 1915.
Roy. Soc. Proc. 111 e 114 Londra 1926 e 1927.
- WILSON — *Phil. Trans.* 221 Londra 1920.
- DUFOUR — *Comptes Rendus* 52 Parigi 1861
Archives des Sciences 10 Ginevra 1861.

DAUZERE — *Revue Scientiphique* 68 Parigi 1930.

Comptes Rendus 190 Parigi 1930.

Bull. de la Soc. Franc. des Elec. IX Parigi 1929.

DAUZERE ET BOUGET — *Comptes Rendus* 190 Parigi 1930.

BOUTARIC — *Le Genie civil* XCVI Parigi 1930.

EREDIA — *L'Elettrotecnica* XVII Milano 1930.

POCHETTINO — *Ann. Uff. Cent. Met in Roma* XXII 1900.

SCHINDELHAUER — *Abh. d. K. Preuss. Met. Inst.* 263 Berlino 1913.

Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo

Nota di A. MASOTTI, presentata da P. DE SANCTIS S. O. ⁽¹⁾

Sommario. — Si determinano la risultante e il momento delle azioni dinamiche subite da una parete cilindrica in presenza di un vortice rettilineo ad essa parallelo. Sono esaminati i due casi seguenti: *a)* il vortice è *fisso*, e quindi il moto stazionario; *b)* il vortice è *libero*, e quindi *mobile* (in generale), sicchè il moto è variabile. Si trova che *durante il moto di un vortice libero si mantiene nulla la risultante delle azioni dinamiche subite dalla parete*, e si può affermare che *il vortice si muove appunto in modo che tale risultante sia nulla* (*).

1. Si consideri il moto piano ed irrotazionale provocato, in un liquido perfetto, da un vortice rettilineo, in presenza di una parete cilindrica alla quale il vortice si mantiene parallelo.

Questo movimento ammette il seguente potenziale complesso:

$$(1) \quad f(z) = -\frac{iC}{2\pi} \left[\log(z - z_0) + F(z) \right].$$

Si ricordi che $z = x + iy$ ($i = \sqrt{-1}$) è l'affissa di un generico punto P del campo del moto (con riferimento ad un sistema cartesiano ortogonale arbitrariamente prescelto su un generico piano normale alla direzione del vortice e delle generatrici della parete); $z_0 = x_0 + iy_0$ è l'affissa della traccia N del vortice;

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 giugno 1931.

(*) Delle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo libero si occupa diffusamente il prof. CALDONAZZO in una memoria che è in corso di pubblicazione sui « Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo », dal titolo: *Sui moti liquidi piani con un vortice libero*. Nel caso di un vortice mobile in un campo semplicemente connesso, l'Autore mette in evidenza che è nulla la risultante delle azioni dinamiche subite dalla parete: spetta quindi al CALDONAZZO la priorità di questo risultato da noi pure ottenuto (*Nota aggiunta alle bozze*).

C è l'intensità del vortice; $F(z)$ è quella funzione analitica regolare di z la cui parte reale coincide con la funzione G_{NP} , funzione preliminare di Green relativa al campo del moto ed avente il polo N ; la parte reale ed il coefficiente dell'unità immaginaria della $f(z)$ sono, com'è noto, rispettivamente il potenziale cinetico φ e la funzione di corrente ψ .

Il moto non è permanente, in generale; ciò dipende dalla circostanza che il vortice si muove come se appartenesse ad una corrente rotazionale la cui funzione di corrente si può esprimere come segue:

$$(2) \quad \psi^* = -\frac{C}{4\pi} G_{NN} ;$$

G_{NN} è il valore che la funzione G_{NP} assume nel polo N ⁽¹⁾.

La distribuzione delle pressioni p è definita dalla relazione

$$(3) \quad \frac{p}{\mu} = U - \frac{1}{2} V^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial t} ,$$

nella quale μ denota la densità costante del liquido, U il potenziale della forza unitaria di massa alla quale si può ritenere soggetto il liquido, V è il valore della velocità. Risulta la seguente espressione della pressione dinamica:

$$(4) \quad p' = -\mu \left(\frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) .$$

2. Poichè la distribuzione delle velocità che discende dalla (1) è irrotazionale, essa può sempre appartenere ad un moto stazionario ⁽²⁾: la corrente circolatoria generata da un vortice *fisso*, di intensità C , collocato in N . Queste condizioni si posson pensare ottenute mediante la sostituzione del filetto vorticoso ch'è l'asse del vortice con un cilindro rotondo rigido di raggio piccolissimo.

In questo caso la pressione dinamica è

$$(5) \quad p' = -\frac{\mu}{2} V^2 .$$

⁽¹⁾ V. la Nota *Sul moto di un vortice rettilineo*, in questo volume degli « Atti », pp. 235-245.

⁽²⁾ LAMB, *Hydrodynamics*, V ediz., p. 226 (Cambridge, University Press, 1924).

La risultante delle azioni dinamiche sulla parete (per unità di lunghezza) è data in ogni caso dalla formula:

$$(6) \quad R = \int_s p' n ds ,$$

dove n è il versore della normale esterna alla parete s , che si intende percorsa in modo da lasciare a sinistra il campo occupato dal liquido. Nel caso attuale

$$(7) \quad R = -\frac{\mu}{2} \int_s v^2 n ds .$$

È noto che la precedente relazione è equivalente all'altra, dovuta al Blasius, egualmente adatta a determinare il vettore R mediante le sue componenti cartesiane R_x e R_y ⁽¹⁾:

$$(8) \quad R_y + iR_x = \frac{\mu}{2} \int_s w^2 dz .$$

Si dovrà porre in questa formula in luogo della velocità complessa w la espressione che si deduce dalla (1):

$$(9) \quad w = \frac{df}{dz} = -\frac{iC}{2\pi} \left[\frac{1}{z - z_0} + \frac{dF(z)}{dz} \right] .$$

Il risultato a cui si perviene è il seguente ⁽²⁾:

$$(10) \quad R = -\frac{\mu C^2}{2\pi} (\text{grad}_r G_{nn})_n = -\frac{\mu C^2}{4\pi} \text{grad } G_{nn} .$$

⁽¹⁾ Generalmente figura nel secondo membro della formula del Blasius il segno meno, e l'integrale si intende valutato percorrendo s in modo che la normale positiva sia a sinistra. Il cambiamento di segno che si osserva nella (8) dipende dalla circostanza che, in questo caso, la linea s è percorsa in modo che la normale positiva sia lasciata a destra.

⁽²⁾ PRIORE, *Un'applicazione idrodinamica della funzione di Green* (« Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino », vol. LXI, 1926, pp. 569-583). - MASOTTI, loc. cit., § 7.

Si trova anche il momento risultante delle azioni dinamiche rispetto ad N, che è dato dalla formula:

$$(11) \quad \mathbf{M} = \int_s p' \mathbf{r} \wedge \mathbf{n} ds ,$$

$\mathbf{r}$ essendo il raggio vettore di un generico punto di s rispetto al punto N, o dalla formula equivalente, dovuta al Blasius:

$$(12) \quad M_v = \Re \left[\frac{\mu}{2} \int_s w^2 (z - z_0) dz \right] ,$$

che ne dà la componente M_v secondo la normale positiva v al piano del moto come *parte reale* (" $\Re$ ") di una espressione complessa. Esso è nullo nel caso attuale ⁽¹⁾.

3. Il sistema delle azioni dinamiche subite dalla parete ha, in generale, risultante non nulla; esso ammette quindi un *centro*: così chiamasi quel punto dell'asse centrale rispetto al quale si annulla il viriale del sistema ⁽²⁾. La posizione del centro è determinata dalla seguente formula, che ne dà l'affissa Z ⁽³⁾:

$$(13) \quad Z = \frac{\int_s w^2 z dz}{\int_s w^2 dz} .$$

Nel caso attuale, valendo la (9), si ottiene:

$$(14) \quad Z = z_0 + \frac{1}{2F'(z_0)} .$$

Ora

$$F'(z_0) = \left(\frac{\partial G_{NP}}{\partial x} \right)_n - i \left(\frac{\partial G_{NP}}{\partial y} \right)_n ,$$

⁽¹⁾ PELOSI, loc. cit.

⁽²⁾ Cfr. APPELL, *Traité de Mécanique Rationnelle*, T. I, p. 53 (V éd.; Paris, Gauthier-Villars, 1926). ROUTH, *A Treatise on Analytical Statics*, Vol. I, § 160 (II ed.; Cambridge, University Press, 1909).

⁽³⁾ Form. (10) della Nota *Sopra una formula atta a determinare il centro di un sistema piano di vettori. Applicazioni idrodinamiche ed elettrostatiche*, che sarà pubblicata nei « Rendiconti del R. Istituto Lombardo ».

e quindi ⁽¹⁾

$$2F'(z_0) = \frac{\partial G_{NN}}{\partial x_0} - i \frac{\partial G_{NN}}{\partial y_0} .$$

La (14) diviene pertanto:

$$(15) \quad Z - z_0 = \frac{\frac{\partial G_{NN}}{\partial x_0} + i \frac{\partial G_{NN}}{\partial y_0}}{\left(\frac{\partial G_{NN}}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial G_{NN}}{\partial y_0}\right)^2} ,$$

ossia, sotto forma vettoriale, detto Ω il centro:

$$(16) \quad \Omega - N = \frac{\text{grad } G_{NN}}{(\text{grad } G_{NN})^2} .$$

Consideriamo la retta passante per N e contenente il vettore $\text{grad } G_{NN}$; essa, in virtù dei risultati del precedente paragrafo, è l'asse centrale delle azioni dinamiche. Su questa retta si trova il centro Ω portando a partire da N nel senso del vettore $\text{grad } G_{NN}$ (opposto a quello del vettore R) il segmento

$$(17) \quad N\Omega = \frac{1}{\text{mod grad } G_{NN}} .$$

Si osserva che assegnata la parete s e la posizione del vortice N , risulta determinato Ω ; nessuna influenza sulla posizione di Ω ha la intensità C del vortice, come risultava già dalla (13) ⁽²⁾.

4. Se il vortice è *libero* il moto non è, in generale, permanente. La risultante delle azioni dinamiche risulta allora così espressa:

$$(18) \quad R = - \mu \int_s \left(\frac{1}{2} v^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \mathbf{n} ds ,$$

⁽¹⁾ V. la Nota *Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana*, in questo volume degli « Atti », pp. 209-216.

⁽²⁾ Se la parete s è circolare, il centro delle azioni dinamiche Ω risulta il punto medio del segmento NN' , che ha per estremi la traccia del vortice N e il suo coniugato N' rispetto alla circonferenza s .

e consta quindi del termine

$$(19) \quad R_0 = -\frac{\mu}{2} \int_s V^2 n ds ,$$

che può denominarsi la risultante delle azioni dinamiche di moto permanente, e che è stato calcolato nel precedente paragrafo, e del termine

$$(20) \quad R_1 = -\mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} n ds ,$$

del quale ora ci occuperemo.

Dette R_{1x} e R_{1y} le componenti di R_1 , posto cioè

$$(21) \quad \begin{cases} R_{1x} = -\mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos(nx) ds = -\mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} dy , \\ R_{1y} = -\mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos(ny) ds = \mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} dx , \end{cases}$$

si osserva che

$$(22) \quad R_{1y} - iR_{1x} = \mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} dz .$$

Poichè sulla parete rigida s si annulla la funzione di corrente φ risulta che su di essa $\varphi = f$, e quindi

$$(23) \quad R_{1y} - iR_{1x} = \mu \int_s \frac{\partial f}{\partial t} dz .$$

Ma discende dalla (1) che

$$(24) \quad \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{iC}{2\pi} \left(-\frac{x'_0 + iy'_0}{z - z_0} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) ,$$

e quindi

$$(25) \quad R_{1y} - iR_{1x} = -\mu C (x'_0 + iy'_0) - \frac{i\mu C}{2\pi} \int_s \frac{\partial F}{\partial t} dz ,$$

ossia

$$(26) \quad R_{1y} - iR_{1x} = -\mu C (x'_0 + iy'_0) ,$$

poichè, essendo

$$\int_s F dz = 0$$

in virtù della regolarità della funzione F nel campo del moto (in qualunque istante), è pure

$$\frac{d}{dt} \int_s F dz = 0 ,$$

ossia

$$\int_s \frac{\partial F}{\partial t} dz = 0 .$$

Ora si ricordi che spettano alle componenti della velocità del vortice, cioè a x'_0 e y'_0 , le seguenti espressioni ⁽¹⁾:

$$(27) \quad x'_0 = -\frac{C}{4\pi} \frac{\partial G_{nn}}{\partial y} , \quad y'_0 = \frac{C}{4\pi} \frac{\partial G_{nn}}{\partial x}$$

e quindi discende dalla (26):

$$(28) \quad R_{1x} = \frac{\mu C^2}{4\pi} \frac{\partial G_{nn}}{\partial x} , \quad R_{1y} = \frac{\mu C^2}{4\pi} \frac{\partial G_{nn}}{\partial y} .$$

Si ha pertanto che:

$$(29) \quad \mathbf{R}_1 = \frac{\mu C^2}{4\pi} \text{grad } G_{nn} ,$$

e ne segue, tenendo conto della espressione (10) che compete a $\mathbf{R}_0$, che

$$(30) \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_1 = 0 .$$

⁽¹⁾ MASOTTI, loc. cit. primo, § 3.

Si perviene dunque alla seguente notevole conclusione: *durante il moto di un vortice rettilineo libero, in presenza di una parete, si mantiene nulla la risultante delle azioni dinamiche subite dalla parete.* E si osserva ancora che se è verificata la (30) lo è la (29), e lo sono perciò le (28), sicchè dalla (26) discendono necessariamente le (27): si può quindi affermare che *il moto del vortice avviene appunto in modo che sia nulla la risultante delle azioni dinamiche subite dalla parete.*

3. Un calcolo analogo si può istituire pel momento risultante, rispetto ad N, delle azioni dinamiche. Esso è dato dalla formula:

$$(31) \quad \mathbf{M} = -\mu \int_s \left(\frac{1}{2} v^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \mathbf{r} \wedge \mathbf{n} ds.$$

Il termine

$$(32) \quad \mathbf{M}_0 = -\frac{\mu}{2} \int_s v^2 \mathbf{r} \wedge \mathbf{n} ds$$

è nullo, perchè è il momento risultante rispetto ad N delle azioni dinamiche di moto permanente; quindi

$$(33) \quad \mathbf{M} = -\mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \mathbf{r} \wedge \mathbf{n} ds.$$

Si può osservare che

$$(34) \quad M_v = \mu \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \left[(x - x_0) dx + (y - y_0) dy \right],$$

ossia

$$(35) \quad M_v = \Re \left[\mu \int_s \frac{\partial f}{\partial t} (z - z_0) d\bar{z} \right],$$

z essendo il coniugato di z ; tenendo conto della (24) si ha pure:

$$(36) \quad M_v = \Re \left[-\frac{i\mu C}{2\pi} \int_s \frac{\partial F}{\partial t} (z - z_0) d\bar{z} \right],$$

ossia, mutando l'espressione fra le parentesi con la sua coniugata (che ha la stessa parte reale):

$$(37) \quad M_v = \Re \left[\frac{i\mu C}{2\pi} \int_s \bar{F}'_t (\bar{z} - \bar{z}_0) dz \right].$$

Se si indica con r la distanza di un generico punto del contorno s , di affissa z , dal punto N , di affissa z_0 , avendosi che

$$r^2 = (z - z_0)(\bar{z} - \bar{z}_0),$$

la precedente diviene:

$$(38) \quad M_v = \Re \left[\frac{i\mu C}{2\pi} \int_s \frac{r^2 \bar{F}'_t}{z - z_0} dz \right].$$

L'integrale che compare nel secondo membro di questa formula è di quelli detti analoghi agli integrali di Cauchy ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ A. HARNACK, *Beiträge zur Theorie des Cauchy'schen Integrales* (« Mathematische Annalen », XXXV. Bd., 1889, pp. 1-18). N. MUSCHELIŠVILI, *Application des intégrales analogues à celles de Cauchy à quelques problèmes de la physique mathématique* (Tiflis, 1922).

Sulla formazione di nuclei di condensazione da metalli alla temperatura ordinaria.

Nota di D. PACINI presentata da L. PALAZZO S. O. ⁽¹⁾

Sommario: Ai fini della generazione di nuclei di condensazione, alla temperatura ordinaria, per effetto del vapor d'acqua, sono stati studiati i seguenti metalli ed amalgame: zinco, zinco amalgamato, magnesio, alluminio, amalgama di alluminio, berillio, cadmio, amalgama di cadmio, piombo, stagno, rame, potassio, sodio e calcio. Le esperienze hanno confermato per il magnesio in modo cospicuo il risultato positivo osservato da ATKIN; la formazione di nuclei da parte dello zinco e dello zinco amalgamato si è mostrata debole e incerta; tutti gli altri metalli cimentati hanno dato esito negativo. In particolare in più casi di azione chimica in atto non si è avuto effetto di sorta; d'altra parte le condizioni in cui il fenomeno si presenta non appaiono perfettamente chiare quando lo si interpreti come conseguenza di una reazione chimica.

La questione della genesi da parte dei metalli alla temperatura ordinaria di particelle capaci di funzionare come nuclei di condensazione del vapore in aria soprasatura è stata affrontata da C. T. R. WILSON ⁽²⁾. La conclusione a cui egli giunse è che in nessuno dei casi in cui il metallo generava nuclei fu possibile osservare il fenomeno con deboli espansioni. WILSON non riesce a vedere nuclei finchè l'espansione è inferiore a circa 1,25; l'effetto diventa più marcato e in molti casi apprezzabile solamente quando $\frac{v_2}{v_1} = 1,30$ o più. WILSON sperimentava mettendo i metalli nella camera della condensazione, esposti quindi subito all'aria satura, e trovò per lo zinco amalgamato una produzione di nuclei relativamente intensa; anche la superficie scoperta dello zinco e del piombo presentavano l'effetto, mentre per il rame e per lo stagno non ottenne azione apprezzabile.

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 giugno 1931.

⁽²⁾ C. T. R. WILSON: Phil. Trans., vol. 192, pag. 403, 1899.

Segue il lavoro di AITKEN ⁽¹⁾ il quale tiene i metalli fuori del recipiente in cui avviene la condensazione, in un vaso che può con questo comunicare, e d'onde porterà nella camera di condensazione l'aria che ha circondato il metallo. AITKEN cerca se non si possano avere nuclei alla temperatura ordinaria, quando abbia luogo un'azione chimica sul metallo da parte dell'aria o del vapor d'acqua. Ha provato l'alluminio, il magnesio, lo zinco, il piombo, il calcio, il potassio, il sodio. Gli unici metalli che egli trova attivi nell'aria umida sono lo zinco debolmente e solo per espansioni superiori all'8 %, lo zinco amalgamato ed il magnesio. Tuttavia anche per lo zinco amalgamato AITKEN dice che ha trovato gravi difficoltà per pervenire allo stato in cui questo si presenterebbe attivo: dovrebbe essere, secondo l'A., zinco amalgamato, ma successivamente scoperto, in modo che la superficie non resti coperta dal mercurio. Nel caso poi di AITKEN si tratta di nuclei che provocano la condensazione con deboli espansioni e in ogni caso sempre inferiori ad 1,25, condensazione dunque che avviene su nuclei analoghi a quelli atmosferici, o agli ioni grossi, o intermedi.

Dopo questi lavori la letteratura, che io mi sappia, non dice altro intorno alla formazione di nuclei dai metalli alla temperatura ordinaria, fenomeno ancora non del tutto chiaro nei riguardi della genesi del nucleo. Si deve pensare ad una azione chimica del vapor d'acqua o dell'aria in presenza di vapor d'acqua, sul metallo, che dovrebbe dar luogo ad un composto che possa esistere nell'aria allo stato di germe igroscopico. Per quanto le esperienze di AITKEN su taluni metalli che reagiscono con l'acqua non hanno dato nessun effetto.

Ho ripreso la ricerca usando il metodo di AITKEN e un procedimento un pò diverso, con l'apparecchio già studiato e sperimentato a lungo nel precedente lavoro sui sali ⁽²⁾. In queste esperienze occorre preoccuparsi di limitare per quanto è possibile le perdite per diffusione, ma non si può portare qualunque metallo nella camera della condensazione, e nell'ambiente saturo il metallo si ricoprirebbe presto di un velo liquido che impedisce la uscita dei nuclei.

Dati i risultati citati sopra si è incominciato a studiare il comportamento dello *Zinco*. È stato preso dapprima un pezzo di zinco del commercio, ne è stata scoperta la superficie con carta smerigliata e il metallo introdotto nell'apposito tubo di vetro dell'apparecchio. Dopo aver constatato che in ambiente secco (aria che ha attraversato, acido solforico, dei tubi con cloruro

⁽¹⁾ J. AITKEN: Proc. of the Roy Soc. of. Edinburgh, vol. 37, pag. 215, 1917.

⁽²⁾ D. PACINI: Atti dell'Acc. Pugliese di Scienze, Anno V, pag. 134, 1930.

di calcio ed è passata sull'anidride fosforica) non dava nuclei, è stato trattato gradatamente con aria umida. Ovvero insieme al metallo sono state messe sulle pareti del tubo alcune gocce d'acqua, secondo AITKEN, e l'allontanamento dei nuclei atmosferici è stato ottenuto con passaggio rapido di aria filtrata. L'esperienza è stata ripetuta nei due modi, per diversi altri pezzi di zinco anche di origine differente, ottenendosi qualche volta soltanto pochi nuclei per espansioni superiori all'8 %. Si sono poi esaminati gli stessi pezzi amalgamati e infine amalgamati e poscia di nuovo scoperti più o meno, senza che in tutte queste prove si sia riusciti a constatare qualche cosa oltre la presenza di pochi nuclei che durante il trattamento con aria umida si sono veduti cadere talvolta per deboli, più frequentemente per medie espansioni. Infine è stato provato lo zinco elettrolitico, immediatamente dopo averne scoperta la superficie, poi amalgamato e poi ancora amalgamato e successivamente scoperto, ripetendo anche qui l'esperienza più volte e scoprendo ogni volta frazioni diverse della superficie amalgamata. Anche con questo zinco si è osservata la presenza di pochi nuclei, ma in modo incostante e irregolare: in conclusione se un effetto vi è nelle condizioni di queste esperienze esso appare debole e incerto.

Quanto ho detto vale per espansioni che si sono spinte fino al 20 %, per espansioni del 25 % ed oltre, come avvertii nel precedente lavoro, è assai difficile con questo apparecchio poter giudicare della differenza nella nucleazione che si presenta quando vi sia oppur no il metallo. L'osservazione è stata tuttavia estesa ad espansioni corrispondenti ad 1,28 ed 1,35 senza poter rilevare un eccesso di nuclei in presenza del metallo. Un lieve riscaldamento di qualche decina di gradi si è mostrato inefficace. Il metallo era protetto contro un possibile effetto fotoelettrico.

Magnesio: Le esperienze sul magnesio hanno confermato i risultati del lavoro di AITKEN; questo metallo genera nuclei numerosi quando la superficie, scoperta di fresco, venga investita dal vapor d'acqua. I nuclei hanno in gran parte il potere condensante di quelli atmosferici, se fossero particelle elettrizzate si tratterebbe di ioni grossi ed intermedi. Non è stato possibile rilevare la presenza di nuclei aventi il potere condensante degli ioni ordinari. Fra i metalli studiati il magnesio è l'unico che a contatto del vapor d'acqua ceda all'aria una quantità cospicua di nuclei di condensazione.

Circa 60 cm. di nastro di magnesio viene scoperto alla superficie, pulito dalla polvere residua, foggato a spirale e subito messo nell'apparecchio, d'onde i nuclei atmosferici vengono allontanati con passaggio d'aria secca.

Questo procedimento che si è rivelato il più sicuro, richiede un tempo abbastanza lungo, da un'ora e mezza a due per un tubo di circa 70 cm³. Il magnesio secco non dà nuclei. Questi si mostrano tosto che si inumidisca la spirale con aria umida e la si lasci per alcuni minuti in ambiente umido. La tabella che segue illustra le prove fatte. I numeri indicano quante precipitazioni sono state ottenute per un determinato valore dell'espansione.

Nuclei generati dal magnesio.

N.º DELLE PROVE	N.º delle precipitazioni per i seguenti valori dell' espansione :									
	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
1ª - Dopo 10'	4	3	1	1						
» 30'	11	8	7	6	2	1				
2ª - Dopo 30'	11	9	7	3						
3ª - Dopo 30'	15	10	8	7	7	2				
4ª - Dopo 2'	0	0	0	4	1					
» 30'	16	17	14	11	7	4	1			
5ª - Dopo 3	0	0	5	4	1					

Col passaggio di aria secca sul magnesio attivo l'effetto si indebolisce fino a cessare; come anche scomparire se il metallo diventi troppo umido. L'effetto può essere ripristinato essiccando il metallo e scoprendone di nuovo la superficie.

La formazione di nuclei potendo, come si è detto, essere connessa con una eventuale azione chimica, si è passati a studiare altri metalli che dal punto di vista chimico hanno un comportamento prossimo a quello del magnesio e dello zinco. Un filo di *Alluminio* di mm. 1,2 di diametro e di 1 m. circa di lunghezza è stato scoperto alla superficie e fattane una spirale, introdotto immediatamente nel tubo di prova. Si è proceduto come sempre nei due modi indicati per lo zinco. La prova con l'alluminio essendo riuscita negativa, malgrado esso dapprincipio si ossidi rapidamente, si è proceduto all'esame dell'*Amalgama di alluminio* ottenuta da soluzione in cloruro mercurico all'1 %. Questa

amalgama che scompone energicamente l'acqua alla temperatura ordinaria è stata cimentata da secca e poi inumidita fino al netto cambiamento di colore e formazione delle barbette, indice dunque di azione chimica attiva, senza ottenere nuclei di sorta.

Grammi 0,33 di *Berillio* fornito dalla ditta « Carlo Erba », un pezzetto presentante una superficie pianeeggiante abbastanza ampia, è stato a sua volta su questa scoperto, ma la ricerca dei nuclei, tentata ripetutamente, ha dato esito negativo in tutta la scala delle espansioni.

Il *Cadmio* metallico di Riedel-E. de Haën è stato studiato anche in relazione a quanto dirò più innanzi circa l'azione fotografica dei metalli, ma anche questo con risultato nullo.

L'*Amalgama di Cadmio* si ottiene facilmente con aspetto splendente; non dà nuclei di sorta.

Le esperienze fatte su diversi pezzi di *Piombo*, sullo *Stagno* e sul *Rame* sono riuscite parimenti negative. Il piombo è l'unico che con lo zinco e lo zinco amalgamato ha dato luogo a condensazione nelle esperienze di WILSON; si è mostrato tuttavia negativo anche nella ricerca di AITKEN.

Metalli alcalini. Si presenta la difficoltà che appena scoperta con un taglio la parte fresca del metallo, l'azione chimica dell'aria è istantanea, non si ha quindi più a che fare con la superficie del metallo, ma con un derivato (perossido), in condizioni dunque che possono essere del tutto diverse. Questo spiegherebbe il perchè non si riesca a veder nuclei sperimentando col *Potassio* e col *Sodio*. Si è voluto anche osservare se esistesse un eventuale effetto della progressiva azione chimica del vapor d'acqua sul metallo; ma anche quando incomincia a vedersi l'effervescenza con formazione e rottura di bollicine alla superficie, non si constata, nemmeno allora, alcuna formazione di nuclei.

Calcio: Si è potuto avere il calcio metallico raspato della ditta Schering-Kahlbaum e si è cercato di ottenere una frattura fresca rompendo nell'interno del tubo i riccioli del metallo con delle palline di vetro; ma di nuclei non ne sono stati osservati; tuttavia in questa esperienza può venire il dubbio che perdite per diffusione abbiamo impedito l'osservazione dell'effetto iniziale sul metallo scoperto.

WILSON riconnetterebbe il fenomeno da lui osservato alla causa che determina l'azione fotografica dei metalli studiata da COLSON ⁽¹⁾ e da RUSSELL ⁽²⁾.

(1) COLSON: Comptes Rendus, vol. 123, pag. 49, 1896.

(2) RUSSELL: Proc. Roy. Soc., vol. 61, pag. 424, 1897 e vol. 63, pag. 102, 1898.

I metalli nei riguardi dell'effetto fotografico si succederebbero, secondo RUSSELL, in questo ordine: magnesio, cadmio, zinco, nichel, alluminio, piombo, ecc. Ora il cadmio non dà nuclei affatto, neanche dopo una certa permanenza nel tubo, perciò sebbene nel caso RUSSELL si tratti di effetti che si rivelano dopo un'esposizione abbastanza lunga, essendo il cadmio in questa serie compreso fra il magnesio e lo zinco, dovrebbe presumibilmente vedersi per esso un effetto, per quanto debole, anche nel nostro caso. D'altra parte nelle esperienze di RUSSELL il vapor d'acqua non avrebbe avuto influenza.

RUSSELL trovò anche che più attivi dei metalli nei riguardi dell'azione fotografica, si presentavano taluni corpi organici fra i quali egli dà come tipici l'Olio di lino e l'Essenza di trementina. Sono state qui studiate anche queste sostanze, ma con risultato nettamente negativo, almeno alla temperatura ordinaria.

* * *

In conclusione il fenomeno della generazione di nuclei che hanno il potere condensante di quelli atmosferici o degli ioni intermedi, rimane stabilito come effetto dell'azione del vapor d'acqua sul magnesio e probabilmente sullo zinco. Si ha poi la emissione osservata da WILSON solo per espansioni superiori ad 4,25, di particelle il cui potere condensante è lo stesso di quello dei piccoli ioni, particelle che potrebbero avere origine comune a quelle osservate in queste esperienze e comparire nel metodo qui usato come nuclei che precipitano con espansioni più deboli, come farebbero supporre la presenza nel magnesio e anche nel caso dello zinco, di particelle che richiedono espansioni relativamente forti per funzionare da nuclei di condensazione, e il comportamento del magnesio nei primi minuti di azione del vapor d'acqua (vedi nella tabella le esperienze 4^a e 5^a).

La mancanza del fenomeno in più casi di evidente azione chimica del vapor d'acqua sui metalli e le condizioni in cui esso si presenta non appaiono però perfettamente chiare quando lo si interpreti come conseguenza di una reazione chimica che dia luogo ad un composto che esista nell'aria sotto forma di particelle igroscopiche.

Non è facile d'altra parte farsi un'idea diversa circa la formazione di questo germe iniziale che può arrivare a fungere da nucleo di condensazione anche per espansioni deboli; forse il dato della fortissima tensione di soluzione

del magnesio ⁽¹⁾, rispetto alla quale esso comparisce con i metalli alcalini, potrebbe consentire la ipotesi che il fenomeno presentato da questo metallo in modo cospicuo, si riconnetta direttamente a quella caratteristica elettrochimica dell'elemento? (Per quanto tale tensione di soluzione non stia in disaccordo con la possibilità precedente). Bisognerebbe allora ulteriormente pensare che nell'atmosfera satura di vapore a contatto col metallo, almeno in certe condizioni, potessero essere immessi degli ioni che circondati dal loro corteggio di molecole d'acqua, costituirebbero il nucleo che una corrente d'aria potrebbe trasportare nella camera della condensazione.

La difficoltà di mettere il fenomeno in evidenza nei metalli alcalini si spiegherebbe col fatto che essi si alterano immediatamente alla superficie. La tensione di soluzione dello zinco pur essendo elevata, è però notevolmente più bassa di quella del magnesio: ne potrebbe derivare la intensità minore del fenomeno e la difficoltà di rilevarlo almeno col metodo seguito in questo lavoro.

Ricerca della carica dei nuclei. Era evidentemente interessante indagare se i nuclei prodotti dal magnesio possedevano una carica elettrica e in particolare, riferendoci alla ipotesi ora accennata, una carica positiva.

WILSON nelle esperienze sui metalli ha trovato dunque che la condensazione non avviene per espansioni inferiori a quelle per cui funzionano da nuclei gli ioni ordinari. Egli dice inoltre che in molti casi l'effetto del metallo era apprezzabile solo per espansioni di 1,30 o più. Se nelle esperienze di WILSON si trattasse effettivamente di condensazione sui piccoli ioni, pensando che erano anche presenti gli ioni che si trovano normalmente in un gas, questo potrebbe indicare che il metallo immetteva delle cariche positive. Senonchè WILSON non ha potuto osservare una riduzione da parte di un campo elettrico anche intenso, sulla quantità di nuclei prodotti dallo zinco.

In questa ricerca apparve subito la difficoltà di mettere in evidenza direttamente la eventuale carica dei nuclei a causa del numero limitato di essi in relazione alla sensibilità dei mezzi di studio, tuttavia l'esperienza fu tentata considerando che il magnesio può dare ripetute piogge di condensazione. Il primo tentativo di condurre i nuclei in un condensatore cilindrico avente l'armatura interna in comunicazione con un elettrometro DOLEZALEK a filo di quarzo, fu dovuto abbandonare; ed analogamente non si ottenne nessuna indicazione

⁽¹⁾ Vedi EGGERT: Trattato di Chimica Fisica, Milano, Hoepli, 1931, pag. 467 e LANDOLT, ecc.: Tabellen, 5^a Ed., Vol. II, 1923.

con l'altro dispositivo in cui la spirale di magnesio in comunicazione con l'elettrometro, funzionava da elettrodo interno di un condensatore cilindrico con campi di circa 300 volta per cm. In queste esperienze non vi poteva essere controllo circa la entità dell'effetto presentato dal metallo al momento dell'osservazione, quindi la necessità di presumere che la nessuna indicazione di carica potesse essere dovuta alla insufficiente sensibilità del dispositivo.

Si è allora creato un campo elettrico nel tubo in cui viene posto il metallo in esame, per osservarne poi l'effetto sulla quantità di nuclei che si formano nella camera di condensazione. Ma qui si è presentata la difficoltà che la presenza degli elettrodi pur in comunicazione fra loro e col suolo, come la spirale di magnesio, diminuisce fortemente e può sopprimere anche del tutto i nuclei che possono pervenire alla camera di condensazione, per cui il paragone fra la entità della condensazione in presenza o meno del campo diventa impossibile. Si poteva pensare ad una aumentata perdita per diffusione di nuclei elettrizzati a causa della presenza di elettrodi metallici nel tubo che è di piccole dimensioni, e si è ricorso ad un tubo più grande che consentiva una distanza di cm. 1,5 fra la spirale e l'elettrodo, ma senza ottenere un risultato utile. D'altra parte DE BROGLIE ⁽¹⁾ non è riuscito ad osservare una differenza nella rapidità di diffusione fra i nuclei neutri e i grossi ioni. La questione rimane pertanto aperta.

⁽¹⁾ M. DE BROGLIE: Thèse, Paris, 1908.

Sugli enti del calcolo motoriale

Nota di PIETRO RACHEL, presentata da GIOVANNI GIORGI S. O. ⁽¹⁾

Sommario. — 1. Introduzione; 2. Richiamo storico dell'impiego della parola motore; 3. Cenni sulle teorie di Clifford, Ball e Study; 4. Descrizione degli enti considerati da Study e loro illustrazione; 5. Conclusione.

In questi ultimi tempi è stato dato nuovo sviluppo allo studio del calcolo motoriale, specialmente coi lavori di Von Mises, Timerding e dei cultori della scuola francese che hanno cercato di mettere sotto nuova forma le ricerche originali di BATTAGLINI, BALL, CLIFFORD e quelle di STUDY.

Nello stesso tempo però è nato un inconveniente: quello di introdurre molte nuove definizioni di enti come il biplano, il mulinetto, l'impulsore, etc. che possono trarre in difficoltà lo studioso, dando inoltre l'impressione di una trattazione piuttosto confusa e che invece di semplificare i mezzi di studio della meccanica, li complica.

La Fisica e la meccanica ci offrono molti enti matematici che per essere determinati abbisognano di certi dati geometrici di posizione e direzione. Un particolare esempio di questi enti ci è dato dal vettore che vale a rappresentare spostamenti di traslazione, velocità, accelerazioni etc. Altri esempi di enti geometrici che possono trattarsi come i vettori sono: la posizione di un asse, di un piano, gli atti di moto rotatorio, di deformazione etc. Fra questi enti sono anche i motori; il calcolo motoriale ha per oggetto il rappresentarli direttamente con simboli sottoponibili ad algoritmi, invece di individuarli per mezzo di enti di riferimento estranei (coordinate e simili) come si fa col metodo cartesiano e col calcolo vettoriale semplice.

* *

La parola « motore » è stata usata dai cultori della meccanica dei corpi rigidi, non sempre nello stesso senso. Il CLIFFORD identificava il motore tanto con l'atto di moto elicoidale di un corpo rigido, quanto con lo sforzo rototra-

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 21 giugno 1931.

slatorio risultante di un sistema di forze. Questo ente ha sei componenti, cartesiane, tre lungo gli assi e tre intorno agli assi. Nel motore così definito, si contengono, come casi particolari, altri due enti: il *vettore* (corrispondente alla traslazione) e il *rotore* (corrispondente alla rotazione intorno ad un asse). Il calcolo motoriale, è quindi un calcolo geometrico più ampio che comprende come caso particolare anche il calcolo vettoriale.

Il calcolo motoriale offre un valido aiuto allo studio della meccanica dei corpi rigidi, appunto come il calcolo vettoriale nello studio delle questioni dove entrano enti dotati di grandezza e orientazione ma non posizione.

Ricorderemo che il motore in quanto sforzo rototraslatorio risultante di un sistema di forze era stato considerato a parte da PLÜCKER, da BATTAGLINI e da STUDY col nome di *diname*.

Allo scopo di poter meglio confrontare col motore gli enti meccanici di cui devo occuparmi, ricordo che in base alla cinematica e alla statica, la somma di due rotori in generale, o di due motori è un motore e come caso particolare un rotore o un vettore. Inoltre, per ragioni note, lo sviluppo del calcolo motoriale è strettamente legato alla teoria dei complessi lineari.

E passo ora alla teoria di STUDY, giacchè gli enti da lui considerati sono l'oggetto principale del presente lavoro, facendola precedere da un brevissimo richiamo della teoria di CLIFFORD e BALL; e questo allo scopo di mettere in rilievo la estrema semplicità di questa teoria di fronte alla prima.

BALL ⁽¹⁾ scrisse una «teoria delle vite o delle eliche» che è tutta fondata su due teoremi, quello di MOZZI e CHASLES sullo spostamento di un corpo rigido e quello di POINSON che riguarda le forze agenti su un corpo rigido.

BALL considera la vite o elica, ossia una retta associata ad una grandezza scalare o *passo* (distanza che percorre la madre vite parallelamente all'asse della vite, quando è rotata di un giro). La vite richiede cinque parametri per essere determinata e precisamente quattro per la retta ed un quinto per il passo. Definita così la vite, BALL dice che lo spostamento infinitesimo di un corpo rigido può essere ridotto ad una forma canonica che consiste in un avvitamento (*twist*) sopra una vite determinata, e la grandezza dell'avvitamento, una volta assegnata la vite, è individuabile per mezzo di uno scalare.

BALL ha chiamato *vite istantanea* quella intorno a cui il corpo compie il moto d'avvitamento nell'istante in cui si considera.

(1) BALL. *A treatise on the theory of screws*. Cambridge, 1900.

Analogamente agli spostamenti rigidi, BALL stabilisce una forma canonica per i sistemi di forze agenti su un corpo rigido e dice che detta forma è uno sforzo rototraslatorio (*Wrench*), dai francesi detto *visseur*, agente sopra una certa vite.

Lo sforzo rototraslatorio è individuato dalla posizione della retta lungo cui agisce la forza, e che forma asse delle coppie, dal momento della coppia (col suo verso) e dalle grandezze della forza (col suo verso).

Un atto di avvitamento o atto di moto elicoidale è individuato da sei parametri di cui cinque servono a determinare la vite ed un sesto è l'intensità dell'avvitamento. Nei casi particolari l'avvitamento si riduce ad una rotazione o ad una traslazione.

Uno sforzo rototraslatorio è pure individuato da sei parametri; come casi particolari di esso si ha la forza (rotore) o la coppia (vettore). KLEIN chiama tanto gli uni che gli altri, *grandezze elicoidali* distinguendoli in grandezze elicoidali di *prima specie* (avvitamenti) e grandezze elicoidali di *seconda specie* (sforzi rototraslatori) e ciò, con riferimento al modo come variano le componenti quando si inverte la convenzione riguardo al senso positivo delle rotazioni.

Il BALL assume come coordinate di un avvitamento o di uno sforzo rototraslatorio le intensità (o le ampiezze) delle sue componenti lungo e attorno sei viti assunte come sistema di riferimento. La teoria del BALL si presenta facile ed accessibile alla maggior parte dei lettori e questo perchè egli lascia sempre sistematicamente i casi particolari che possono presentarsi e che offrono molte difficoltà. BALL si è essenzialmente occupato di mettere in luce le idee che si trovano a base della meccanica ordinaria, alla quale disciplina arrecò un contributo importante.

È notevole osservare inoltre che, dal punto di vista cinematico, la teoria di BALL si occupa solo degli spostamenti infinitesimi di un corpo rigido.

* * *

STUDY ⁽¹⁾ considerando che le sole grandezze vettoriali non sono sufficienti a rappresentare tutte le grandezze meccaniche, pensò di far corrispondere a molte di queste, altre figure geometriche. Egli ha proceduto metodicamente nella ricerca di queste figure ed ha potuto ottenere i seguenti risultati. Le figure considerate da STUDY derivano immediatamente dall'esame delle diverse sostituzioni equivalenti ad uno spostamento elicoidale; esse in fondo

(¹) Encyclopédie des sciences mathématiques. Tomo IV - vol. 2.

non sono che diverse e particolari rappresentazioni di quell'ente che conosciamo col nome di *motore*.

Le nuove figure geometriche che si trovano nella teoria di STUDY hanno avuto origine dal mettere come base della teoria stessa i seguenti due principi:

1° Ad ogni figura si associa la figura correlativa. 2° Si cerca di formare figure utili facendo tutte le combinazioni possibili degli elementi dello spazio.

Alla luce di questi due principi, si costruisce una teoria che presenta una difficoltà, proveniente dal fatto che il principio meccanico di dualità non è applicabile in modo simmetrico senza restrizioni nello spazio metrico euclideo.

Perciò occorre fare certe distinzioni che rendono lo studio della questione carico di casi eccezionali.

Diplano. Il primo dei nuovi elementi introdotti da STUDY è il diplano o biplano che egli chiamò *Keil* (cuneo).

Esso è definito (e nominato biplano) dal THIERING come un sistema di due piani (piano iniziale *A* e piano finale *B*) con la sola condizione che non siano perpendicolari fra loro e si indica P^a .

Più completa e più chiara è la definizione che si trova in Von Mises⁽¹⁾:
a) ogni paio ordinato di piani determina un diplano; *b)* tutte le paia di piani i quali possono sovrapporsi mediante una rotazione intorno alle loro rette d'intersezione, determinano lo stesso diplano.

Dalle definizioni citate si può affermare che il diplano è determinato dalla retta asse e dall'angolo preso con un dato verso di rotazione. Dunque esso è determinato da una retta dotata di verso e da uno scalare presi in modo che il cambiamento di segno di quest'ultimo produca l'inversione della retta. Perciò il diplano non è altro che un *cursore* definito in modo speciale.

Io chiamo *cursore* quell'ente che altri chiamano vettore applicato a una retta; esso acquista diversi significati fisici a seconda anche dello spazio in cui viene considerato. Così nell' S_2 il cursore è una forza applicata ad un sistema rigido, nell' S_3 esso può rappresentare tanto una forza applicata a un corpo rigido, quanto un atto di moto rotatorio, ed allora prende il nome di *rotore* (caso particolare del motore).

Da quanto ho esposto circa il cursore, risulta che il *keil* sarebbe il cursore-angolo o rotore, mentre quel che lo stesso Von Mises chiama *Stab* (bacchetta) sarebbe il cursore-linea. In ogni modo la differenza fra lo *Stab* e il *Keil* , in questo studio non interessa.

(1) R. von Mises. *Motorechnung, ein neues Hilfsmittel der Mechanik; zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Band 4, 1924.*

La tangente trigonometrica dell'angolo dei due piani si chiama *apertura* del diplano. Quando i due piani sono paralleli (apertura nulla) si ha il *pseudo diplano* ovvero un vettore (cursore infinitamente piccolo e lontano).

Noto infine che il diplano in geometria affine non esiste perchè in essa l'angolo non si può misurare; in geometria metrica il diplano non è che un caso particolare di un motore, e precisamente, un cursore rappresentato in modo geometrico speciale.

Motore. Questo altro ente inteso secondo le idee di STURDY si trova nel TIMERING così definito: Un sistema di due rette a e b prese in un certo ordine e soggette alla sola condizione che non formino angolo retto; esso è rappresentato col simbolo M_a^b .

In von MISES si trova in questo ente una definizione più precisa:

$a)$ ogni paio ordinato di rette determina un motore; $b)$ tutte le paia di rette ordinate le quali mediante un avvitalamento intorno al loro asse di minima distanza, sono sovrapponibili determinano lo stesso motore.

Si chiama *apertura* del motore la tangente dell'angolo che la retta iniziale a forma con la retta finale b .

Si chiama invece *lunghezza* la distanza minima fra le due rette contata col verso positivo dalla retta a alla retta b . Se la lunghezza è nulla si ha il motore, se l'apertura è nulla si ha il vettore.

In altre parole, la «lunghezza» corrisponde alla velocità di traslazione di un modo elicoidale, «l'apertura» alla velocità di rotazione.

E' importante notare che avendo assimilato un diplano ad una classe di cursori, ne segue che la somma di due o più diplani è un motore. Ora, STURDY considera i sistemi di diplani, associando ad ognuno di essi un motore (*Motor*),

Mulinetto. Questo ente, chiamato *Quirl* da STURDY e che i francesi hanno tradotto in *moulinet*, è costituito da un punto e da un piano. Precisamente: dato un punto e un piano, si conduca dal punto la perpendicolare al piano e s'immagini questo come generato dalla rotazione di una perpendicolare a quella retta condotta per il suo piede. Se il punto e il piano sono a distanza infinita, si ha il *pseudo-mulinetto*.

Il mulinetto si indica col simbolo Q_p^α essendo p ed α rispettivamente il punto e il piano generatore.

Si chiama *lunghezza* la distanza del punto dal piano.

Si conviene di ritenere uguali due mulinetti quando le simmetrie relative ai loro elementi iniziali (per esempio punto) combinate con le simmetrie

relative ai loro elementi finali (piano) equivalgono ad uno stesso semi-giro di vite.

E' da notare che un mulinetto non si altera per una traslazione lungo la sua *retta*; dunque esso equivale ad uno spostamento elicoidale di cui quella retta è l'asse.

Ad ogni mulinetto si può associare un cursore diretto secondo la perpendicolare al piano di lunghezza $l' = \frac{1}{l}$ essendo l la lunghezza di questa perpendicolare a partire dal punto.

La somma di due mulinetti può condurre in certi casi ad un mulinetto stesso, in certi altri ad una quantità di specie diversa assimilabile al motore.

Concludendo: il mulinetto è un cursore. Un sistema di mulinetti può anche dar luogo a un motore.

Noterò infine che questo ente non esiste in geometria affine, giacchè ivi non si può parlare di perpendicolarità.

Impulsore. STUDY per eliminare certe difficoltà che si presentano a riguardo degli altri enti da lui stesso definiti, introdusse un altro ente ancora e al quale i francesi diedero il nome di *impulseur*, da noi trattato impulsore.

Esso è costituito da un sistema di due rette prese in un determinato ordine e sottomesse alla sola condizione di non essere mai situate nello stesso piano. Questo ente si designa con simbolo I_a^b . Circa la lunghezza e l'apertura, varranno le stesse definizioni date per il motore, e l'uguaglianza fra due impulsori si definisce nel modo seguente: Due impulsori I_a^b , I_c^d sono uguali quando due inversioni successive d'un corpo rigido attorno alle rette a e b lo conducono alla stessa posizione che si avrebbe operando due inversioni successive attorno alle rette c e d .

L'*impulsore rettangolare*, chiamato *Torsor* da STUDY, si ha quando le due rette formano un angolo retto, e il *pseudo-impulsore*, chiamato *Ejector* da STUDY, si ha quando una delle due rette è all'infinito. Noto subito che la denominazione di *Torsor* non credo sia conveniente, giacchè nella meccanica dei corpi deformabili i francesi usano sovente la parola *torseur* intesa in un senso tutto diverso.

La somma di due impulsori dà luogo ad un impulsore. Per questo fatto e dalla definizione data più sopra, si può, affermare che l'impulsore è un motore; si può vedere questo fatto anche considerando che ad un impulsore si può associare un sistema di mulinetti.

* * *

Da queste poche notizie risulta chiaro come la scuola di **STUDY**, in tutta la sua teoria, s'interessa specialmente dei casi particolari; egli sviluppa una trattazione nuova che malgrado i punti comuni che presenta con quella di **BALL**, ha tuttavia uno scopo e un carattere speciale.

STUDY introduce nuovi elementi geometrici, come in parte s'è visto, onde la sua teoria ha un carattere geometrico ben spiccato; inoltre si può notare che egli si serve di figure finite per definire enti che corrispondono poi ad atti di moto e quindi a moti infinitesimi.

Dando uno sguardo superficiale alle nuove figure più su descritte sembra che esse risultino estranee alla meccanica dei corpi rigidi, ma da un esame più profondo risulta, come credo di aver mostrato in queste poche pagine, che esse non sono se non tanti modi, essenzialmente equivalenti, di rappresentare quell'ente comunemente chiamato *motore*.

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

SESSIONE VII DEL 21 GIUGNO 1931

	PAG.
Accademici presenti	479
NAPOLI S. O. — Presentazione in omaggio di una pubblicazione di Michele Porcelli	479
LUIGIONI S. O. — Lettura della necrologia del defunto S. O. P. Erich Wasmann inviata dal S. O. Gemelli	480
TEOFILATO S. O. — Presentazione di una sua Nota da titolo: <i>Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo nelle ali</i>	480
PALAZZO S. O. — Presentazione di una Nota dell'estraneo Pacini dal titolo: <i>Sui nuclei di condensazione emessi dai metalli</i>	480
CARONIA S. O. — Presentazione in omaggio di pubblicazioni del Prof. Cassuto	480
NEVIANI S. O. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Illustrazione del Museo Mineralogico Marsili</i>	480
» » — Presentazione in omaggio di pubblicazioni del Prof. Enrico Clerici	480
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Si associa	480
RANZI S. C. — Presentazione in omaggio di due sue pubblicazioni	484
PASQUINI S. C. — Presentazione in omaggio di una sua pubblicazione	484
» » — Presentazione in omaggio di tre pubblicazioni del D.r Montalenti	485
DE ANGELIS D'OSSAT S.C. — Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>La Geologia e le Catacombe romane. III Salaria Velus</i>	485
VANNI S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>L'opera del P. Grimaldi d. C. d. G.</i>	485
RIVERA S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Prospettiva di lotta contro il marciume radicale del gelso</i>	485
KAAS S. O. — Prende la parola sulla Comunicazione Rivera	485
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di una Nota inviata dal S. O. Colonnetti in collaborazione con Pugno, dal titolo: <i>Sulla tecnica delle prove di elasticità dei materiali da costruzione</i>	485
» » — Presentazione di una Nota inviata dal S. C. Hofbauer, dal titolo: <i>Neue Formeln zur Berechnung der Spezifischen Wärme, und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes - 2. Folge</i>	485
» » — Presentazione di una Memoria inviata dal S. C. Nobile, dal titolo: <i>Determinazione delle potenze necessarie e delle potenze disponibili per il volo</i>	485
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Rachel, inviata dal S. O. Giorgi, dal titolo: <i>Sugli enti del calcolo vettoriale</i>	485
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Marrotti, dal titolo: <i>Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo</i>	485

	PAG.
GIANFRANCESCHI, Pres. — Ricorda il fisico Maxwell nel centenario della sua nascita	485
DE SANCTIS, Segr. — Presentazione di pubblicazioni giunte in omaggio all' Accademia	485
Approvazione, da parte del Corpo Accademico, della inserzione di Note di Estranei nelle pubblicazioni Accademiche.	486
Deliberazione del Corpo Accademico di concedere al Comitato la facoltà d' inserzione nelle pubblicazioni Accademiche dei lavori di Estranei pervenuti prima della seduta del ventuno dicembre	487
Deliberazioni del Corpo Accademico di concedere al Comitato la facoltà d' inserire in un fascicolo suppletivo d' Atti i lavori eventualmente giunti durante le ferie.	487
DE SANCTIS, Segr. — Comunicazione della Sovrana Sanzione giunta per la conferma del S. O. Gianfranceschi a Presidente, del S. O. Morano a Membro del Comitato della nomina del S. O. Lombardi a Membro del Comitato	487
GIANFRANCESCHI, Pres. — Comunica l'adesione dell' Accademia alla commemorazione di Faraday promossa dalla Royal Institution	487
DE SANCTIS, Segr. — Comunicazione di ringraziamento di soci per nomine e conferme	487
GIANFRANCESCHI, Pres. — Augurio ai Colleghi di felici Vacanze	487

COMITATO SEGRETO.

Nomina del Prof. A. De Gregorio Rocasolano a Socio Corrispondente.	488
Nomina del Dott. Filippo De Filippi a Socio Corrispondente	488
Approvazione di cambio d'Atti.	488

MEMORIE E NOTE.

GEMELLI S. O. — Il P. Erich Wasmann S. I.	489
LUIGIONI S. O. — Una nuova specie del genere « Amphimalus Latr. » dell'Italia Meridionale	509
TEOFILATO S. O. — Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo nelle ali	515
COLONNETTIS. O. e PUGNO — Sulla tecnica delle prove di elasticità dei materiali da costruzione	525
NEVIANI S. O. — Luigi Ferdinando Marsili e le sue Collezioni mineralogiche	531
HOFBAUER S. C. — Neue Formel zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes	581
— — Einige merkwürdige verhältnisse in der Tonleiter.	587
SCATIZZI S. C. — Pseudo-Euleriana e sue applicazioni.	593
VANNI S. C. — L'opera del Padre Grimaldi d. C. d. G.	611
MARTINOZZI — Sulla possibilità della formazione della grandine a quota relativamente bassa.	613
MASOTTI — Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo	623
PACINI — Sulla formazione di nuclei di condensazione da metalli alla temperatura ordinaria	632
RACHEL — Sugli enti del calcolo motoriale	640

ATTI

DELLA

PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 Dicembre 1850
COMPILATI DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO

ANNO LXXXIV

(1980-1981)

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE
PERVENUTE ALL'ACCADEMIA NEL PERIODO DELLE FERIE ESTIVE
E L'INDICE GENERALE DEL VOLUME LXXXIV



ROMA
SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X
VIA DEGLI ETRUSCHI N. 7-9

1931

**L'Accademia
non assume alcuna responsabilità circa le opinioni scientifiche
emesse dagli autori**

ATTI
DELLA PONT. ACCADEMIA DELLE SCIENZE
NUOVI LINCEI

ANNO LXXXIV

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE
PERVENUTE ALL'ACCADEMIA NEL PERIODO DELLE FERIE ESTIVE
E L'INDICE GENERALE DEL VOLUME LXXXIV

MEMORIE E NOTE

Il R. P. Stanislao Chevalier S. I.

Inviata da GHERZI S. C.

Il R. P. Stanislao Chevalier, nato a St. Laurent-des-Antels in Vandea il 22 Ottobre 1852, fece i primi studi nel piccolo seminario di Baupreau, ed entrò nella Compagnia di Gesù nel 1871. Dopo alcuni anni di formazione religiosa e d'insegnamento scientifico, domandò ed ottenne di venire in Cina; e vi arrivò il 24 Ottobre 1883. I suoi primi anni furono occupati dallo studio della lingua cinese e della teologia; e poco tempo dopo egli riceveva l'unzione sacerdotale per le mani di Mons. Garnier S. I., Vescovo di Shanghai. Il R. P. Marco Dechevrens, allora direttore dell'Osservatorio di Zikawei, aveva da poco lasciata la Cina a causa della salute; il P. Chevalier dal 1888 fu nominato a succedergli. Egli ebbe allora da dirigere le osservazioni e le registrazioni magnetiche; e per suo impulso il servizio meteorologico, allora molto incoraggiato e reso di prima importanza per la prossimità del grande porto di Shanghai, si sviluppò e prese di giorno in giorno una parte sempre più grande del suo lavoro.

Dovuta alla sua iniziativa e sotto la sua direzione effettiva, una società di meteorologia si fondò a Shanghai nel 1891, il cui ufficio, bisogna pure confessarlo, si limitò soprattutto ad ascoltare una relazione annuale del direttore sopra un argomento meteorologico che interessava l'Estremo Oriente. Il Padre fu così condotto a redigere alcuni opuscoli che trattavano delle nebbie, dei tifoni e soprattutto delle depressioni e del monzone d'inverno, il cui regime era allora ancora poco conosciuto. La società scomparve presto dopo 4 anni. Un lavoro più importante sulla correzione delle osservazioni delle temperature igrometriche ed actinometriche fatte a Zikawei dal 1873 al 1892, data da quest'epoca.

Nel 1897 egli lasciava la direzione dell'Osservatorio al R. P. Froc per intraprendere un viaggio importante nelle stazioni delle dogane e sul Yang-tse. Risalì così il fiume Azzurro, mettendo in rilievo gli errori dei barometri delle stazioni, facendo delle osservazioni magnetiche, rilevando delle posizioni ed indagando il fiume da I-chang a P'ing-chan. Nel 1899 appariva alla luce il risultato del suo lavoro nel suo bell'Atlante dell'alto Yang-tse, opera premiata dall'Accademia delle Scienze e dalla Società Geografica di Parigi, che serve ancora di base e di guida, agli studiosi.

Diversi viaggi lungo la costa, nei fari, a Hongkong l'occuparono fino al 1900. Invaghito dell'astronomia, il Padre otteneva verso quest'epoca le autorizzazioni ed i fondi necessari per la compra e l'installazione d'un equatoriale doppio fotografico di casa Gauthier, sopra una collina vicina a Shanghai, a Zosè. Di questa nuova stazione astronomica il Padre fu nominato direttore nel 1901, e vi doveva restare 23 anni fino al 1924. Distribuendo il suo tempo tra il lavoro, la preghiera ed il ministero apostolico presso i cinesi venuti in pellegrinaggio al Santuario della Madonna di Zosè, egli adoperò dapprima il suo bello strumento, un po' forse contro l'idea del costruttore, allo studio del sole: macchie, facole, protuberanze e rotazione del sole; numerose sono le fotografie prese ed i disegni riprodotti. Appena un raggio di sole spuntava fuori dalle brume d'inverno, si vedeva il Padre sedersi al suo equatoriale e fotografare. Spirito molto aperto, il solo titolo dei suoi diversi lavori: « osservazioni di comete », « gruppi di stelle », « luna e i suoi paesaggi », « stelle doppie », « pluralità dei mondi abitati »; indica abbastanza l'interesse ch'egli metteva ad ogni ricerca scientifica. Gli Annali di Zosè contano attualmente 16 volumi; la maggior parte sono del R. P. Chevalier. Egli intraprendeva verso il 1914 a fotografare il giro dell'equatore su 12 lastre fotografiche contenenti 300 clichés rilegati fotograficamente. I calcoli furono completati in seguito dal R. P. de la Villemargué; e se il P. Chevalier non fece egli stesso questo lavoro, ebbe almeno la soddisfazione di correggerne le bozze e di vederlo venire alla luce prima di morire.

I freddi della collina gli erano molto sensibili; quindi nel 1924 il R. P. Gauchet gli succedeva come direttore dell'Osservatorio di Zosè. Il P. Chevalier si stabilì allora a mezza-collina, e tuttora sorvegliando e completando i suoi lavori in corso, non dimenticando che era missionario anzitutto, passava molte ore a catechizzare i bambini dei pescatori cinesi venuti alla sua scuola di preghiera.

Nel 1925 rientrava a Shanghai all'Università dell'Aurora, incaricato dei corsi; ma, essendo caduto ammalato il R. P. Froc, egli accettò di ritornare a dirigere l'Osservatorio di Zikawei, ed ebbe da occuparsi della partecipazione di quest'Osservatorio alla revisione internazionale delle longitudini, lavoro che egli aveva sempre desiderato fare, e per la cui riuscita mise ogni impegno.

L'« interim » finì al ritorno del P. Froc nel Febbraio 1929. Il Padre passò i pochi mesi che gli restarono di vita in un ministero più direttamente apostolico; e s'addormentò nel Signore il 27 Ottobre 1930 all'età di 78 anni.

R. P. Ioachimus de Silva Tavares, S. I.

Biografia inviata da NAVÁS, S.O.

Lugent iterum Scientiae Naturales obitu P. Ioachimi de Silva Tavares, S. I., qui accidit Parisiis die 2 Septembris, anno eius vitae 63 vix expleto.

Ortus fuerat in oppido Cardigos in Lusitania, Provinciae Beira Baja, die 17 Augusti anni 1866; in tenera aetate 14 annorum ingressus est Societatem Iesu die 13 Novembris anni 1880, in eaque ultra medium seculum vixit.

A primordiis studiorum eluxit in eo amor erga naturales scientias, speciatim vero in zoocecidiiis eminuit neque haec studia penitus ablegavit toto tempore quo Rectoris munere in Collegio Sancti Fidelis est functus.

Anno 1902 ephemeridem scientiis naturalibus colendis condidit, qua « Broteria » appellata ab eo est ex nomine insignis botanici lusitani Brotero, eamque ad mortem usque direxit. Anno 1907 eam in tres sectiones, fasciculis independentibus, divisit, Zoologicam, Botanicam et Vulgarizationis. Haec ultima ab anno 1924 fasciculis mensuris editur, titulo subiectis verbis: « Fides, Scientiae, Litterae ».

In sectione zoologica atque etiam alibi suas elucubrationes de cecidiis in magno honore habitas luci publicae dedit, descriptionibus latinis accuratis longisque, figuris copiosis, tabulis photographice eximiis.

Anno 1910, dum in Lusitania res publica regni subvertitur, instrumenta studii amisit atque in Americam migrare compulsus est. Hinc in Brasilia magnam copiam speciminum collegit pro suis studiis et aliorum, quos inter est huius necrologiae auctor.

Magna continenter cogitabat atque intendebat. Ipse imprimis Societati Lusitanæ a Scientiis Naturalibus condendae adlaboravit, quae post annum 1910, eo absente, quasi spiritu privata misere debilitata est.

Multa scripsit, multas novas species imo et genera cecidiarum descripsit. Praecipua eius opera sunt: Cecidiae Peninsulae Ibericae, Cecidiae Brasiliae.

Nunc sub praelo continuantur opus Cynipidae Peninsulae Ibericae, opus vere perfectum ac mirabile.

Multarum erat socius Scientificarum Societatum: academicus Academiae Scientiarum Ulissipponensis, correspondens Academiae Scientiarum et Artium Barcinonensis a die 29 Martii anni 1906; item correspondens nostrae Academiae Pontificiae Romanae *Nuovi Lincei* a die 16 Maii anni 1920; demum ab anno 1919 Socius Honorarius Societatis Ibericae a Scientiis Naturalibus. Anno 1921 fuit Praeses Societatis Entomologicae Hispaniae.

Radiazione e vita nel mondo vegetale.

Prospetto schematico della influenza delle diverse radiazioni della gamma conosciuta sul ritmo di accrescimento dei vegetali

Nota di V. RIVERA S. C. ⁽¹⁾

Sommario. — La vita dei vegetali è direttamente influenzata da tutto il complesso della energia ondulatoria che la investe: il ritmo della moltiplicazione cellulare è accelerato dalle radiazioni a lunga λ (dall'infrarosso alle onde herziane) e ritardato da quelle a corta λ (dalle ultraviolette alle ultragamma), così nelle dosi di esse radiazioni presenti nell'ambiente di comune coltura.

È indiscutibile che l'energia radiante, nel suo complesso, eserciti in genere una azione sullo sviluppo della vita, ma sulle manifestazioni di essa e principalmente sul ritmo dello sviluppo somatico dell'organo, quali poteri esercitano le singole radiazioni della energia raggiante, dalla quale il vivo viene continuamente e normalmente investito?

E cioè, se un comando è, per quanto riguarda il ritmo della vita, nella radiazione ambientale, in quale modo si esplica esso?

Tenteremo di esporre un prospetto sommario della azione che le singole radiazioni della gamma conosciuta, nella intensità solita nella quale sono presenti nel comune ambiente di sviluppo dei vegetali verdi, esercitano sopra il ritmo di moltiplicazione cellulare, rilevabile dall'accrescimento del vegetale.

La constatazione degli effetti delle singole radiazioni della gamma conosciuta sopra i vegetali, può realmente, pensiamo, portare luce al problema delle relazioni tra l'ambiente e la moltiplicazione cellulare, problema che tanti punti di riferimento mostra di avere col *meccanismo* stesso della vita.

Portando lo studio sopra i fattori ambientali, che sono capaci di influire sopra la manifestazione fondamentale della vita, la moltiplicazione cellulare, ci

⁽¹⁾ Presentata nella Sessione del 19 Aprile 1931.

sembra che noi ci poniamo nel vivo del più caro dei problemi che ci assillano, non solo, ma che possiamo riuscire a stabilire punti logici di partenza per lo sviluppo nuovo di tanti problemi, che le scienze biologiche applicate vanno da tempo agitando.

In questo problema, quello dell'influenza che possano avere i fattori ambientali nei riguardi della vita, apparisce di prima importanza sugli altri un settore, quello che si riferisce al valore della energia radiante ambientale sopra la *capacità moltiplicativa* cellulare, cioè quasi sul ritmo della vita.

Quale parte ha il fenomeno centrale, così complesso, della emissione della energia elettromagnetica, nelle sue così multiformi manifestazioni, sopra il ritmo della crescita ?

È la cellula viva sensibile a tutte le radiazioni della gamma conosciuta, e cioè da quelle a più corta onda e capacità penetrante enorme (radiazioni ultra- γ) a quelle a più lunga onda e capacità penetrante minima (onde elettromagnetiche), che la investono costantemente ?

Se una sensibilità essa dimostra, cioè se una efficacia, questa complessa forma di energia vibratoria, esercita sulle capacità accrescitive del tessuto vivo, quale parte della gamma conosciuta, nell'intensità presente in condizioni normali del nostro ambiente, esercita sulla cellula in divisione una influenza acceleratrice e quale invece influisce rallentando il ritmo di accrescimento ?

Il metodo di sperimentazione per ricerche di questo ordine non può essere che quello negativo: vale a dire che è necessario ricorrere alla *schermatura* di quella radiazione ambientale, di cui si vuol riconoscere l'azione, in modo che sul tessuto in sviluppo influisca solo tutto il resto della radiazione non schermata.

Il metodo di *irradiazione*, cioè quello di rinforzare un determinato gruppo di radiazioni ambientali, può solo avere un valore di indicazione e non rappresenta, biologicamente parlando, una base di indiscutibili deduzioni definitive; infatti nei fenomeni biologici *la dose* può avere eguale e magari superiore importanza della stessa natura del trattamento; per quanto riguarda la irradiazione con apparecchi di produzione di raggi di vario tipo, non possiamo dunque fondarci su risultati di esperimento di laboratorio, se non riportandoci agli effetti delle *dosi normali* di quella stessa radiazione e prendendo i risultati sperimentali di laboratorio solo per un nostro *orientamento* sul fenomeno studiato.

Per tutte queste ricerche di sensibilità per la radiazione di qualunque tipo indubbiamente il mondo vegetale ci rappresenta un rivelatore di straordinaria

sensibilità ed i tessuti vegetali un materiale di studio di prim'ordine, perchè la cellula vegetale, in particolare quella delle piante verdi, è il più perfetto strumento per studi sopra l'energia radiante.

È noto a tutti come crescono le piante in assenza della *radiazione luminosa*; le piante *eziolate* assumono un ritmo di accrescimento veramente precipitoso, tale che il germoglio cresciuto nell'oscurità ci si presenta allungato talora per parecchie volte quello allevato in piena luce, sicchè la esperienza, così nota, dell'allevamento di piante eziolate ci dimostra molto chiaramente che la irradiazione, con le onde che compongono lo spettro luminoso determina, nel complesso, un rallentamento della moltiplicazione cellulare nei tessuti in accrescimento.

Ma già in questo campo, in seno cioè alla ottava che costituisce la irradiazione della luce, i vecchi fisiologi avevano potuto stabilire una certa differenza di effetti, tanto che oggi possiamo con certezza riconoscere soprattutto alle onde a più corta λ , tra quelle costituenti lo spettro luminoso (la parte verso il violetto) una influenza spiccatamente rallentatrice della moltiplicazione cellulare, mentre le onde a più lunga λ dello spettro, quelle verso il rosso, eserciterebbero una certa influenza positiva sopra la moltiplicazione cellulare.

Siamo dunque partiti, per compiere una escursione attraverso le 55 ottave della gamma delle radiazioni conosciute e presenti nell'ambiente, da quella zona che si trova all'incirca verso la parte mediana della gamma stessa, la ottava luminosa, ai cui confini, nella continuità delle radiazioni esistenti nell'ambiente, sono da un lato le radiazioni a più corta λ , immediatamente successive, e cioè cinque ottave di onde *ultraviolette*, otto ottave di raggi *Röntgen* e quattro di *intra Röntgen* e, finalmente sei ottave di raggi *cosmici* od *ultragamma*, la cosiddetta radiazione ultrapenetrante di Millikan; dall'altra banda, dal confine dell'estremo rosso, tutta una serie di gamme a λ maggiore di quelle delle radiazioni costituenti la luce, si continua con questa in otto ottave dell'*infrarosso*, nel quale si ritrova la più efficace delle radiazioni eccitatrici della vita e della moltiplicazione cellulare, la radiazione calorifica, e 22 ottave di onde *hertziane*, tra le quali quelle che noi utilizziamo per la radiotelegrafia e radiotelefonìa.

Tutta la radiazione a λ più lunga di quella luminosa esercita dunque una eccitazione cioè una influenza positiva sopra il ritmo di moltiplicazione cellulare?

Il comportamento degli organismi vegetali nei confronti di questa forma di energia radiante può essere conosciuto aumentando alquanto la intensità di questo tipo di radiazione presente nell'ambiente? così come aumentando la

temperatura (entro certi limiti), si assiste all'accelerarsi del ritmo di accrescita di un germoglio, parimenti esperimenti appositi di laboratorio, con i quali si investano semi rigonfiati e germinati con onde herziane della lunghezza di onda di qualche metro, danno in verità per risultato una più accentuata crescita dei germogli irradiati, al confronto di opportuni controlli schermati con gabbie di Faraday.

Esperimenti condotti in Francia ed in Italia hanno ormai assodato che il trattamento con onde herziane di piccola λ (che sono del resto le più vicine alle infrarosse) inducano una accelerazione nello sviluppo. Potranno avere la stessa influenza sopra l'accrescimento anche le onde herziane a più lunga λ ? Esperimenti con questo tipo di onde non so che siano stati eseguiti ma sarebbe da supporre che l'estrema banda delle onde herziane non possa avere un effetto fisiologico discordante da quello che ci sembra sia lo schema organico, così semplice e ordinato, della radiosensibilità dei vegetali per il complesso della gamma delle radiazioni, da cui sono investite, del quale qui trattiamo.

Quale influenza è possibile attribuire alla radiazione costituita da onde più corte della luce?

È ben nota l'azione ritardatrice della crescita che le onde ultraviolette esercitano sui vegetali: la riduzione nella taglia della vegetazione di montagna o in genere, della vegetazione di zone investite, per loro posizione od esposizione, da questa radiazione, è comunemente attribuita, ed a buon diritto, principalmente alla maggiore quantità di raggi ultravioletti.

Sui raggi X e su quelli γ solo la sperimentazione di laboratorio ha fino ad oggi potuto interloquire

Più difficile era stabilire quale influenza abbiano, sopra il ritmo di moltiplicazione cellulare, i raggi ultragamma, per la difficoltà di impiantare una ricerca sperimentale, nella quale le prove si facessero sottraendo *piante vegetanti* a questa radiazione, che è capace, per la sua piccolissima lunghezza d'onda, di una straordinaria penetrazione: ma questa difficoltà fu superata da chi scrive schermando una partita di semi germinanti di varie specie vegetali, con alcune decine di metri di acqua di un lago profondo.

Il risultato di prove di paragone, condotte con tre gruppi di semi in sviluppo, rispettivamente schermati da 1, 15, 95 metri di acqua, ha permesso di riconoscere l'effetto sopra l'accrescimento, di questo tipo di radiazione.

I risultati di queste prove hanno dovuto essere riportati a quelli di altre prove parallele, condotte, con identità di metodo sperimentale, in laboratorio, onde riferirsi alle differenti temperature, alle quali, nelle differenti profondità

del lago, si era venuta svolgendo la prova; si è visto allora che, mentre c'era una corrispondenza, a parità di ore di esposizione, tra la germinazione schermata con un metro di acqua e la corrispondente prova di laboratorio condotta in condizioni di temperatura equivalenti, non vi era invece equivalenza di sviluppo tra la partita di semi germinanti in profondità, a m. 15, e la corrispondente partita di semi germinati in laboratorio a quasi eguale temperatura, perchè meno sviluppata era quella ultima vegetazione.

Lo sviluppo di fusticini di due delle specie vegetali, tra quelle adoperate negli esperimenti di paragone, può essere riassunto dai numeri che seguono ⁽¹⁾:

Sviluppo assunto in 10 giorni d'immersione in lago:

Apparecchio immerso alla profondità di		
	m. 1	m. 15
	(t. media 15°, 2)	(t. media 12°, 5)
Fusticini di		
Veccia	cent. 2,6	2,8
Ervi	» 2,4	2,2

Sviluppo assunto in 10 giorni di esposizione in laboratorio nei 2 termostati n. 1 e n. 2

	n. 1	n. 2
	(t. media 14°, 4)	(t. medie 11°, 6)
Veccia	cent. 2,59	0,99
Ervi	» 1,61	0,66

Come si può rilevare dalla semplicissima tabella surriportata, mentre nella prova a m. 1 di profondità si riscontra uno sviluppo dei germogli, che è equivalente, o quasi, a quello ottenuto nel termostato n. 1, tenuto conto della pic-

⁽¹⁾ Queste prove sperimentali saranno esposte nel loro dettaglio in una memoria che comparirà prossimamente in « Rivista di Biologia ». Il metodo sperimentale adoperato consisteva nell'affondare nel lago di Castelgandolfo presso Roma a varie profondità apparecchi di metallo a chiusura ermetica, nei quali erano posti a germinare ed a svilupparsi in capsule Petri, vasetti con terra o, più solitamente, recipienti di vetro con carta bibula inumidita, varie specie vegetali: dopo un certo numero di giorni si ritiravano dal lago gli apparecchi e si prendeva accurata misura dello sviluppo delle radichette dei germogli di tutti gli individui in sviluppo.

cola differenza di t., non si riscontra equivalenza invece tra lo sviluppo dei semi a m. 13 di profondità e quello del termostato mantenuto ad una temperatura molto vicina a quella goduta in tali condizioni dai semi in sviluppo.

Ne abbiamo dedotto che la sottrazione di gran parte della radiazione penetrante ha determinato un ritmo alquanto più accentuato nell'accrescimento dei germogli da semi germinanti e che perciò la azione di questa radiazione sia apprezzabilmente deprimente della moltiplicazione cellulare.

Comprese tra l'estrema radiazione ultragamma e l'ultravioletta sono i raggi X con i quali non è possibile sperimentare sui vegetali se non con sorgenti artificiali e con prove di laboratorio. Tra tutte le numerose prove da vari Autori ed anche da chi scrive condotte, non è possibile dedurre che i raggi gamma o quelli X dimostrino mai in definitiva una diretta azione eccitatrice sopra l'accrescimento dei vegetali, mentre invece tutti i trattamenti con questo tipo di raggi denunciano in genere un rallentamento, più o meno immediato, del ritmo della crescita, da cui il vegetale era animato, oppure nei confronti dei controlli non trattati; questi rilievi e l'altro, già anticipato, della *posizione* delle radiazioni gamma ed X, comprese nella gamma della radiazione conosciuta tra i cosmici e gli ultravioletti, tutti deprimenti della moltiplicazione cellulare, ci autorizza a prospettare una interpretazione piuttosto uniforme della influenza di questi tipi di radiazioni a corta λ : e cioè che la cellula vegetale sia sensibile alle radiazioni di questo tipo, ed in particolare, sensibile alle dosi di queste radiazioni presenti nel normale ambiente di vegetazione, sensibilità questa che si riferisce direttamente alla rapidità del ritmo della moltiplicazione cellulare, che ne rimane rallentato o depresso.

Non possiamo davvero affermare che con i nostri rilievi e la nostra ricerca sperimentale abbiamo eseguito una completa escursione probatoria attraverso *tutti* i tipi di radiazione conosciuta: affermiano al contrario che di uno studio a mosaico di quest'ordine parecchie pietre sono ancora da collocare e che molte incertezze noi stessi volentieri confessiamo.

Ma nè la incompletezza, nè le incertezze indicate, ci impediscono di abbozzare, per sottoporlo agli studiosi, e chiederne la collaborazione attiva ed il parere autorevole, un prospetto della interpretazione che allo stato attuale delle nostre conoscenze è possibile avanzare, della azione delle differenti radiazioni della gamma conosciuta sopra la moltiplicazione cellulare nei vegetali.

Abbiamo più avanti desunto il valore eccitativo delle radiazioni a più lunga onda e quello depressivo dei raggi più penetranti a più breve λ ; trasportiamo questi rilievi sopra il quadro, ormai completo, della gamma delle

radiazioni conosciute, esplorate ed identificate dai fisici e scriviamo a fianco i risultati che per oggi constatiamo o anche intravediamo sopra il fenomeno dell'accrescimento delle piante verdi:

Radiazione	Ottave	λ	Effetti sulla moltiplicazione cellulare nei vegetali
Cosmica o ultra- γ . . .		da 0,0002 a 0,007 Å	Nelle dosi presenti nell'ambiente: <i>deprimente</i>
Gamma . . .	6, di cui 4 comuni con i raggi X	da 0,007 a 1 Å	In tutte le dosi sperimentali nei laboratori: <i>deprimente o indifferente</i> ; mai sui vegetali in definitiva eccitatrice
X	12, di cui 4 infra Röntgen e 8 Röntgen	da 0,057 a 144 Å	
Ultravioletta .	5	da 0,144 a 3800 Å	Nelle dosi dell'ambiente normale: <i>deprimente</i>
Luminosa . .	1	da 3800 a 7600 Å	Parte a λ più corta: <i>deprimente</i> ; parte a λ più lunga: <i>eccitatrice</i> o meno <i>deprimente</i>
Infrarossa . .	8	da 7600 Å a 0,25 mm.	<i>Eccitatrice.</i>
Hertziana . .	22	da 0,00025 a 30,000 m.	In esperimenti di laboratorio: a onde a corta λ : <i>eccitatrici</i>

Secondo il quadro che precede, qualunque sia l'origine della oscillazione dell'etere presa ad esaminare, sia essa cioè proveniente dal di là della via lattea, come la radiazione cosmica, da disintegrazione catodica, come i raggi gamma, da bombardamento catodico, come i raggi X, o faccia parte dello spettro solare, o si generi da induzione elettromagnetica o scariche elettriche, le cellule vegetali in divisione si rivelano sensibili, per quanto riguarda il ritmo di moltiplicazione cellulare dei tessuti in accrescimento, per tutta la gamma delle radiazioni conosciute.

La sensibilità dei tessuti vegetali (delle piante superiori) si addimostra però positiva o negativa in presenza rispettivamente delle radiazioni a più lunga λ e di quelle a λ più corta, sicchè tutta la serie completa delle oscillazioni dell'etere agisce sul tessuto vegetale in divisione esaltandone l'accrescimento con la sua parte meno penetrante e deprimendolo con la parte a λ più corta.

Quasi nella parte centrale della serie è posta la radiazione luminosa, con la quale confinano, da una banda, le radiazioni eccitanti, dall'altra quelle deprimenti ed essa stessa ottava luminosa risulta alquanto eccitatrice o non spiccatamente deprimente dell'accrescimento delle cellule in divisione nella zona di confine con l'infrarosso e δ invece decisamente deprimente nella zona di

confine con l'ultravioletto; sicchè una linea tirata all'incirca attraverso la parte mediana della ottava luminosa, limita nettamente al di sopra la serie delle radiazioni deprimenti, al di sotto quelle eccitatrici della moltiplicazione cellulare, la quale è dunque, possiamo pensare, sollecitata da forze contrarie, che tendono ad elidersi e l'accrescimento del germoglio viene regolato sopra la prevalenza, nell'ambiente, dell'un gruppo di queste radiazioni sull'altro.

La vita nei vegetali non prende dunque origine dalle oscillazioni dell'etere e non consiste in esse; però oggi possiamo pensare che sulle oscillazioni dell'etere sia regolato il ritmo della moltiplicazione cellulare, quasi il passo della vita la quale accelera o ritarda la rapidità dell'accrescimento somatico quasi sotto il comando dell'energia radiante ambientale che la investe.

Vorremmo aggiungere qualche rilievo, come quello che la morte può essere data dalla energia radiante delle zone mediane della gamma, quando la intensità della irradiazione passi certi limiti, sempre meno da quelle successive e mai forse da quelle estreme: così, ad esempio, mentre modeste dosi di raggi X possono determinare, dopo l'arresto dello sviluppo, la morte del germoglio colpito, dosi altissime di raggi γ non si dimostrano mai o quasi mai letali, perchè, dopo l'arresto, più o meno lungo, della moltiplicazione cellulare, nei germogli e nelle colonie intensamente irradiate, improvvisamente ricomincia l'accrescimento col ritmo primitivo ⁽¹⁾.

Parimenti, ancor più che i raggi X, i raggi calorifici, quando sorpassino, anche solo di qualche decina di O°, il grado ottimale di intensità, uccidono direttamente le piante ed un effetto simile è dato dalla radiazione ultravioletta intensa.

Ma lasciamo da banda il dettaglio.

La vita e la morte, durante il periodo vegetativo della pianta verde, sono dunque, secondo il quadro che qui si prospetta, in dipendenza dell'energia raggiante che la investe: sicchè come si è detto se non da questa energia prende origine la vita, da questa si regola il ritmo di accrescimento dei tessuti, su questa energia si misura cioè quasi il *passo della vita*.

⁽¹⁾ Vedi V. RIVERA, *Sulla radiosensibilità ecc.*, « Rivista di Biologia » vol. VIII, 1926 fasc. IV e V e vol. X, 1928, fasc. I e II; v. pure *Azioni di forti dosi ecc.* in « Rendic. R. Accad. Lincei » 1928 vol. VII, ser. 6, fasc. 10 e *Trattamenti di tumori ecc.* in Boll. R. Staz. di Patol. veget. di Roma Anno VIII N. S., 1928.

Note on refraction and reflection in general relativity

Nota di H. S. RUSE, presentata dal Segretario DE SANCTIS ⁽¹⁾

In a recent paper ⁽²⁾, Professor T. Levi-Civita extended the classical laws of physical optics to non-galilean space. His principal formulae are given below in § 1. In particular, he applied his theory to the case of optically isotropic media. It is the purpose of this note to determine similar results for the anisotropic case.

1. — Fundamental formulae.

Let

$$(1.1) \quad ds^2 = \sum_{i,k}^3 g_{ik} dx^i dx^k$$

determine the metric of a general riemannian space-time in which x^0 is assigned as the time-coordinate. Suppose that

$$(1.2) \quad f(x^0 | x^1, x^2, x^3) = 0$$

is the equation of a hypersurface χ in the four-dimensional continuum. From the physical point of view this will then be the equation of a surface σ (in general moving) in the three-dimensional space (x^1, x^2, x^3) . Assume that this surface separates two media which are optically different; this will mean mathematically that on the hypersurface χ the g_{ik} do not all remain continuous ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Questa Nota fu inviata al Segretario da T. Levi-Civita S. C.

⁽²⁾ Atti d. Nuovi Lincei, LXXXIV (1931), p. 332.

⁽³⁾ The g_{ik} are however supposed to have finite and well determined limits on both sides of the hypersurface.

Suppose that the world-line of a light-pulse (that is, a null geodesic) intersects χ in the world-point X of coordinates (x^0, x^1, x^2, x^3) ; or in physical language, suppose that at time x^0 light falls on the surface σ at a point Q of coordinates (x^1, x^2, x^3) . Let

$$(1.3) \quad x^h = x^h(\tau) \quad (h = 0, 1, 2, 3)$$

be the parametric equations of the world-line, τ^* being the value of the parameter at the world-point X , which, being on the hypersurface χ , is a point of discontinuity of some or all of the coefficients g_{ik} . The functions $x^h(\tau)$ themselves are supposed to be continuous and to satisfy at all points the well-known equations of the null geodesics, namely

$$(1.4) \quad \frac{d^2 x^h}{d\tau^2} + \sum_0^3 \left\{ \begin{matrix} i & k & h \end{matrix} \right\} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^k}{d\tau} = 0 \quad (h = 0, 1, 2, 3)$$

and

$$(1.5) \quad \sum_0^3 g_{ik} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^k}{d\tau} = 0.$$

Introduce now the notations q^+ and q^- for the limits of any functions $q(\tau)$ as $\tau \rightarrow \tau^*$ from the right or from the left respectively, and put

$$\Delta q = q^+ - q^-.$$

Then it can be shown that the law connecting the two arcs of the single world-line which meet in the point X is expressed by the equations

$$(1.6) \quad \Delta p_h + q f_h = 0 \quad (h = 0, 1, 2, 3)$$

where

$$p_h = \sum_0^3 g_{hk} \frac{dx^k}{d\tau}$$

$$f_h = \partial f / \partial x^h,$$

and q is a multiplier a priori undetermined.

Write now

$$(1.7) \quad \left\{ \begin{array}{ll} V^2 & \text{for } g_{00} \\ w_k & \text{for } g_{0k} (= g_{k0}) \\ a_{ik} & \text{for } -g_{ik} \\ dl^2 & \text{for } \sum_{i,k=1}^3 a_{ik} dx^i dx^k \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ (k=1, 2, 3) \\ (i, k=1, 2, 3) \end{array}$$

so that (1.1) becomes

$$(1.8) \quad ds^2 = V^2 (dx^0)^2 + 2 dx^0 \sum_{k=1}^3 w_k dx^k - dl^2 .$$

Then, as is well known, dl^2 may be interpreted as the square of the element of length in the physical space (x^1, x^2, x^3) ; the w_k as the components, covariant with respect to transformations of the space-coordinates, of an ordinary vector $\mathbf{w}$; and V as the *mean* velocity of light in physical space. If $\mathbf{w}$ vanishes, space is optically isotropic.

Writing

$$(1.9) \quad x'^h = \frac{dx^h}{dx^0} , \quad (h=1, 2, 3)$$

then the x'^h are the three components of a space-vector $\mathbf{v}$ representing velocity in the three-dimensional space. Its square is given by

$$(1.10) \quad v^2 = \sum_{i,k=1}^3 a_{ik} x'^i x'^k$$

and its *covariant* components by

$$(1.11) \quad v_h = \sum_{k=1}^3 a_{hk} x'^k . \quad (h=1, 2, 3)$$

When, as below, we are dealing with light-pulses, $\mathbf{v}$ represents the velocity of its propagation, and the condition (1.5) gives

$$(1.12) \quad V^2 + 2 \sum_{k=1}^3 w_k x'^k - v^2 = 0 .$$

Using (1.7) and (1.12), it is easily shown that the law (1.6) expressing the relation between the two arcs of the world-line of a light-pulse incident on the surface $f=0$ reduces to the equations

$$(I) \quad (v_h - w_h)^+ - \mu (v_h - w_h)^- - \nu f_h = 0 \quad (h = 1, 2, 3)$$

$$(II) \quad \frac{1}{2} (V^2 + v^2)^+ - \frac{1}{2} \mu (V^2 + v^2)^- + \nu f_0 = 0 ,$$

where the coefficients $\mu = \left(\frac{dx^0}{d\tau} \right)^- / \left(\frac{dx^0}{d\tau} \right)^+$ and $\nu = \varrho / \left(\frac{dx^0}{d\tau} \right)^+$ may be regarded as auxiliary multipliers, a priori arbitrary.

The foregoing work is a summary of the first five paragraphs of the paper cited above.

2. — Refraction and reflection in an anisotropic medium.

The above results may be summarised as follows:

The whole of space is divided into two parts by the surface $f(x^0 | x^1, x^2, x^3) = 0$, in general moving. On one side of this surface the mean velocity of light is V^- and the optical anisotropy of the medium is measured by the vector $\mathbf{w}^-$; on the other side the corresponding quantities are V^+ and $\mathbf{w}^+$. A light-pulse, propagated from the « minus » side of the surface, is incident with velocity $\mathbf{v}^-$ at the point $Q, (x^1, x^2, x^3)$, of the surface at time x^0 . If after refraction the light-pulse has the initial velocity $\mathbf{v}^+$, then the laws connecting the various quantities involved are given by equations (I), (II). In short, these equations express in their most general form the laws of refraction (and, as a special case, of reflection) at a moving surface.

A more explicit formulation of these laws is given below.

In vector notation, equations (I) become

$$(\mathbf{v} - \mathbf{w})^+ - \mu (\mathbf{v} - \mathbf{w})^- - \nu \text{grad } f = 0 ,$$

where $\text{grad } f$ is the space-vector of components f_1, f_2, f_3 . Let $\mathbf{N}$ be the unit vector normal to the surface at Q , in the direction making an acute angle with the vector $(\mathbf{v} - \mathbf{w})^+$. Now, by elementary geometry, $\text{grad } f$ is parallel to $\mathbf{N}$, so suppose that

$$(2.1) \quad \text{grad } f = g \mathbf{N}$$

where g is the length of the vector $\text{grad } f$. We can ensure that g shall be positive by an appropriate choice of the sign of the function $f(x^0, x^1, x^2, x^3)$.

Equations (I), (II) then become

$$(I) \quad (v - w)^+ - \mu(v - w)^- - v g N = 0$$

$$(II) \quad \frac{1}{2} (V^2 + v^2)^+ - \frac{1}{2} \mu (V^2 + v^2)^- + v f_0 = 0 ,$$

and to these we add (1.12), which may be written

$$(III) \quad V^2 + 2vw \cos \vartheta - v^2 = 0 ,$$

ϑ being the angle between the vectors v , w , and w the length of w ; thus

$$w^2 = \sum_1^3 a^{ik} w_i w_k$$

where (a^{ik}) are the coefficients reciprocal to (a_{ik}) , and

$$\cos \vartheta = \left(\sum_1^3 w_k x^k \right) \div vw .$$

Equation (III) really represents the two equations obtained by attaching to each term the index $+$ in the one case, and the index $-$ in the other; that is, (III) is true for both the «plus» quantities and the «minus» quantities.

Solving (II) for v and substituting in (I),

$$(2.2) \quad (v - w)^+ - \mu(v - w)^- + \frac{1}{2} g f_0^{-1} \{ (V^2 + v^2)^+ - \mu(V^2 + v^2)^- \} N = 0 .$$

Let k^+ and k^- be the lengths of the vectors $(v - w)^+$ and $(v - w)^-$ respectively so that (omitting the indices $+$ and $-$),

$$\begin{aligned} k &= \sum_1^3 a^{ik} (r_i - w_i) (r_k - w_k) \\ (2.3) \quad &= v^2 + w^2 - 2vw \cos \vartheta \\ &= w^2 + V^2 \end{aligned}$$

by (III). Hence

$$k^+ = 1/(w^2 + V^2)^+ , \quad k^- = 1/(w^2 + V^2)^- .$$

Let $\mathbf{I}$, $\mathbf{R}$ be unit vectors in the directions of $(\mathbf{v} - \mathbf{w})^-$ and $(\mathbf{v} - \mathbf{w})^+$ respectively, so that

$$\begin{aligned} (\mathbf{v} - \mathbf{w})^- &= k^- \mathbf{I} \\ (\mathbf{v} - \mathbf{w})^+ &= k^+ \mathbf{R} . \end{aligned}$$

Substituting in (2.2),

$$(2.4) \quad k^+ \mathbf{R} - \mu k^- \mathbf{I} + \frac{1}{2} g f_0^{-1} \{ (V^2 + v^2)^+ - \mu (V^2 + v^2)^- \} \mathbf{N} = 0 .$$

Hence the vectors $\mathbf{R}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{N}$ are coplanar ⁽¹⁾. When $\mathbf{w} = 0$, so that the medium is optically isotropic, this reduces to the law of coplanarity of the incident and refracted (or reflected) rays with the normal to the surface.

Let $\mathbf{t}$ be the unit vector perpendicular to $\mathbf{N}$, in the plane of $\mathbf{R}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{N}$ and making, like $\mathbf{N}$ itself, an acute angle with $\mathbf{R}$. Let ψ^+ and ψ^- be the angles ($< \pi$) which $\mathbf{N}$ makes respectively with $\mathbf{R}$ and $\mathbf{I}$, so that, when $\mathbf{w} = 0$, ψ^- is the « angle of incidence » and ψ^+ the « angle of refraction ».

Multiply (2.4) scalarly by $\mathbf{t}$, and we at once get

$$k^+ \sin \psi^+ - \mu k^- \sin \psi^- = 0$$

whence

$$(2.5) \quad \mu = \frac{k^+ \sin \psi^+}{k^- \sin \psi^-} .$$

Multiply (2.4) scalarly by $\mathbf{N}$,

$$(2.6) \quad k^+ \cos \psi^+ - \mu k^- \cos \psi^- + \frac{1}{2} g f_0^{-1} \{ (V^2 + v^2)^+ - \mu (V^2 + v^2)^- \} = 0 .$$

(1) That is, there exists a vector $\mathbf{A}$ at Q which is perpendicular to each of the three vectors $\mathbf{R}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{N}$, perpendicularity in the space $dl^2 = \sum_{ik}^3 a_{ik} dx^i dx^k$ being defined in the usual manner.

Substituting for μ from (2.5), we quickly get

$$(2.7) \quad k^+ k^- \sin(\psi^+ - \psi^-) - \frac{1}{2} g f_0^{-1} \{ k^- (V^2 + v^2)^+ \sin \psi^- - k^+ (V^2 + v^2)^- \sin \psi^+ \} = 0.$$

It can be shown that the coefficient $-f_0 g^{-1}$ represents the rate of advance of the surface $f=0$ at Q in the direction of $\mathbf{N}$ ⁽¹⁾.

Writing

$$(2.8) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon^+ & \text{for} \quad -\frac{2k^+ f_0}{g(V^2 + v^2)^+} \\ \varepsilon^- & \text{for} \quad -\frac{2k^- f_0}{g(V^2 + v^2)^-} \end{array} \right.,$$

equation (2.7) becomes

$$k^+ k^- \sin(\psi^+ - \psi^-) + \frac{k^+ k^-}{\varepsilon^+} \sin \psi^- - \frac{k^+ k^-}{\varepsilon^-} \sin \psi^+ = 0$$

whence

$$(2.9) \quad \frac{\varepsilon^+ \sin \psi^+}{\varepsilon^+ \cos \psi^+ - 1} = \frac{\varepsilon^- \sin \psi^-}{\varepsilon^- \cos \psi^- - 1},$$

which may be written in the simple form

$$(2.10) \quad J^+ = J^-$$

where

$$J = \frac{\varepsilon \sin \psi}{\varepsilon \cos \psi - 1}.$$

Equation (2.10) gives one of the laws of refraction. In the particular case when the medium is isotropic ($w=0$), we have $V=v$ by (III), and

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{k f_0}{g V^2} \\ &= -\frac{f_0}{g V} \quad \text{by (2.3)} \\ &= \beta, \end{aligned}$$

⁽¹⁾ LEVI-CIVITA, *loc. cit.*, p. 347.

where β is the ratio of the normal rate of advance of the surface to the velocity of light. Moreover ψ^- and ψ^+ become respectively the angle φ^- of incidence and the angle φ^+ of refraction. So (2.9) reduces to

$$(2.11) \quad \frac{\beta^+ \sin \varphi^+}{\beta^+ \cos \varphi^+ - 1} = \frac{\beta^- \sin \varphi^-}{\beta^- \cos \varphi^- - 1},$$

in agreement with equation (7.8) of the paper referred to above.

Reflection.

Suppose now that the light-pulse is propagated initially in the «plus» region, and reflected from the surface back into the same region. The law of reflection is deducible from (2.9) if we put

$$\begin{aligned} V^- &= V^+ = V \quad \text{say,} \\ w^- &= w^+ = w \quad \text{say,} \end{aligned}$$

and write $\pi - \psi$ for ψ^- , so that ψ is an angle which reduces in the isotropic case to the angle of incidence. Hence by (2.3),

$$\begin{aligned} k^- &= k^+ \\ &= k \quad \text{say.} \end{aligned}$$

Since the medium is not isotropic, we shall not in general have $v^- = v^+$, so (writing v for v^- and ε for ε^-) we have

$$\varepsilon = - \frac{2kf_0}{g(V^2 + v^2)}$$

for the incident ray, and

$$\varepsilon^+ = - \frac{2kf_0}{g(V^2 + v^{+2})}$$

for the reflected ray.

Substituting in (2.9) we derive the law of reflection, namely

$$(2.12) \quad \frac{\varepsilon^+ \sin \psi^+}{\varepsilon^+ \cos \psi^+ - 1} = - \frac{\varepsilon \sin \psi}{\varepsilon \cos \psi + 1}.$$

When $w = 0$ this reduces to

$$(2.13) \quad \frac{\beta \sin \varphi^+}{\beta \cos \varphi^+ - 1} = - \frac{\beta \sin \varphi}{\beta \cos \varphi + 1},$$

in the notation described above. This may be transformed into ⁽¹⁾

$$(2.14) \quad \frac{\sin \varphi^+}{\cos \varphi^+ - \beta} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi + \beta},$$

which, as is pointed out in the paper already quoted, is the formula obtained in the electromagnetic theory of light for a plane wave reflected at a *plane* surface which has a *uniform translatory motion*. Formula (2.14) on the other hand is deduced without making any supposition as to the shape or motion of the reflecting surface.

3. — Conclusion.

At the beginning of this paper it was stated that x^0 was to be assigned as the time-coordinate. It may now be worth while to discuss the implications of this statement.

For the above investigations to have any meaning at all, it is necessary to suppose that at some point of space there is an observer O, who has chosen a coordinate-system (x^i) to which all physical phenomena are referred. According to the ideas of relativity, measurements of lengths and time-intervals made by the observer are the only ones to which any significance can be attached; or in other words, the observer is the sole authority in questions relating to the place and time at which any events occur.

Now it was stated above that a light-pulse strikes (and is refracted at) the surface $f = 0$ at the point (x^1, x^2, x^3) at time x^0 ; or, in geometrical language, the world-line of the light-pulse intersects the hypersurface $f = 0$ in the world-point X of coordinates (x^0, x^1, x^2, x^3) .

Suppose that the world-coordinates of the observer O, at the instant when he sees the light-pulse strike the surface, are $(x'^i) \equiv (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$, and

⁽¹⁾ LEVI-CIVITA, *loc. cit.*, p. 349.

assume momentarily that $x'^0 \neq x^0$. Then necessarily the points X, O lie on the same null-geodesic, so that

$$(3.1) \quad s(x^i; x'^i) = 0,$$

the function $s(x^i; x'^i)$ being the geodesic distance between the points (x^i) , (x'^i) .

Consider now the statement that x^0 is assigned as the time-coordinate. This can only mean that the observer recognises the first of his four world-coordinates as the «time». It follows therefore that, according to his observation, the light-pulse is refracted at time (x'^0) . Since, as was remarked above, his decision must be accepted, we are forced to conclude that the refraction took place at time x'^0 and not at time x^0 as was originally stated.

The difficulty does not arise if we suppose that $x'^0 = x^0$. But this supposition, combined with equation (3.1), in general involves ⁽¹⁾ also that $x'^1 = x^1$, $x'^2 = x^2$, $x'^3 = x^3$. That is, the results obtained in § 2 are valid if we assume that the observer himself is at (or at any rate, in the immediate neighbourhood of) the point where the refraction takes place. Geometrically this means that the observer's world-line passes through X.

His observations are therefore confined to the neighbourhood of the world-point X, the events of space-time outside this neighbourhood being of no interest to him since the phenomenon of refraction is localised. But in general the small region surrounding X is galilean to the first order; that is, the frame of reference is locally pseudo-cartesian ⁽²⁾.

It is therefore perhaps not surprising that, in the case when the medium is optically isotropic, the relativity theory leads to the same formal results as the classical optical theories. Moreover, since the observer is concerned merely with first-order quantities, it is rather to be expected the result will be the same whether or not the surface $f=0$ is plane or its motion a uniform translation.

The assumption that the observer is at the point where the refractions takes place removes what might have been another difficulty. It was asserted above that $dl^2 = -\sum_{i,k}^3 g_{ik} dx^i dx^k$ defines «physical space». Now geome-

⁽¹⁾ That this is so is obvious in the case when space-time is galilean.

⁽²⁾ It is not strictly cartesian since $\sum g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ is an indefinite quadratic form. Moreover, the frame of reference is in general not rectangular.

trically this space is merely the section of space-time by a hypersurface $x^0 = \text{const.}$ But if the observer is at the world-point (x^i) , the only points of space-time of which he has cognisance are those lying on his null-cone, which has the equation

$$(3.2) \quad s(X^i; x^i) = 0 ,$$

where $(X^i) \equiv (X^0, X^1, X^2, X^3)$ are current coordinates and $s(X^i; x^i)$ is the geodesic distance between the points (X^i) and (x^i) . Now (3.2) is the equation of a hypercone whose three-dimensional surface therefore constitutes « physical space » at the instant x^0 ; for it is only natural to regard as « physical space » the three-dimensional world seen by the observer at any given instant. Since in general (3.2) is not the same as the equation

$$X^0 = \text{const.}$$

which defines the « physical space » of line-element dl , there is some doubt as to the desirability of regarding the latter as physical space at all.

If however the observer is at the point where the refraction takes place, he is concerned only with the measurement of velocities and other quantities at this particular point, and can ignore the surrounding space. The question of what really constitutes physical space therefore hardly arises.

Finally, I should like to thank Professor Levi-Civita for his kind interest in this paper, and Dr W. H. Mc Crea for a remark which led to the writing of § 3.

I sistemi assoluti di Pascal-Vitali e la derivazione parziale dei tensori

Nota di MARIA PASTORI presentata dal S. O. DE SANCTIS

Sommario. — Si dimostra che i vari tipi di derivazione parziale dei tensori e la derivazione ordinaria generano sistemi assoluti di Pascal-Vitali.

Si estendono derivazione covariante e derivazione covariante parziale a tali sistemi assoluti, dimostrando che tali operazioni permettono, e di ampliare le classi degli indici, e di aggiungere indici di classe qualunque.

Nella Memoria « I fondamenti del calcolo assoluto generalizzato » ⁽¹⁾ il Prof. Vitali, dando un nuovo assetto a importanti ricerche anteriori del Prof. Pascal, pose le basi del suo calcolo assoluto generalizzato, che si mostrò campo fecondo d'interessanti ricerche.

Con le notazioni introdotte dal Prof. Vitali, viene indicato con un solo simbolo un insieme di più indici che si chiamano le sue cifre, e che in generale vanno considerate in un ordine determinato. Il caso in cui ogni indice è simmetrico rispetto alle sue cifre viene dal Prof. Vitali chiamato, nella citata Memoria, *il caso speciale*.

È questo caso speciale che venne particolarmente considerato nel seguito, e che si avvantaggiò di ulteriori ricerche geometriche ⁽²⁾.

Nel presente lavoro considero il caso generale. Dopo aver riportato, dalla citata Memoria del Prof. Vitali, i risultati essenziali per gli sviluppi successivi, indico come si possano costruire sistemi assoluti, partendo da ordinari tensori e applicando successivamente, sia la derivazione ordinaria, sia la derivazione

⁽¹⁾ *Giornale di Matematiche di Battaglini*, Vol. LXI, 14^o della 3^a serie (1923), pp. 1-46. Dovendo spesso citarla, la indicherò brevemente con C. A.

⁽²⁾ Per una esposizione sistematica dei principali risultati, vedi G. VITALI, *Geometria nello spazio Hilbertiano*. Parte IV (Bologna, Zanichelli, 1929). La indicherò brevemente con G. H.

covariante, sia i vari tipi di derivazione covariante parziale, da me recentemente considerati ⁽¹⁾.

Accenno poi a come si possa estendere al caso generale del calcolo differenziale assoluto generalizzato la derivazione covariante (di classe 1) e la derivazione covariante parziale, e indico come questi due tipi di derivazione, opportunamente combinati, permettano di aggiungere ad un sistema assoluto un indice di covarianza di classe qualunque.

Preliminari.

1. — Chiamiamo stato di un indice α una disposizione con ripetizione $i_1 i_2 \dots i_p$ dei numeri

$$0, 1, 2, \dots, n$$

con $i_1 \neq 0$. Poniamo cioè:

$$(1) \quad \alpha = i_1 i_2 \dots i_p$$

e diciamo che $i_1, i_2 \dots i_p$ sono le cifre di α . Se i_h ($h \leq p$) è l'ultima cifra di α diversa da zero, diciamo che α è di rango h e scriviamo $\rho_\alpha = h$ (con $h \geq 1$).

Se h è di rango α possiamo anche scrivere:

$$(1') \quad \alpha = i_1 i_2 \dots i_h$$

sopprimendo le ultime cifre tutte nulle. In altre parole, ammettiamo che α non cambi per l'aggiunta o la soppressione di cifre tutte nulle alla sua destra.

Queste convenzioni sono soddisfatte se si chiama, come fa il Prof. Vitali nella citata Memoria, stato dell'indice α ogni numero che, scritto nel sistema $(n+1)^{\text{esimo}}$ decimale, ha la cifra i_1 (che si suppone sempre diversa da zero) prima della virgola e le cifre $i_2 \dots i_h$ dopo la virgola ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Sulla derivazione parziale dei tensori. Rend. della R. Accad. dei Lincei. Vol. X, serie 6^a, 2^o sem. 1929, p. 10-15; Ancora sulla derivazione parziale dei tensori. Ibidem. Vol. XII, serie 6^a, 2^o sem. 1930, pp. 17-22. Derivazione parziale dei tensori in relazione con la loro rappresentazione intrinseca e parzialmente intrinseca. Ibidem, pp. 83-90.

⁽²⁾ Egli pone $\alpha = i_1 + \frac{i_2}{n+1} + \frac{i_3}{(n+1)^2} + \dots + \frac{i_p}{(n+1)^{p-1}}$ (G. A. Cap. I n. 1). Qui usiamo, per semplicità la notazione (1).

Diciamo che l'indice α varia nella classe (μ, ν) con $\nu \geq \mu$ se assume tutti gli stati per cui $\mu \leq \varrho_\alpha \leq \nu$. Se $\mu = 1$ diciamo semplicemente che l'indice α varia nella classe (intera) ν .

$$\text{I Simboli } \frac{Dx_\beta}{D\bar{x}_\alpha} \quad (1).$$

2. — Consideriamo una qualunque sostituzione invertibile delle variabili x_i nelle variabili $\bar{x}_i$

$$(2) \quad x_i = x_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

e indichiamo coi simboli $\frac{Dx_\beta}{D\bar{x}_\alpha}$ delle funzioni razionali intere delle $\bar{x}$ definite, in modo ricorrente, dalle formole seguenti:

$$(3) \quad \frac{Dx_\beta}{D\bar{x}_\alpha} = \begin{cases} 0 & \text{se } \varrho_\beta > \varrho_\alpha \\ \frac{Dx_{\beta'}}{D\bar{x}_{\alpha'}} \cdot \frac{\partial x_{j_\nu}}{\partial \bar{x}_{i_\nu}} & \text{se } \varrho_\beta = \varrho_\alpha \text{ e } \alpha = \alpha' i_\nu; \beta = \beta' j_\nu \\ \frac{\partial}{\partial \bar{x}_{i_\nu}} \frac{Dx_\beta}{D\bar{x}_{\alpha'}} & \text{se } \varrho_\beta < \varrho_\alpha \text{ e } \alpha = \alpha' i_\nu. \end{cases}$$

Le ordinarie derivate parziali $\frac{\partial x_j}{\partial \bar{x}_i}$ potranno pure essere indicate col simbolo (3) ove si supponga $\varrho_\alpha = \varrho_\beta = 1$.

È facile determinare, per via ricorrente, la funzione rappresentata dal simbolo (3) nei seguenti casi particolari:

a) Se β ha una sola cifra j_1 e $i_1 i_2 \dots i_\nu$ sono le cifre non nulle di α , si ha

$$(3a) \quad \frac{Dx_\beta}{D\bar{x}_\alpha} = \frac{\partial^\nu x_{j_1}}{\partial \bar{x}_{i_1} \partial \bar{x}_{i_2} \dots \partial \bar{x}_{i_\nu}}$$

(1) C. A. Cap. I N. 2 segg.

b) Se esiste una *coppia irregolare* ⁽¹⁾ di cifre corrispondenti di α e di β in cui lo zero appartiene a β , si ha:

$$(3b) \quad \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = 0$$

e cioè possono presentarsi solo (con $\frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \neq 0$) coppie irregolari di cifre con lo zero appartenente ad α .

c) Se $q_\alpha = q_\beta = p$, non esistono coppie irregolari di cifre, e sono $i_1 i_2 \dots i_p$ le cifre non nulle di α , $j_1 j_2 \dots j_p$ le corrispondenti di β , si ha:

$$(3c) \quad \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \dots \frac{\partial x_{j_p}}{\partial x_{i_p}}.$$

Sistemi assoluti.

3. — I simboli (3) godono delle seguenti proprietà:

a) se $x_i, \bar{x}_i, \bar{\bar{x}}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) sono tre sistemi di variabili legati tra loro da sostituzioni invertibili ⁽²⁾ si ha:

$$(4) \quad \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = \frac{Dx_\beta}{Dx_\gamma} \cdot \frac{D\bar{\bar{x}}_\gamma}{Dx_\alpha} \quad (3)$$

b) si ha:

$$(5) \quad \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = \varepsilon_\alpha^\beta \quad \text{con} \quad \varepsilon_\alpha^\beta = \begin{cases} 1 & \text{se } \alpha = \beta \\ 0 & \text{se } \alpha \neq \beta \end{cases}$$

⁽¹⁾ Due cifre corrispondenti di α e β formano una coppia irregolare quando una di esse è zero e l'altra no (C. A. p. 4).

⁽²⁾ D'ora in avanti considerando più sistemi di variabili li supporremo sempre legati da sostituzioni invertibili, senza più dirlo esplicitamente.

⁽³⁾ Secondo la convenzione ormai in uso nel calcolo differenziale assoluto, sopprimo il segno di sommatoria, convenendo che, quando in un termine uno stesso indice figura due volte, si debba (ove non sia detto esplicitamente il contrario) estendere la somma a tutti gli stati che esso può assumere. In questo caso quindi, per la prima delle (3), la somma deve essere estesa a tutti gli stati di γ per cui $q_\beta \leq q_\gamma \leq q_\alpha$.

c) da a) a b) discende :

$$(6) \quad \frac{Dx_{\beta}}{Dx_{\gamma}} \cdot \frac{D\bar{x}_{\gamma}}{Dx_{\alpha}} = \varepsilon_{\alpha}^{\beta}.$$

Queste proprietà permettono di estendere l'algebra tensoriale a quei sistemi di funzioni che, per una qualunque sostituzione di variabili (1), si trasformano secondo la legge seguente :

$$(7) \quad \bar{H}^{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s}_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r} = \\ = H^{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s}_{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r} \cdot \frac{Dx_{\gamma_1}}{Dx_{\alpha_1}} \cdot \frac{Dx_{\gamma_2}}{Dx_{\alpha_2}} \dots \frac{Dx_{\gamma_r}}{Dx_{\alpha_r}} \cdot \frac{D\bar{x}_{\beta_1}}{Dx_{\lambda_1}} \cdot \frac{D\bar{x}_{\beta_2}}{Dx_{\lambda_2}} \dots \frac{D\bar{x}_{\beta_s}}{Dx_{\lambda_s}} \quad (1)$$

dove ogni indice di covarianza α_i e il corrispondente γ_i ($i=1, 2, \dots, r$) variano in una determinata classe (μ_i, ν_i) , ogni indice di controvarianza β_j ($j=1, 2, \dots, s$) e il corrispondente λ_j variano pure in una determinata classe (μ'_j, ν'_j) .

È ciò che fa il Prof. Vitali nella Memoria citata nella quale Egli chiama i sistemi (7) *sistemi di Pascal*. Li chiamerò sistemi assoluti di *Pascal-Vitali* o anche, per brevità, sistemi assoluti. L'ente che essi individuano potrebbe chiamarsi *tensore generalizzato*, le cui componenti, nei vari sistemi di variabili, si trovano con la legge (7).

Osservazione.

Le componenti di un ordinario tensore con r indici (di classe I) di covarianza ed s indici (di classe I) di controvarianza formano per le (7) e le (3c) un sistema assoluto con un indice di covarianza di classe (r, r) ed uno di controvarianza di classe (s, s) .

(1) Per la prima delle (3) la somma sotto intesa rispetto ad ogni indice γ_i va estesa a tutti quegli stati della classe (μ_i, ν_i) , per cui $Q_{\gamma_i} \leq Q_{\alpha_i}$; la sommatoria sottointesa rispetto ad ogni indice λ_j va estesa a tutti quegli stati della classe (μ'_j, ν'_j) , per cui $Q_{\lambda_j} \geq Q_{\beta_j}$, (cfr. nota precedente).

**Sistemi assoluti generati da tensori tripli
mediante la derivazione ordinaria.**

4. — Consideriamo per semplicità un (ordinario) tensore triplo di componenti covarianti $T_{i_1 i_2 i_3}$ e ricordiamo la nota legge di trasformazione delle sue componenti per una sostituzione (1) delle variabili:

$$(8) \quad \bar{T}_{i_1, i_2, i_3} = T_{j_1, j_2, j_3} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} \quad (1).$$

La (8) è un caso particolare della (7) ove gli indici sono tutti di classe I.

Come ho osservato precedentemente, essa può scriversi anche così:

$$(9) \quad \bar{T}_\alpha = T_\beta \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha}$$

con $\varrho_\alpha = \varrho_\beta = 3$; $\alpha = i_1 i_2 i_3$; $\beta = j_1 j_2 j_3$ ⁽²⁾.

Derivando la (8) rispetto a x_{i_4} , si ha:

$$(10) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4}} &= \frac{\partial T_{j_1 j_2 j_3}}{\partial x_{j_4}} \frac{\partial x_{j_4}}{\partial x_{i_4}} - \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_4}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} \frac{\partial x_{j_4}}{\partial x_{i_4}} + \\ &+ T_{j_1 j_2 j_3} \frac{\partial}{\partial x_{i_4}} \left(\frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_4}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} \right). \end{aligned}$$

Se si pone $\frac{\partial T_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4}} = T_{i_1 i_2 i_3 i_4}$ e si tien conto delle (3), si vede che anche la (10) può essere compresa nella (9) ove si supponga α, β varianti nella classe (3, 4).

⁽¹⁾ Userò sempre lettere latine per indici di classe I, lettere greche per indici di classe qualunque.

⁽²⁾ Secondo la convenzione (1), scrivo di seguito senza virgola più indici quando vanno considerati come cifre di uno stesso stato, li separo invece con delle virgole come in (7) e in (8) quando vanno considerati come indici distinti. Per l'osservazione alla fine del n. 3. è indifferente mettere o non mettere la virgola tra gli indici di un tensore ordinario.

In generale:

il sistema T_α con l'indice α di classe $(3, 3 + \nu)$ che si ottiene ponendo, quando ha tre cifre i_1, i_2, i_3 ,

$$T_\alpha = T_{i_1 i_2 i_3} \quad (\text{tensore ordinario})$$

e quando α ha $3 + \mu$ ($\mu \leq \nu$) cifre non nulle $i_1, i_2, i_3, i_4, \dots, i_{3+\mu}$,

$$T_\alpha = \frac{\partial^\mu T_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4} \partial x_{i_5} \dots \partial x_{i_{3+\mu}}} \quad (1)$$

è un sistema assoluto.

L'asserto, verificato per $\mu = 1$, può essere dimostrato in generale con metodo ricorrente.

Supponiamo infatti la (9) valida per α e β varianti nella classe $(3, 3 + \mu)$ e col significato precedente dei simboli. Deriviamone i due membri rispetto a $\bar{x}_{i_{3+\mu+1}} = \bar{x}_{i_{\mu+4}}$ avremo:

$$\frac{\partial \bar{T}_\alpha}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} = \frac{\partial T_\beta}{\partial x_{j_{\mu+4}}} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial x_{j_{\mu+4}}}{\partial x_{i_{\mu+4}}} + T_\beta \frac{\partial}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha}.$$

Questa, per la convenzione precedente, e per le (3) assicura che la (9) è valida per α e β varianti nella classe $(3, \mu + 4)$ e ciò dimostra l'asserto.

Sistemi assoluti generati da tensori tripli mediante la derivazione covariante parziale.

3. — Un altro modo in cui evidentemente si può scrivere la (8) è il seguente:

$$(11) \quad \bar{T}_{\alpha, i_3} = T_{\beta, j_3} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \cdot \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}}$$

con $\varrho_\alpha = 2$ ed $\alpha = i_1 i_2$.

(1) Come risulterà dalla dimostrazione, in questa posizione basta tener conto delle cifre non nulle di α . Così se fossero, per es., nulle le cifre i_4, i_5 e diverse da zero tutte le altre, si porrà

$$T_\alpha = \frac{\partial^{\mu-2} T_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_6} \partial x_{i_7} \dots \partial x_{i_{3+\mu}}}.$$

In altre parole il tensore (8) può essere considerato anche come un sistema assoluto, con un indice α di classe (2, 2) e l'altro di classe I.

Applichiamo al sistema (8) la derivazione covariante parziale in cui si tien conto del solo indice i_3 . Costruiamo cioè:

$$(12) \quad \overline{T}_{(i_1)(i_2)i_3/i_4} = \frac{\partial \overline{T}_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4}} - \overline{T}_{i_1 i_2 j} \left\{ \begin{matrix} i_3 i_4 \\ j \end{matrix} \right\}.$$

Scriviamo perciò la (10) nel modo seguente:

$$(10) \quad \begin{aligned} & \frac{\partial \overline{T}_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4}} = \\ & = \left[\frac{\partial T_{j_1 j_2 j_3}}{\partial x_{j_4}} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} + T_{j_1 j_2 j_3} \frac{\partial}{\partial x_{i_4}} \left(\frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \right) \right] \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} + \\ & + T_{j_1 j_2 j_3} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial^2 x_{j_3}}{\partial x_{i_3} \partial x_{i_4}}. \end{aligned}$$

Ricordiamo le formole di trasformazione dei simboli di Christoffel di seconda specie

$$(13) \quad \left\{ \begin{matrix} i_3 i_4 \\ j \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} j_3 j_4 \\ l \end{matrix} \right\} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} \frac{\partial x_{j_4}}{\partial x_{i_4}} \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial x_l} + \frac{\partial^2 x_{j_3}}{\partial x_{i_3} \partial x_{i_4}} \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial x_{j_3}}.$$

Moltiplicando (13) per (8), ove si ponga $i_3 = j$, $j_3 = s$ e sommando rispetto ad j , si ha:

$$(14) \quad \begin{aligned} \overline{T}_{i_1 i_2 j} \left\{ \begin{matrix} i_3 i_4 \\ j \end{matrix} \right\} &= T_{j_1 j_2 l} \left\{ \begin{matrix} j_3 j_4 \\ l \end{matrix} \right\} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} \frac{\partial x_{j_4}}{\partial x_{i_4}} + \\ &+ T_{j_1 j_2 j_3} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial^2 x_{j_3}}{\partial x_{i_3} \partial x_{i_4}}. \end{aligned}$$

e sottraendo (14) da (10') si ha per le (12):

$$(15) \quad \begin{aligned} & \overline{T}_{(i_1)(i_2)i_3/i_4} = \\ & = \left[T_{(j_1)(j_2)j_3/j_4} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}} + T_{j_1 j_2 j_3} \frac{\partial}{\partial x_{i_4}} \left(\frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} \right) \right] \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}}. \end{aligned}$$

Se si pone $T_{(i_1)(i_2)i_3/i_4} = T_{i_1 i_2 i_4, i_3}$ si vede che anche la (15) può essere compresa nella (11) ove si ponga α e β varianti nella classe (2, 3.)

In generale:

Il sistema T_{α_1, i_3} con l'indice α di classe (2, 2 + ν) (e l'indice i_3 di classe 1) che si ottiene ponendo, quando α ha due cifre i_1, i_2 ,

$$T_{\alpha_1, i_3} = T_{i_1 i_2 i_3} \quad (\text{tensore ordinario})$$

e quando α ha 2 + μ ($\mu \leq \nu$) cifre non nulle $i_1 i_2 i_4 \dots i_{2+\mu+1}$

$$T_{\alpha_1, i_3} = T_{(i_1)(i_2)i_3/(i_4)(i_5) \dots (i_{2+\mu}) i_{2+\mu+1}} \quad (1)$$

è un sistema assoluto.

Anche questa proposizione, verificata per $\mu = 1$ può essere dimostrata in generale con metodo ricorrente.

Supponiamo infatti la (11) valida per α e β varianti nella classe (2, 2 + μ) e col significato precedente dei simboli e deriviamone i due membri rispetto a $\bar{x}_{i_2+\mu+2} = \bar{x}_{i_{\mu+4}}$. Avremo:

$$(16) \quad \frac{\partial \bar{T}_{\alpha_1, i_3}}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} = \left(\frac{\partial T_{\beta_1, j_3}}{\partial x_{j_{\mu+4}}} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial x_{j_{\mu+4}}}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} + T_{\beta_1, j_3} \frac{\partial}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \right) \frac{\partial x_{j_3}}{\partial \bar{x}_{i_3}} + \\ + T_{\beta_1, i_3} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial^2 x_{j_3}}{\partial \bar{x}_{i_3} \partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}}.$$

Moltiplicando ora la (11) (ove si ponga j al posto di i_3 , s al posto di j_3) per la (13) (ove si ponga $i_{\mu+1}$ al posto di i_4 , $j_{\mu+4}$ al posto di j_4) avremo:

$$(17) \quad \bar{T}_{\alpha_1, j} \left\{ \begin{matrix} i_3 i_{\mu+4} \\ j \end{matrix} \right\} = T_{\beta_1, l} \left\{ \begin{matrix} j_3 j_{\mu+4} \\ l \end{matrix} \right\} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial x_{j_{\mu+4}}}{\partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}} \frac{\partial x_{j_3}}{\partial \bar{x}_{i_3}} + \\ + T_{\beta_1, j_3} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial^2 x_{j_3}}{\partial \bar{x}_{i_3} \partial \bar{x}_{i_{\mu+4}}}.$$

(¹) Se sono nulle alcune cifre intermedie di α , basterà tener conto delle sole cifre non nulle. Così ad es. se sono nulle $i_4 i_5$ e diverse da zero tutte le altre, basterà porre

$$T_{\alpha_1, i_3} = T_{(i_1)(i_2)i_3/(i_6)(i_7) \dots (i_{\mu+2}) i_{\mu+3}}.$$

Sottraendo (17) da (16) e ponendo

$$(18) \quad \frac{\partial \bar{T}_{\alpha_1, j_3}}{\partial x_{i_{\mu+4}}} - \bar{T}_{\alpha_1, j} \left\{ \begin{matrix} i_3 & i_{\mu+4} \\ & j \end{matrix} \right\} = T_{\alpha i_{\mu+4}, j_3}$$

otteniamo :

$$\bar{T}_{\alpha i_{\mu+4}, i_3} = \left(T_{\beta j_{\mu+4}, j_3} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{x_{j_{\mu+4}}}{\partial x_{i_{\mu+4}}} + T_{\beta, j_3} \frac{\partial}{\partial x_{i_{\mu+4}}} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \right) \frac{\partial x_{j_3}}{\partial x_{i_3}}.$$

Questa, per le convenzioni precedenti e per le (3), prova che la (11) è valida per α variante nella classe $(2, 2 + \mu + 1)$ e perciò dimostra l'asserto.

6. — Infine può essere applicato alla (8) un altro tipo di derivazione parziale, in cui si tenga conto di due indici, per esempio i_2 e i_3

$$T_{(i_1) i_2 i_3 / i_4} = \frac{\partial T_{i_1 i_2 i_3}}{\partial x_{i_4}} - T_{i_1 j i_3} \left\{ \begin{matrix} i_2 & i_4 \\ & j \end{matrix} \right\} - T_{i_1 i_2 j} \left\{ \begin{matrix} i_3 & i_4 \\ & j \end{matrix} \right\}$$

e le successive derivazioni parziali dello stesso tipo, in cui cioè si tenga conto sempre dei soli indici i_2 e i_3 . Con procedimento analogo al precedente si dimostra allora che si costruisce così un sistema assoluto

$$T_{\alpha_1, i_2, i_3}$$

con l'indice α di classe intera e avente per cifre $i_1 i_4 i_5 \dots$ etc., e gli altri due indici i_2, i_3 di classe I. E cioè:

Il sistema T_{α_1, i_2, i_3} con l'indice α di classe ν e gli altri due indici di classe I che si ottiene ponendo, quando α ha una sola cifra i_1 :

$$T_{\alpha_1, i_2, i_3} = T_{i_1 i_2 i_3} \quad (\text{tensore ordinario})$$

e quando α ha μ ($\mu \leq \nu$) cifre non nulle $i_1 i_4 \dots i_{\mu+2}$

$$T_{\alpha_1, i_2, i_3} = T_{(i_1) i_2 i_3 / (i_4) (i_5) \dots (i_{\mu+1}) i_{\mu+2}} \quad (4)$$

è un sistema assoluto.

(4) Cf. nota (1) a p. 681.

7. — Se si applica al tensore (8) l'ordinaria derivazione covariante si viene, come è noto, ad eliminare completamente il secondo termine del secondo membro della (10) ed a generare un nuovo tensore quadruplo, ossia ad aggiungere un nuovo indice di classe I indipendente dagli altri, o anche, per l'osservazione del numero 3, a costruire un sistema assoluto ad un solo indice di classe (4, 4).

Sistemi assoluti generati da tensori qualunque.

8. — È ovvio che risultati analoghi a quelli ottenuti nei numeri 4, 5, 6 per i tensori tripli si possono ottenere per tensori qualunque. Così partendo da un tensore m^{plo} ed applicando ad esso la derivazione parziale in cui si tenga conto solo di $m - r$ indici, per esempio degli ultimi:

$$T_{(i_1)(i_2) \dots (i_r) i_{r+1} i_{r+2} \dots i_m / i_{m+1}} = \frac{\partial T_{i_1 i_2 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} - \\ - T_{i_1 \dots i_r j i_{r+2} \dots i_m} \left\{ \begin{matrix} i_{r+1} i_{m+1} \\ j \end{matrix} \right\} - \dots - T_{i_1 i_2 \dots i_{m-1} j} \left\{ \begin{matrix} i_m i_{m+1} \\ j \end{matrix} \right\}$$

e le successive derivazioni parziali dello stesso tipo, si costruisce un sistema assoluto con un indice di classe $(r, r + \nu)$ e gli altri di classe I. E cioè:

Il sistema $T_{\alpha, i_{r+1}, i_{r+2}, \dots, i_m}$ con l'indice α di classe $(r, r + \nu)$ e gli altri di classe I che si ottiene ponendo, quando α ha r cifre $i_1 i_2 \dots i_r$

$$T_{\alpha, i_{r+1}, i_{r+2}, \dots, i_m} = T_{i_1 i_2 \dots i_m} \quad (\text{tensore ordinario})$$

e quando α ha $r + \mu$ ($\mu \leq \nu$) cifre non nulle $i_1 \dots i_r i_{m+1} \dots i_{m+\mu}$

$$T_{\alpha, i_{r+1}, i_{r+2}, \dots, i_m} = T_{(i_1)(i_2) \dots (i_r) i_{r+1} \dots i_m / (i_{m+1}) \dots (i_{m+\mu-1}) i_{m+\mu}} \quad (4)$$

è un sistema assoluto.

Esso, per l'osservazione del numero 3, può anche essere considerato come un sistema assoluto a due indici, uno di classe $(r, r + \nu)$ e l'altro di classe $(m - r, m - r)$. Sono notevoli i casi particolari in cui $r = 1$ ed $r = m$.

(4) Cfr. nota (1) a p. 681.

Nel primo caso si ottiene un sistema assoluto con un indice di classe intera e gli altri $m - 1$ di classe I. Nel secondo, la derivazione parziale diviene derivazione ordinaria e il sistema assoluto generato è ad un solo indice di classe $(m, m + v)$.

Sistemi assoluti generati da particolari tensori doppi.

9. — Quando si parta da un tensore doppio $T_{i_1 i_2}$ non sono possibili che i due casi particolari ora messi in rilievo. Consideriamo il primo, ossia supponiamo di applicare, al tensore dato, le successive derivazioni parziali, in cui si tien conto sempre del solo indice i_2 . Avremo allora un sistema assoluto:

$$(19) \quad \bar{T}_{\alpha, i_2} = T_{\beta, j_2} \frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}}$$

con l'indice α di classe intera (> 1) e l'indice i_2 di classe I. Scriviamo la (19) nel caso particolare in cui $q_\alpha = 2$ e $i_1 i_3$ sono le cifre di α , e separiamo, nella sommatoria rispetto a β del secondo membro, i termini in cui β ha una

sola cifra j_1 (e perciò $\frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = \frac{\partial^2 x_{j_1}}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_3}}$; cfr. n. 2, a)) da quelli in cui β ha due cifre $j_1 j_2$ (e perciò $\frac{Dx_\beta}{Dx_\alpha} = \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_3}}$; cfr. n. 2, c)). Avremo:

$$(19') \quad \bar{T}_{i_1 i_2, i_2} = \left(T_{j_1 j_2, j_2} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_3}} + T_{j_1, j_2} \frac{\partial^2 x_{j_1}}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_3}} \right) \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}}$$

dove $T_{i_1 i_2, i_2} = T_{(i_1) i_2 / i_3}$ ⁽¹⁾.

Se, invece di un tensore doppio qualunque, si considera il tensore doppio fondamentale $a_{i_1 i_2}$, in base al quale sono stati costruiti i simboli di Christoffel,

⁽¹⁾ La (19') coincide con la (3a) della seconda delle mie Note citate. Il Prof. Vitali osservò che essa può farsi entrare nelle formole di trasformazione per i sistemi del calcolo assoluto generalizzato. Fu questa osservazione, gentilmente comunicatami dallo stesso Prof. Vitali, che mi guidò nella presente ricerca.

il sistema assoluto T_{α, i_2} ha per elementi, quando α ha 2 cifre, i simboli di Christoffel di prima specie:

$$a_{\alpha, i_2} = a_{i_1 i_3, i_2} = a_{(i_1) i_2 / i_3} = \begin{bmatrix} i_1 & i_3 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1).$$

Le (19') diventano in questo caso le note formole di trasformazione per i simboli di Christoffel di prima specie.

La proposizione del numero 8 comprende quindi come caso particolare (per $m = 2$, $r = 1$, $\mu = 1$) la proprietà che il tensore fondamentale, insieme con i simboli di Christoffel di prima specie, costituiscono un sistema assoluto con un indice di covarianza di classe 2 e un altro di classe 1. Esso è simmetrico rispetto alle cifre di α e perciò è un sistema assoluto anche del caso speciale. È il sistema $a_{\alpha p, \gamma}$ di Vitali (2).

10. — Con procedimento analogo a quello tenuto nel numero 5 si dimostra che, partendo dalle componenti miste $T_{i_1}^{i_2}$ di un tensore doppio ed applicando ad esse la derivazione covariante parziale in cui si tenga conto del solo indice i_2 :

$$T_{(i_1)/i_2}^{i_2} = \frac{\partial T_{i_1}^{i_2}}{\partial x_{i_3}} + T_{i_1}^j \left\{ \begin{matrix} j & i_2 \\ & i_2 \end{matrix} \right\}$$

e le successive derivazioni covarianti parziali dello stesso tipo, si costruisce un sistema assoluto $T_{\alpha}^{i_2}$ con un indice i_2 di controvarianza di classe I e uno α di covarianza di classe intera, le cui cifre sono gli indici che vengono aggiunti nelle successive derivazioni parziali.

Le sue formole di trasformazione saranno quindi

$$(20) \quad \bar{T}_{\alpha}^{i_2} = T_{\beta}^{j_2} \frac{Dx_{\beta}}{Dx_{\alpha}} \cdot \frac{\bar{\partial} x_{i_2}}{\partial x_{j_2}}$$

con α e β di classe ν .

(1) Cfr. M. PASTORI — Loco secondo cit. N. 1. V. pure, *Definizione intrinseca dei simboli di Christoffel e derivazione parziale dei tensori*, Rend. Istituto Lomb. Vol. LXII, Fasc. XVI, 1929, pp. 821-826; V. C. A. p. 34.

(2) G. H. pp. 181 e segg.

Se si parte dalle componenti miste del tensore fondamentale $a_{i_1}^{i_2} = \varepsilon_{i_1}^{i_2}$ si otterrà un sistema assoluto $a_\alpha^{i_2}$ che quando α ha due cifre $i_1 i_2$ ha per elementi i simboli di Christoffel di seconda specie:

$$a_\alpha^{i_2} = a_{i_1 i_2}^{i_2} = a_{(i_1)/i_2}^{i_2} = \left\{ \begin{matrix} i_1 i_2 \\ i_2 \end{matrix} \right\} \quad (1).$$

Infatti la (13) può essere scritta, cambiando in modo evidente gli indici

$$(20') \quad \overline{\left\{ \begin{matrix} i_1 i_2 \\ i_2 \end{matrix} \right\}} = \left(\left\{ \begin{matrix} j_1 j_2 \\ j_2 \end{matrix} \right\} \frac{\partial x_{j_1}}{\partial x_{i_1}} \frac{\partial x_{j_2}}{\partial x_{i_2}} + \varepsilon_{j_1}^{j_2} \frac{\partial^2 x_{j_1}}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2}} \right) \frac{\partial \bar{x}_{i_2}}{\partial x_{j_2}}$$

che è un caso particolare della (20).

Per la nota simmetria dei simboli di Christoffel anche il sistema $a_\alpha^{i_2}$ con $\alpha \leq 2$ è simmetrico rispetto alle cifre di α e perciò è un sistema assoluto del caso speciale. È il sistema $C_{1\alpha p}^\gamma$ di Vitali (2).

Osservazione.

Nella trattazione dei numeri 5, 6, 8, ciò che viene sfruttato dei simboli di Christoffel di seconda specie è solamente il loro modo di trasformarsi (13) o (20') per una sostituzione di variabili. Ad essi possono quindi essere sostituiti gli elementi di un qualunque sistema assoluto $T_\alpha^{i_2}$ con α di classe 2 e i_2 di classe 1, purchè quando α ha una sola cifra i_1 sia $T_{i_1}^{i_2} = \varepsilon_{i_1}^{i_2}$. Tale è il sistema delle funzioni $\Gamma_{i_1 i_2}^{i_2}$ atte a individuare la connessione di una varietà non riemanniana (3).

(1) Cfr. nota (1) a p. 15, e C. A. p. 35.

(2) G. H. p. 182 e segg.

(3) Cfr. ad es. L. P. EISENHART, *Non-riemannian Geometry* Amer. Math. Society Colloquium Publications. Vol. VIII, 1927, pag. 3.

I simboli Γ_{α}^{δ} .

11. — La derivazione covariante per i sistemi assoluti del caso speciale di Vitali ⁽¹⁾ può essere estesa ai sistemi (7). A tale scopo premettiamo l'osservazione seguente:

Consideriamo un sistema assoluto Γ_{α}^{δ} con α variante nella classe $(\mu, \nu + 1)$ e δ variante nella classe (μ, ν) e supponiamo che per un particolare sistema di variabili sia:

$$(21) \quad \Gamma_{\alpha}^{\delta} = \varepsilon_{\alpha}^{\delta}$$

con $\nu_{\alpha} \leq \nu$. Tale proprietà ha luogo per qualunque altro sistema di variabili.

Si ha infatti per un altro sistema di variabili $\bar{x}_i$:

$$(22) \quad \bar{\Gamma}_{\alpha}^{\delta} = \Gamma_{\beta}^{\gamma} \frac{Dx_{\gamma}}{D\bar{x}_{\alpha}} \cdot \frac{D\bar{x}_{\delta}}{Dx_{\gamma}}$$

con α, β varianti nella classe $(\mu, \nu + 1)$ e γ, δ varianti nella classe (μ, ν) . Ma per $\nu_{\beta} \leq \nu$ il secondo membro della (22) si riduce per (21) a

$$\frac{D\bar{x}_{\delta}}{Dx_{\gamma}} \cdot \frac{Dx_{\gamma}}{D\bar{x}_{\alpha}}$$

che per la (6) è uguale a $\varepsilon_{\alpha}^{\delta}$ c. d. d.

Chiameremo sempre un sistema assoluto che goda della proprietà ora descritta sistema Γ_{α}^{δ} di classe (μ, ν) .

⁽¹⁾ G. H. p. 184 e segg.

Derivazione covariante per i sistemi assoluti.

12. — Consideriamo per semplicità un sistema assoluto con due indici di covarianza :

$$(23) \quad \bar{H}_{\alpha_1, \alpha_2} = H_{\beta_1, \beta_2} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}}$$

e siano α_1 e β_1 varianti nella classe (μ_1, ν_1) , α_2 e β_2 varianti nella classe (μ_2, ν_2) .

Derivando rispetto a $\bar{x}_{p_1}$ avremo :

$$(24) \quad \frac{\partial \bar{H}_{\alpha_1, \alpha_2}}{\partial \bar{x}_{p_1}} = \frac{\partial H_{\beta_1, \beta_2}}{\partial x_{q_1}} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}} + \\ + H_{\beta_1, \beta_2} \frac{\partial}{\partial x_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \cdot \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} + H_{\beta_1, \beta_2} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{\partial}{\partial x_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}}.$$

Consideriamo ora un sistema Γ_{α}^{δ} di classe (μ_1, ν_1) , e ponendo $\alpha = \alpha_1 p_1$ avremo :

$$(25) \quad \bar{\Gamma}_{\alpha_1 p_1}^{\delta} = \left(\Gamma_{\beta_1 q_1}^{\lambda} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}} + \varepsilon_{\beta_1} \frac{\partial}{\partial x_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \right) \frac{D\bar{x}_{\delta}}{Dx_{\lambda}}$$

dove gli indici rappresentati da lettere greche variano tutti nella classe (μ_1, ν_1) . Nel secondo membro della (25) si è separata la sommatoria relativa agli stati di rango $\nu_1 + 1$ dell'indice di covarianza da quella relativa agli stati di rango $\leq \nu_1$ e si è tenuto conto delle (3).

Costruiamo ora la sommatoria $\bar{H}_{\delta, \alpha_2} \bar{\Gamma}_{\alpha_1 p_1}^{\delta}$ estesa a tutti gli stati di δ varianti nella classe (μ_1, ν_1) . Applicando la (6) otteniamo

$$(26) \quad \bar{H}_{\delta, \alpha_2} \bar{\Gamma}_{\alpha_1 p_1}^{\delta} = H_{\lambda, \beta_2} \Gamma_{\beta_1 q_1}^{\lambda} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}} + \\ + H_{\beta_1, \beta_2} \frac{\partial}{\partial x_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}}.$$

Così, considerando un sistema Γ_{ρ}^{σ} di classe (μ_2, ν_2) e posto $\rho = \alpha_2 p_1$ costruiamo la sommatoria $\bar{H}_{\alpha_1, \sigma} \bar{\Gamma}_{\alpha_2 p_1}^{\sigma}$ estesa a tutti gli stati di σ variante nella classe (μ_2, ν_2) . Avremo:

$$(26') \quad \begin{aligned} \bar{H}_{\alpha_1, \sigma} \bar{\Gamma}_{\alpha_2 p_1}^{\sigma} &= H_{\beta_1, \tau} \Gamma_{\beta_2 q_1}^{\tau} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \cdot \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}} + \\ &+ H_{\beta_1, \beta_2} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} . \end{aligned}$$

Sommando (26) con (26'), sottraendo da (24) e ponendo

$$(27) \quad H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1} = \frac{\partial H_{\alpha_1, \alpha_2}}{\partial x_{p_1}} - H_{\delta, \alpha_2} \Gamma_{\alpha_1 p_1}^{\delta} - H_{\alpha_1, \sigma} \Gamma_{\alpha_2 p_1}^{\sigma}$$

otteniamo:

$$(28) \quad \bar{H}_{\alpha_1, \alpha_2, p_1} = H_{\beta_1, \beta_2, q_1} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}}$$

il che prova che il sistema (28) è un sistema assoluto con l'indice α_1 di classe (μ_1, ν_1) , l'indice α_2 di classe (μ_2, ν_2) e l'indice p_1 di classe I ⁽¹⁾.

Derivazione covariante parziale per i sistemi assoluti.

13. — Leviamo ora soltanto (26) da (24) e poniamo:

$$(29) \quad H_{\alpha_1 p_1, \alpha_2} = \frac{\partial H_{\alpha_1, \alpha_2}}{\partial x_{p_1}} - H_{\alpha_1, \sigma} \Gamma_{\alpha_2 p_1}^{\sigma}$$

otteniamo

$$\bar{H}_{\alpha_1 p_1, \alpha_2} = \left(H_{\beta_1 q_1, \beta_2} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \frac{\partial x_{q_1}}{\partial \bar{x}_{p_1}} + H_{\beta_1, \beta_2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}_{p_1}} \frac{Dx_{\beta_1}}{D\bar{x}_{\alpha_1}} \right) \frac{Dx_{\beta_2}}{D\bar{x}_{\alpha_2}} .$$

⁽¹⁾ Per ogni classe (μ_i, ν_i) va considerato un sistema assoluto Γ_{α}^{δ} ; per non moltiplicare le notazioni, li indico tutti con lo stesso simbolo.

Quest'ultima, per le (3) può farsi ancora entrare in (24) ove si supponga che il primo indice possa assumere anche stati di rango $\nu_1 + 1$ e sia p_1 la nuova cifra di esso.

Operando r derivazioni parziali successive del tipo (29) si viene così ad ampliare la classe del primo indice, il quale potrà variare nella classe $(\mu_1, \nu_1 + r)$.

Così partendo da un sistema assoluto a più indici di covarianza $H_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r}$ rispettivamente di classe $(\mu_1, \nu_1), (\mu_2, \nu_2) \dots (\mu_r, \nu_r)$ e applicando ad esso una derivazione covariante parziale, in cui si trascuri un solo indice, per esempio il primo:

$$(30) \quad H_{\alpha_1 p_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r} = \frac{\partial H_{\alpha_1, \dots, \alpha_r}}{\partial x_{p_1}} - \\ - H_{\alpha_1, \delta_2, \alpha_3, \dots, \alpha_r} \Gamma_{\alpha_2 p_1}^{\delta_2} - \dots - H_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{r-1}, \delta_r} \Gamma_{\alpha_r p_1}^{\delta_r}$$

dove le Γ sono rispettivamente di classe $(\mu_2, \nu_2), (\mu_3, \nu_3) \dots (\mu_r, \nu_r)$ si ingrandisce la classe del primo indice, che varierà nella classe $(\mu_1, \nu_1 + 1)$. Ed operando successivamente r derivazioni parziali dello stesso tipo, si otterrà un sistema assoluto, di cui il primo indice varierà nella classe $(\mu_1, \nu_1 + r)$. Caso particolare di questa proposizione è quella del numero 6.

L'aggiunta ad un sistema assoluto di un nuovo indice di classe qualunque.

14. — I risultati dei due numeri precedenti, opportunamente combinati, insegnano a dedurre da un sistema assoluto un altro con un indice di covarianza di più, di classe qualunque.

Partiamo per semplicità da un sistema assoluto a due indici di covarianza (23): per aggiungere ad esso un indice di covarianza di classe intera basta operare nel modo seguente:

1) applicare a tale sistema la derivazione covariante descritta nel numero 12, così da aggiungere l'indice p_1 di classe 1.

2) applicare al nuovo sistema la derivazione covariante parziale descritta

nel numero 13, in cui si tenga conto dei due indici primitivi e si trascuri l'indice p_1 :

$$(31) \quad H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1 p_2} = \frac{\partial H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1}}{\partial x_{p_2}} - H_{\delta, \alpha_2, p_1} \Gamma_{\alpha_1 p_2}^{\delta} - H_{\alpha_1, \sigma, p_1} \Gamma_{\alpha_2 p_2}^{\sigma}$$

e le successive derivazioni parziali dello stesso tipo ⁽¹⁾.

Per aggiungere al sistema (23) un indice di covarianza di classe (μ_3, ν_3) , basta operare nel modo seguente:

1) applicare ad esso la derivazione covariante descritta al numero 12, così da aggiungere l'indice p_1 di classe I; applicare al nuovo sistema la derivazione covariante:

$$H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1, p_2} = \frac{\partial H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1}}{\partial x_{p_2}} - H_{\delta, \alpha_2, p_1} \Gamma_{\alpha_1 p_2}^{\delta} - H_{\alpha_1, \sigma, p_1} \Gamma_{\alpha_2 p_2}^{\sigma} - H_{\alpha_1, \alpha_2, j} \Gamma_{p_1 p_2}^j$$

così da aggiungere un nuovo indice p_2 di classe I indipendente dagli altri, e così di seguito fino a costruire il sistema assoluto

$$(32) \quad H_{\alpha_1, \alpha_2, p_1, p_2, \dots, p_{\mu_3}}$$

con μ_3 indice di covarianza in più, tutti di classe I. Per l'osservazione del numero 3 tale sistema può essere considerato a 3 indici di covarianza

$$H_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}$$

in cui i primi due indici variano, come sempre, nelle classe (μ_1, ν_1) e (μ_2, ν_2) rispettivamente, e il terzo varia nella classe (μ_3, ν_3) .

2) Applicare al sistema (32) $\nu_3 - \mu_3$ volte di seguito la derivazione covariante parziale (31) in cui si tenga sempre conto dei soli indici α_1 e α_2 così da ampliare la classe dell'indice α_3 che diverrà (μ_3, ν_3) .

(1) In C. A. è descritta un'operazione simile a questa, che permette di aggiungere ad un sistema assoluto un indice di covarianza di classe intera, incominciando con l'aggiungere un indice di classe I, e poi ampliando la classe di questo indice; ma tutto ciò è fatto a patto di restringere via via la classe degli indici primitivi (C. A. Cap. III N. 8).

Solo nel caso in cui il sistema assoluto dato abbia un solo indice (di covarianza) l'operazione che permette di ampliare la classe di tale indice coincide, tanto in C. A., come nel presente lavoro, con la derivazione ordinaria (cfr. C. A. Cap. III N. 9 e N. 4 e 8 del presente lavoro).

15. — È ovvia l'estensione dei risultati contenuti nei numeri 12, 13, 14, a sistemi assoluti con un numero qualunque di indici di covarianza e di controvarianza. Possiamo concludere quindi:

a) che la derivazione covariante permette di aggiungere ad essi degli indici di covarianza di classe I;

b) la derivazione covariante parziale in cui si tenga conto di tutti gli indici ad eccezione di uno, permette di ampliare la classe di tale indice ;

c) i due tipi di derivazione, opportunamente combinati, permettono di aggiungere al sistema nuovi indici di covarianza di classe qualunque.

Über die Stabilität der Atome

Nota di G. KIRSCH, presentata dal S. O. P. G. STEIN

In den letzten zwei Jahrzehnten hat sich vor uns ein bewundernswert harmonisches Bild vom Bau der Elektronenhüllen der Atome entrollt. Hinweise auf eine Wechselwirkung zwischen Atomkern und -hülle wurden aber nur äußerst spärlich aufgefunden, wie etwa die erhöhte Absorption von γ -Strahlen im zerfallenden radioaktiven Atom gegenüber der in anderen Atomen derselben Art oder die Zurückführung von Hyperfeinstrukturen mancher Spektrallinien auf magnetische Momente der Atomkerne. Im Uebrigen wurde immer wieder betont, daß der Aufbau der Elektronenhülle ausschließlich durch die Eigenschaften des Elektrons und die Prinzipien der Quantenmechanik festgelegt sei und der Atomkern *nur durch seine Ladung* die im neutralen Atom oder in einem Ion wirklich an tretende Elektronenzahl *bestimme*. Von einer Kernstruktur in dem Sinne wie bei der Elektronenhülle haben wir kaum die ersten Andeutungen; von einem Einfluß der Elektronenhülle auf den Kern war begreiflicherweise noch nie die Rede. Ein solcher nicht vernachlässigbarer Einfluß wird wohl vor allem wegen der verschiedenen Größenordnung der Wärmetönungen von Hüllen- und Kernprozessen für unwahrscheinlich gehalten. Wohl existieren eine große Zahl teils qualitativer, teils ziemlich allgemeiner theoretischer Ansätze auf dem Gebiete der Kernphysik, aber kein einziger derselben läßt eine Parallelität von Kern- und Hülleneigenschaften erwarten oder berücksichtigt eine etwaige solche, die sich etwa in einer Wiederholung der Periodizität des Hüllenbaus in Kerneigenschaften äußern sollte. Und doch ist schon wiederholt auf solche Korrespondenzen hingewiesen worden.

Schon St. Meyer und E. v. Schweidler ⁽¹⁾ haben aufmerksam gemacht, daß die radioaktiven Reihen ein Maximum der Atomvolumina in ihrem Verlaufe überschreiten, nicht aber das weiterhin folgende Minimum, sowie daß

⁽¹⁾ St. MEYER und E. v. SCHWEIDLER, Wien. Ber. 115, 83, 1906.

auch die beiden radioaktiven Alkalien Kalium und Rubidium sich gegen die Nachbarelemente durch ein besonders großes Atomvolumen auszeichnen. Radioaktivität, eine Kerneigenschaft, scheint also mit dem Atomvolumen, d. h. mit periodischen Hülleneigenschaften, die ja alle eine ähnliche Periodizität zeigen, einen gemeinsamen Gang aufzuweisen.

W. Kossel ⁽¹⁾ hat gezeigt, daß bei Annahme eines möglichst weitgehenden Aufbaues der Atomkerne aus α -Teilchen die außerdem noch anzunehmenden « Bindeelektronen » oder « freien (nicht in α -Teilchen eingebauten) Kernelektronen » die Zahlen 2, 6 und 12 bevorzugen. Verf. ⁽²⁾ hat darauf aufmerksam gemacht, daß dieses treppenförmige Ansteigen der freien Kernelektronen im Verlaufe des natürlichen Systems der Elemente als jeweilige Vervollständigung eines Elektronenniveaus mit den bezw. Besetzungszahlen 2, 4, 6 und 8 gedeutet werden könne, die auffallenderweise nahezu dieselbe Periodizität wie die Elektronenhülle zeige. Für das Fehlen der vollen Multiplizität macht G. Beck Entartung des Elektronensystems im Kern verantwortlich; J. Kudar meint, daß nur Niveaus entsprechend negativen Werten der Quantenzahl j besetzt werden. In einer diagrammatischen Darstellung der Verbindungsgewichte der chemischen Elemente als Funktion der Ordnungszahl macht sich diese stufenweise Vervollständigung der Kernelektronen und das Verweilen bei gewissen Zahlen durch einen verschieden schnellen Anstieg dieser Kurve bemerkbar; jeweils bei Argon, Selen, Tellur (und Blei-Polonium) wird der Anstieg etwas langsamer. Im Zusammenhang mit diesem die Hüllenperiodizität widerspiegelnden Ausbau der Kerne, scheint auch die Ausdehnung der Isotopenplejaden in dem Bereich des *Ueberganges* von einer bestimmten Elektronenanordnung im Kern zur nächsten, also bei den Elementen, die den Edelgasen jeweils vorangehen, besonders groß zu sein. Doch sind unsere Kenntnisse in dieser Richtung noch sehr lückenhaft und kann Sicheres angesichts der noch zu gewärtigenden Erweiterung vieler Plejaden durch Verbesserung der Untersuchungsmethoden nicht gesagt werden. Wenn im Ausbau der Kernelektronenniveaus eine Abweichung von der Periodizität der Hülleneigenschaften da ist, so ist ihr Sinn jedenfalls der, daß erstere durch das System der Elemente hindurch gegen letztere etwas zurückbleibt.

Auf ein ähnliches Verhalten einer weiteren Kerneigenschaft, des Packungseffektes oder Massendefektes hat wiederum St. Meyer ⁽³⁾ aufmerksam gemacht.

⁽¹⁾ W. KOSSEL, Phys. ZS. 20, 265, 1919.

⁽²⁾ G. KIRSCH, Phys. ZS. 22, 20, 1921.

⁽³⁾ ST. MEYER, Mitt. Ra-Inst. 235, Wien. Ber. 138, 431, 1929.

Am deutlichsten treten die Eigenschaften dieser Funktion hervor, wenn man sie auf das einzelne Proton bezieht; freilich ist die physikalische Bedeutung der aufgetragenen Größe dann keine so direkte mehr, sondern sie stellt nur einen Mittelwert für die Bindungsfestigkeit aller Protonen in einer bestimmten Kernart dar. Aston hat die von ihm mit großer Genauigkeit gemessenen Punkte durch einen glatten Kurvenzug ausgleichend verbunden, der sich bei den leichten Elementen in zwei Äeste spaltet. Fig. 1, die der Arbeit von St. Meyer entnommen ist, enthält oben die Astonsche Kurve; nur sind die Massendefekte per Proton

$$\frac{D}{M} = \frac{M \cdot A_H - A}{M}.$$

(M = Protonenzahl, A = Atomgewicht, A_H = Atomgewicht des Wasserstoffs) mit entgegengesetztem Vorzeichen wie bei Aston aufgetragen; ferner ist die Nullordinate im Gegensatz zu Aston, der etwas willkürlich den Massendefekt von Sauerstoff gleich Null setzte, in die Höhe des Wertes für das freie Proton, den Wasserstoff verlegt. In der unteren Kurve zeigt St. Meyer, wie sich die Punkte fast noch besser durch einen einzigen Kurvenzug verbinden lassen, der interessanterweise die Periodizität der Atomhüllen widerspiegelt, und dadurch man darf wohl sagen, an innerer Wahrscheinlichkeit gewinnt. Wir möchten noch besonders aufmerksam machen, daß auch hier vielleicht dasselbe leichte Zurückbleiben der Kernperiodizität gegen das der Hülle feststellbar ist, wie bei der Komplettierung neuer Kernelektronenniveaus im Kern. Das erste Minimum des Packungseffektes liegt beim Lithium, das zweite beim Neon, das dritte beim Argon, möglicherweise aber auch bei Cl^{35} , das fünfte dürfte vor oder höchstens beim Jod selbst liegen. Das vierte und sechste kann wohl aus dem heutigen Erfahrungsmaterial nicht mit Sicherheit lokalisiert werden; letzteres widerspricht aber im allgemeinen Zurückbleiben der Kernperiodizität gegenüber der der Hülle mit wachsender Ordnungszahl nicht.

Eine besondere Bewandnis hat es mit der kosmischen Häufigkeit der Elemente, wie sie in Fig 2 und 3 nach den neuesten Forschungen dargestellt ist. Man sollte zunächst meinen, dass Entstehungs- und Vernichtungswahrscheinlichkeit der Atome eine reine Angelegenheit der Atomkerne ist. Im Folgenden wollen wir die Eigentümlichkeiten der kosmischen Häufigkeitsverteilung daraufhin untersuchen, ob sich *solche* Parallelitäten zwischen Kernhäufigkeit (also Stabilität der Atome?) und Hüllenstruktur nachweisen lassen, die für einen

nnigeren Zusammenhang zwischen Hüllen- und Kerneigenschaften sprechen.

Bei Betrachtung der Häufigkeit der verschiedenen Elemente, zunächst einmal in der oberen Lithosphäre, fällt auf, daß die Homologen des Heliums, die Edelgase alle relativ selten sind; ferner zeichnen sich einige siebenwertige oder an siebenter Stelle auf ein Edelgas folgende Elemente durch besondere Seltenheit aus (Ma, Il, Re); die Erdalkalien sind stets häufiger als ihre Nachbarn unter den Elementen mit gerader Ordnungszahl; ferner sind unter den häufigsten Elementen die vierwertigen Elemente Sn, Pb, Th. Ein Zusammenhang zwischen Kernhäufigkeit und Hüllenstruktur läßt sich aber deswegen wohl kaum zwingend aus diesen Tatsachen ableiten, weil dieselben in der Kurve der Meteoritenzusammensetzung sichtlich zurücktreten. Wir kennen eben nur beschränkte Teile des Kosmos und können zunächst die Möglichkeit nicht ausschließen, daß dieselben ihre Zusammensetzung Differentiationsvorgängen verdanken, bei denen die Eigenschaften der Elektronenhüllen wesentlich mitwirkten. Wir möchten gleich bemerken, daß wir dies nicht für wahrscheinlich halten, aber ein *zwingender* Nachweis eines Zusammenhanges von Kern- und Hülleneigenschaften läßt sich aus obigen Tatsachen nicht ableiten.

Aehnliche Ueberlegungen haben V. M. Goldschmidt veranlaßt, die Regel, daß Elemente gerader Kernladung häufiger sind als die benachbarten Elemente ungerader Kernladung, dadurch zu prüfen, daß er die Häufigkeit der seltenen Erden untersuchte, einer Reihe von Elementen, die in ihrem chemischen Verhalten derart ähnlich sind, daß eine Differentiation erstens nur wenig wirksam sein kann und zweitens wegen der nahezu stetigen Aenderung der chemischen Eigenschaften in der Reihe der seltenen Erden eine Differentiation in gerade und ungerade Elemente nicht zu erwarten ist. Die von Goldschmidt festgestellten Mengenverhältnisse in einer großen Anzahl von Mineralien müssen wohl als ein Beweis angesehen werden, daß die relative Seltenheit der ungeraden Elemente reell ist und nicht durch die Tatsache vorgetäuscht sein kann, daß wir nur einen kleinen Teil des Weltalls genauer kennen (Fig. 4).

Nun kommen wir zur Besprechung der *sehr* merkwürdigen Tatsache, daß wir gerade dort und nur dort in der Reihe sämtlicher Elemente, wo die chemische Aehnlichkeit über einen größeren Bereich eine außerordentliche ist, auch eine ganz verblüffend gleichmäßige Häufigkeit der geraden und ungeraden Elemente je unter sich vorfinden. Besonders die Häufigkeit der geraden Elemente schwankt im Bereiche der sogenannten Yttererden kaum um einige Procente. Da irgendeine Art von Differentiation höchstens eine wirklich vorhandene Gleichheit der Konzentration im Kosmos verschleiern, aber nicht, wo sie

nicht vorhanden ist, erzeugen kann — die Wahrscheinlichkeit, daß die zufällig gerade für die chemisch unter sich ähnlichste Gruppe von Elementen geschieht, ist wohl unvorstellbar klein — so muß man diese Gleichheit als im Kosmos wirklich vorhanden hinnehmen.

Unseres Erachtens gibt es nur zwei Möglichkeiten, dieselbe zu verstehen.

1. Benachbarte Elemente (gerade und ungerade je unter sich) sind im Allgemeinen nahezu gleich häufig. Die Konzentration der Elemente könnte dabei mit wachsender Ordnungszahl allmählich abnehmen. Im Gebiete der seltenen Erden ist diese gleichmäßig infolge ihrer äußeren Aehnlichkeit erhalten, in allen übrigen Gebieten durch Differentiation infolge äußerer Verschiedenheiten der Atome zerstört worden, wobei in den uns zugänglichen Teilen des Kosmos die Konzentrationen jetzt begreiflicherweise die Periodizität der chemischen Eigenschaften, der Atomoberfläche, aufweisen.

2. Die Gleichheit der Konzentration war von vornherein nur im Gebiete der seltenen Erden (der Yttererden) vorhanden. Dies in Verbindung mit den übrigen Eigentümlichkeiten der Kernhäufigkeitskurven würde uns nahezu zwingend auf weitgehende Beziehungen zwischen Kern- und Hülleneigenschaften hinweisen, sei es, daß die einen durch die anderen bedingt sind, sei es, daß beide von denselben übergeordneten Prinzipien regiert werden.

Betrachten wir unser gesamtes Wissen von Atomhüllen und -Kernen, so will uns letzteres (gemeinsames im Kern- und Hüllenaufbau sich gleichartig auswirkendes Prinzip) vor allem angesichts der Mannigfaltigkeit der Zusammensetzung der Plejaden verschiedener Elemente aus Isotopen u. s. w. recht unwahrscheinlich erscheinen. Welche Rolle auch die Kernstruktur für die Stabilität der Kerne, damit der Atome, spielen mag, die einfachste Annahme scheint uns die zu sein, daß *der ausschlaggebende Faktor für die Atomstabilität der Bau der Hülle ist*. Man sehe einmal zunächst von allen Fragen nach der Art des Zusammenhanges ab und halte sich außer den oben angeführten die eine Tatsache vor Augen, daß wir zu den Atomgewichten (Protonenzahlen) 78, 80 und 82 je ein Selen- und ein Kryptonisotop kennen; sowohl die kosmische Konzentration der Kryptonisotopen, wie auch die der Selenisotopen ist je unter sich von vergleichbarer Größenordnung, aber die Kryptonisotopen einerseits verhalten sich zu den Selenisotopen andererseits nahezu wie 1:10⁶. Eine reine Kernangelegenheit kann das kaum sein. Man könnte sich zwar noch vorstellen, daß die Hinzufügung von 2 Protonen und 2 Elektronen zu einem Kern dessen Stabilität nicht wesentlich ändert (Uebergang von einem Isotop zum nächsten gerader Protonenzahl) und daß dagegen die Hinzufügung von 2 Elektronen

allein (Uebergang zum nächsten Isobaren gerader Ordnungszahl) eine Aenderung der Stabilität um viele Größenordnungen mit sich bringt. Daß aber diese Vermehrung des Elektronengehalts um 2 ausgerechnet vom Erdalkali zum Edelgas die Stabilität $1:10^6$ vermindert ($\text{Ca}^{40} - \text{A}^{40}$, $\text{Sr}^{86} - \text{Kr}^{86}$) und daß dieselbe Vermehrung beim Uebergang vom Krypton zum Selen aber eine Erhöhung der Stabilität im selben Ausmaß zur Folge haben soll, weist doch zum mindesten auf eine Sonderstellung des Edelgasatoms, also auf einen Zusammenhang mit der Elektronenhülle hin.

Es bleiben also nur die beiden Möglichkeiten: Die Hülle bestimmt wesentlich die Atomstabilität oder benachbarte Kerne gerader bzw. ungerader Ordnungszahl sind allgemein in ähnlicher Konzentration vorhanden. Auch dann noch wäre die *Gleichheit* (nicht nur Ähnlichkeit!) der Konzentration der seltenen Erden gerader Ordnungszahl von Samarium bis Ytterbium eine merkwürdige Sache.

Die erste Möglichkeit ist diskutabel, sobald gezeigt werden kann, daß sich die Hauptzüge der Kernhäufigkeitskurven auf einfache Weise mit dem Bau der Hüllen verknüpfen lassen, und wenn ferner ein plausibler Mechanismus der Einwirkung der Hülle auf den Kern angegeben werden kann.

Um gleich mit letzterem zu beginnen, so stellen wir uns vor, daß etwa das resultierende magnetische Feld der Hülle *am Ort des Kernes* Aufspaltungen von Kerntermen bewirkt und damit das Auftreten von sonst verbotenen Uebergängen ermöglicht. Hiedurch wird bei starkem Feld der Hülle eine Zerstörung des Kernes, sei es durch spontanen Uebergang, sei es als Folge einer Anregung durch Ultrastrahlung, erleichtert; die heutige Zusammensetzung der Welt aus Atomen, als Gleichgewichtszustand aufgefaßt, würde uns anzeigen, welche Atomarten die grössere und welche die geringere Neigung haben, in andere sich umzuwandeln, also welche ein starkes bzw. schwächeres Hüllentfeld besitzen. Es liegt nahe, schon die größere Seltenheit der Elemente ungerader Kernladungszahl mit dem stärkeren Feld einer ungeraden Anzahl Elektronen in der Hülle in Verbindung zu bringen.

Versuchen wir nun den Einfluß der verschiedenen Teile der Elektronenhülle herauszuschälen: Die Gleichmäßigkeit der Häufigkeit der Yttererden weist uns darauf hin, welche wichtige Rolle die äußersten Elektronen in dieser Hinsicht bei den schwersten Elementen spielen. Diese bei den seltenen Erden auf 6_1 Bahnen (bezw. einer 5_3 Bahn?) umlaufenden Elektronen sind solche, die dem Kern sehr nahe kommen; hiedurch ist ihre besondere Wichtigkeit verständlich. Die Vervollständigung der N-Schale durch relativ kernferne, kreis-

förmige 4_s -Bahnen übt dagegen keinen nennenswerten Einfluß aus, wenn sich nur je zwei entgegengesetzt spinnende Elektronen in erster Ordnung neutralisieren.

Allgemein werden wir zu erwarten haben, daß irgend ein Element umso häufiger sein wird, je symmetrischer seine Hülle gebaut ist ⁽¹⁾. Die Hüllenstrukturen, die vom Standpunkte des Kernes aus gesehen die symmetrischesten sind, brauchen dabei keineswegs dieselben zu sein, die nach außen die geringste chemische Affinität aufweisen. Vielleicht sind zwei 1_s , vier 2_s und zwei 2_p -Bahnen im Sauerstoffatom für die Wirkung auf den Atommittelpunkt ähnlich in sich abgesättigt, wie die vollständige Achterschale der 2_k -Bahnen im Neon für die Wirkung nach außen und erklärt sich so die große Häufigkeit des Elementes Sauerstoff. Wenn es einen metastabilen Zustand des Sauerstoffatoms geben würde, in dem die beiden 1_s -Elektronen angeregt sich in 2_s -Bahnen bewegen würden, so ist wohl kaum zu bezweifeln, daß sich ein solches Atom edelgasähnlich verhalten würde (etwa was seine Kondensierbarkeit u. s. w. betrifft). Ähnlich ist vielleicht auch die Anwesenheit der außen gelegenen letzten beiden 2_p -Bahnen der L-Schale für die Symmetrie von Kernstandpunkt überflüssig oder sogar schädlich. Ist eine solche Symmetrie wie sie die « Achterschale » des Sauerstoffs besitzt, für die Kernstabilität wesentlich, so ist auf Grund des vollkommenen Fehlens einer solchen bei den leichtesten Elementen (den Elementen vor Sauerstoff) die « Defizienz » derselben, ihre Seltenheit gegenüber den anderen leichten Elementen, zu verstehen, die wohl einen der hervorstechendsten Züge der Häufigkeitskurve der Elemente darstellt. Beachten wir nun noch die günstige, das Atom stabilisierende Wirkung, die besonders bei den schwereren Elementen der Einbau zweier n_s -Bahnen hat, die relative Häufigkeit der Erdalkalien, also der Elemente mit den Besetzungszahlen

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 8 & 2, & & & & \\ 2 & 8 & 8 & 2, & & & \\ 2 & 8 & 18 & 8 & 2 & & \\ \text{und} & 2 & 8 & 18 & 18 & 8 & 2, \end{array}$$

so könnte es scheinen, daß eine Symmetrie der Besetzungszahlen von innen nach außen mit der Symmetrie des Hüllensfeldes irgendwie verknüpft ist. Auch die Sauerstoffhülle fällt unter dieses Schema wenn man sie

$$2 \quad 4 \quad 2$$

⁽¹⁾ Ein eventueller Einfluss der Kernstruktur wurde sich der Wirkung der Hülle superponieren, worauf gegebenen Falls Bedacht zu nehmen ist.

schreibt. Es sind auch geometrisch die beiden 2_1 -«Ellipsen» des Sauerstoffs zu den vier 2_2 -Bahnen in einem ähnlichen Verhältnis, wie bei den Erdalkalien die zwei n_1 -Bahnen zu den $(n-1)_1 \dots (n-1)_{n-1}$ Bahnen.

Eine Prüfungsmöglichkeit unserer Hypothese liegt nun darin, daß wir andere ähnliche Hüllenstrukturen suchen und nachsehen ob eine relativ große Häufigkeit der betreffenden Elemente mit ihr verbunden ist. Dabei ist zu gewärtigen, daß die Superposition zweier die Stabilität nicht störender Strukturen wieder zu einer stabilen Atomart führt. Es erhebt sich dabei die Frage, wie wir die Sauerstoffstruktur aufzufassen haben; ist sie nur als Ganzes wirksam, oder ist vielleicht jede Gruppe in gewissem Sinne abgeschlossener Schalen wie die K-Schale beim Sauerstoff plus vier Kreis- und zwei Ellipsenbahnen ähnlicher relativer Dimensionen in ihrer Wirkung auf den Kern gut auskompensiert? Wir wollen es mit letzterer Annahme versuchen, weil erstere ohnedies praktisch nicht in Betracht kommt. Ferner nehmen wir die Elektronen-anordnung des Eisens einfach als das Atom stabilisierend an, weil Eisen das auffallendste abundante Element ist, ohne im gegenwärtigen Augenblick eine Zurückführung dieser Tatsache auf einfachere zu versuchen; ist doch das Eisenatom schon verhältnismäßig kompliziert gebaut und fehlen überdies « homolog gebaute » Elemente, weil die dem Eisen analoge Struktur in der nächsten Periode aus energetischen Gründen übersprungen wird; das Ruthenium hat nicht sechs, sondern gleich sieben 4_3 -Bahnen und dafür nur eine 5_1 -Bahn besetzt.

Für die Stabilität beim Sauerstoff scheinen die geometrischen Verhältnisse der sechs L-Bahnen maßgebend zu sein, denn manche der stabilsten Elemente unter den höheren haben Strukturen, die sich aus einer eisenähnlichen und einer den sechs Sauerstoff-L-Bahnen vergleichbaren Gruppe zusammensetzen lassen:

z. B. Zinn	2	2 6	2 6 10	2 6 6	2
	+			4	2
	=	2	2 6	2 6 10	2 2

Ferner in ähnlicher Weise das verhältnismäßig sehr häufige Blei. Der eisenähnlichen Struktur mit zwei n_1 -Bahnen und 2, 6, 6 $n-1$ -Bahnen werden im ersten Fall vier 4_3 und zwei 5_2 -Bahnen hinzugefügt, beim Blei ähnlich vier 5_3 - und zwei 6_2 -Bahnen. Es ist vielleicht auch so, daß eigentlich z. B. beim Zinn die zwei 5_1 -Bahnen mit den 4_3 -Bahnen zur eisenähnlichen Struktur in unserem Sinne gehören.

Die Struktur der Wolframbhülle mag auch in gewissem Sinne mit den eben betrachteten verwandt sein, doch wollen wir hierauf nicht näher eingehen. Dieses Element erscheint uns aus einem anderen Grunde besonders interessant. Es ist im Gegensatze zum Ruthenium, das sich als chemisches Individuum von seinem niederen Homologen, dem Eisen, stark unterscheidet, seinen niederen Homologen Molybdän und besonders dem Chrom in chemischer Hinsicht so ähnlich, daß eine starke Verschiebung zwischen diesen Elementen durch Differentiation kaum zu erwarten ist. Hätte man eventuell beim Eisen noch die Möglichkeit an eine uns noch unbekannte Art der Differentiation in der Sonne nach der Atommasse zu denken, die dieses Element gegenüber seinen höheren Homologen in den uns zugänglichen Teilen des Kosmos anreicherte, so fällt beim Wolfram auch diese Möglichkeit weg. Daß gerade hier wieder die Elemente mit ungeradzahlig besetzten Niveaus (fünf 3_s - und eine 4_f -Bahn beim Chrom, fünf 4_s - und eine 5_f -Bahn beim Molybdän) gegenüber den Nachbarn gerader Kernladungszahl zurücktreten, während Wolfram mit vier 3_s - und zwei 6_f -Bahnen häufiger ist als seine Nachbarn, ist kaum anders zu verstehen als durch eine direkte Bedeutung der Hülle für die Atomstabilität.

Absolut genommen sind Wolfram und Molybdän gleich häufig; die Stabilitäts erhöhende Wirkung der paarweisen Valenzelektronenanordnung beim Wolfram hat sich nämlich gegen den Umstand durchzusetzen, daß inzwischen eine neue Schale (32) mit früher nicht vertretener Besetzungszahl gebildet wurde. Dies scheint die Wirkung des Hüllensfeldes auf den Kern zu verstärken und die Stabilität zu vermindern, wie wir aus folgenden Tatsachen schließen können. Magnesium und Calcium sind merklich gleich häufig; der Unterschied ihrer Hüllen besteht nur darin, daß das Mg eine, das Ca zwei komplette Achtergruppen enthält. Vom Calcium zum Strontium geht die Häufigkeit merklich zurück; hier ist die neue Besetzungszahl 18 hinzugekommen, damit wohl ein neues Asymmetrieelement. Vom Strontium zum Barium tritt nur eine weitere Achtzehnerschale hinzu; die Häufigkeit ändert sich auch nicht merklich. Dieses Gleichbleiben der Häufigkeit vom Mg zum Ca, vom Sr zum Ba, ebenso wie vom Sm bis zum Yb sprechen sogar sehr dafür, daß die Atomstabilitäten überhaupt nicht wesentlich von den Kernstrukturen abhängen. Ähnlich wie bei den Erdalkalien liegen die Verhältnisse bei den Alkalien und auch bei den Edelgasen, wenn wir die Reihe A, Kr, X betrachten. Lithium und Beryllium gehören aus dem oben erwähnten Grunde (noch zu geringe Mannigfaltigkeit der Hüllenelemente, um Kompensation der Felder im Atommittelpunkte zu ermöglichen) zu den defizienten Elementen.

Prüfen wir das eben erwähnte Prinzip, daß eine neu hinzukommende Schalenart *ceteris paribus* die Stabilität vermindert an der Reihe der Homologen Si bis Th.

Besetzungszahlen der Schalen

Si	2	2 6	2 2						
Ti	2	2 6	2 6 2	2					
Zr	2	2 6	2 6 10	2 6 2	2				
Hf	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (2)	(2)			
Th	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 (2)	(2)		

Von jedem dieser Homologen zum nächsten, kommt ein neuartig besetztes Niveau hinzu; wie üblich in solchen Fällen (Ca — Sr!) nimmt die Häufigkeit jeweils um zwei Größenordnungen ab;• sogar auch vom Zr zum Hf, die sich chemisch *sehr* ähnlich sind; nur vom Hf zum Th bleibt sie trotz bedeutenderer chemischer Verschiedenheit merklich gleich; die Thoriumhülle unterscheidet sich von der Hafniumhülle auch nur um eine Schale von bereits im Hf vertretenem Charakter (Achzehnerschale).

Wir müssen allerdings auch darauf hinweisen, daß das Prinzip zwar in den ersten Kolonnen des periodischen Systems sich zu bewähren scheint (z. B. einigermaßen auch in der Reihe Al, Sc, Y, Cp), aber nicht bei den homologen Reihen am Ende, wo die Änderung des chemischen und physikalischen Charakters innerhalb der Reihe eine bedeutend größere wird. Aber es verdient jedenfalls hervorgehoben zu werden, daß es. man kann beinahe sagen quantitativ, sich z. B. bei Sr — Ba und Zr — Hf auswirkt: Strontium und Barium sind chemisch doch mehr unterschieden als Zirkon und Hafnium, die infolge der Lanthanidenkontraktion äußerlich die gleichen Dimensionen haben; trotzdem sind Sr und Ba gleich häufig, Zr und Hf aber verschieden. Bei den elektronegativen Elementen ist die Auswirkung vielleicht doch infolge der chemischen Unterschiede verschleiert worden. Man muß sich vielmehr wundern, daß dies nicht auch bei den elektropositiven mehr der Fall ist.

Aus dem bisher Gesagten würde sich ableiten lassen, daß die Platintriade mit je zwei s-Elektronen (n_1 -Bahnen) mit Recht relativ häufig ist und daß dagegen die *ceteris paribus* als häufiger zu erwartende Palladiumtriade wegen ihres von dem der Eisentriade abweichenden Baucharakters geringere relative Konzentration aufweist. Man möchte ferner für Uran nach seiner Konzentration

eher zwei s-Elektronen als eines annehmen, dagegen bei Masurium und Rhenium wegen ihrer Seltenheit nur je eines. Diese letzten beiden Elemente sollten also *nicht* die zu Mangan analoge Verteilung der Valenzelektronen haben.

Wir fassen zusammen: Die Häufigkeitskurve der chemischen Elemente, für verschiedene uns zugängliche Teile des Kosmos zwar etwas verschieden, zeigt viele auffallende Uebereinstimmungen mit dem Bau der Elektronenhülle. Die nächstliegende Annahme, daß diese Uebereinstimmungen nicht reell, sondern durch Differentiation vorgetäuscht seien, vermag dieselben nicht restlos zu erklären. Da die Hypothese, die Stabilität der Atome hänge von der Hüllensymmetrie (in magnetischer Hinsicht?) ab, gerade auch in solchen Fällen, wo eine Differentiation nicht in Frage kommt, eine plausible Erklärung zu geben vermag, erscheint sie wohl wert, diskutiert zu werden. Als Hauptstützen betrachten wir die gleichmäßige Häufigkeit der Yttererden, die Defizienz der leichtesten Elemente und die relativen Häufigkeiten in gewissen homologen Reihen.

Unsere Hypothese nütze auch gewisse kosmologische Konsequenzen, die noch kurz berührt werden sollen. Da sich unsere Diskussion nicht auf Ionen bezieht (ein wesentlicher Unterschied etwa zwischen Edelgasen und Erdalkalien wäre hier nicht verständlich), sondern auf die Hüllen der neutralen Atome, so kommt für die Einstellung eines Gleichgewichtszustandes, als welchen wir die kosmische Konzentrationsverteilung der Elemente auffassen, eigentlich nur der Zustand eines sehr hochverdünnten Gases in Betracht, wie er im interstellaren Raum vorausgesetzt werden darf. Irgendwelche Atomkerne oder Ionen, von deren Bildung hier nicht weiter die Rede sein soll, haben jedenfalls eine sehr viel größere Aussicht ein Elektron einzufangen als mit einem neutralen Atom oder Molekül zusammenzustoßen; sind sie einmal neutralisiert, so ist ihr wirksamer Querschnitt sehr verkleinert und damit das Ueberwiegen des Zustandes als neutrales Atom gegenüber dem als Ion gesichert. Da man als mittlere Relativgeschwindigkeiten der Atome wohl mindestens die Relativgeschwindigkeiten der Teilgebilde des galaktischen Systems gegeneinander annehmen muß, so dürfte es zu Molekülbildung in nennenswertem Ausmaße nicht kommen können. Von Standpunkt unserer Hypothese wäre nun zu fordern, daß sich entweder der Kosmos im Allgemeinen im Zustande eines hochverdünnten Gases hoher Temperatur befindet, oder falls man den gegenwärtigen Zustand als annähernden Gleichgewichtszustand ansieht, daß die interstellare Materie ein Vielfaches der leuchtenden, als Nebel oder Sterne vorhandenen beträgt. Für die in diesem Raum stattfindende Auslese kommen wohl nur (exotherme und endo-

therme) Strahlungsprozesse in Betracht, (die kosmische Ultrastrahlung), deren Wirksamkeit in der oben skizzierten Weise vom Hüllenbau abhängig wäre. Die von der modernen Astrophysik geforderten Kernprozesse im Inneren der Fixsterne dagegen dürften die relativen Konzentrationen der Elemente nicht wesentlich verschieben; würden sie vom Hüllenbau beeinflussbar sein, so müßte bei der intensiven Ionisation eine gänzlich andere Konzentrationsverteilung resultieren; die Kernprozesse im Inneren von Fixsternen sollten also von den für Strahlungsprozesse maßgebenden Bedingungen wesentlich unabhängig sein, was eigentlich auch zu erwarten ist, da es sich hier wohl nur um Anregung durch Stöße handeln kann. Für Stoßvorgänge sind bekanntlich die für Strahlungsprozesse geltenden Auswahlregeln nicht bindend.

Es ist außerordentlich naheliegend, unsere Gedanken auf den radioaktiven Zerfall anzuwenden; ist doch der Gang der Häufigkeiten von der Radiumplejade zur Emanations-, Polonium- und Bleipleiade vollkommen analog dem von Barium über Xenon und Tellur zum Zinn. Von Thorium und Uran (Wolfram) war schon oben die Rede. Daß die Zerfallskonstanten bisher stets vollkommen gleich gefunden wurden, mag daran liegen, daß Emanation stets als Atome, Radium stets als Ion u. s. w. untersucht wurden. Ein Effekt an dem amphoteren Polonium, d. h. eine Abhängigkeit der Zerfallskonstante von chemischen Bedingungen wäre nicht ganz undenkbar. Besonders wichtig erscheint es uns, daß die Analogie der Häufigkeitsverhältnisse zu denen der vorübergehenden Periode unmöglich auf Differentiation welcher Art immer zurückgeführt werden können, denn hier kommen die relativen Konzentrationen unter unseren Augen durch die verschiedenen Zerfallskonstanten zustande.

**Besetzungszahlen der Elektronenschalen nach F. Hund,
Linienspektren und periodisches System der Elemente.**

	1_1	2_1 2_2	3_1 3_2 3_3	4_1 4_2 4_3 4_4	5_1 5_2 5_3	6_1 6_2 6_3	7_1
1 H	1						
2 He	2						
3 Li	2	1					
4 Be	2	2					
5 B	2	2 1					
6 C	2	2 2					
7 N	2	2 3					
8 O	2	2 4					
9 F	2	2 5					
10 Ne	2	2 6					
11 Na	2	2 6	1				
12 Mg	2	2 6	2				
13 Al	2	2 6	2 1				
14 Si	2	2 6	2 2				
15 P	2	2 6	2 3				
16 S	2	2 6	2 4				
17 Cl	2	2 6	2 5				
18 Ar	2	2 6	2 6				
19 K	2	2 6	2 6	1			
20 Ca	2	2 6	2 6	2			
21 Sc	2	2 6	2 6 1	2			
22 Ti	2	2 6	2 6 2	2			
23 V	2	2 6	2 6 3	2			
24 Cr	2	2 6	2 6 5	1			
25 Mn	2	2 6	2 6 5	2			
26 Fe	2	2 6	2 6 6	2			
27 Co	2	2 6	2 6 7	2			
28 Ni	2	2 6	2 6 8	2			
29 Cu	2	2 6	2 6 10	1			
30 Zn	2	2 6	2 6 10	2			
31 Ga	2	2 6	2 6 10	2 1			
32 Ge	2	2 6	2 6 10	2 2			
33 As	2	2 6	2 6 10	2 3			
34 Se	2	2 6	2 6 10	2 4			
35 Br	2	2 6	2 6 10	2 5			
36 Kr	2	2 6	2 6 10	2 6			
37 Rb	2	2 6	2 6 10	2 6	1		
38 Sr	2	2 6	2 6 10	2 6	2		
39 Y	2	2 6	2 6 10	2 6 1	2		
40 Zr	2	2 6	2 6 10	2 6 2	2		

Fortsetzung.

	1 ₁	2 ₁ 2 ₂	3 ₁ 3 ₂ 3 ₃	4 ₁ 4 ₂ 4 ₃ 4 ₄	5 ₁ 5 ₂ 5 ₃	6 ₁ 6 ₂ 6 ₃	7 ₁
41 Nb	2	2 6	2 6 10	2 6 4	1		
42 Mo	2	2 6	2 6 10	2 6 5	1		
43 Ma	2	2 6	2 6 10	2 6 (5)	(2)		
44 Ru	2	2 6	2 6 10	2 6 7	1		
45 Rh	2	2 6	2 6 10	2 6 8	1		
46 Pd	2	2 6	2 6 10	2 6 10			
47 Ag	2	2 6	2 6 10	2 6 10	1		
48 Cd	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2		
49 In	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 1		
50 Sn	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 2		
51 Sb	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 3		
52 Te	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 4		
53 J	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 5		
54 X	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6		
55 Cs	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	1	
56 Ba	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	2	
57 La	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6 1	2	
58 Ce	2	2 6	2 6 10	2 6 10 (1)	2 6 (1)	(2)	
—	—	—	—	—	—	—	
72 Hf	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (2)	(2)	
73 Ta	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (3)	(2)	
74 W	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 4	2	
75 Re	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (5)	(2)	
76 Os	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (6)	(2)	
77 Ir	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 (7)	(2)	
78 Pt	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 8	2	
79 Au	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	1	
80 Hg	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2	
81 Tl	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 1	
82 Pb	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 2	
83 Bi	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 3	
84 Po	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 4	
85 —	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 5	
86 Em	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	
87 —	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	1
88 Ra	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	2
89 Ac	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 (1)	(2)
90 Th	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 (2)	(2)
91 Pa	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 (3)	(2)
92 U	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 (5)	(1)

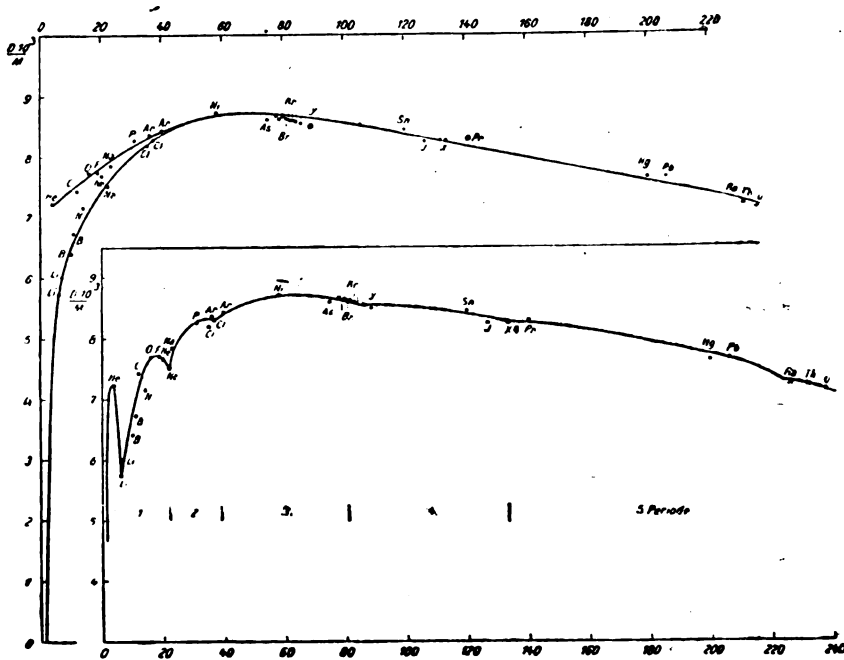


Fig. 1.

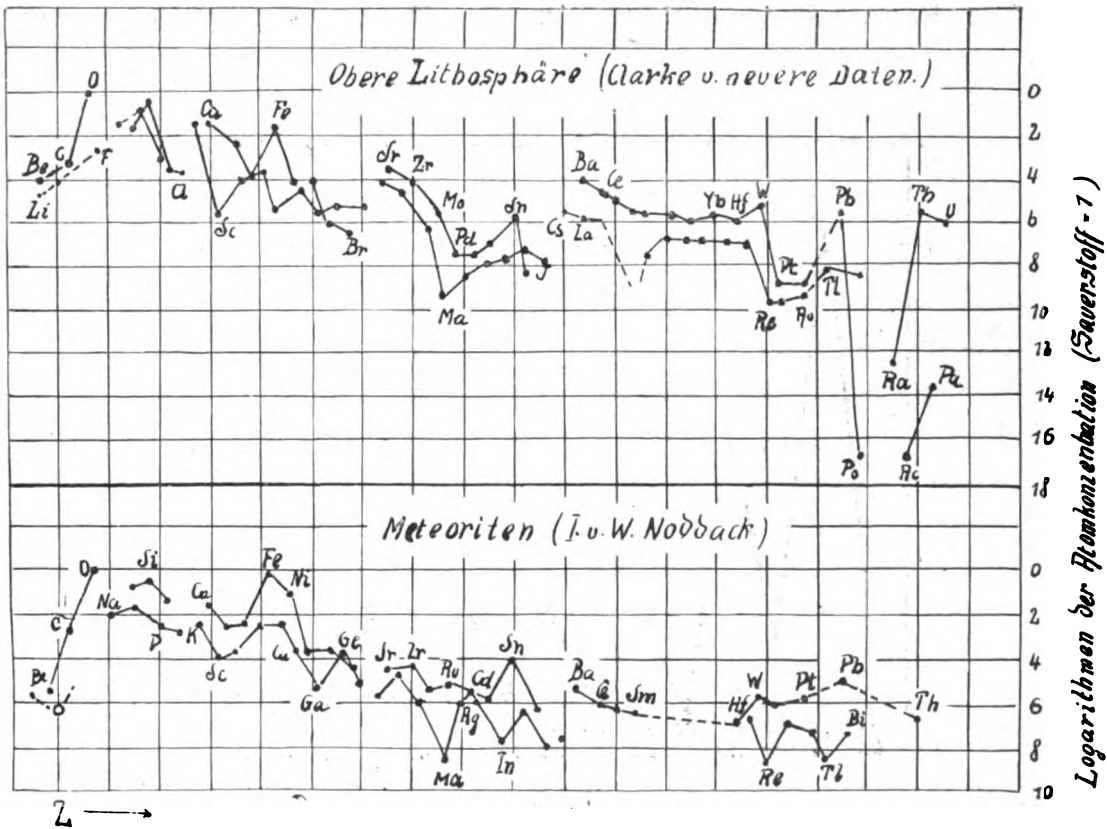


Fig. 2.

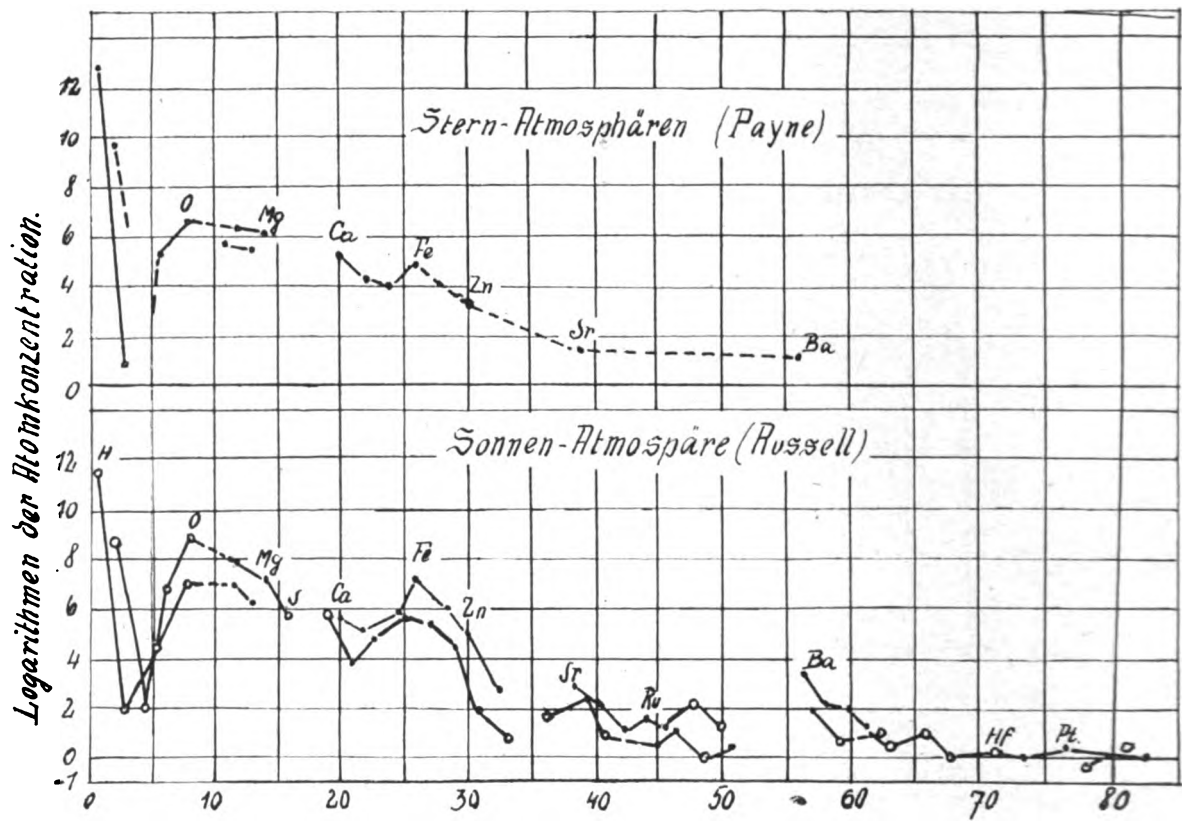


Fig. 3.

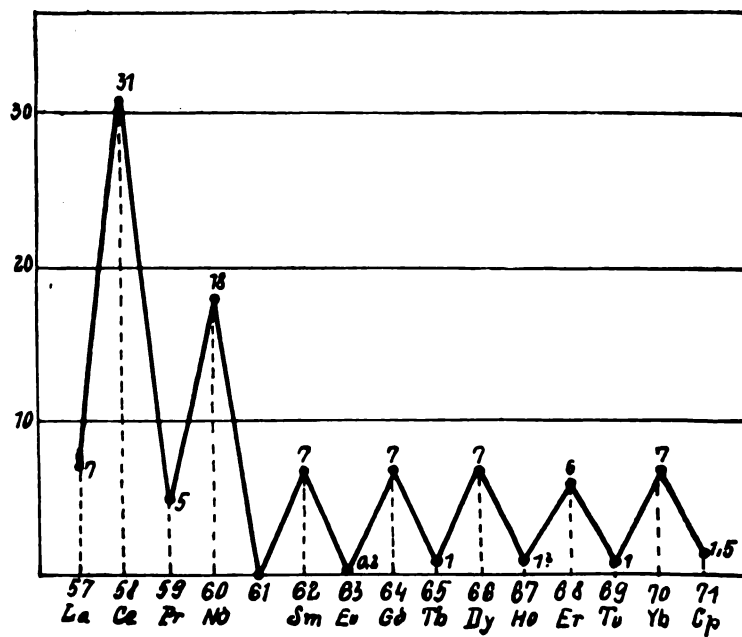


Fig. 4.

Individuazione di una faglia profonda subpadana nei pressi di Rudiano (Chiari)

Nota di A. BELLUIGI presentata dal Segretario DE SANCTIS ⁽¹⁾

1) Esaminando gravimetricamente la zona a Nord-Ovest di Cremona, mi sono spinto, con un profilo, fin sotto alle Alpi, da Soncino a Pumenengo, a Polasco, a Grumello.

Sia l'andamento dei gradienti di gravità $G(x)$ che delle curvature $K(x)$, elementi ricavati da misure con la bilancia di torsione, indicano l'esistenza di una tipica faglia subito a Sud di Rudiano (Chiari).

Il fenomeno meriterebbe una miglior definizione, nel senso che dovrebbe venire precisato nella sua estensione planimetrica, e occorrerebbero ancora alcuni profili longitudinali e trasversali. Un secondo profilo, longitudinale e parallelo e a 3 Km. ad Est dal primo, conferma i risultati del primo e permette di definire la direzione media della faglia Nord Nord-Ovest — Sud Sud-Est.

Dagli elementi trovati è possibile altresì pervenire ad una valutazione dell'ordine di grandezza delle caratteristiche profonde della faglia.

2) Che il fenomeno osservato debbasi attribuire ad una struttura tipo faglia si deduce dalle seguenti constatazioni:

I° La struttura gravimetricamente perturbante è antisimmetrica in quanto:

$$K(x) = -K(-x); G(x) = G(-x)$$

II° In vicinanza del valore massimo di $G(x)$, di circa $40 \cdot 10^{-9}$ c. g. s. (U. E.), si verifica la caratteristica inversione di $K(x)$.

III° Dove $G(x)$ acquista un valore metà del massimo, 20 U. E., $K(x)$ ha il suo valore massimo.

(1) Questa nota fu inviata al Segretario dal S. C. de Angelis d'Ossat.

Si possono così utilizzare le formule relative all'influenza delle faglie e la proprietà caratteristica che l'ascissa corrispondente al valore massimo di $K(x)$, in un sistema di riferimento che ha per origine la x corrispondente a $G(x)$ max, è la media geometrica delle profondità minime e massime della faglia o gradino verticale secondo la terminologia gravimetrica in uso.

Si tratta, stando alle nostre osservazioni, di una faglia tipo verticale, a contorno in ogni modo rettilineo e a rigetto più denso del mezzo. $K(x)$ dipende infatti dall'angolo visuale che dalla stazione di misura sottende il contorno della sezione verticale e $G(x)$ dipende invece dalla distanza della stazione dai vertici della sezione rettangolare.

3) È possibile dedurre analiticamente, oltre le caratteristiche morfologiche e dimensionali della struttura perturbante, la densità differenziale $= 0,43$.

I valori trovati della profondità minima: 6 Km., e della profondità massima: 12 Km. circa, sono per eccesso avendo basato i calcoli per una struttura molto estesa normalmente al profilo Sud-Nord in esame.

Completando il rilievo si potrebbe avere un'idea dell'estensione Est-Ovest e modificare convenientemente i calcoli, secondo procedimenti grafico-analitici già da me sviluppati, (in particolare vedi la mia Nota (1): — « Gravimétrie des formations pétrolifères » —).

Inoltre sono da tener presenti le inevitabili oscillazioni di queste cifre, specie quando queste raggiungono ordini di grandezza piuttosto elevati.

Su una profondità minima $x_1 = 3000$ m. ad esempio, un'oscillazione della potenza del rigetto di 1000 m. per $\Delta\sigma = 0,4$, importa un incremento di $G(x)$ max. di appena $15 \times 0,4$ U. E. ossia appena 6 Unità (vedi Fig. 1).

Per la stessa variazione del rigetto, diminuendo la profondità minima aumenta l'influenza eötvössiana. Nella Fig. N. 1, che è di per sè stessa dimostrativa, nell'ascissa sono riportate le potenze h delle strutture, relative a diverse profondità minime.

Dalla figura si vede anche come assumendo un rigetto iniziale convenientemente piccolo la variazione di esso influenzi maggiormente, agli effetti delle grandezze eötvössiane, che partendo da un rigetto iniziale piuttosto grande.

Ho perciò disegnato nella Fig. 2 curve di influenza con ascissa indicante le profondità minime, relative a diverse potenze.

(1) A. BELLUGI: *Gravimétrie des formations pétrolifères*. La *Revue pétrolifère* — Paris — N. 147 del 28 Mars 1931.

D. 2. 7. 403

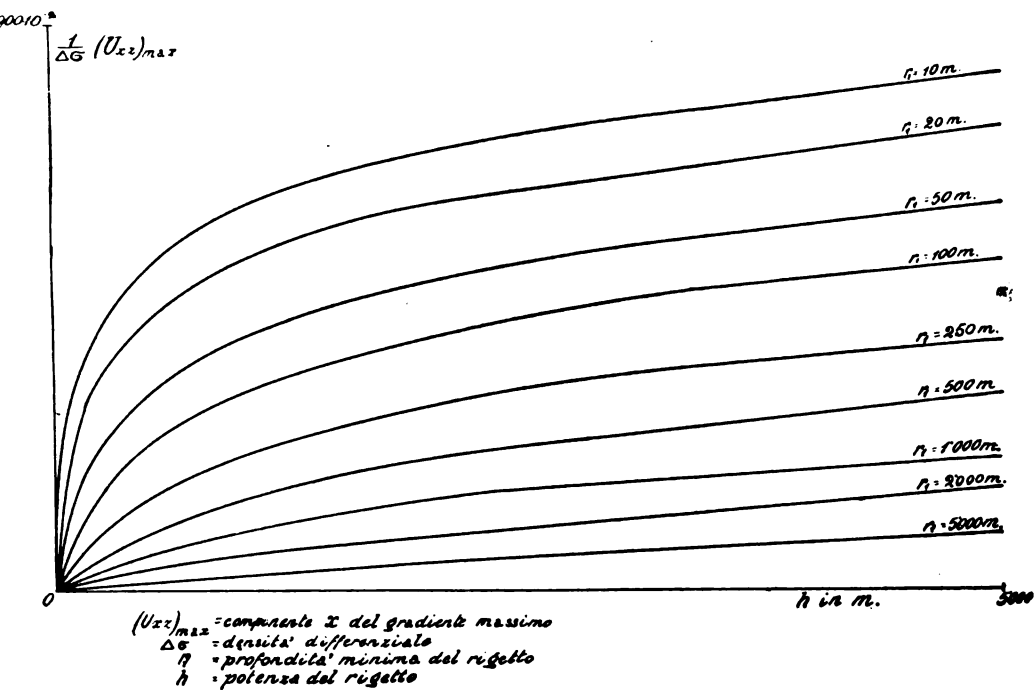


Fig. 1.

D. 2. 7. 404

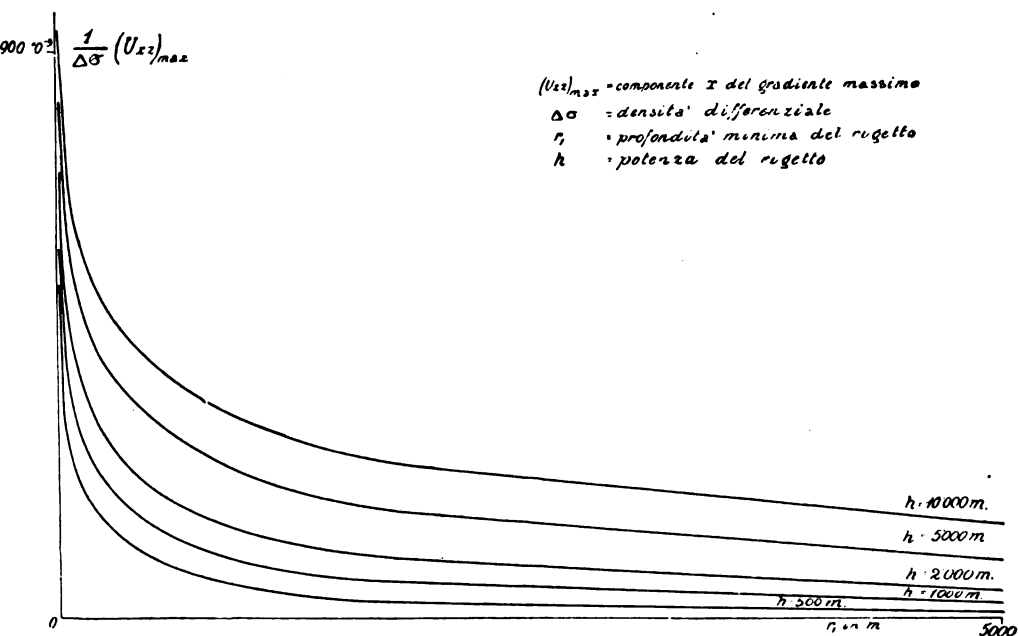


Fig. 2.

La Fig. 3 dà curve d'influenza relativa alle curvature, grandezze che si possono utilizzare, in questo caso, insieme ai gradienti, per determinare potenza e profondità minima, densità differenziale.

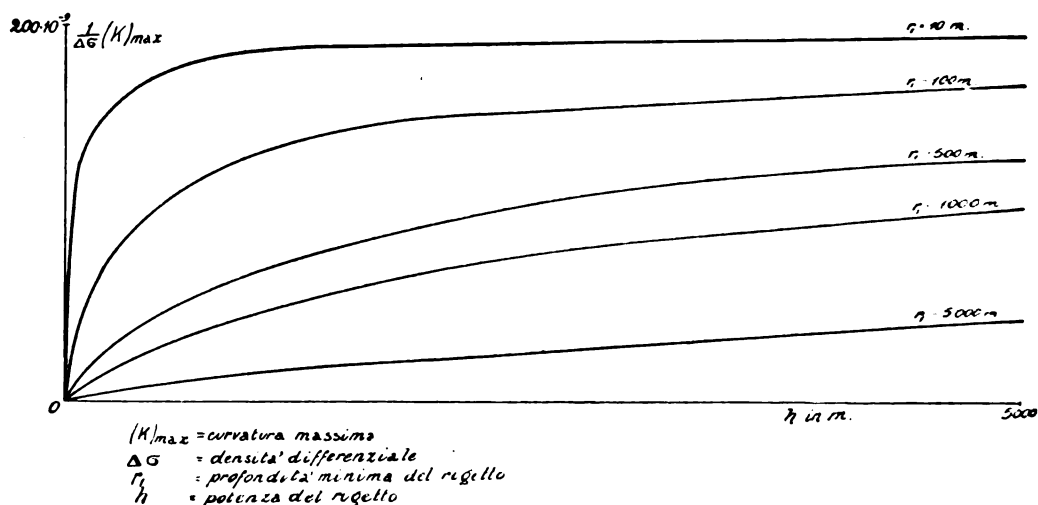


Fig. 3.

È noto pure che se la determinazione delle curvature lasciasse a desiderare, per inevitabili errori insiti nella determinazione, rimane sempre possibile determinare profondità minima e massima d'un gradino utilizzando le sole curve dei gradienti ⁽¹⁾, purchè queste si prestino per speciali individuazioni di punti caratteristici.

4) L'esame del nostro profilo, nel sistema d'assi indicato, ha permesso il riscontro delle proprietà coratteristiche di una struttura profonda a rigetto. e di conseguenza la verifica della seguente relazione che pongo come riassuntiva delle proprietà delle strutture di questo tipo:

$$K(x)_{\max} = 2.66,7 \cdot 10^{-9} \operatorname{arctg} \frac{\frac{G(x)_{\max}}{133,4 \cdot 10^{-9} \sigma} - 1}{\frac{G(x)_{\max}}{133,4 \cdot 10^{-9} \sigma}}.$$

⁽¹⁾ A. BELLUCCI: *Le argille scagliose e il problema del Petrolio nell'Emilia*, L'Industria Mineraria, Ottobre 1928.

Koenigsberger (¹), utilizzando la carta gravimetrica della Svizzera del Niethammer deduce, che le Alpi non presentano, nel sottosuolo, spiccati gradini, ma soltanto rigonfiamenti semicilindrici. La faglia profonda di Rudiano starebbe ad indicare invece che, nel versante Sud, almeno in qualche zona, le Alpi presentano spiccati gradini o sprofondamenti notevoli, che raggiungono i limiti della discontinuità brusca che separa le rocce granitiche dalle gabbroidi, (stando ai calcoli di Jeffreys sulla profondità delle rocce cristalline basiche e sulla ripartizione della radioattività).

(¹) J. KOENIGSBERGER, *Zur geoph. grav. Landesuntersuchung und über die Tiefenlage der störenden Massen*. Eit. f. prakt. Geologie 1927, H. 5.

La conducibilità degli elettroliti in moto

Nota di TITO FRANZINI presentata da G. GIANFRANCESCHI, S. O.

Sommario. — Le varie teorie sulla conducibilità degli elettroliti condurrebbero a ritenere che un moto della soluzione debba esercitare un effetto di trascinamento degli ioni e quindi influire sulla conducibilità elettrica di essa. Le esperienze riportate dimostrano che per velocità sino a $4^m/l''$ e con una disposizione che permette apprezzare variazioni di $1/10^5$ della resistenza iniziale, non si è rilevato nessuna influenza del moto sulla conducibilità di varie soluzioni.

Antiche esperienze di natura essenzialmente qualitativa di Edling ⁽¹⁾, confermate da altri risultati più dettagliati di Bosi ⁽²⁾, avrebbero riscontrato la variazione della conducibilità elettrica di una soluzione salina per effetto del moto di essa.

Al contrario E. H. Hall ⁽³⁾ rifacendo tali esperienze negava la detta influenza del moto e Amerio ⁽⁴⁾ commentando questi risultati contraddittori dava, di quelli positivi del Bosi, una interpretazione indipendente dall'effetto di un possibile trascinamento degli ioni da parte dell'elettrolita in moto, e fondata sugli effetti delle variazioni della concentrazione all'anodo o al catodo, a seconda del genere di soluzione, prodotte da una corrente continua.

Secondo la teoria classica sulla conducibilità degli elettroliti, una influenza del moto della soluzione si potrebbe prevedere possibile, specie per quelli elettroliti in cui cationi e anioni avendo numeri di trasporto, e quindi velocità relative, molto diverse fra di loro, devono diversamente subire l'effetto di un trascinamento dovuto ad un moto del liquido.

⁽¹⁾ *Ann. d. Phys. u. Chemie* 156 (1875) 251.

⁽²⁾ *N. Cim.* 5 (1897) 249.

⁽³⁾ *Phys. Rev.* 5 (1898) 246.

⁽⁴⁾ *N. Cim.* 10 (1899) 276.

Ad una analoga conclusione si potrebbe pervenire accettando la teoria di Debye e Hückel per gli elettroliti forti. Infatti, nello stato di regime, le forze che governano il moto degli ioni sono legate dalla nota equazione ⁽¹⁾:

$$Ee - \frac{\omega_j x e_j^2}{6D} - 6\pi\eta b_j v_j - e_j E x b_j = 0 \quad (2) \quad (1)$$

dove il primo termine rappresenta la forza attiva applicata al ione e gli altri tre le forze passive, ritardatrici, dovute alle azioni elettrostatiche fra ioni e alle forze di attrito idrodinamico di Stokes aumentato dall'effetto di trascinamento del solvente da parte degli ioni stessi.

Per soluzioni sufficientemente diluite si possono trascurare i termini 2° e 4° della (1) contenenti il fattore x (essendo $1/x =$ distanza tra gli ioni) e l'equazione ridursi a:

$$Ee_j - 6\pi\eta b_j v_j = 0 \quad (2)$$

Un moto del liquido nella direzione delle v_j (in senso eguale od opposto) modificando l'attrito $6\pi\eta b_j v_j$ incontrato dagli ioni dovrebbe pertanto far variare i valori delle loro velocità ω_j rispetto agli elettrodi, ed in generale ad una sezione fissa della colonna elettrolitica. Tali variazioni dipenderanno, sia nel caso della (1) che nel caso della (2), dai raggi b_j degli ioni, quindi (almeno tutte le volte in cui i raggi degli ioni positivi e quelli degli ioni negativi non sono uguali) il trascinamento dovrebbe risultare tale da influire sulla resistenza specifica della soluzione, data da

$$6 = \frac{1}{X} \sum n e_j \omega_j \quad (3)$$

Dalle esperienze sotto riterite pare però che questa influenza debba escludersi o almeno che l'effetto dovuto al trascinamento degli anioni e quello dovuto al trascinamento dei cationi, siano tali che la loro differenza risulti inferiore ai limiti di sensibilità dei metodi di misura usati.

⁽¹⁾ DEBYE e HÜCKEL: *Phys. ZS.* 24 (1923) 305.

⁽²⁾ Essendo $E =$ intensità del campo; $e_j =$ carica del ione; $\omega_j = \frac{6\pi\eta v_j}{KT}$; $D =$ costante dielett. del solvente; $\eta =$ coef. di viscosità; $T =$ temperatura.

Le esperienze furono eseguite con le seguenti soluzioni acquose:

1° Solfato di rame al	4,76 ‰
2° » » » »	3,00 ‰
3° » » » »	0,10 ‰
4° Solfato di nichel al	5,00 ‰
5° Idrato potassico al	0,50 ‰
6° » » » »	0,01 ‰
7° » sodico »	0,10 ‰
8° » » » »	0,01 ‰
9° Cloruro di potassio soluz. decinormale.	

Le esperienze in corrente continua, eseguite con un metodo potenziometrico molto sensibile, condussero a dei risultati la cui interpretazione riusciva molto complessa. Infatti troppi fattori vengono ad influire su questo genere di misure. In generale fu possibile osservare il fatto che, mentre il moto dell'elettrolita produceva una variazione della sua conducibilità, più o meno brusca, e tanto più notevole quanto più lungo era stato il precedente periodo di quiete, l'arresto dell'elettrolita determinava un ritorno molto lento al valore primitivo della conducibilità. Questo faceva escludere che la variazione fosse dovuta ad un effetto di trascinamento degli ioni.

Le cause delle variazioni riscontrate sarebbero pertanto da ricercare: I. nelle variazioni di concentrazione; II. nei piccoli riscaldamenti per effetto Joule della colonna di elettrolita fermo; III. nella polarizzazione degli elettrodi e nelle conseguenti complesse variazioni della resistenza elettrodo-elettrolita ⁽¹⁾.

Ho pensato quindi di ricorrere alla corrente alternata per una nuova serie di esperienze.

La disposizione consisteva in un ponte di Kohlrausch modificato nel modo che Denina ⁽²⁾ e io ⁽³⁾ abbiamo successivamente indicato.

Due lati del ponte erano al solito costituiti dal filo teso (mm. 3000), mentre gli altri due, eliminata la resistenza metallica nota, erano rappresentati dalle resistenze di due cellule elettrolitiche (fig. 1), oppure dalle due parti di quella di esse la quale poteva essere attraversata dalla soluzione in moto (fig. 2). In luogo del consueto rocchetto di Rhumkorff era posto un trasfor-

⁽¹⁾ Cfr. per es. SCARPA e DENINA - *ZS. phys. Chemie* 130 (1927) 449.

⁽²⁾ *L'Elettricista* 39 (1930) 163.

⁽³⁾ » 40 (1931) 66.

matore (10 volta sul secondario) e in luogo del telefono un galvanometro a corda di Einthoven (tipo Huth).

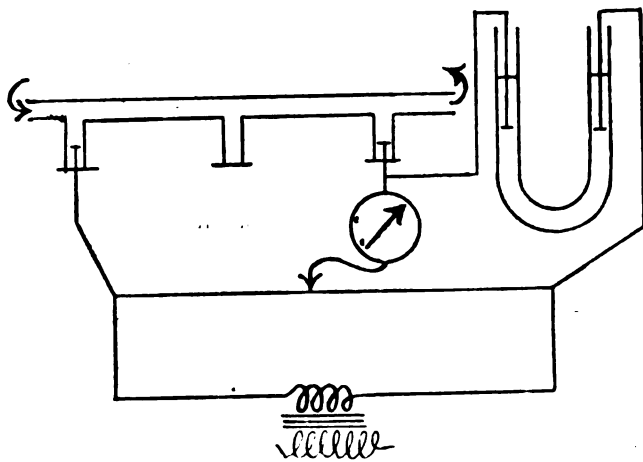


Fig. 1.

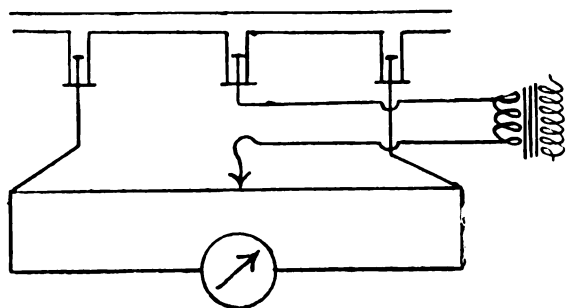


Fig. 2.

Il filo del ponte aveva una resistenza complessiva di ohms 10: la resistenza di ciascuna delle due cellule (fig. 1) era dell'ordine di grandezza delle migliaia di ohms; la sensibilità del galvanometro dell'ordine di 10^{-8} amp. e la sua resistenza interna di circa 100 ohm. In queste condizioni il ponte poteva registrare, con un millimetro di spostamento della proiezione della corda a 30 cm. da essa, una variazione di resistenza in una cella di ohms 0,01 pari a circa $1/10^5$ della sua resistenza iniziale.

Le soluzioni studiate furono le stesse di prima.

L'andamento delle esperienze era il seguente: equilibravo inizialmente il ponte con l'elettrolita fermo: ponevo quindi in moto l'elettrolita nella apposita cella e osservavo l'eventuale squilibrio che ne seguiva.

Con velocità superiori a 100 cm. al 1", colla disposizione indicata nella fig. 2 il ponte rimaneva perfettamente equilibrato anche con la soluzione in moto. Invece colla disposizione della fig. 1 al moto del liquido corrispondeva una debole vibrazione della corda del galvanometro, ciò che rivelava una leggera variazione (inferiore a $r/10^5$ e facilmente riconoscibile sempre come diminuzione) della resistenza r della cella contenente il liquido in moto. Tale variazione tendeva lentamente a scomparire quando si interrompeva il moto del liquido.

Nel primo caso quindi in cui, in ogni istante, la corrente elettrica nella cella si trovava concorrente in un ramo e opposta nell'altro al senso del moto, l'inalterato equilibrio del ponte rivelava che se vi era variazione di resistenza, questa era indipendente dal senso del moto rispetto al senso della corrente elettrica. Nel secondo caso si veniva ad escludere questa variazione perchè la lentezza con la quale lo squilibrio del ponte, accusato dalla vibrazione della corda del galvanometro, tendeva a scomparire dopo l'arresto del liquido, non permetteva di attribuirlo che al riscaldamento della colonna di elettrolita.

Per eliminare tuttavia quello che poteva esserci ancora di incertezza in questi risultati, ho usato per mettere in moto le soluzioni, la disposizione indicata nella fig. 3.

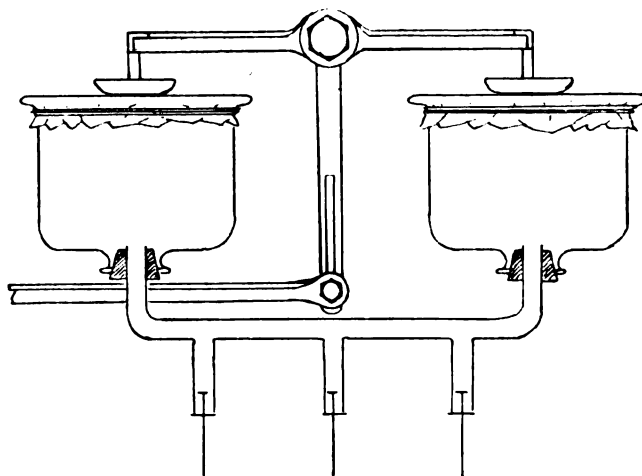


Fig. 3.

Le due aperture della cella elettrolitica erano congiunte alle aperture di due grossi vasi di vetro le cui bocche erano chiuse, in buona tenuta, da due robuste membrane di gomma. Sulle due membrane appoggiavano le due calotte di legno di cui erano armati i bracci di ferro di un solido sistema pendolare, mantenuto in moto da un motore elettrico mediante un'asta lunga circa 3 m.

Il periodo e l'ampiezza del moto erano opportunamente regolabili. In tal modo le due membrane venivano alternativamente premute imprimendo al liquido, che riempiva la cella e gran parte dei recipienti, un moto di va e vieni che senza intervalli di riposo, passava da un istante di velocità nulla, ad un istante di velocità massima ⁽¹⁾. Un avviso acustico, comandato elettricamente dal moto del motore e empiricamente posto in fase col complesso moto del liquido, indicava con un breve suono l'istante in cui questo moto si invertiva (velocità nulla) e l'istante in cui raggiungeva la velocità massima.

Con questo sistema ed adoperando sia l'una che l'altra delle due disposizioni di misura indicate nelle figg. 1 e 2, non mi è stato possibile di registrare la più piccola variazione di resistenza dovuta al moto delle soluzioni in istudio.

Mi pare quindi che si possa affermare che se esiste l'effetto di un diverso trascinamento degli ioni positivi e negativi da parte della soluzione in moto, questo non può produrre (almeno per velocità sino a $4^m/1''$ e per gli elettroliti studiati) che delle variazioni inferiori al limite di sensibilità delle esperienze effettuate e cioè inferiori a $1/100000$ della resistenza iniziale della soluzione stessa.

⁽¹⁾ Ammesso, per un grossolano calcolo di approssimazione, che il liquido si muova di moto armonico, il volume di liquido spostato essendo di cm^3 1200, la sez. della cella cm^2 1,50, il periodo del moto di $6''$, la velocità massima risulterebbe di cm 417 per $1''$.

Sui vortici piani indeformabili

Nota di L. S. DA RIOS presentata dal Segretario Accademico ⁽¹⁾

Sommario. — Si fa una nuova impostazione del problema per la ricerca dei vortici piani indeformabili. E si trovano così tre tipi di vortici a movimento rigido rotatorio.

1. — Nuova impostazione del problema per la ricerca dei vortici piani indeformabili.

Un filetto vorticoso pieno sia immerso in un fluido incompressibile omogeneo e indefinito. Per l'estrema sottigliezza del tubo, le curve immagini delle linee vorticosi che lo costituiscono potranno ritenersi fra loro parallele; le sezioni τ normali ad una qualunque di esse si diranno normali al tubo stesso, e questo nel suo andamento longitudinale sarà assimilato alla curva L luogo dei baricentri di quelle sezioni. Si può ritenere, per semplicità, che τ sia costante lungo L e di forma circolare. Essendo allora ϱ il raggio infinitesimo di τ , a meno di termini che restano di valore finito rispetto ad $\frac{1}{\varrho}$, la velocità V in un punto generico O di L assume l'espressione

$$(1) \quad V = - \frac{Ic}{2\pi} \log \varrho ,$$

designando I la semi-intensità del vortice e c la curvatura di L in O . Tale velocità risulta diretta secondo la binormale alla linea L in O . Il vettore ω che dà la rotazione media o il vortice propriamente detto in O s'intende diretto nel senso positivo della tangente; e si ammette che questa, la normale principale e la binormale in O costituiscano un triedro di riferimento, che può

⁽¹⁾ Questa Nota fu inviata al Segretario Accademico da T. Levi-Civita S. C.

supporli indifferentemente *destro* o *sinistro*, purchè, ben si intende, si adotti la corrispondente convenzione per rotazioni e ⁽¹⁾ vortici.

In base alla (1) furono stabilite le equazioni del moto dei vortici; che si dissero *intrinseche*, in quanto vi figurano la curvatura c e la torsione T in funzione dell'arco s di L , e le loro derivate prime e seconde rapporto ad s . Nell'ipotesi di vortici piani indeformabili, l'integrazione di quelle equazioni con trascendenti elementari e la conseguente determinazione di L riuscì soltanto in un caso particolare. Ma, a prescindere da quelle equazioni e soltanto avendo riguardo alla (1), si può del problema avere una soluzione più semplice e completa.

Infatti, la curva L supponendosi piana, la velocità V risulterà perpendicolare in ogni suo punto al piano del vortice; e allora, affinchè questo non si alteri nella sua configurazione, sarà necessario e basterà che esso si traslati, o ruoti intorno ad una retta situata nel proprio piano, o si traslati e ruoti insieme.

La traslazione avviene per V costante, e quindi per la (1) per c pure costante; è il caso notissimo dell'anello circolare.

Per la rotazione del vortice è necessario che la velocità V in valore assoluto sia proporzionale alla distanza d del punto corrispondente dall'asse di rotazione. Ancora per la (1) si dovrà quindi avere

$$(2) \quad c = kd ,$$

la costante positiva k designando il fattore di proporzionalità.

Infine, perchè il movimento del vortice, in un tempuscolo dt , risulti composto di una traslazione e di una rotazione, sempre per la (1), dovrà essere

$$(3) \quad c = k_1 + kd ,$$

k_1 essendo una nuova costante. Ma in tal caso, ponendo $d' = d + \frac{k_1}{k}$, in luogo della (3) si può anche scrivere

$$(3') \quad c = kd' ;$$

riducendosi così al caso precedente. In altre parole, la supposta traslazione e rotazione è in fatto una semplice rotazione.

⁽¹⁾ Cfr.: L. S. Da Rios, Sul moto dei filetti vorticosi di forma qualunque; Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1910, § 3.

2. — Considerazioni preliminari.

Sia $P(xy)$ un sistema cartesiano ortogonale sinistro di riferimento, il cui asse delle ascisse coincida con l'asse di rotazione della curva L , immagine da ricercarsi dei vortici piani indeformabili. Supponendo prefissato sopra L il verso positivo di percorrenza degli archi, resta con ciò fissata anche la direzione positiva della tangente. Qualunque sia il verso positivo assegnato, si ha, come è ben noto,

$$(4) \quad \frac{dx}{ds} = \cos \varphi ; \quad \frac{dy}{ds} = \sin \varphi ,$$

essendo φ l'angolo che la direzione positiva della tangente in un punto generico Q di L forma con la direzione positiva dell'asse delle x .

Avendosi per definizione

$$c = \left| \frac{d\varphi}{ds} \right| ,$$

in luogo della (2) si può scrivere

$$\left| \frac{d\varphi}{ds} \right| = k |y| ;$$

e quindi anche

$$(5) \quad \frac{d\varphi}{ds} = \pm ky ,$$

potendosi assumere nel secondo membro della (5) l'uno o l'altro dei due segni.

Supponiamo, per un momento, che le coordinate x ed y del generico punto Q siano funzioni note dell'arco s , contato sempre positivamente. Dovendosi con ciò ritenere $ds > 0$, le (4) e (5) stanno a dire che se $x(s)$, $y(s)$, $\varphi(s)$ sono una soluzione della (5), anche $x(s)$, $-y(s)$, $-\varphi(s)$ saranno una soluzione delle (5). In altre parole, la linea s è simmetrica rispetto all'asse delle x . Basterà perciò occuparci delle porzioni di L appartenenti al semipiano delle y positive.

Indichiamo con L^+ ed L^- le due porzioni di L situate al disopra dell'asse delle x , e corrispondenti rispettivamente al segno $+$ o $-$ da assumersi nel secondo membro della (5). Per lo studio della L^+ si avrà allora riguardo all'equazione

$$(5') \quad \frac{d\varphi}{ds} = ky ;$$

e per lo studio della L^- , alla

$$(5'') \quad \frac{d\varphi}{ds} = -ky .$$

Eliminando ds fra la (5') e la seconda delle (4), si ottiene

$$kydy = \text{sen } \varphi \, d\varphi ;$$

e quindi integrando:

$$ky^2 = 2(-\cos \varphi + h_1) ,$$

essendo h_1 la costante d'integrazione.

Se si pone $h_1 = 1 + 2h$, si può anche scrivere

$$y^2 = \frac{4}{k} \left(\text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} + h \right) ,$$

da cui si ricava

$$(6) \quad y = \frac{2}{\sqrt{k}} \sqrt{\text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} + h} .$$

Eliminando invece ds fra la (5') e la prima delle (4), si ottiene avendo pure riguardo alla (6)

$$dx = \frac{\cos \varphi \, d\varphi}{2\sqrt{k} \sqrt{\text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} + h}} ;$$

e quindi

$$(7) \quad x = \frac{1}{2\sqrt{k}} \int \frac{\cos \varphi \, d\varphi}{\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + h}};$$

l'integrale che figura nel secondo membro della (7) essendo di forma ellittica. Affinchè il valore di y risulti reale è necessario, per la (6), che risulti $h > -1$. Distingueremo i tre casi in cui h sia rispettivamente un numero positivo, o nullo, o negativo e in valore assoluto non maggiore di 1.

Nelle formule precedenti si può supporre che sia k uguale ad 1. Infatti scrivendo la (5) sotto la forma

$$(5''') \quad c = |ky|,$$

risulta $|k| = \frac{1}{l^2}$, con l simbolo di lunghezza positiva. Dalla (5''') si deduce quindi

$$cl = \frac{|y|}{l};$$

per cui, assumendo l come unità di lunghezza, si può anche scrivere

$$c = |y|$$

ossia supporre $k = 1$.

Determinata la porzione di curva L^+ , sarà facile avere l'intera curva L . Resterà poi da stabilire se e in quanto i vortici corrispondenti siano fisicamente possibili.

3. — Primo tipo di curve integrali.

Designiamo con a^2 il supposto valore positivo di h , e prendiamo $k = 1$. Con ciò la (6) diventa

$$(8) \quad y = 2\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + a^2}.$$

Questa dà per y il valore minimo $2a$ e il valore massimo $2\sqrt{1+a^2}$, corrispondenti rispettivamente ai valori 0 e π di φ , o a valori di φ che ne differiscano per un multiplo di 2π .

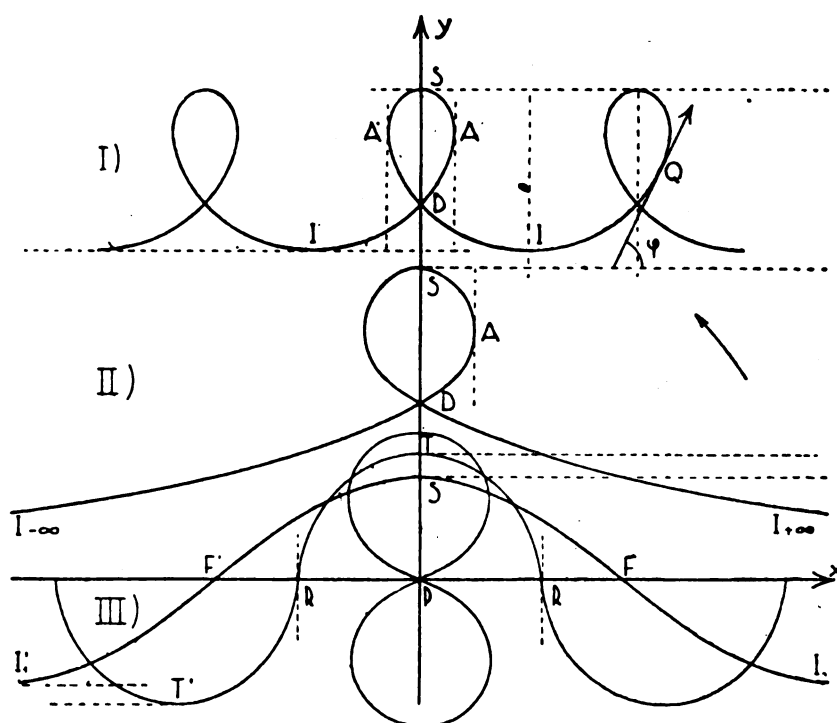
Indicando con y' ed y'' le derivate prima e seconda di y rapporto ad x , in luogo della (5) si può anche scrivere

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = \pm y ,$$

ossia

$$(9) \quad y'' = \pm y (1 + y'^2)^{3/2} .$$

La y'' non può quindi annullarsi che per $y = 0$. Perciò, nell'ipotesi di $h = a^2$, la curva L^+ non ammetterà alcun flesso, il valore di y risultando sempre positivo e diverso da zero. Ciò del resto scende senz'altro dalla $c = |y|$.



Non è detto per ciò che la L^+ abbia un solo punto di massimo e un solo punto di minimo. Tali punti potrebbero ripetersi indefinitamente. Comunque, sia S l'unico o uno dei possibili punti di massimo; e immaginiamo che per esso passi l'asse delle y , come indica la figura. Stabiliamo di assumere nella curva come positivo il verso antiorario, tale pure risultando quello delle anomalie φ rispetto al sistema sinistro di riferimento $P(xy)$. Sia allora π il va

lore di ψ corrispondente al punto S; e sia 2π quello di φ per il successivo punto di minimo I. Dico che l'ascissa x_i di I è diversa da zero e positiva.

Infatti, dalla (7) si ha

$$(10) \quad x_i = \frac{1}{2} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + a^2}} ;$$

e quindi anche

$$2x_i = I' + I''$$

con

$$I' = \int_{\pi}^{3\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + a^2}} ; \quad I'' = \int_{3\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + a^2}} .$$

L'integrale I' ha segno negativo, e I'' segno positivo. Basta osservare che il denominatore della funzione integranda nei due casi è sempre positivo; mentre il numeratore in I' è negativo e in I'' è positivo.

Inoltre i valori di $\cos \varphi$ in I' ed I'' sono due a due uguali in valore assoluto; mentre i corrispondenti valori dei denominatori delle funzioni integrande hanno modulo diverso; e precisamente in I' il valore del denominatore è più grande che in I'' .

Risulta pertanto $|I'| < |I''|$, e quindi $x_i > 0$.

L'ascissa $x_{a'}$ del punto A' corrispondente a $\varphi = 3\frac{\pi}{2}$, per quanto si è dedotto, sarà negativo e minore in valore assoluto di x_i ; talchè l'arco di curva $SA'I$ per φ crescente da π a 2π avrà l'andamento che appare nella linea I) della figura annessa.

Facendo decrescere φ da π a 0, si otterrà un arco $SA'I$ simmetrico all'arco $SA'I$ rispetto all'asse delle y . I due archi avranno un punto comune nel punto D d'intersezione con quell'asse.

Crescente φ da 2π a 4π , l'arco $I'DASA'DI$ si ripeterà identico; e così indefinitamente procedendo nel senso delle x positive e delle x negative.

La L^- non è che la L^+ spostata di $(-\pi)$ rispetto alle anomalie. Indicando l'una o l'altra con L' , l'intera curva rispondente al caso di $h = a^2$ sarà costituita da L' e dalla sua simmetrica L'' rispetto all'asse delle x . La configu-

razione della curva L' ricorda la cicloide: la chiameremo perciò *pseudocicloide*. In funzione di φ , le ordinate dei punti di L' si hanno subito dalla (8); le ascisse si possono avere con una certa approssimazione dal calcolo grafico di integrali come quello che figura nella formula (10) sopra considerata.

4. — Secondo tipo di curve integrali.

Sia $h = 0$. Le (6) e (7) diventano

$$(11) \quad y = 2 \operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}$$

$$(12) \quad x = \frac{1}{2} \int \frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}} d\varphi.$$

Per la (11), il valore di y varia 0 a 2, crescendo φ da 0 a π .

Avendosi identicamente

$$\frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}} = \frac{1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}},$$

posto $\vartheta = \frac{\varphi}{2}$, a meno di una costante additiva, torna

$$(13) \quad \frac{1}{2} \int \frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}} d\varphi = \int \frac{1 - 2 \operatorname{sen}^2 \vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta} d\vartheta = \int \frac{d\vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta} + 2 \cos \vartheta.$$

Poichè è

$$\int \frac{d\vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta} = \log \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2},$$

attese le (12) e (13), e dovendo essere $x = 0$ per $y = \pi$, risulta

$$(12') \quad x = \log \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} + 2 \cos \frac{\varphi}{2}.$$

Per $\varphi = 0$, la (12') porge per x un valore infinito e negativo. La curva L^+ ha pertanto il solo punto di massimo S; la L^- viene a coincidere, come dianzi, con la L^+ ; e le due curve simmetriche L' ed L'' hanno ora per asintoto comune l'asse delle x . La curva L' del caso $h = 0$ è quella II) segnata in figura.

A differenza del caso precedente, le coordinate d'un punto generico della curva II) risultano entrambe esprimibili per trascendenti elementari dell'argomento φ .

Il vortice piano indeformabile di cui si è fatto cenno da principio, ha per equazione intrinseca (1)

$$(14) \quad s = -a \log \left(\frac{1}{c} + \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{a^2}{4}} \right) + b$$

equivalente alla

$$(15) \quad \frac{1}{c} = \frac{a}{4} \left(e^{\frac{s}{a}} + e^{-\frac{s}{a}} \right)$$

essendo b ed a costanti arbitrarie. Supposto $a = 1$, il Prof. Levi-Civita nelle sue recenti lezioni presso l'Istituto di meccanica dei fluidi in Parigi (2) precisa la configurazione e il moto rotatorio del filetto rispondente all'equazione (15), passando da questa alle coordinate cartesiane x ed y in funzione dell'anomalia φ . Ponendo l'origine delle coordinate nel punto di massimo S, e assumendo per asse delle y l'asse di simmetria della curva rivolto verso il basso, egli trova

$$(16) \quad x = \int \frac{\cos \varphi}{2 \cos \frac{\varphi}{2}} d\varphi, \quad y = 2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right).$$

(1) Cfr.: Sul moto di un liquido indefinito con un filetto vorticoso di forme qualunque; ibidem 1906.

(2) Le lezioni del Prof. Levi-Civita furono inserite negli Annali della R. Scuola Superiore Normale di Pisa, 1931.

I valori (16) di x ed y equivalgono a quelli dati dalle formule (11) e (12). Basta portare l'origine dal punto P della figura ad S , e mutare il senso all'asse delle y .

Se in luogo del fattore $\frac{a}{4}$, si pone nel secondo membro della (15) il fattore $\frac{a}{2}$, si ha l'equazione della catenaria di ugual resistenza. Perciò la linea II) potrà esser denominata *pseudo-catenaria*.

3. — Terzo tipo di curve integrali.

Sia h minore di zero. Affinchè la curva risulti reale è necessario, per la (6), che sia $h > -1$. Nel caso di $h = -1$, si avrebbe una retta coincidente con l'asse delle x . Dovendo essere h negativo e in valore assoluto minore di 1, si potrà porre $h = -\sin^2 \frac{\varphi_0}{2}$, con $\varphi_0 < \frac{\pi}{2}$. Allora le (6) e (7) porgono, sempre nell'ipotesi di $k = 1$,

$$(17) \quad y = 2 \sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}},$$

$$(18) \quad x = \frac{1}{2} \int \frac{\cos \varphi \, d\varphi}{\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}}.$$

Il massimo valore $2 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}$ dell'ordinata y si avrà nel punto S , per $\varphi = \pi$; e il minimo valore di y della L^+ sarà nullo e rispondente all'anomalia $\pi + \varphi_0$; supposto (come precedentemente) che la curva si svolga nel senso antiorario. Da $\varphi = \pi$ a $\varphi = \pi + \varphi_0$, l'ordinata sarà sempre decrescente. All'equazione (3) soddisfa l'arco di curva che così si ottiene, e il suo simmetrico rispetto all'asse delle y . Vi soddisfa quindi anche quella specie di senoide L composta di archi simmetrici rispetto all'asse delle x e spostati l'uno rispetto all'altro lungo l'asse stesso, di cui si ha un esempio nella linea $T'R'SR$ del gruppo III) della figura. È superfluo dire che insieme ad una tal curva L , si può considerare anche la sua simmetrica vera e propria rispetto all'asse delle x .

Supponiamo che sia $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Allora, per la (18), il valore di x , variando φ da π a $3\frac{\pi}{2}$, andrà sempre crescendo in valore assoluto conservandosi di segno negativo. L'ascissa x_f del punto di flesso R' (vedasi figura) sarà finita. Si ha infatti

$$x_f = \frac{1}{2} \int_{\pi}^{3\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi \, d\varphi}{1/\sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}};$$

e, per $\varphi = \pi + \varphi_0$, la funzione integranda diventa infinita di ordine minore di 1, essendo

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} = \left(\sin \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi_0}{2} \right) \cdot \left(\sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi_0}{2} \right).$$

Se è $\varphi_0 < \frac{\pi}{2}$, variando φ da π a $\pi + \varphi_0$, l'ascissa x andrà ancora crescendo in valore assoluto. Nel punto di flesso F' dell'arco corrispondente (vedasi la curva $F, F' S F_1$), la tangente farà con l'asse delle x un angolo compreso fra 180 e 270 gradi. Assumendo φ_0 valori prossimi a zero e quindi φ valori prossimi a π , la curva L tenderà a confondersi coll'asse delle x , come si è già detto.

Sia $\varphi_0 > \frac{\pi}{2}$. Da $\varphi = \pi$ a $\varphi = 3\frac{\pi}{2}$, la x andrà crescendo; ma procedendo ulteriormente da $\varphi = 3\frac{\pi}{2}$ a $\varphi = \pi + \varphi_0$, l'ascissa andrà decrescendo.

Basta ripetere in tal caso considerazioni analoghe a quelle fatte per il valore x_f dato dalle formole (10). Può darsi allora che il valore x_f dell'ascissa del punto di flesso rispondente all'anomalia $\pi + \varphi_0$ sia ancora negativa; può darsi che essa risulti uguale a zero; può darsi anche che diventi positiva. Se l'ascissa di flesso si annulla, si ha la linea ad *otto* segnata nella figura. Se quell'ascissa è ancora negativa gli archi della curva L corrispondente situati al di sopra e al di sotto dell'asse delle x assumono una forma a ferro di cavallo: essi potrebbero anche intersecarsi tra loro. Infine, se l'ascissa del punto di flesso F' rispondente all'anomalia $\pi + \varphi_0$ risulta positiva, l'arco di curva SF e il suo simmetrico SF' rispetto all'asse delle y si intersecheranno in un punto D dell'asse stesso, dando luogo ad un cappio analogo a quello della

pseudocicloide e della pseudocatenaria. L'arco $F'DSDF$ viene così a sostituire uno degli archi precedenti dell'intera curva L situati da una parte o dall'altra rispetto all'asse delle ascisse.

Propongo che una qualunque delle curve del gruppo III) della figura annessa e rispondenti al caso di $h < 0$ sia contraddistinta col nome di *sinusoide fluviale*; perchè la sua configurazione ha attinenza con l'andamento sinuoso dei fiumi, di cui mi sono appassionatamente occupato ⁽¹⁾.

6. — Vortici a movimento rigido rotatorio.

Ricordiamo che i filetti vorticosi devono esser chiusi; o, se aperti, indefinitamente estesi o con gli estremi su di una superficie di contorno del fluido in cui sono immersi.

Per quanto è stato svolto, possono quindi esistere i seguenti vortici a movimento rigido rotatorio:

a) Filetti indefinitamente estesi senza punti singolari, in forma di sinusoide fluviale.

b) Filetti indefinitamente estesi con un punto doppio, in forma di pseudocatenaria; o con infiniti punti doppi in forma di pseudocicloide.

c) Filetti aperti e di lunghezza finita costituiti da un tratto di una qualunque delle curve sopra considerate, con gli estremi al contorno del fluido.

d) Filetti chiusi in un punto del contorno del fluido costituiti da un coppia SAD di pseudocicloide o di pseudocatenaria, il punto del contorno coincidendo con il punto doppio D. Possono anche esistere filetti chiusi in se stessi e in forma di *otto* con un punto doppio (caso particolare delle sinusoide fluviale).

e) Filetti composti di archi simmetrici rispetto all'asse di rotazione; ciascuno dei due archi avendo i loro capi in punti del contorno. Questo potrebbe essere costituito anche da un cilindro materiale di sezione infinitesima con l'asse coincidente con l'asse di rotazione del vortice.

Ben s'intende che il verso di rotazione del filetto è subordinato a quello del vortice ω lungo la linea L .

⁽¹⁾ Vedansi i due lavori: Sull'andamento dei corsi d'acqua naturali; Sopra una speciale concezione del fenomeno fluviale; Atti del R. Istituto Veneto, 1913 e 1916.

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE NEL VOLUME LXXXIV

(1930 - 1931)

	PAG.
Sessione 21 dicembre 1930	3
» 18 gennaio 1930	61
» straordinaria 12 febbraio 1931	101
» 15 febbraio »	107
» 15 marzo »	223
» 19 aprile »	259
» 17 maggio »	311
» 21 giugno »	479
Riunioni dell'Accademia in Comitato Segreto	65-114-226-315-488
Annuncio di un concorso a premio di lire 10.000 sul tema « Leggi di Mendel e cromosomi »	19
Notificatio del concorso a premio sul tema « Legge di Mendel e cromosomi »	267
Inaugurazione dello « Scientiarum Nuncius Radiophonicus »	264
Inserzioni nelle pubblicazioni Accademiche di lavori di estranei. 113-226-486	
Delega del Corpo Accademico al Comitato per i lavori pervenuti durante le ferie estive	487
Pubblicazioni venute in dono	16-64-112-225-263-314
Annunci di morte	63-226

COMUNICAZIONI.

ANILE S. O.	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Sorrentino, dal titolo: <i>Una nuova flosculina in un affioramento di argille scagliose nel Vallone del Naro (Agrigento)</i>	61
» »	— Presentazione in omaggio di varie pubblicazioni	61
» »	— Comunicazione sul tema: <i>Dibattiti sull'origine del linguaggio</i>	261

	PAG.
ANILE S. O.	— Presentazione in omaggio di una serie di pubblicazioni del P. Tisserant sulla flora dell'Africa equatoriale, e di pubblicazioni del Prof. D'Agata 312
BARBADO S. C.	— Presentazione in omaggio di una sua pubblicazione 313
CARONIA S. O.	— Presentazione in omaggio di pubblicazioni del Prof. Cassuto 480
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Lettura di una sua Comunicazione sulla <i>Carta geologica della Città del Vaticano</i> 12
» » »	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Lastre flessibili di marmo trocate nella nave imperiale di Nemi</i> 63
» » »	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Quaternario marino presso Anzio</i> 63
» » »	— Presentazione in omaggio di numerosi lavori mineralogici del Prof. Alberto Pelloux, e delle sue proprie pubblicazioni dell'anno passato 110
» » »	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Il sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro di Augusto</i> 225
» » »	— Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>La Geologia e le Catacombe romane. III Salaria Velus</i> 485
» » »	— Comunicazione sulle <i>Ricerche geo-idrologiche a Nettuno</i> 262
DE SANCTIS, S. O.	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Masotti, dal titolo: <i>Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana</i> 63
» » »	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Masotti dal titolo: <i>Sul moto di un vortice rettilineo</i> 225
» » »	— Presentazione di tre Note di estranei: Pastori: <i>Sulle varietà a curvatura costante</i> ; Masotti: <i>Sopra una proprietà energetica del moto di un cortice rettilineo</i> ; Masotti: <i>Sopra una relazione di reciprocità nella idrodinamica</i> 313

	PAG
DE SANCTIS, S. O.	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Ma-
	sotti, dal titolo: <i>Sulle azioni dinamiche do-</i>
	<i>cute ad un vortice rettilineo</i>
	485
GEMELLI S. O.	— Presentazione di due Note dell'estraneo Galli
	dal titolo: <i>Resistenza elettrica dell'orga-</i>
	<i>nismo umano e correnti di azione neuro-</i>
	<i>muscolari nei processi psichici, e: Determi-</i>
	<i>nazione della soglia differenziale e di quella</i>
	<i>di illuminazione nella variazione dello sti-</i>
	<i>molo improvviso e continuo</i>
	261
GIANFRANCESCHI, S. O.	— Proposta di pubblicazione di un giornale scien-
	tifico parlato da trasmettersi per mezzo della
	Radio Vaticana
	113
»	» — Sulla propagazione delle onde emesse dalla
	Stazione Radio della Città del Vaticano . .
	260
»	» — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Sul</i>
	<i>valore del principio della entropia agli</i>
	<i>estremi dell'asse dei tempi</i>
	311
»	» — Presentazione in omaggio di una pubblica-
	zione del Prof. Vignon.
	314
»	» — Ricorda il fisico Maxwell nel centenario della
	sua nascita
	485
HUMBERT S. C.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Notes</i>
	<i>historiques sur l'observation des halos . .</i>
	262
LEVI-CIVITA S. C.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Rifles-</i>
	<i>sione e rifrazione nella relatività generale</i>
	313
LOMBARDI S. O.	— Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni
	61
»	» — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Il</i>
	<i>bilancio retrospettivo del grande terremoto</i>
	<i>del 1923 in Giappone.</i>
	108
»	» — Felicitazioni al Presidente per l'inaugurazione
	della Stazione Radio di cui è Direttore . .
	113
LUIGIONI S. O.	— Lettura della necrologia del defunto S. O.
	P. Erich Wasmann inviata dal S. O. Gemelli
	480
»	» — Presentazione di un nuovo <i>Amphimallus</i>
	della famiglia delle <i>Scarabaeidae</i>
	261
»	» — Presentazione di una sua Memoria dal titolo:
	<i>Contributo alla conoscenza della fauna en-</i>
	<i>tomologica del Lazio</i>
	7

	PAG.
MARTINELLI S. O.	
— Presentazione di due Memorie dell'estraneo Sig. Pagnini, dal titolo: <i>Osservazioni sull'atomo ondulatorio e I parametri dinamici dell'atomo ondulatorio</i>	6
» » — Presentazione di una Nota del Rev. Prof. Luscia dal titolo: <i>Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche</i>	7
» » — Presentazione di una serie di lavori sul fenomeno del fulmine inviati in omaggio dal Prof. Mathias	7
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Martinuzzi dal titolo: <i>Sulla possibilità della formazione della grandine a quota relativamente bassa</i>	311
» » — Presentazione da parte del Dr. De Filippi della <i>Storia della spedizione scientifica italiana nell'Himalaja, Caracorum e Turkestan cinese</i>	311
NAPOLI S. O.	
— Presentazione in omaggio di pubblicazione del S. O. Bollito	223
» » — Presentazione in omaggio di una pubblicazione di Michele Porcelli.	479
NEVIANI S. O.	
— Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>Il primo elenco dei fossili di Monte Mario</i>	8
» » — Presentazione di una Nota del S. O. Vito Zanon dal titolo: <i>Diatomee dell'Olga Strait</i>	107
» » — Presentazione di una Memoria del S. O. Vito Zanon dal titolo: <i>Esame di un campione di mare sporco del Golfo di Fiume</i>	224
» » — Presentazione in omaggio di due sue pubblicazioni.	225
» » — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Luigi Ferdinando Marsili e le sue Collezioni Zoologiche</i>	262
» » — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Per la storia della Dottrina sulla metamorfosi delle piante</i>	313
» » — Annunzio del conferimento di una medaglia d'oro al S. C. Pasquini	313

	PAG.
NEVIANI S. O.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Illustrazione del Museo Mineralogico Marsili</i> 480
» »	— Presentazione in omaggio di pubblicazioni del Prof. Enrico Clerici 480
NOBILE S. C.	— Presentazione di una sua Memoria dal titolo: <i>Determinazione delle potenze necessarie e delle potenze disponibili per il volo</i> . . . 10
» »	— Comunicazione intorno ad alcuni giudizi re- centemente apparsi nella letteratura scien- tifica sull'opera scientifica della spedizione dell'« Italia » 62
PALAZZO S. O.	— <i>Commemorazione del S. C. Conte Almerico da Schio</i> 107
» »	— Presentazione in omaggio di un Opuscolo del Dott. Di Filippo, e di una sua propria pubbli- cazione 312
» »	— Presentazione di una Nota dell'estraneo Pa- cini dal titolo: <i>Sui nuclei di condensazione emessi dai metalli</i> 480
PASQUINI S. C.	— Lettura di una sua Comunicazione su <i>L'ori- gine della lente in Rana calesbiana</i> . . . 9
» »	— Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni e di un lavoro del Dott. Reverberi 108
» »	— Presentazione in omaggio di una sua pubbli- cazione 484
» »	— Presentazione in omaggio di tre pubblica- zioni del D.r Montalenti. 485
PISTOLESI S. O.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Intorno ad un nuovo sistema di misura</i> . 9
» »	— Presentazione di una Nota dell'estraneo In- gegner Poggi dal titolo: <i>Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione</i> 9
RANZI S. C.	— Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>La determinazione nello sviluppo dei Cefa- lopodi</i> 9
» »	— <i>Relazione sull'XI Congresso internazionale di Zoologia in Padova</i> 108
» »	— Presentazione in omaggio di sue pubblicazioni 110

	PAG.
RANZI S. C. — Presentazione in omaggio di due sue pubblicazioni.	484
RIVERA S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Radiazione e vita nel mondo vegetale</i> . . .	262
» » — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Prospettiva di lotta contro il marciume radicale del gelso</i>	485
SCATIZZI S. C. — Presentazione di due sue Note dal titolo: <i>Estensione della gamma euleriana e sue applicazioni, e Il mio giroplano</i>	313
STEIN S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo <i>La distribuzione delle stelle doppie nello spazio</i> . . .	9
» » — <i>Commemorazione del S. O. G. G. Hagen</i> . . .	61
» » — Presentazione di una Nota dell'estraneo Becker dal titolo: <i>Zur vollendung der Hagenschen Durchmusterung komischer Nebelwolken</i> . . .	262
TEOFILATO S. O. — Presentazione in omaggio di pubblicazione dell'estraneo E. Castelli	224
» » — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefinita</i>	261
» » — Presentazione di una sua Nota da titolo: <i>Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo nelle ali.</i> . . .	480
VANNI S. C. — Presentazione di una sua Nota dal titolo: <i>L'opera del P. Grimaldi d. C. d. G.</i> . . .	485

SESSIONE INAUGURALE PONTIFICIA.

Indirizzo del Presidente al S. Padre.	3
Inaugurazione dell'Anno Accademico e discorso del Presidente . . .	4
Discorso del S. Padre	19

SESSIONE STRAORDINARIA PONTIFICIA.

Indirizzo del Presidente a Sua Santità.	102
Parole del M.se Guglielmo Marconi	103
Discorso del S. Padre	103

SESSIONE PONTIFICIA PER L'INAUGURAZIONE DELLO S. N. R.

	PAG.
Indirizzo del Presidente a Sua Santità	259
Inaugurazione dello <i>Scientiarum Nuncius Radiophonicus</i>	264
Discorso del S. Padre	265

COMUNICAZIONI DEL PRESIDENTE.

Indirizzo al S. Padre nella seduta inaugurale	3
Discorso inaugurale	4
Indirizzo al S. Padre nella seduta straordinaria del 12-2-1931	102
Indirizzo al S. Padre nella seduta del 19-4-31	259
Annunci di morte	63-226
Partecipazione di inviti, adesioni, ecc.	487

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO.

Presentazione di Note e Memorie di Soci	13-63-262-263-313-485
Presentazione da parte di Soci di lavori di estranei	225-263
Presentazione di pubblicazioni	16-64-112-225-263-314-485
Presentazione di Volumi degli Atti e delle Memorie	14
Relazione dei lavori pervenuti nelle ferie estive (1930) e inseriti negli Atti per deliberazione del Comitato Accademico	63
Partecipazione della Sanzione Sovrana a nomine e promozioni	487
Partecipazione di lettere di ringraziamento per nomine e promozioni	226-487
Partecipazione di inviti, adesioni etc.	314
Annuncio di un concorso a premio	19
Presentazione di Memoria premiata al Concorso Accademico	63
Comunicazione sulla Settimana Accademica	226

COMITATO SEGRETO.

Acclamazione della candidatura di un nuovo S. O.	65
Conferma di cariche accademiche	315-316
Nomine e cariche accademiche	65-316

	PAG.
Nomina di SS. CC.	114-226-315-488
Promozione di SS. CC. a SS. OO.	226
Candidature di nuovi Soci	65-114-226-316
Cambio di pubblicazioni	65-488

MEMORIE E NOTE.

PISTOLESI S. O.	— Per un nuovo sistema di misura	25
HOFBAUER S. C.	— Einige merkwürdige Verhältnisse in der Tonleiter	30
STEIN S. C.	— La distribuzione delle stelle doppie nello spazio	33
RANZI S. C.	— La determinazione nello sviluppo dei Cefalopodi.	40
POGGI L.	— Di alcune speciali azioni aerodinamiche su di un elissoide di rotazione (<i>pres. dal S. O. Pistolesi</i>)	43
STEIN S. C.	— Commemorazione del S. O. Giovanni Giorgio Hagen.	66
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Lastre flessibili di marmo trovate nella nave imperiale di Nemi	85
» » »	— Quaternario marino presso Anzio	87
GHERZI S. C.	— Alcuni cenni sul regime ciclonico dei mari della Cina	92
PALAZZO S. O.	— Commemorazione del S. C. Conte Almerico da Schio	115
LUIGIONI S. O.	— Terzo contributo alla fauna entomologica del Parco Nazionale d'Abruzzo	120
LOMBARDI S. O.	— Il bilancio retrospettivo del grande terremoto del 1923 in Giappone	181
LUSCIA	— Nuove ricerche sulle macchine elettrostatiche (<i>presentata dal S. O. Martinelli</i>)	185
MASOTTI	— Sulla funzione preliminare di Green per un'area piana (<i>pres. dal S. O. De Sanctis</i>)	209
SORRENTINO	— Una nuova Flosculina in un affioramento d'argille scagliose nel basso Vallone del Naro (<i>presentata dal S. O. Anile</i>)	217
DE ANGELIS D'OSSAT S.C.	— Il sottosuolo dei Mercati Traianei e del Foro d'Augusto	227

	PAG.
MASOTTI	— Sul moto di un vortice rettilineo (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>) 235
POGGI	— Azioni aerodinamiche provocate su di un cilindro ellittico da una corrente traslatoria e da un vortice con l'asse parallelo a quello del cilindro stesso (<i>pres. dal S. O. Pistolesi</i>) 246
TEOFILATO S. O.	— Calcolo delle azioni aerodinamiche su parte di un'ala indefinita 269
GALLI	— Resistenza elettrica dell'organismo umano e correnti di azione neuromuscolari nei processi psichici (<i>presentata dal S. O. Gemelli</i>) . . 287
»	— Determinazione della soglia differenziale e di quella di illuminazione nella variazione dello stimolo improvviso e continuo (<i>presentata dal S. O. Gemelli</i>) 289
PUGNÒ	— Sulle possibili relazioni fra l'incrudimento e i fenomeni di isteresi elastica. Documentazione sperimentale di alcune considerazioni esposte dal Prof. Ing. Gustavo Colonnetti nella conferenza su « L'isteresi elastica e la fatica dei metalli » tenuta in occasione della settimana accademica addì 15 aprile 1931 (<i>presentata dal S. O. Colonnetti</i>) 291
ZOJA	— Sull'invecchiamento dei metalli non ferrosi (<i>presentata dal S. O. Colonnetti</i>) 305
BECKER	— Zur vollendung der Hagenschen Durchmusterung kosmischer Nebelwolken (<i>presentata dal S. O. Stein</i>) 308
COLONNETTI S. O.	— L'influenza dello sforzo di taglio sulla freccia di una trave inflessa 317
NEVIANI S. O.	— Per la Storia della Dottrina sulla Metamorfosi delle Piante. 321
LEVI-CIVITA S. C.	— Rifrazione e riflessione nella relatività generale. 332
HOFBAUER S. C.	— Neue Formeln zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Wassers, sowie des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes 353
HUMBERT S. C.	— Notes historiques sur l'observation des halos 364

	PAG.
NEVIANI S. O.	— Luigi Ferdinando Marsili e le sue collezioni zoologiche 376
MASOTTI	— Sopra una proprietà energetica del moto di un vortice rettilineo (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>). 464
MASOTTI	— Sopra una relazione di reciprocità nella idro- dinamica (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>). 468
PASTORI	— Sulle varietà a curvatura costante (<i>presen- tata dal S. O. De Sanctis</i>). 474
GEMELLI S. O.	— Il P. Erich Wasmann S. I. 489
LUIGIONI S. O.	— Una nuova specie del genere « <i>Amphimal- lus Latr.</i> » dell'Italia Meridionale 509
TEOFILATO S. O.	— Espressione mediante variabile complessa della resistenza di profilo nelle ali 515
COLONNETTI S. O. e PUGNO	— Sulla tecnica delle prove di elasticità dei ma- teriali da costruzione 525
NEVIANI S. O.	— Luigi Ferdinando Marsili e le sue Collezioni mineralogiche 531
HOFBAUER S. C.	— Neue Formel zur Berechnung der spezifischen Wärme und kubischen Ausdehnung des Was- sers, sowie des Sättigungsdruckes des Was- serdampfes 581
»	— Einige merkwürdige verhältnisse in der Tonleiter. 587
SCATIZZI S. C.	— Pseudo-Euleriana e sue applicazioni. 593
VANNI S. C.	— L'opera del Padre Grimaldi d. C. d. G. 611
MARTINOZZI	— Sulla possibilità della formazione della gran- dine a quota relativamente bassa (<i>presentata dal S. O. Martinelli</i>). 613
MASOTTI	— Sulle azioni dinamiche dovute ad un vortice rettilineo (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>) 623
PACINI	Sulla formazione di nuclei di condensazione da metalli alla temperatura ordinaria (<i>pre- sentata dal S. O. Palazzo</i>). 632
RACHEL	— Sugli enti del calcolo motoriale (<i>presentata dal S. O. Giorgi</i>). 640
C. GHERZI S. C.	— Il R. P. Stanislao Chevalier, S. I. 649
L. NAVAS S. O.	— R. P. Ioachimus de Silva Tavares, S. I. 652
V. RIVERA S. C.	— Radiazione e vita nel mondo vegetale 654

	PAG.
H. S. RUSE	— Note on refraction and reflection in general relativity (<i>inviata dal S. C. Levi-Civita</i>). 662
M. PASTORI	— I sistemi assoluti di Pascal-Vitali e la derivazione parziale dei tensori (<i>presentata dal S. O. De Sanctis</i>). 673
G. KIRSCH	— Ueber die Stabilität der Atome (<i>presentata dal S. O. Stein</i>) 693
A. BELLUIGI	— Individuazione di una faglia profonda subpadana nei pressi di Ruchiano (Chiari) (<i>inviata dal S. C. De Angelis d'Ossat</i>) 709
T. FRANZINI	— La conducibilità degli elettroliti in moto (<i>presentata dal S. O. Gianfranceschi</i>) 714
L. S. DA RIOS	— Sui vortici piani indeformabili (<i>inviata dal S. C. Levi-Civita</i>). 720

INDICE DELLE MATERIE

Anno LXXXIV

(1930-1931)

FASCICOLO SUPPLETIVO CONTENENTE LE NOTE PERVENUTE NELLE FERIE ESTIVE

MEMORIE E NOTE.

	PAG.
C. GHERZI S. C.	— Il R. P. Stanislao Chevalier, S. I. 649
L. NAVAS S. O.	— R. P. Ioachimus de Silva Tavares, S. I. . . . 652
V. RIVERA S. C.	— Radiazione e vita nel mondo vegetale 654
H. S. RUSE	— Note on refraction and reflection in general relativity (<i>inviata dal S. C. Levi-Civita</i>). . . . 662
M. PASTORI	— I sistemi assoluti di Pascal-Vitali e la deri- vazione parziale dei tensori (<i>presentata dal</i> <i>S. O. De Sanctis</i>). 673
G. KIRSCH	— Ueber die Stabilität der Atome (<i>presentata</i> <i>dal S. O. Stein</i>) 693
A. BELLUIGI	— Individuazione di una faglia profonda sub- padana nei pressi di Ruchiano (Chiari) (<i>in-</i> <i>viata dal S. C. De Angelis d'Ossat</i>) 709
T. FRANZINI	— La conducibilità degli elettroliti in moto (<i>pre-</i> <i>sentata dal S. O. Gianfranceschi</i>) 714
L. S. DA RIOS	— Sui vortici piani indeformabili (<i>inviata dal</i> <i>S. C. Levi-Civita</i>). 720
Indice delle materie contenute nel Volume LXXXIV	733

